

Tendências atuais sobre o ensino de funções no Ensino Médio¹

Marina Menna Barreto

Neste artigo pretendemos, através de uma análise da literatura, trazer resultados de pesquisas na área da Educação Matemática que tratam do aprendizado de variáveis e funções e que apontam as tendências recentes a respeito do ensino de funções no nível médio.

O conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática e seus aspectos mais simples estão presentes nas noções mais básicas desta ciência, como por exemplo, na contagem. Mas, a noção de função, claramente individualizada como objeto de estudo corrente é mais recente. Ponte (1990, 1992) descreve a origem e o desenvolvimento deste conceito ao longo da História da Matemática, sua evolução na Educação Matemática e seu surgimento como um instrumento matemático indispensável para o estudo quantitativo dos fenômenos naturais, mostrando que este desenvolvimento histórico foi um processo longo e delicado.

No entanto, o estudo deste tópico no currículo médio brasileiro segue uma ordenação ainda tradicional e ditada, na maioria das vezes, pela seqüência sugerida pelos livros didáticos. Os temas geralmente são tratados de forma independente e sem conexão alguma entre eles. Por exemplo, as funções afim e exponencial são trabalhadas no primeiro ano do ensino médio, enquanto que as progressões aritméticas e geométricas são estudadas no segundo ano e, pior ainda, sem se que se faça qualquer relação entre eles. Além disso, poucas são as situações em que se fazem referências às aplicações da Matemática às outras ciências.

¹ Artigo adaptado da dissertação de mestrado *Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários* (Menna Barreto, 2008).

Nos últimos anos, porém, esta disposição dos conteúdos da grade curricular em compartimentos estanques tem sido questionada e reformulada por muitos educadores. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 2002, 2006) mostram esta preocupação e fazem sugestões quanto ao tratamento deste conteúdo. Propõem um conjunto de temas que possibilitam o desenvolvimento de competências², com relevância científica e cultural e com uma articulação lógica das idéias e conteúdos matemáticos a serem desenvolvidos nas três séries do Ensino Médio. Para isto, sugerem uma divisão dos conteúdos matemáticos em três grupos: 1) Álgebra: números e funções; 2) Geometria e medidas; 3) Análise de dados. A primeira contempla o conceito de função e sugere o vínculo deste com a álgebra, alertando, porém, que a ênfase deve estar no conceito, suas propriedades, interpretação gráfica e aplicações, ao invés, do enfoque tradicional que privilegia as manipulações algébricas e uma linguagem excessivamente formal.

Estes documentos também destacam o poder de alcance do conceito de função e a importância do mesmo para a Matemática e outros campos do conhecimento:

O estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (Brasil 2006, p.121)

O estudo das funções é relevante, mas devido à abrangência do conceito, envolve um sem número de dificuldades. O conceito de função envolve concepções diversas e múltiplas representações, fazendo-se necessário, compreender o sentido que este conceito pode assumir em diferentes contextos, quais significados o aluno pode produzir e de que formas isto se desenvolve no ambiente escolar. A relação funcional ocorre em todos os campos do

² Segundo os PCN⁺ (Brasil 2002), competências são qualificações humanas amplas e múltiplas e que devem articular conhecimentos, disciplinares ou não. Algumas competências são destacadas: informar e informar-se, comunicar-se, expressar-se, argumentar logicamente, aceitar ou rejeitar argumentos, manifestar preferências, apontar contradições, fazer uso adequado de diferentes nomenclaturas, códigos e meios de comunicação.

conhecimento humano e está, em sua origem, associada à idéia de regularidade, ultrapassando o domínio matemático.

No contexto da matemática escolar com vistas às aplicações, funções podem ser entendidas como um conceito que trata de problemas de variação e quantificação de fenômenos. Ou, em outras palavras, o estudo das funções pode ser entendido como o estudo de relações entre grandezas que variam. Dentro desta concepção, uma variável representa os valores do domínio de uma função, surgindo a noção de variáveis dependente e independente.

Tendo em vista esta noção, destacamos alguns aspectos que consideramos importantes de serem desenvolvidos na escola média. São eles: a) a natureza algébrica; b) as diferentes formas de representação; c) aplicação a problemas e situações da vida e de outras ciências; d) articulação com outros tópicos da própria Matemática.

Natureza Algébrica

Em relação à natureza algébrica, acreditamos que se deve priorizar a idéia de relação que está por trás do conceito de função, valorizando deste modo os aspectos mais intuitivos e relacionais e dando menor ênfase às equações e expressões algébricas. A natureza algébrica das funções também está diretamente associada à idéia de variável.

