Licenciatura em Matemática EaD
UC Tópicos de Matemática Elementar
Aula presencial 1

Guilherme Sada Ramos

Instituto Federal de Santa Catarina/ Câmpus Tubarão

02 de março de 2020

Sobre a Unidade Curricular

A UC Tópicos de Matemática Elementar contemplará os conhecimentos entendidos como básicos para todo o restante do curso. São eles:

Sobre a Unidade Curricular

A UC Tópicos de Matemática Elementar contemplará os conhecimentos entendidos como básicos para todo o restante do curso. São eles:

- Conjuntos, Conjunto $\mathbb{R}$ e (In)Equações $\rightarrow$ Tópico 1

Sobre a Unidade Curricular

A UC Tópicos de Matemática Elementar contemplará os conhecimentos entendidos como básicos para todo o restante do curso. São eles:

- Conjuntos, Conjunto $\mathbb{R}$ e (In)Equações $\rightarrow$ Tópico 1
- Noções de Lógica, Relações e Funções $\rightarrow$ Tópico 2

Sobre a Unidade Curricular

A UC Tópicos de Matemática Elementar contemplará os conhecimentos entendidos como básicos para todo o restante do curso. São eles:

- Conjuntos, Conjunto $\mathbb{R}$ e (In)Equações $\rightarrow$ Tópico 1
- Noções de Lógica, Relações e Funções $\rightarrow$ Tópico 2
- Funções polinomiais, exponenciais e trigonométricas $\rightarrow$ Tópico 3

Estudo e Avaliação

O estudo do conteúdo será através dos Livros virtuais no Moodle, com o acesso às **leituras obrigatórias** e **vídeos ilustrativos**.

Com a realização das leituras, teremos as atividades de avaliação da disciplina:

Estudo e Avaliação

O estudo do conteúdo será através dos Livros virtuais no Moodle, com o acesso às **leituras obrigatórias** e **vídeos ilustrativos**.
Com a realização das leituras, teremos as atividades de avaliação da disciplina:

- Avaliação presencial (13/04);

Estudo e Avaliação

O estudo do conteúdo será através dos Livros virtuais no Moodle, com o acesso às **leituras obrigatórias** e **vídeos ilustrativos**.

Com a realização das leituras, teremos as atividades de avaliação da disciplina:

- Avaliação presencial (13/04);
- Atividades do Moodle (verifique os prazos).

Estudo e Avaliação

O estudo do conteúdo será através dos Livros virtuais no Moodle, com o acesso às **leituras obrigatórias** e **vídeos ilustrativos**.
Com a realização das leituras, teremos as atividades de avaliação da disciplina:

- Avaliação presencial (13/04);
- Atividades do Moodle (verifique os prazos).

Cada parte valerá 50% da avaliação. As atividades do Moodle, por sua vez são as:

Estudo e Avaliação

O estudo do conteúdo será através dos Livros virtuais no Moodle, com o acesso às **leituras obrigatórias** e **vídeos ilustrativos**.
Com a realização das leituras, teremos as atividades de avaliação da disciplina:

- Avaliação presencial (13/04);
- Atividades do Moodle (verifique os prazos).

Cada parte valerá 50% da avaliação. As atividades do Moodle, por sua vez são as:

- Tarefas;

Estudo e Avaliação

O estudo do conteúdo será através dos Livros virtuais no Moodle, com o acesso às **leituras obrigatórias** e **vídeos ilustrativos**.
Com a realização das leituras, teremos as atividades de avaliação da disciplina:

- Avaliação presencial (13/04);
- Atividades do Moodle (verifique os prazos).

Cada parte valerá 50% da avaliação. As atividades do Moodle, por sua vez são as:

- Tarefas;
- Questionários.

Conjuntos

Guilherme
Sada Ramos

Conceitos primitivos:

Conjuntos

Conceitos primitivos:

- Conjunto

Conjuntos

Guilherme Sada Ramos

Conceitos primitivos:

- Conjunto
- Elemento

Conjuntos

Conceitos primitivos:

- Conjunto
- Elemento
- Pertinência $\rightarrow$

Conjuntos

Conceitos primitivos:

- Conjunto
- Elemento
- Pertinência $\rightarrow \in$ (pertence) $\notin$ (não pertence)

Inclusão de Conjuntos

Se dois conjuntos A e B são tais que todo elemento de A também é elemento de B, dizemos que A é subconjunto de B, ou A está contido em B.

Obs.:

Inclusão de Conjuntos

Se dois conjuntos A e B são tais que todo elemento de A também é elemento de B, dizemos que A é subconjunto de B, ou A está contido em B.

Notação: $A \subset B$.

Obs.:

Inclusão de Conjuntos

IFSC

Guilherme Sada Ramos

Se dois conjuntos A e B são tais que todo elemento de A também é elemento de B, dizemos que A é subconjunto de B, ou A está contido em B.

