IFSC

Guilherme
Sada Ramos

Licenciatura em Matemática EaD
UC Tópicos de Matemática Elementar
Videoaula - Funções Trigonométricas

Guilherme Sada Ramos

Instituto Federal de Santa Catarina/ Câmpus Tubarão

Seno, cosseno e tangente na circunferência trigonométrica

Guilherme Sada Ramos

IFSC

Guilherme Sada Ramos

Medida em radianos

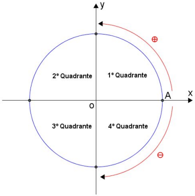
$$180^\circ \equiv \pi \text{rad}$$

Seno, cosseno e tangente na circunferência trigonométrica

Medida em radianos

$$180^\circ \equiv \pi \text{rad}$$

Circunferência de raio 1 centrada na origem:



Fonte:https://www.infoescola.com/matematica/circulo-trigonometrico/

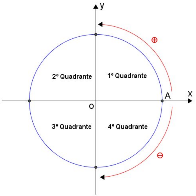
IFSC

Guilherme Sada Ramos

Medida em radianos

$$180^\circ \equiv \pi \text{rad}$$

Circunferência de raio 1 centrada na origem:



Fonte:https://www.infoescola.com/matematica/circulo-trigonometrico/

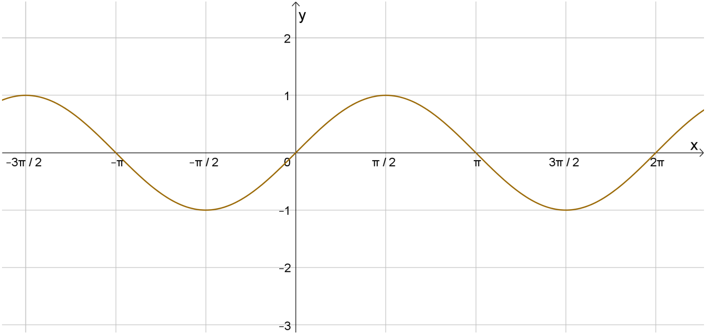
- Coordenada x: cosseno do arco
- Coordenada y: seno do arco

Função seno

É uma função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \text{sen}(x)$.

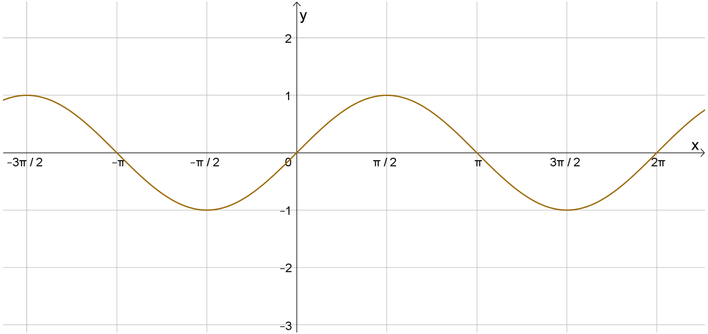
Função seno

É uma função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \text{sen}(x)$.



Função seno

É uma função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \text{sen}(x)$.



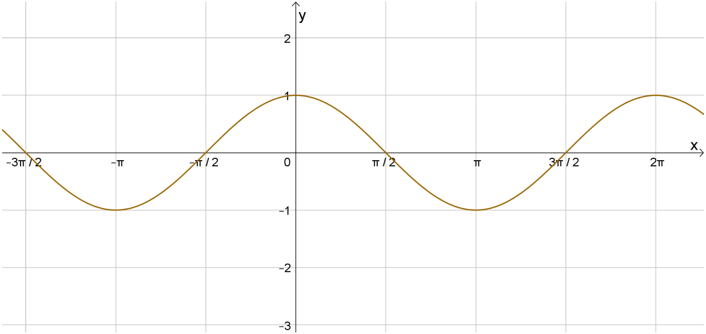
- Domínio $= \mathbb{R}$
- Imagem $= [-1, 1]$

Função cosseno

É uma função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \cos(x)$.

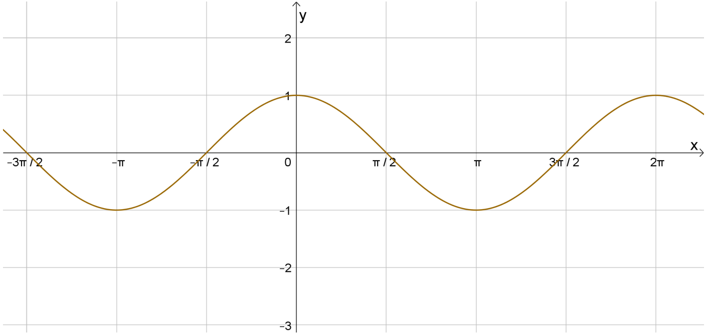
Função cosseno

É uma função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \cos(x)$.



Função cosseno

É uma função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \cos(x)$.



