Licenciatura em Matemática EaD
UC Tópicos de Matemática Elementar
Aula presencial 4.1

Guilherme Sada Ramos

Instituto Federal de Santa Catarina/ Câmpus Tubarão

25 de março de 2020

Funções polinomiais do 1º grau

Uma função f, definida de um conjunto A para um conjunto B, ambos subconjuntos de $\mathbb{R}$, é dita <u>função polinomial do primeiro grau</u> se, e somente se, sua lei de formação for da forma

$$f(x) = ax + b,$$

com $a, b \in \mathbb{R}$.

Funções polinomiais do 1º grau

Uma função f, definida de um conjunto A para um conjunto B, ambos subconjuntos de $\mathbb{R}$, é dita função polinomial do primeiro grau se, e somente se, sua lei de formação for da forma

$$f(x) = ax + b,$$

com $a, b \in \mathbb{R}$.

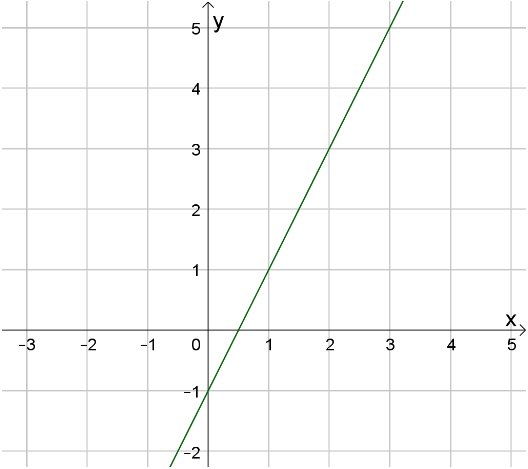
O gráfico de uma função polinomial do primeiro grau é uma **reta**.

Se $a > 0$, temos uma reta crescente.

Se $a < 0$, temos uma reta decrescente.

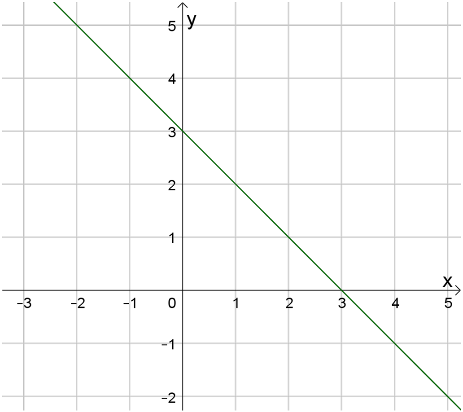
Gráfico

Exemplo 1: $f(x) = 2x - 1 \quad a = 2;\ b = -1$



Gráfico

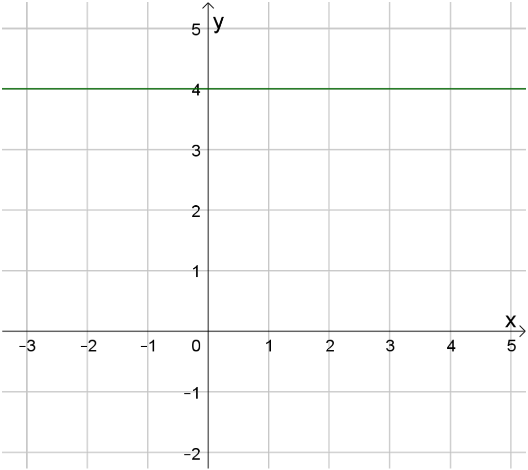
Exemplo 2: $g(x) = -x + 3 \quad a = -1;\ b = 3$



Gráfico

Guilherme Sada Ramos

Exemplo 3: $h(x) = 4 \quad a = 0;\ b = 4$



Entendendo o modelo

A respeito de uma função da forma $f(x) = ax + b$:

Entendendo o modelo

A respeito de uma função da forma $f(x) = ax + b$:

- O coeficiente a é dito coeficiente angular da função.

Entendendo o modelo

A respeito de uma função da forma $f(x) = ax + b$:

- O coeficiente a é dito <u>coeficiente angular</u> da função.
- O coeficiente b é dito <u>coeficiente linear</u> da função.

