

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Licenciatura em Matemática EaD

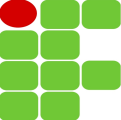
UC Tópicos de Matemática Elementar

Aula presencial 2

Guilherme Sada Ramos

Instituto Federal de Santa Catarina/ Câmpus Tubarão

09 de março de 2020



Resolvendo equações

IFSC

Guilherme
Sada Ramos



Resolvendo equações

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

PRINCÍPIO ADITIVO:

Em qualquer igualdade, podemos somar os dois membros por um mesmo número, que a igualdade não será afetada.

Resolvendo equações

IFSC

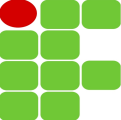
Guilherme
Sada Ramos

PRINCÍPIO ADITIVO:

Em qualquer igualdade, podemos somar os dois membros por um mesmo número, que a igualdade não será afetada.

PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

Em qualquer igualdade, podemos multiplicar os dois membros por um mesmo número (sem ser o zero), que a igualdade não será afetada.



Resolvendo inequações

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Resolvendo inequações

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

PRINCÍPIO ADITIVO:

Em qualquer desigualdade, podemos somar os dois membros por um mesmo número, que a desigualdade não será afetada.



Resolvendo inequações

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

PRINCÍPIO ADITIVO:

Em qualquer desigualdade, podemos somar os dois membros por um mesmo número, que a desigualdade não será afetada.

PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

Em qualquer igualdade, podemos multiplicar os dois membros por um mesmo número (sem ser o zero).

Resolvendo inequações

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

PRINCÍPIO ADITIVO:

Em qualquer desigualdade, podemos somar os dois membros por um mesmo número, que a desigualdade não será afetada.

PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

Em qualquer igualdade, podemos multiplicar os dois membros por um mesmo número (sem ser o zero).

- se o número for *positivo*, então a desigualdade não é afetada.

Resolvendo inequações

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

PRINCÍPIO ADITIVO:

Em qualquer desigualdade, podemos somar os dois membros por um mesmo número, que a desigualdade não será afetada.

PRINCÍPIO MULTIPLICATIVO:

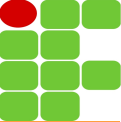
Em qualquer igualdade, podemos multiplicar os dois membros por um mesmo número (sem ser o zero).

- se o número for *positivo*, então a desigualdade não é afetada.
- se o número for *negativo*, então a desigualdade é “invertida”.

(In)equações polinomiais do segundo grau

IFSC

Guilherme
Sada Ramos



(In)equações polinomiais do segundo grau

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Método de completar quadrados

(In)equações polinomiais do segundo grau

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Método de completar quadrados

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

(In)equações polinomiais do segundo grau

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Método de completar quadrados

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exemplo 1: Como transformar $x^2 + 6x$ em um quadrado?

Exemplo 2: Como transformar $x^2 - 8x$ em um quadrado?

(In)equações polinomiais do segundo grau

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Método de completar quadrados

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exemplo 1: Como transformar $x^2 + 6x$ em um quadrado?
Somando 9, temos $x^2 + 6x + \mathbf{9} = (x + 3)^2$.

Exemplo 2: Como transformar $x^2 - 8x$ em um quadrado?

(In)equações polinomiais do segundo grau

IFSC

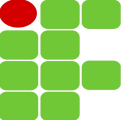
Guilherme
Sada Ramos

Método de completar quadrados

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exemplo 1: Como transformar $x^2 + 6x$ em um quadrado?
Somando 9, temos $x^2 + 6x + \mathbf{9} = (x + 3)^2$.

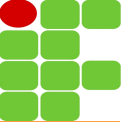
Exemplo 2: Como transformar $x^2 - 8x$ em um quadrado?
Somando 16, temos $x^2 - 8x + \mathbf{16} = (x - 4)^2$.



Procedimento para completar quadrados

IFSC

Guilherme
Sada Ramos



Procedimento para completar quadrados

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Através da justificativa a seguir

Procedimento para completar quadrados

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Através da justificativa a seguir

$$ax^2 + bx + \frac{b^2}{4a} =$$

$$a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) =$$

$$a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$$

Procedimento para completar quadrados

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

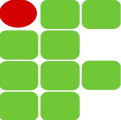
Através da justificativa a seguir

$$ax^2 + bx + \frac{b^2}{4a} =$$

$$a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) =$$

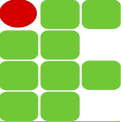
$$a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2$$

podemos enunciar a seguinte técnica para se completar quadrados em $ax^2 + bx$:



IFSC

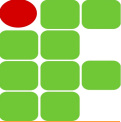
Guilherme
Sada Ramos



IFSC

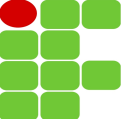
Guilherme
Sada Ramos

- Quando $a = 1$, **divide b por 2 e eleva o resultado ao quadrado.**



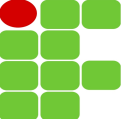
- Quando $a = 1$, **divide b por 2 e eleva o resultado ao quadrado.**

Ex.: $x^2 - 10x$.



