

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Licenciatura em Matemática EaD

UC Tópicos de Matemática Elementar

Aula presencial 3.1

Guilherme Sada Ramos

Instituto Federal de Santa Catarina/ Câmpus Tubarão

18 de março de 2020

Relembrando

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

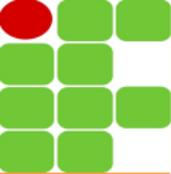
| | |
|-----|----------|
| p | $\neg p$ |
| V | F |
| F | V |

| | | |
|-----|-----|--------------|
| p | q | $p \wedge q$ |
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | F |

| | | |
|-----|-----|------------|
| p | q | $p \vee q$ |
| V | V | V |
| V | F | V |
| F | V | V |
| F | F | F |

| | | |
|-----|-----|-------------------|
| p | q | $p \rightarrow q$ |
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | V |
| F | F | V |

| | | |
|-----|-----|-----------------------|
| p | q | $p \leftrightarrow q$ |
| V | V | V |
| V | F | F |
| F | V | F |
| F | F | V |



Implicações e Equivalências Lógicas

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

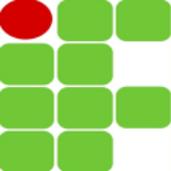
Implicações e Equivalências Lógicas

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

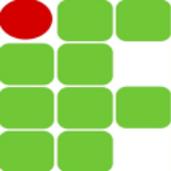
Uma proposição composta por proposições p_1, p_2, p_3, \dots pode ser:

- **tautológica**, se for verdadeira, independente do valor lógico de p_1, p_2, p_3, \dots .
- **contraditória**, se for falsa, independente do valor lógico de p_1, p_2, p_3, \dots .
- **contingencial**, se for verdadeira ou falsa, dependendo do valor lógico de p_1, p_2, p_3, \dots .



IFSC

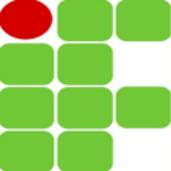
Guilherme
Sada Ramos



IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Se a proposição $A \rightarrow B$ for uma tautologia, dizemos que **A implica em B** ($A \Rightarrow B$).



Se a proposição $A \rightarrow B$ for uma tautologia, dizemos que **A implica em B** ($A \Rightarrow B$).

Se a proposição $A \leftrightarrow B$ for uma tautologia, dizemos que **A implica em B e vice-versa**, ou seja, **A é logicamente equivalente a B**. ($A \Leftrightarrow B$).

Exemplo

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Será que $(p \vee q) \Rightarrow (\neg p \vee q)$?

Exemplo

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Será que $(p \vee q) \Rightarrow (\neg p \vee q)$?

| p | q | $\neg p$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee q$ | $(p \vee q) \rightarrow (\neg p \vee q)$ |
|-----|-----|----------|------------|-----------------|--|
| V | V | F | V | V | V |
| V | F | F | V | F | F |
| F | V | V | V | V | V |
| F | F | V | V | V | V |

Exemplo

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Será que $(p \vee q) \Rightarrow (\neg p \vee q)$?

| p | q | $\neg p$ | $p \vee q$ | $\neg p \vee q$ | $(p \vee q) \rightarrow (\neg p \vee q)$ |
|-----|-----|----------|------------|-----------------|--|
| V | V | F | V | V | V |
| V | F | F | V | F | F |
| F | V | V | V | V | V |
| F | F | V | V | V | V |

Resposta: Não, $p \vee q$ não implica em $\neg p \vee q$.

Observações

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Com relação à implicação lógica $A \Rightarrow B$, definimos:

- $B \Rightarrow A$ como sendo a implicação *recíproca*;
- $\neg A \Rightarrow \neg B$ como sendo a implicação *inversa*;
- $\neg B \Rightarrow \neg A$ como sendo a implicação *contrapositiva*.

Observações

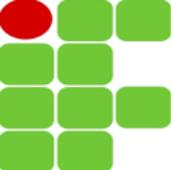
IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Com relação à implicação lógica $A \Rightarrow B$, definimos:

- $B \Rightarrow A$ como sendo a implicação *recíproca*;
- $\neg A \Rightarrow \neg B$ como sendo a implicação *inversa*;
- $\neg B \Rightarrow \neg A$ como sendo a implicação *contrapositiva*.