Entendendo o modelo

A respeito de uma função da forma $f(x) = ax + b$:

- O coeficiente a é dito coeficiente angular da função.
- O coeficiente b é dito coeficiente linear da função.
- Para $a \neq 0$, o valor $-\dfrac{b}{a}$ é dita **raiz** da função, pois $f\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 0$. Neste ponto, o gráfico cruza o eixo x.

Entendendo o modelo

A respeito de uma função da forma $f(x) = ax + b$:

- O coeficiente a é dito coeficiente angular da função.
- O coeficiente b é dito coeficiente linear da função.
- Para $a \neq 0$, o valor $-\dfrac{b}{a}$ é dita **raiz** da função, pois $f\left(-\dfrac{b}{a}\right) = 0$. Neste ponto, o gráfico cruza o eixo x.

O valor a determina a taxa de variação da função, e o valor b indica o valor inicial, sendo o ponto de encontro com o eixo y.

Funções polinomiais do 2º grau

Guilherme Sada Ramos

Uma função f, definida de um conjunto A para um conjunto B, ambos subconjuntos de $\mathbb{R}$, é dita <u>função polinomial do segundo grau</u> se, e somente se, sua lei de formação for da forma

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

com $a, b, c \in \mathbb{R}$, e $a \neq 0$.

Funções polinomiais do 2º grau

IFSC

Guilherme Sada Ramos

Uma função f, definida de um conjunto A para um conjunto B, ambos subconjuntos de $\mathbb{R}$, é dita <u>função polinomial do segundo grau</u> se, e somente se, sua lei de formação for da forma

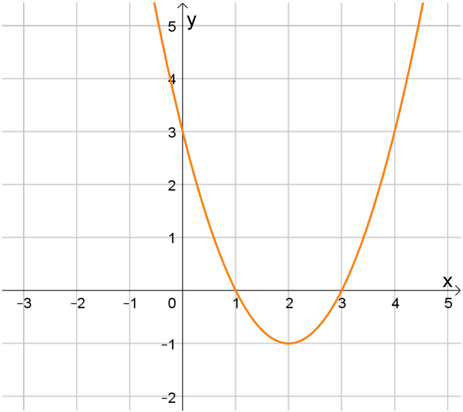
$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

com $a, b, c \in \mathbb{R}$, e $a \neq 0$.
O gráfico de uma função polinomial do segundo grau é uma **parábola**.
Se $a > 0$, a parábola é voltada para cima.
Se $a < 0$, a parábola é voltada para baixo.

Gráfico

Guilherme Sada Ramos

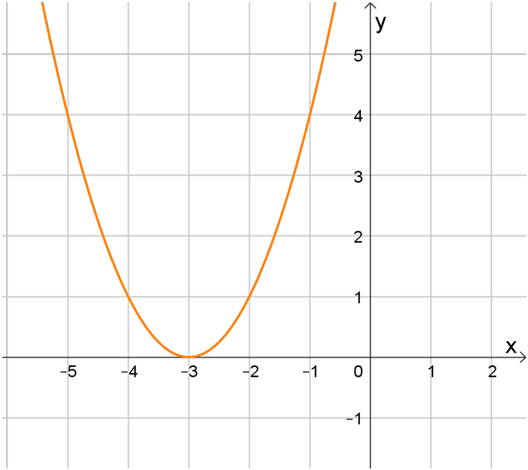
Exemplo 4: $f(x) = x^2 - 4x + 3 \quad a = 1,\ b = -4;\ c = 3$