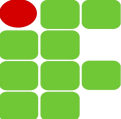
- Quando $a = 1$, **divide b por 2 e eleva o resultado ao quadrado.**

$$\text{Ex.: } x^2 - 10x. \quad -10/2 = -5$$



- Quando $a = 1$, **divide b por 2 e eleva o resultado ao quadrado.**

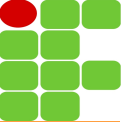
$$\text{Ex.: } x^2 - 10x. \quad -10/2 = -5 \quad (-5)^2 = 25$$



- Quando $a = 1$, **divide b por 2 e eleva o resultado ao quadrado.**

$$\text{Ex.: } x^2 - 10x. \quad -10/2 = -5 \quad (-5)^2 = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$$

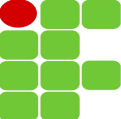


- Quando $a = 1$, **divide b por 2 e eleva o resultado ao quadrado.**

$$\text{Ex.: } x^2 - 10x. \quad -10/2 = -5 \quad (-5)^2 = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$$

- Se $a \neq 1$, **põe a em evidência, e depois faz todo o procedimento anterior dentro do parênteses.**



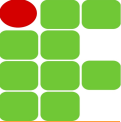
- Quando $a = 1$, **divide b por 2 e eleva o resultado ao quadrado.**

$$\text{Ex.: } x^2 - 10x. \quad -10/2 = -5 \quad (-5)^2 = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$$

- Se $a \neq 1$, **põe a em evidência, e depois faz todo o procedimento anterior dentro do parênteses.**

$$\text{Ex.: } 3x^2 - 18x = 3(x^2 - 6x).$$



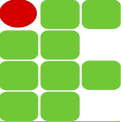
- Quando $a = 1$, **divide b por 2 e eleva o resultado ao quadrado.**

$$\text{Ex.: } x^2 - 10x. \quad -10/2 = -5 \quad (-5)^2 = 25$$

$$x^2 - 10x + 25 = (x-5)^2$$

- Se $a \neq 1$, **põe a em evidência, e depois faz todo o procedimento anterior dentro do parênteses.**

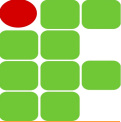
$$\text{Ex.: } 3x^2 - 18x = 3(x^2 - 6x). \quad \text{Repete o processo anterior com } x^2 - 6x, \text{ dentro do parênteses.}$$



Noções de lógica matemática

IFSC

Guilherme
Sada Ramos



Noções de lógica matemática

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Chama-se *proposição ou sentença* toda oração declarativa que pode ser classificada em **verdadeira** ou em **falsa**.

Noções de lógica matemática

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Chama-se *proposição ou sentença* toda oração declarativa que pode ser classificada em **verdadeira** ou em **falsa**.

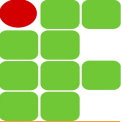
Exemplos:

Tubarão é uma cidade situada na região Sul de Santa Catarina.
(Afirmção VERDADEIRA)

A moeda vigente no Brasil é o dólar. (Afirmção FALSA)

Três vezes quatro é igual a doze. (Afirmção VERDADEIRA)

A raiz quadrada de dois é um número racional. (Afirmção FALSA)



Premissas básicas do pensamento

IFSC

Guilherme
Sada Ramos



Premissas básicas do pensamento

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Todo o desenrolar do pensamento lógico-matemático deve obedecer às seguintes condições:

Premissas básicas do pensamento

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Todo o desenrolar do pensamento lógico-matemático deve obedecer às seguintes condições:

- Se uma proposição é verdadeira, então ela é verdadeira. (Princípio da identidade).
- Nenhuma proposição é verdadeira e falsa. (Princípio da não contradição)
- Uma proposição ou é verdadeira, ou é falsa. (Princípio do terceiro excluído)

Premissas básicas do pensamento

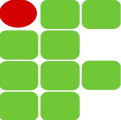
IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Todo o desenrolar do pensamento lógico-matemático deve obedecer às seguintes condições:

- Se uma proposição é verdadeira, então ela é verdadeira. (Princípio da identidade).
- Nenhuma proposição é verdadeira e falsa. (Princípio da não contradição)
- Uma proposição ou é verdadeira, ou é falsa. (Princípio do terceiro excluído)

Para qualquer proposição p , as possibilidades de valor lógico são V (Verdadeiro) e F (Falso).