A idéia de variável, por sua vez é importante e também é um conceito amplo que admite várias interpretações. Segundo Usiskin (1995) e Ursini (2000), quando a álgebra é vista como o estudo das relações entre grandezas, as variáveis representam valores do domínio de uma função ou números dos quais dependem outros números. Assim, a idéia de função surge naturalmente. Em um nível mais avançado, quando a álgebra é vista como aritmética generalizada, as variáveis são usadas como generalizadoras de informações numéricas. Segundo esta concepção “as instruções-chaves para o aluno são traduzir e generalizar” (Usikin

op. cit., p.13). Esta noção de variável é fundamental para a modelagem matemática.

Múltiplas Representações

As funções podem ser representadas de diferentes formas, por tabelas, gráficos, regras verbais, regras matemáticas e modelos. Estas múltiplas representações, quando desenvolvidas de forma articulada, levam a uma compreensão mais abrangente do conceito assim como do problema ou situação que pode estar sendo representada.

As tabelas se apresentam como uma forma de representar relações funcionais e o seu uso é adequado quando se pretende encontrar relações generalizadas, como aquelas advindas de situações que envolvem relações de recorrência.

Traçar gráficos é de fundamental importância para a Matemática e o seu uso tem se mostrado útil também em outras esferas da atividade humana. No que diz respeito ao estudo das funções, os gráficos são particularmente importantes, pois, além do apelo visual favorecem a observação de determinados comportamentos, que em outras representações (tabela e algébrica) são difíceis de perceber. Além disso,

quando se trata das funções, o domínio, o contradomínio e a regra de correspondência, são percebidos simultaneamente permitindo que se focalize o comportamento geral de toda a função.

As regras verbais ou a fala na língua nativa são também importantes formas de representação e podem ser consideradas como um veículo de transposição da linguagem informal à linguagem matemática abstrata.

As regras matemáticas, por sua vez, referem-se às propriedades, à simbologia, às expressões algébricas e às demais representações matemáticas, próprias da linguagem desta ciência.

Os modelos matemáticos como já discutimos anteriormente, descrevem em termos matemáticos, através de representações numéricas, algébricas, gráficas e outras, um fenômeno, uma situação ou aquilo que se pretende representar. Quando se modela algebricamente um fenômeno, através de relações generalizadas, dá-se um passo importante em direção à abstração e à construção de modelos matemáticos.

Aplicações nas outras Ciências

As aplicações da Matemática nas outras ciências e noutros contextos são de modo geral, valorizadas por diversos educadores. Mas, é possível afirmar que as funções são particularmente favoráveis às aplicações, já que, como disse Ponte (1990), são instrumentos por excelência para estudar problemas de variação e trazem consigo, de sua origem histórica, a idéia de instrumento matemático indispensável para o estudo qualitativo de fenômenos naturais.

Acreditamos que o estudo das funções feito na escola pode facilmente ser associado a esta noção histórica do conceito de função, estando vinculado, desta forma, às aplicações. Deve servir de instrumento para o estudo de fenômenos e situações das outras ciências, constituindo-se um meio de descrição, explicação, previsão e, quando possível, controle.

Articulação com outros tópicos da própria Matemática

Destacamos mais um aspecto que consideramos importante referente ao estudo das funções no currículo médio: a articulação deste tópico com as progressões. Tradicionalmente o ensino das funções inicia no primeiro ano do Ensino Médio, quando são desenvolvidas as funções lineares, quadráticas, exponenciais e logarítmicas, e segue em continuidade no segundo ano, com as funções trigonométricas. Por outro lado, o ensino das progressões (aritmética e geométrica) tem sido ministrado como um tópico independente com ênfase em

técnicas e cálculos que fazem simples uso de fórmulas, dissociados da idéia de função e sem relação alguma com as aplicações.

Já que as seqüências aritmética e geométrica servem ao mesmo propósito que as funções lineares e exponenciais respectivamente, que é o de modelar diferentes tipos de crescimentos, alguns educadores (Olson 1988, Ponte 1990, Carvalho 1996) sugerem que o ensino destes dois tópicos seja relacionado.

Ponte (1990), em particular, sugere que ao se considerar funções de domínio discreto, também sejam trabalhadas as sucessões geométricas e outras definidas por recorrência.