Destas três, apenas a contrapositiva é logicamente equivalente a $A \Rightarrow B$.



Sentenças abertas

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Uma sentença aberta é aquela que possui pelo menos uma *variável*, que pode alterar o valor lógico da proposição.

Sentenças abertas

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Uma sentença aberta é aquela que possui pelo menos uma *variável*, que pode alterar o valor lógico da proposição.

Exemplos:

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

x é um time de futebol brasileiro.

Sentenças abertas

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Uma sentença aberta é aquela que possui pelo menos uma *variável*, que pode alterar o valor lógico da proposição.

Exemplos:

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

x é um time de futebol brasileiro.

$\forall x \in \mathbb{R}, x$ é múltiplo de 4 $\Rightarrow x$ é par

Sentenças abertas

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Uma sentença aberta é aquela que possui pelo menos uma *variável*, que pode alterar o valor lógico da proposição.

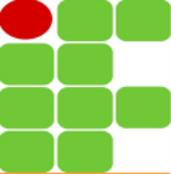
Exemplos:

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

x é um time de futebol brasileiro.

$\forall x \in \mathbb{R}, x$ é múltiplo de 4 $\Rightarrow x$ é par

$\nexists x : x$ é múltiplo de 4 $\wedge x$ não é par



Quantificadores lógicos

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

São dois:

Quantificadores lógicos

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

São dois:

- **existe um** \exists
- **para todo** \forall

Quantificadores lógicos

IFSC

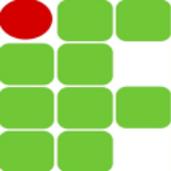
Guilherme
Sada Ramos

São dois:

- **existe um** \exists
- **para todo** \forall

Exemplos:

- $\exists x : x$ é par e x é múltiplo de 13
- $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 4 > 0$.
- Existe um catarinense que não é brasileiro.
- Toda guerra mata milhares, ou milhões, de pessoas inocentes.



Negação de proposições

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Negação de proposições

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

- Proposição simples p :
- $a \wedge b$:
- $a \vee b$:
- $a \rightarrow b$:
- $a \leftrightarrow b$:
- $\exists x$ que satisfaz uma condição:
- $\forall x$, x satisfaz uma condição:

Negação de proposições

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

- Proposição simples p : $\neg p$
- $a \wedge b$:
- $a \vee b$:
- $a \rightarrow b$:
- $a \leftrightarrow b$:
- $\exists x$ que satisfaz uma condição:

- $\forall x$, x satisfaz uma condição:

Negação de proposições

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

- Proposição simples p : $\neg p$
- $a \wedge b$: $\neg a \vee \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \vee b$:
- $a \rightarrow b$:
- $a \leftrightarrow b$:
- $\exists x$ que satisfaz uma condição:

- $\forall x$, x satisfaz uma condição:

Negação de proposições

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

- Proposição simples p : $\neg p$
- $a \wedge b$: $\neg a \vee \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \vee b$: $\neg a \wedge \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \rightarrow b$:
- $a \leftrightarrow b$:
- $\exists x$ que satisfaz uma condição:

- $\forall x$, x satisfaz uma condição:

Negação de proposições

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

- Proposição simples p : $\neg p$
- $a \wedge b$: $\neg a \vee \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \vee b$: $\neg a \wedge \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \rightarrow b$: $a \wedge \neg b$
- $a \leftrightarrow b$:
- $\exists x$ que satisfaz uma condição:
- $\forall x$, x satisfaz uma condição:

Negação de proposições

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

- Proposição simples p : $\neg p$
- $a \wedge b$: $\neg a \vee \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \vee b$: $\neg a \wedge \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \rightarrow b$: $a \wedge \neg b$
- $a \leftrightarrow b$: $(a \wedge \neg b) \vee (b \wedge \neg a)$
- $\exists x$ que satisfaz uma condição:

- $\forall x$, x satisfaz uma condição:

Negação de proposições

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

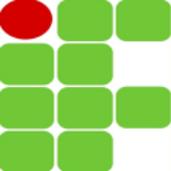
- Proposição simples p : $\neg p$
- $a \wedge b$: $\neg a \vee \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \vee b$: $\neg a \wedge \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \rightarrow b$: $a \wedge \neg b$
- $a \leftrightarrow b$: $(a \wedge \neg b) \vee (b \wedge \neg a)$
- $\exists x$ que satisfaz uma condição: $\forall x$, x não satisfaz a condição.
- $\forall x$, x satisfaz uma condição:

Negação de proposições

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

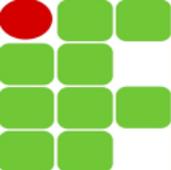
- Proposição simples p : $\neg p$
- $a \wedge b$: $\neg a \vee \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \vee b$: $\neg a \wedge \neg b$ (Lei de Morgan)
- $a \rightarrow b$: $a \wedge \neg b$
- $a \leftrightarrow b$: $(a \wedge \neg b) \vee (b \wedge \neg a)$
- $\exists x$ que satisfaz uma condição: $\forall x$, x não satisfaz a condição.
- $\forall x$, x satisfaz uma condição: $\exists x$ que não satisfaz a condição.



Exemplos

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

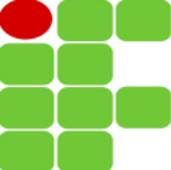


Exemplos

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p : A moeda do Brasil é o real.



Exemplos

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p : A moeda do Brasil é o real.

$\neg p$: A moeda do Brasil não é o real.

Exemplos

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p : A moeda do Brasil é o real.

$\neg p$: A moeda do Brasil não é o real.

p : O coronavírus é uma ameaça global.

q : As pessoas estão conscientes sobre seus perigos.

Exemplos

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p : A moeda do Brasil é o real.

$\neg p$: A moeda do Brasil não é o real.

p : O coronavírus é uma ameaça global.

q : As pessoas estão conscientes sobre seus perigos.

$p \vee q$: Ou o coronavírus é uma ameaça global, ou as pessoas estão conscientes sobre seus perigos.

Exemplos

IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p : A moeda do Brasil é o real.

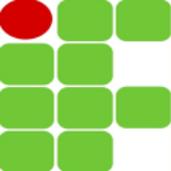
$\neg p$: A moeda do Brasil não é o real.

p : O coronavírus é uma ameaça global.

q : As pessoas estão conscientes sobre seus perigos.

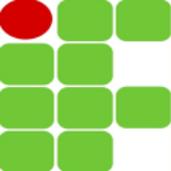
$p \vee q$: Ou o coronavírus é uma ameaça global, ou as pessoas estão conscientes sobre seus perigos.

$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$: O coronavírus não é uma ameaça global, nem as pessoas estão conscientes sobre seus riscos.



IFSC

Guilherme
Sada Ramos

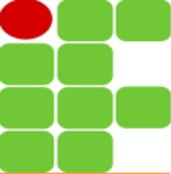


IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p : Messi é brasileiro.

q : A Lua é o satélite natural da Terra.



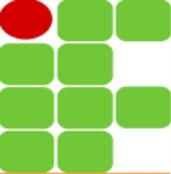
IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p : Messi é brasileiro.

q : A Lua é o satélite natural da Terra.

$p \wedge q$: Messi é brasileiro e a Lua é o satélite natural da Terra.

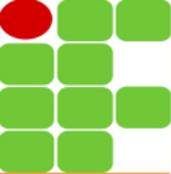


p : Messi é brasileiro.

q : A Lua é o satélite natural da Terra.

$p \wedge q$: Messi é brasileiro e a Lua é o satélite natural da Terra.

$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$: Ou Messi não é brasileiro, ou a Lua não é o satélite natural da Terra.



p : Messi é brasileiro.

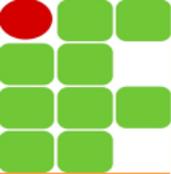
q : A Lua é o satélite natural da Terra.