Conectivos lógicos

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Negação

A partir de uma proposição p qualquer, sempre podemos construir outra, denominada *negação* de p , indicada com o símbolo $\neg p$.

Negação

A partir de uma proposição p qualquer, sempre podemos construir outra, denominada *negação* de p , indicada com o símbolo $\neg p$.

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

Negação

A partir de uma proposição p qualquer, sempre podemos construir outra, denominada *negação* de p , indicada com o símbolo $\neg p$.

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

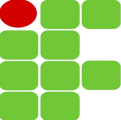
$\neg p$: Os políticos brasileiros não são honestos.

Tabela verdade

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p	$\neg p$
V	F
F	V



Conjunção

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Conjunção

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \wedge (“e”).

Exemplo:

Conjunção

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \wedge (“e”).

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

Conjunção

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \wedge (“e”).

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

q : O sistema político brasileiro é presidencialista.

Conjunção

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \wedge (“e”).

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

q : O sistema político brasileiro é presidencialista.

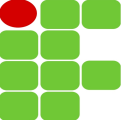
$p \wedge q$: Os políticos brasileiros são honestos e o sistema político brasileiro é presidencialista.

Tabela verdade

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F



Disjunção

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Disjunção

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \vee (“ou”).

Exemplo:

Disjunção

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \vee (“ou”).

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

q : O sistema político brasileiro é presidencialista.

Disjunção

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \vee (“ou”).

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

q : O sistema político brasileiro é presidencialista.

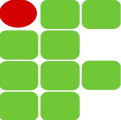
$p \vee q$: Ou os políticos brasileiros são honestos, ou o sistema político brasileiro é presidencialista.

Tabela verdade

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F



Condicional

IFSC

Guilherme
Sada Ramos



Condicional

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \rightarrow (“se ... então”).

Condicional

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \rightarrow (“se ... então”).

Neste caso, chamamos p de *antecedente* e q de *consequente*.

Exemplo:

Condicional

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \rightarrow (“se ... então”).

Neste caso, chamamos p de *antecedente* e q de *consequente*.

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

q : O sistema político brasileiro é presidencialista.

Condicional

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \rightarrow (“se ... então”).

Neste caso, chamamos p de *antecedente* e q de *consequente*.

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

q : O sistema político brasileiro é presidencialista.

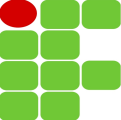
$p \rightarrow q$: Se os políticos brasileiros são honestos, então o sistema político brasileiro é presidencialista.

Tabela verdade

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V



Bicondicional

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Bicondicional

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \leftrightarrow (“se, e somente se”).

Exemplo:

Bicondicional

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \leftrightarrow (“se, e somente se”).

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

q : O sistema político brasileiro é presidencialista.

Bicondicional

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

A partir de duas proposições p e q quaisquer, podemos construir uma proposição composta, entre elas, através do conectivo \leftrightarrow (“se, e somente se”).

Exemplo:

p : Os políticos brasileiros são honestos.

q : O sistema político brasileiro é presidencialista.

$p \leftrightarrow q$: Os políticos brasileiros são honestos se, e somente se, o sistema político brasileiro é presidencialista.

Tabela Verdade

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Dicas complementares

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Observações sobre $p \rightarrow q$ e $p \leftrightarrow q$:

O condicional $p \rightarrow q$ pode ser lido das seguintes formas:

- Se p , então q .
- q , se p .
- p somente se q .
- p é condição suficiente para q .
- q é condição necessária para p .

O bicondicional $p \leftrightarrow q$ pode ser lido da seguinte forma:

- p é condição necessária e suficiente para q .

Continuação

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Obs.: Com relação ao condicional $p \rightarrow q$, definimos:

- $q \rightarrow p$ como sendo a proposição *recíproca* e $p \rightarrow q$;
- $\neg p \rightarrow \neg q$ como sendo a proposição *inversa* de $p \rightarrow q$;
- $\neg q \rightarrow p$ como sendo a proposição *contrapositiva* de $p \rightarrow q$.