Os documentos de orientação curricular nacional (Brasil 2006) também indicam que o ensino das seqüências seja articulado ao ensino das funções e que se priorize a compreensão das idéias que estão por trás da definição das seqüências:

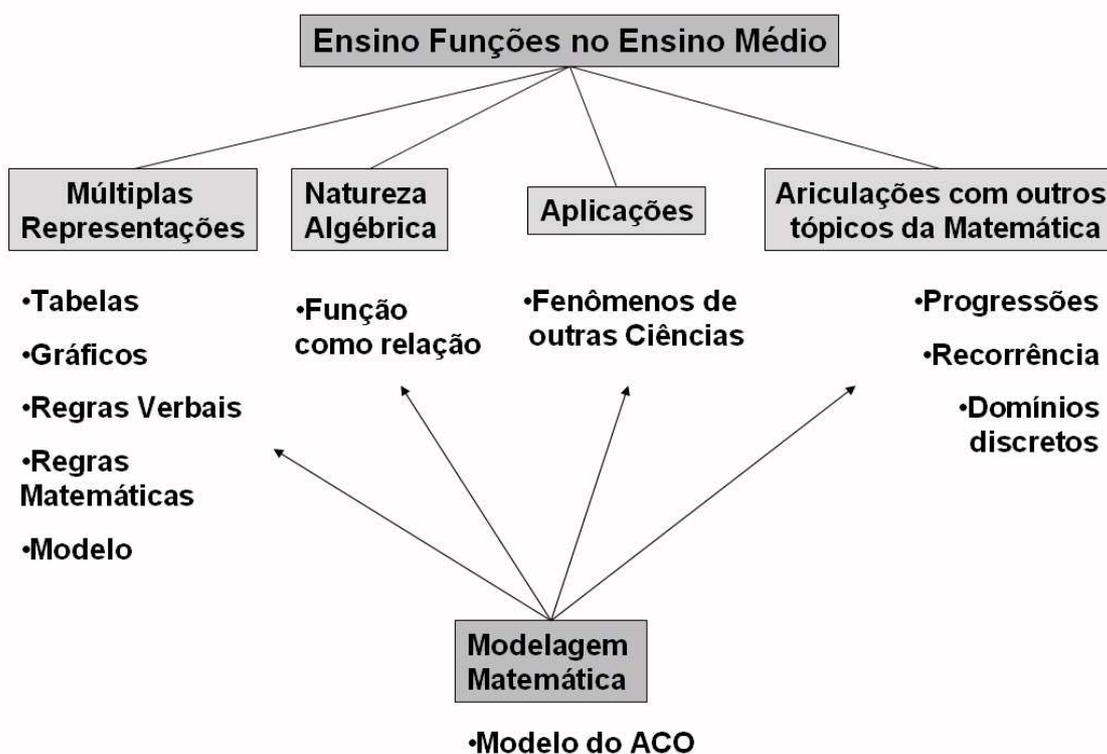
O ensino desta unidade deve se ater à lei de formação dessas seqüências, para mostrar aos alunos quais propriedades decorrem delas. Associar às seqüências seus gráficos e relacionar os conceitos de seqüência crescente ou decrescente aos correspondentes gráficos permite ao aluno compreender melhor as idéias envolvidas, ao mesmo tempo que dá a ele a possibilidade de acompanhar o comportamento de uma seqüência sem precisar decorar informações (p.121).

O ensino tem sido desenvolvido com pouca ênfase nas aplicações, no entanto, as seqüências obtidas através da recursividade são ótimas oportunidades de desenvolver modelos matemáticos recursivos em diferentes contextos, como é o caso do modelo matemático que descreve a concentração de drogas no organismo humano.

O modelo matemático recursivo associado à idéia de função também permite que se trabalhe com funções de domínios discretos. Normalmente as funções discretas são pouco enfatizadas e raramente são apresentados exemplos que as relacionem com situações não matemáticas.

Entendemos que, a compreensão do conceito de variável, a capacidade de se mover nas múltiplas representações e de representar matematicamente as relações, assim como a capacidade de relacionar o conceito a outras áreas e contextos e de associar funções a outros tópicos da matemática são competências importantes para uma compreensão ampla das funções.

Os aspectos relacionados ao ensino de funções que foram destacados acima estão esquematizados na figura que segue.



Esquema destacando a relação do ensino das funções para o nível médio, a modelagem matemática e o modelo matemático do ACO.

Ensino-aprendizagem de funções: algumas considerações

Ao identificarmos as variáveis de um fenômeno que ocorre com certa regularidade é possível descrevê-lo por relações quantitativas entre elas, ou seja, descrevê-lo através de um modelo matemático. No entanto, alguns pesquisadores (Booth 1995, Rafor 1996, Ursini op. cit.) verificaram que muitos alunos têm dificuldades na compreensão do conceito de variável, em lidar com expressões algébricas e ainda mais, em expressar relações generalizadas, pois comumente não sentem a necessidade de generalização.