Gráfico

Guilherme Sada Ramos

Exemplo 5: $g(x) = x^2 + 6x + 9 \quad a = 1;\ b = 6;\ c = 9$

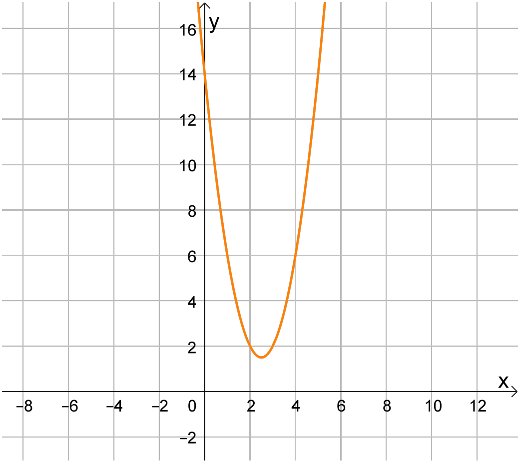


Gráfico

IFSC

Guilherme Sada Ramos

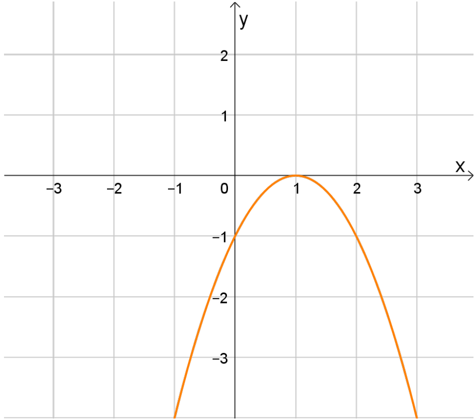
Exemplo 6: $h(x) = 2x^2 - 10x + 14 \quad a = 1;\ b = -10;\ c = 14$



Gráfico

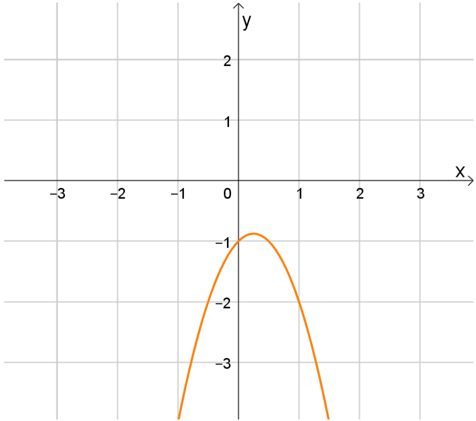
Exemplo 7: $m(x) = -x^2 - 8x + 9 \quad a = -1;\ b = -8;\ c = 9$

Exemplo 8: $n(x) = -x^2 + 2x - 1 \quad a = -1;\ b = 2;\ c = -1$



Gráfico

Exemplo 9: $p(x) = -2x^2 + x - 1 \quad a = -2;\ b = 1;\ c = -1$



Máximo e mínimo

Toda função $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser escrita da forma, completando-se quadrados.

Máximo e mínimo

Guilherme Sada Ramos

Toda função $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser escrita da forma, completando-se quadrados.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{b^2 - 4ac}{4a}.$$

Por isso, podemos afirmar:

Máximo e mínimo

Guilherme Sada Ramos

Toda função $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser escrita da forma, completando-se quadrados.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{b^2 - 4ac}{4a}.$$

Por isso, podemos afirmar:

- para $a > 0$, $\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$ é o valor mínimo de f, no caso de $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Máximo e mínimo

Toda função $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser escrita da forma, completando-se quadrados.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{b^2 - 4ac}{4a}.$$

Por isso, podemos afirmar:

- para $a > 0$, $\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$ é o <u>valor mínimo</u> de f, no caso de $x = -\dfrac{b}{2a}$.
- para $a < 0$, $\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$ é o <u>valor máximo</u> de f, no caso de $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Máximo e mínimo

IFSC

Guilherme Sada Ramos

Toda função $f(x) = ax^2 + bx + c$ pode ser escrita da forma, completando-se quadrados.

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{b^2 - 4ac}{4a}.$$

Por isso, podemos afirmar:

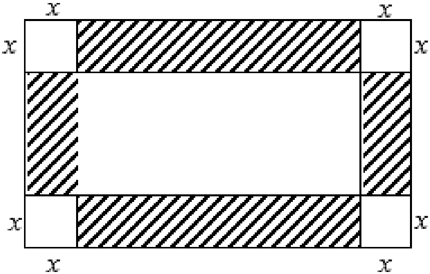
- para $a > 0$, $\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$ é o valor mínimo de f, no caso de $x = -\dfrac{b}{2a}$.
- para $a < 0$, $\dfrac{b^2 - 4ac}{4a}$ é o valor máximo de f, no caso de $x = -\dfrac{b}{2a}$.