$p \wedge q$: Messi é brasileiro e a Lua é o satélite natural da Terra.

$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$: Ou Messi não é brasileiro, ou a Lua não é o satélite natural da Terra.

p : O Brasil está localizado na África.

q : O dobro de 3 é 15.



p : Messi é brasileiro.

q : A Lua é o satélite natural da Terra.

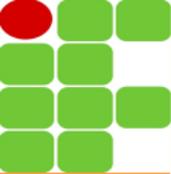
$p \wedge q$: Messi é brasileiro e a Lua é o satélite natural da Terra.

$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$: Ou Messi não é brasileiro, ou a Lua não é o satélite natural da Terra.

p : O Brasil está localizado na África.

q : O dobro de 3 é 15.

$p \rightarrow q$: Se o Brasil está localizado na África, então o dobro de 3 é 15.



p : Messi é brasileiro.

q : A Lua é o satélite natural da Terra.

$p \wedge q$: Messi é brasileiro e a Lua é o satélite natural da Terra.

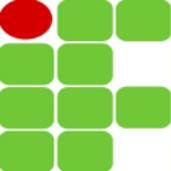
$\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$: Ou Messi não é brasileiro, ou a Lua não é o satélite natural da Terra.

p : O Brasil está localizado na África.

q : O dobro de 3 é 15.

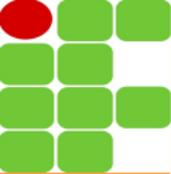
$p \rightarrow q$: Se o Brasil está localizado na África, então o dobro de 3 é 15.

$\neg(p \rightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q)$: O Brasil está localizado na África e o dobro de 3 não é 15.



IFSC

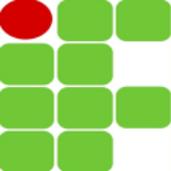
Guilherme
Sada Ramos



IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p : Existe um brasileiro preocupado com o avanço do novo coronavírus.

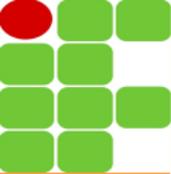


IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p : Existe um brasileiro preocupado com o avanço do novo coronavírus.

$\neg p$: Todo brasileiro não está preocupado com o avanço do novo coronavírus.



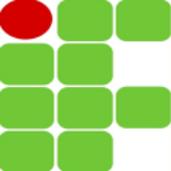
IFSC

Guilherme
Sada Ramos

p : Existe um brasileiro preocupado com o avanço do novo coronavírus.

$\neg p$: Todo brasileiro não está preocupado com o avanço do novo coronavírus.

q : Todo número múltiplo de 4 também é número par.

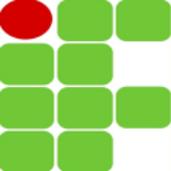


p : Existe um brasileiro preocupado com o avanço do novo coronavírus.

$\neg p$: Todo brasileiro não está preocupado com o avanço do novo coronavírus.

q : Todo número múltiplo de 4 também é número par.

$\neg q$: Existe um número múltiplo de 4 que não é número par.



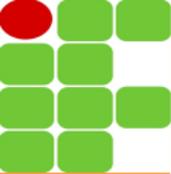
p : Existe um brasileiro preocupado com o avanço do novo coronavírus.

$\neg p$: Todo brasileiro não está preocupado com o avanço do novo coronavírus.

q : Todo número múltiplo de 4 também é número par.

$\neg q$: Existe um número múltiplo de 4 que não é número par.

r : Para todo número real a positivo, existe um elemento real $-a$, de modo que a soma $a + (-a) = 0$.



p : Existe um brasileiro preocupado com o avanço do novo coronavírus.

$\neg p$: Todo brasileiro não está preocupado com o avanço do novo coronavírus.

q : Todo número múltiplo de 4 também é número par.

$\neg q$: Existe um número múltiplo de 4 que não é número par.

r : Para todo número real a positivo, existe um elemento real $-a$, de modo que a soma $a + (-a) = 0$.

$\neg r$: Existe um número real a positivo, para o qual não existe nenhum elemento real $-a$, de modo que a soma $a + (-a) = 0$.