Notação: $A \subset B$. $\subset \rightarrow$ (está contido)

Obs.:

Inclusão de Conjuntos

Se dois conjuntos A e B são tais que todo elemento de A também é elemento de B, dizemos que A é subconjunto de B, ou A está contido em B.

Notação: $A \subset B$. $\subset \rightarrow$ (está contido)

Obs.:

- Se, e somente se, $A \subset B$ e $B \subset A$, então $A = B$ (propriedade antissimétrica).

Inclusão de Conjuntos

Se dois conjuntos A e B são tais que todo elemento de A também é elemento de B, dizemos que A é subconjunto de B, ou A está contido em B.

Notação: $A \subset B$. $\subset \rightarrow$ (está contido)

Obs.:

- Se, e somente se, $A \subset B$ e $B \subset A$, então $A = B$ (propriedade antissimétrica).
- $A \subset B$ e $B \subset C$, então $A \subset C$ (propriedade transitiva).

Cardinalidade

IFSC

Guilherme Sada Ramos

“Quantidade” de elementos de um conjunto!

Cardinalidade

"Quantidade" de elementos de um conjunto!

Dado um conjunto A, a cardinalidade deste conjunto A é a quantidade de elementos de um conjunto B qualquer para o qual seja possível associar, para cada elemento distinto de A, um elemento distinto de B, e vice-versa.

Cardinalidade

"Quantidade" de elementos de um conjunto!

Dado um conjunto A, a cardinalidade deste conjunto A é a quantidade de elementos de um conjunto B qualquer para o qual seja possível associar, para cada elemento distinto de A, um elemento distinto de B, e vice-versa.

Ao longo do curso, esta correspondência será conhecida como correspondência biunívoca entre A e B.

Operações entre conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, podemos definir as operações:

Operações entre conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, podemos definir as operações:

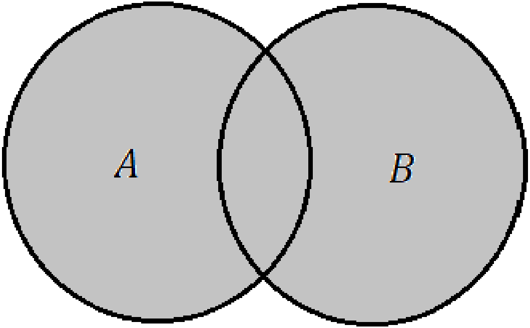
- UNIÃO ($\cup$)
- INTERSECÇÃO($\cap$)
- DIFERENÇA($-$)

União

IFSC

Guilherme Sada Ramos

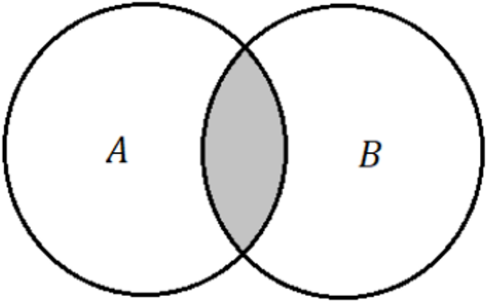
$$A \cup B = \{x \in U / x \in A \textbf{ ou } x \in B\}$$



$A \cup B$

Intersecção

$$A \cap B = \{x \in U / x \in A \textbf{ e } x \in B\}$$



$A \cap B$

Algumas propriedades

Guilherme
Sada Ramos

Algumas propriedades

- Associatividade: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ e $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

Algumas propriedades

- Associatividade: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ e $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- Comutatividade: $A \cup B = B \cup A$ e $A \cap B = B \cap A$

Algumas propriedades

- Associatividade: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ e $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- Comutatividade: $A \cup B = B \cup A$ e $A \cap B = B \cap A$
- $A \cup \emptyset = A$ e $A \cap \emptyset = \emptyset$

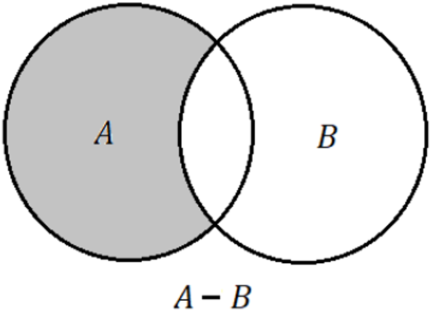
Algumas propriedades

Guilherme Sada Ramos

- Associatividade: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ e $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
- Comutatividade: $A \cup B = B \cup A$ e $A \cap B = B \cap A$
- $A \cup \emptyset = A$ e $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $A \subset (A \cup B)$ e $(A \cap B) \subset A$

Diferença

$$A - B = \{x \in U / x \in A \textbf{ e } x \notin B\}$$



No caso de $B \subset A$, então $A - B$ é chamado de complementar de B em relação a A.