Com vistas a enfrentar estas dificuldades, outros (Ponte 1990, Markovits, Eylon e Bruckheimer 1995, Demana e Leitzel 1995) sugerem que o estudo das funções deva iniciar a partir de representações numéricas, gráficas e contextualizadas, que são mais intuitivas e possuem um apelo mais visual. Para eles, os métodos algébricos e os aspectos de formalização devem ser reservados para um segundo momento.

Nessa perspectiva, Schoen (1995) afirma:

Lançar os alunos precipitadamente ao simbolismo algébrico é ignorar a necessidade de uma fundamentação verbal e de uma simbolização gradual sugeridas pela história e apoiadas por pesquisas sobre ensino e aprendizagem de álgebra (p.138).

Demana e Leitzel (op. cit.) defendem a idéia de que uma situação, um problema ou um fenômeno deve ser descrito inicialmente verbalmente, sem nenhuma linguagem formal e com o tempo deve se fazer uso de variáveis para representar relações funcionais. Afirmam que:

[...] a introdução de variáveis para representar relações funcionais em situações problemas concretas dá aos alunos a percepção de que as variáveis podem representar números de vastos conjuntos numéricos e de que elas são instrumentos úteis na descrição de generalizações (p.74).

Além disso, indicam que o uso das tabelas favorece a generalização, pois os alunos percebem, através delas, que todas as informações numéricas da tabela se resumem na última linha. Quando se introduzem variáveis em tabelas para expressar relações generalizadas, os alunos adquirem prática em escrever expressões algébricas.

Ainda nesta direção, Ponte (1990) afirma que, para que o aluno seja capaz de construir tabelas, calcular valores numéricos, desenvolver um sentido quantitativo e adquirir sensibilidade para o que são aproximações aceitáveis e inaceitáveis, ele deve ter a oportunidade de trabalhar com números, sempre que possível, provenientes de contextos da vida real. Assim poderão compreender melhor o significado das funções em relação a casos concretos. Para este mesmo autor, a grande ênfase dada à terminologia abstrata, às técnicas e algoritmos, freqüente nos programas curriculares de todo mundo, não se constitui numa ferramenta prática para lidar com situações interessantes, interiores ou exteriores à Matemática, constituindo-se meramente em um vocabulário que se memoriza sem se compreender e valorizar.

Levando-se em conta que os alunos não sentem a necessidade de generalizar e que saber generalizar é de fundamental importância em modelagem, parece-nos claro que fazer uso de tabelas é um caminho na direção de desenvolver esta capacidade.

Por todas essas razões, entendemos que o ensino das funções deverá atender à necessidade de articular de forma permanente as diversas formas de representação. E, apesar das muitas dificuldades constatadas na compreensão do conceito de função, também inferimos que algumas mudanças simples na ênfase, nos pontos de vista e nas abordagens, podem contribuir para amenizá-las.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCNEM: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL, Secretaria da educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília, MEC, 2006.

CARVALHO, P. C. P. **Um problema “doméstico”**. Revista do Professor de Matemática (RPM), Rio de Janeiro, n. 32, SBM, p.1-9, 1996.

DEMANA, F.; LEITZEL, J. **Estabelecendo conceitos fundamentais através da resolução de problemas numéricos**. IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As idéias da álgebra, São Paulo: Atual, p. 70-79, 1995.

MENNA BARRETO, M. **Matemática e Educação Sexual: modelagem do fenômeno da absorção/eliminação de anticoncepcionais orais diários**. Dissertação de Mestrado. PPG-Ensino de Matemática, UFRGS, Porto Alegre. 2008.

Disponível em: <<http://euler.mat.ufrgs.br/~vclotilde/>>

MARKOVITS, Z.; EYLON, B S.; BRUCKHEIMER, M. **Dificuldades dos alunos com o conceito de função**. IN: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As idéias da álgebra, São Paulo: Atual, p. 49-69, 1995.

OLSON, A. T. **Difference Equations**. Mathematics Teacher, 81, p. 540-544, 1988.

PONTE, J. P. **O conceito de função no currículo de Matemática**. Revista Educação e Matemática, APM, Portugal, n.15, p. 3-9, 1990.

_____ **The history of the concept of function and some educational implications.** The Mathematics Educator, v.2, n. 3, p. 3-8, 1992.

Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/ind_uk.htm

Acesso: 14/09/2007.

RADFORD, L. **Some reflections on teaching algebra through generalization.** IN: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. (Eds.), Approaches to algebra. Dordrecht: Kluwer, p.107 – 111, 1996.

URSINI, S.; TRIGUEROS, M. **La conceptualización de la variable em la enseñanza media.** Educación Matemática, México, v. 12, n. 2, p. 27-48, 2000.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis.** IN: COXFORD, A. F., SHULTE, A. P. (Org). As idéias da álgebra. São Paulo: Atual, p. 9-22, 1995.