- Domínio $= \mathbb{R}$
- Imagem $= [-1, 1]$

Aprimorando o modelo

Guilherme Sada Ramos

Considere, dados a, b, m e n reais, b e m não nulos, funções dos tipos:

$$f(x) = a + b\,\mathrm{sen}(mx + n)$$

$$f(x) = a + b\cos(mx + n)$$

Aprimorando o modelo

Considere, dados a, b, m e n reais, b e m não nulos, funções dos tipos:

$$f(x) = a + b\,\mathrm{sen}(mx + n)$$

$$f(x) = a + b\cos(mx + n)$$

Analisamos, que:

Aprimorando o modelo

Considere, dados a, b, m e n reais, b e m não nulos, funções dos tipos:

$$f(x) = a + b\,\text{sen}(mx + n)$$
$$f(x) = a + b\cos(mx + n)$$

Analisamos, que:

- a desloca verticalmente o gráfico, afetando a **imagem**.

Aprimorando o modelo

IFSC

Guilherme Sada Ramos

Considere, dados a, b, m e n reais, b e m não nulos, funções dos tipos:

$$f(x) = a + b\,\mathrm{sen}(mx + n)$$

$$f(x) = a + b\cos(mx + n)$$

Analisamos, que:

- a desloca verticalmente o gráfico, afetando a **imagem**.
- b altera a amplitude do gráfico, afetando a **imagem**.

Aprimorando o modelo

Guilherme Sada Ramos

Considere, dados a, b, m e n reais, b e m não nulos, funções dos tipos:

$$f(x) = a + b\,\mathrm{sen}(mx + n)$$

$$f(x) = a + b\cos(mx + n)$$

Analisamos, que:

- a desloca verticalmente o gráfico, afetando a **imagem**.
- b altera a amplitude do gráfico, afetando a **imagem**.
- m altera a frequência de oscilação da onda, portanto, afeta o **período**, não afetando nem domínio, e nem imagem da função. $p = \dfrac{2\pi}{|m|}$.

Aprimorando o modelo

Considere, dados a, b, m e n reais, b e m não nulos, funções dos tipos:

$$f(x) = a + b\,\text{sen}(mx + n)$$
$$f(x) = a + b\cos(mx + n)$$

Analisamos, que:

- a desloca verticalmente o gráfico, afetando a **imagem**.
- b altera a amplitude do gráfico, afetando a **imagem**.
- m altera a frequência de oscilação da onda, portanto, afeta o **período**, não afetando nem domínio, e nem imagem da função. $p = \dfrac{2\pi}{|m|}$.
- n desloca horizontalmente o gráfico, não afetando nem domínio, nem imagem.

Exemplo

A pressão arterial normal de um indivíduo é a chamada pressão "8 por 12", o que significa que a pressão mínima é de 80 mmHg, enquanto que a pressão máxima é de 120 mmHg. Se um batimento cardíaco (processo em que a pressão varia entre seu máximo, reduzindo até o mínimo, retornando em seguida para o máximo, completando assim um ciclo) dura 0,5 segundos, então como podemos modelar matematicamente a variação da pressão ao longo do tempo?

Exemplo

A pressão arterial normal de um indivíduo é a chamada pressão "8 por 12", o que significa que a pressão mínima é de 80 mmHg, enquanto que a pressão máxima é de 120 mmHg. Se um batimento cardíaco (processo em que a pressão varia entre seu máximo, reduzindo até o mínimo, retornando em seguida para o máximo, completando assim um ciclo) dura 0,5 segundos, então como podemos modelar matematicamente a variação da pressão ao longo do tempo?

Podemos montar uma função que mede a pressão arterial, em mmHg, em função do tempo, em segundos. Esta função deve ter imagem $[80, 120]$ e período 0,5 segundos.

Exemplo

A pressão arterial normal de um indivíduo é a chamada pressão "8 por 12", o que significa que a pressão mínima é de 80 mmHg, enquanto que a pressão máxima é de 120 mmHg. Se um batimento cardíaco (processo em que a pressão varia entre seu máximo, reduzindo até o mínimo, retornando em seguida para o máximo, completando assim um ciclo) dura 0,5 segundos, então como podemos modelar matematicamente a variação da pressão ao longo do tempo?

Podemos montar uma função que mede a pressão arterial, em mmHg, em função do tempo, em segundos. Esta função deve ter imagem $[80, 120]$ e período 0,5 segundos.

Então, $a = 100$, $b = 20$, $m = 4\pi$. O valor de n não interfere.

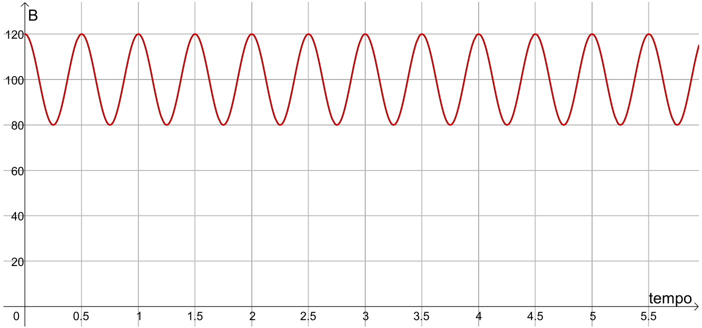
Exemplo

A pressão arterial normal de um indivíduo é a chamada pressão "8 por 12", o que significa que a pressão mínima é de 80 mmHg, enquanto que a pressão máxima é de 120 mmHg. Se um batimento cardíaco (processo em que a pressão varia entre seu máximo, reduzindo até o mínimo, retornando em seguida para o máximo, completando assim um ciclo) dura 0,5 segundos, então como podemos modelar matematicamente a variação da pressão ao longo do tempo?