Produto cartesiano

Produto cartesiano

Guilherme Sada Ramos

Dados dois conjuntos A e B, o produto cartesiano de A por B, denotado por $A \times B$, é o conjunto de todos os **pares ordenados** possíveis (a, b), em que a é elemento de A e b é elemento de B.

Produto cartesiano

Dados dois conjuntos A e B, o produto cartesiano de A por B, denotado por $A \times B$, é o conjunto de todos os **pares ordenados** possíveis (a, b), em que a é elemento de A e b é elemento de B.

$$A \times B = \{(a, b)/a \in A \text{ e } b \in B\}$$

Conjuntos numéricos

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$
- $\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

Conjuntos numéricos

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- $\mathbb{Q} = \left\{ \dfrac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$

Conjuntos numéricos

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- $\mathbb{Q} = \left\{\dfrac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$
- $\mathbb{I} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

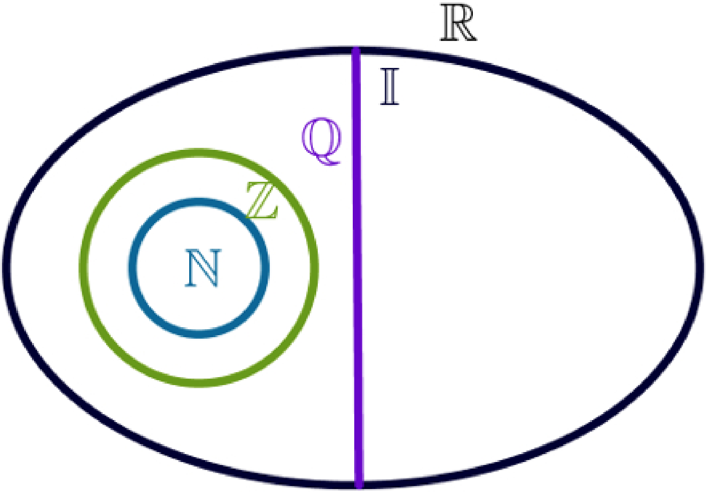
Conjuntos numéricos

Guilherme Sada Ramos

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- $\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$
- $\mathbb{I} = \mathbb{R} - \mathbb{Q}$
- $\mathbb{R} =$ números com representação decimal

IFSC

Guilherme Sada Ramos



Conjunto dos números irracionais

Conjunto dos números irracionais

Os números irracionais são todos os números reais que **não** podem ser representados como fração de dois inteiros.

Conjunto dos números irracionais

Os números irracionais são todos os números reais que **não** podem ser representados como fração de dois inteiros.

Raízes não exatas e constantes como π são os exemplos mais comuns.

Conjunto dos números irracionais

Os números irracionais são todos os números reais que **não** podem ser representados como fração de dois inteiros.

Raízes não exatas e constantes como π são os exemplos mais comuns.

Estes números têm uma infinidade de casas após a vírgula, porém não temos um período.

Conjunto dos números irracionais

Os números irracionais são todos os números reais que **não** podem ser representados como fração de dois inteiros.

Raízes não exatas e constantes como π são os exemplos mais comuns.

Estes números têm uma infinidade de casas após a vírgula, porém não temos um período.

Podemos representá-los na forma decimal apenas através de aproximações:

- $\sqrt{2} = 1,4142135\ldots$
- $\sqrt[3]{12} = 2,28942848\ldots$
- $\pi = 3,141592653589\ldots$

Propriedades dos números reais e operações

A1) $x+(y+z)=(x+y)+z$	(Associativa)
A2) $x+y=y+x$	(Comutativa)
A3) Existe $0\in\mathbb{R}$ tal que $x+0=x$	(Existência do elemento neutro)
A4) Existe $-x\in\mathbb{R}$ tal que $x+(-x)=0$	(Existência do elemento oposto)
M1) $x.(y.z)=(x.y).z$	(Associativa)
M2) $x.y=y.x$	(Comutativa)
M3) Existe 1 $\in$ $\mathbb{R}$ tal que $x.1=x$	(Existência do elemento neutro)
M4) Se $x\neq 0$, existe $x^{-1}\in\mathbb{R}$ tal que $x.x^{-1}=1$	(Existência do elemento inverso)
D) $x.(y+z)=x.y+x.z$. Por M2, também vale $(x+y).z=x.z+y.z$	(Distributiva)

Propriedades dos números reais e operações

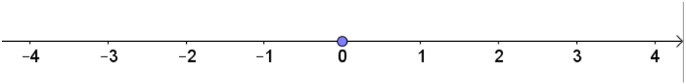
- Lei do cancelamento para a adição:
  $x + z = y + z \Rightarrow x = y, \forall x, y, z, \in \mathbb{R}$
- Lei do cancelamento para a multiplicação:
  $xz = yz, z \neq 0 \Rightarrow x = y, \forall x, y, z, \in \mathbb{R}$
- $x.0 = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- $\forall x, y \in \mathbb{R}, xy = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $y = 0$
- $(x^{-1})^{-1} = x, \forall x \in \mathbb{R}^*$.
- $-(x + y) = (-x) + (-y), \forall x, y \in \mathbb{R}$.
- $(-x).y = x.(-y) = -(x.y), \forall x, y \in \mathbb{R}$.