Assim, deduzimos que $x_V = -\dfrac{b}{2a}$ e $y_V = -\dfrac{\Delta}{4a}$.

Entendendo o modelo

(UFSC - 2005) Tem-se uma folha de cartolina com forma retangular, cujos lados medem 56cm e 32cm e deseja-se cortar as quinas, conforme ilustração a seguir. Quanto deve medir x, em centímetros, para que a área da região hachurada seja a maior possível?

Assinale o resultado encontrado no cartão-resposta.



Resolução

São quatro retângulo ao todo, dois de lados x e $56 - 2x$ e dois de lados x e $32 - 2x$.

Resolução

São quatro retângulo ao todo, dois de lados x e $56-2x$ e dois de lados x e $32-2x$.

$A(x)=x(56-2x)+x(56-2x)+x(32-2x)+x(32-2x)$

Resolução

São quatro retângulo ao todo, dois de lados x e $56 - 2x$ e dois de lados x e $32 - 2x$.

$A(x) = x(56 - 2x) + x(56 - 2x) + x(32 - 2x) + x(32 - 2x)$

$A(x) = -8x^2 + 176x$

Resolução

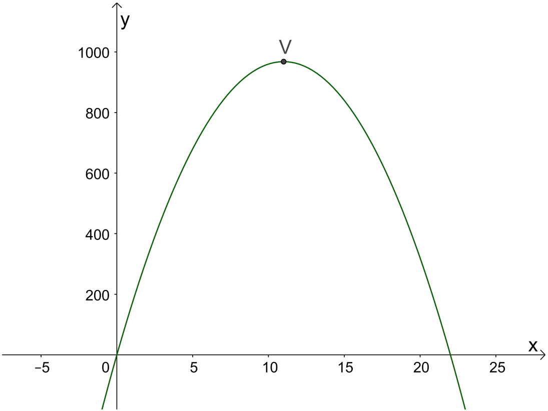
IFSC

Guilherme Sada Ramos

São quatro retângulo ao todo, dois de lados x e $56-2x$ e dois de lados x e $32-2x$.

$A(x) = x(56-2x) + x(56-2x) + x(32-2x) + x(32-2x)$

$A(x) = -8x^2 + 176x$



$$A(x) = -8x^2 + 176x$$

$$A(x) = -8x^2 + 176x$$
$$A(x) = -8(x^2 - 22x)$$

Guilherme Sada Ramos

$A(x) = -8x^2 + 176x$

$A(x) = -8(x^2 - 22x)$

COMPLETAR QUADRADOS

Guilherme Sada Ramos

$$A(x) = -8x^2 + 176x$$
$$A(x) = -8(x^2 - 22x)$$

$$A(x) = -8(x^2 - 22x + 121 - 121)$$

$$A(x) = -8x^2 + 176x$$
$$A(x) = -8(x^2 - 22x)$$

$$A(x) = -8(x^2 - 22x + 121 - 121)$$
$$A(x) = -8[(x - 11)^2 - 121]$$

$$A(x) = -8x^2 + 176x$$
$$A(x) = -8(x^2 - 22x)$$

$$A(x) = -8(x^2 - 22x + 121 - 121)$$
$$A(x) = -8[(x-11)^2 - 121]$$
$$A(x) = -8(x-11)^2 + 968$$

Para $x = 11$ (x_V) temos que a área assume seu valor máximo, no caso $y = 968$ (y_V).

$$A(x) = -8x^2 + 176x$$
$$A(x) = -8(x^2 - 22x)$$

$$A(x) = -8(x^2 - 22x + 121 - 121)$$
$$A(x) = -8[(x-11)^2 - 121]$$
$$A(x) = -8(x-11)^2 + 968$$

Para $x = 11$ (x_V) temos que a área assume seu valor máximo, no caso $y = 968$ (y_V).

Resposta: 11

Gráfico

Guilherme Sada Ramos