Relação de ordem

IFSC

Guilherme Sada Ramos

Geometricamente, o conjunto dos números reais ($\mathbb{R}$) pode ser representado através da RETA REAL.



Algumas propriedades

- $a < b$ se, e somente se, $(b - a) > 0$
- $a \leq b$ se, e somente se, $(b - a) \geq 0$
- $a > b$ se, e somente se, $(a - b) > 0$
- $a \geq b$ se, e somente se, $(a - b) \geq 0$

Algumas propriedades

- $a < b$ se, e somente se, $(b - a) > 0$
- $a \leq b$ se, e somente se, $(b - a) \geq 0$
- $a > b$ se, e somente se, $(a - b) > 0$
- $a \geq b$ se, e somente se, $(a - b) \geq 0$

- $\forall x, y \in \mathbb{R}$, tem-se $x = y$, $x < y$ ou $y < x$.
- $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$, se $x < y$ e $y < z$, então $x < z$.

Algumas propriedades

Guilherme Sada Ramos

- $a < b$ se, e somente se, $(b - a) > 0$
- $a \leq b$ se, e somente se, $(b - a) \geq 0$
- $a > b$ se, e somente se, $(a - b) > 0$
- $a \geq b$ se, e somente se, $(a - b) \geq 0$

- $\forall x, y \in \mathbb{R}$, tem-se $x = y$, $x < y$ ou $y < x$.
- $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$, se $x < y$ e $y < z$, então $x < z$.
- $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$, se $x \leq y$ e $0 < z$, então $xz \leq yz$.
- $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$, se $x \leq y$ e $z < 0$, então $xz \geq yz$.

Algumas propriedades

- $a < b$ se, e somente se, $(b - a) > 0$
- $a \leq b$ se, e somente se, $(b - a) \geq 0$
- $a > b$ se, e somente se, $(a - b) > 0$
- $a \geq b$ se, e somente se, $(a - b) \geq 0$

- $\forall x, y \in \mathbb{R}$, tem-se $x = y$, $x < y$ ou $y < x$.
- $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$, se $x < y$ e $y < z$, então $x < z$.
- $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$, se $x \leq y$ e $0 < z$, então $xz \leq yz$.
- $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$, se $x \leq y$ e $z < 0$, então $xz \geq yz$.
- $\forall x, y, z \in \mathbb{R}$, $x \leq y$ se, e somente se, $x + z < y + z$.

Intervalos reais

- $]a, b[= \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$: intervalo aberto de extremos a e b.
- $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$: intervalo fechado de extremos a e b.
- $]a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$: intervalo de extremos a e b (nem aberto, nem fechado).
- $[a, b[= \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$: intervalo de extremos a e b (nem aberto, nem fechado).
- $]a, \infty[= \{x \in \mathbb{R} : a < x\}$: intervalo aberto, ilimitado superiormente.
- $[a, \infty[= \{x \in \mathbb{R} : a \leq x\}$: intervalo ilimitado superiormente (nem aberto, nem fechado).
- $]-\infty, b[= \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$: intervalo aberto, ilimitado inferiormente.
- $]-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$: intervalo ilimitado inferiormente (nem aberto, nem fechado).

Módulo de um número real

IFSC

Guilherme Sada Ramos

Definição matemática para distância entre um número real e 0 na reta real.

Módulo de um número real

Definição matemática para distância entre um número real e 0 na reta real.

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Algumas propriedades

Guilherme
Sada Ramos

Algumas propriedades

- A distância entre dois números a e b quaisquer é $|a-b| = |b-a|$.

Algumas propriedades

Guilherme Sada Ramos

- A distância entre dois números a e b quaisquer é $|a-b| = |b-a|$.
- $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Algumas propriedades

IFSC

Guilherme Sada Ramos

- A distância entre dois números a e b quaisquer é $|a-b| = |b-a|$.
- $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- $\sqrt{x^2} = |x|$

Algumas propriedades

- A distância entre dois números a e b quaisquer é $|a - b| = |b - a|$.
- $|x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$
- $\sqrt{x^2} = |x|$
- $\forall x \in \mathbb{R}, \forall a > 0, |x| \geq a \Leftrightarrow x \geq a$ ou $x \leq -a$
- $\forall x \in \mathbb{R}, \forall a > 0, |x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$