Podemos montar uma função que mede a pressão arterial, em mmHg, em função do tempo, em segundos. Esta função deve ter imagem $[80, 120]$ e período 0,5 segundos.

Então, $a = 100$, $b = 20$, $m = 4\pi$. O valor de n não interfere.

$$B(t) = 100 + 20cos(4\pi t)$$

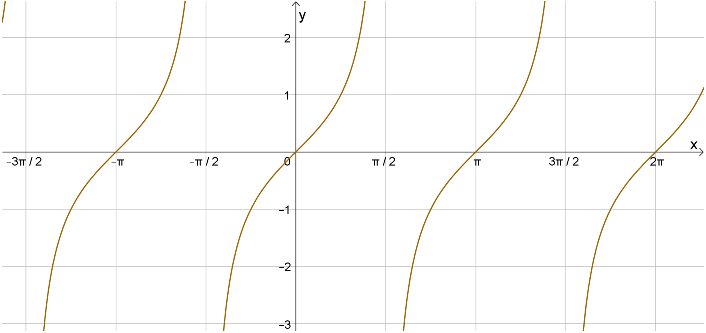

B
120
100
80
60
40
20
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
tempo

Função tangente

É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \tan(x) = \dfrac{\text{sen}(x)}{\cos(x)}$.

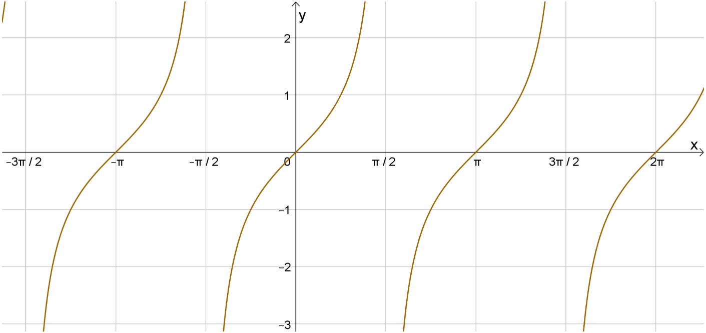
Função tangente

É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \tan(x) = \dfrac{\text{sen}(x)}{\cos(x)}$.



Função tangente

É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \tan(x) = \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}$.



- Domínio $= \mathbb{R} - \left\{\pm\dfrac{\pi}{2}, \pm\dfrac{3\pi}{2}, \pm\dfrac{5\pi}{2}, \ldots, \right\}$ ou $\left\{x \in \mathbb{R} : x \neq (2k+1)\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$
- Imagem $= \mathbb{R}$

Funções recíprocas: Função cotangente

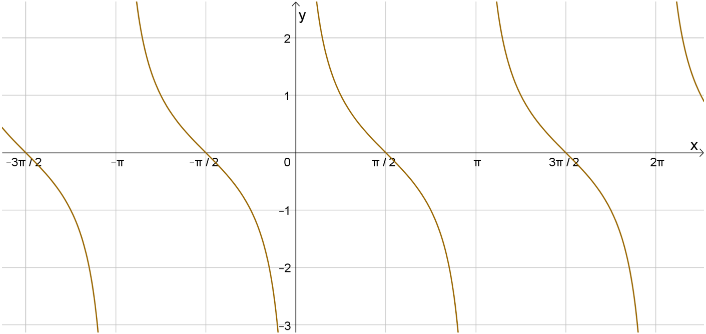
É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \text{cotan}(x) = \dfrac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}$.

Funções recíprocas: Função cotangente

IFSC

Guilherme Sada Ramos

É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \text{cotan}(x) = \dfrac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}$.

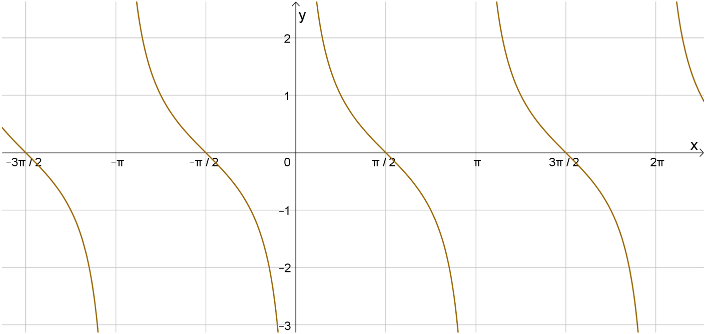


Funções recíprocas: Função cotangente

IFSC

Guilherme Sada Ramos

É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \text{cotan}(x) = \dfrac{\cos(x)}{\text{sen}(x)}$.



- Domínio $= \mathbb{R} - \{0, \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \ldots, \}$ ou $\{x \in \mathbb{R} : x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
- Imagem $= \mathbb{R}$

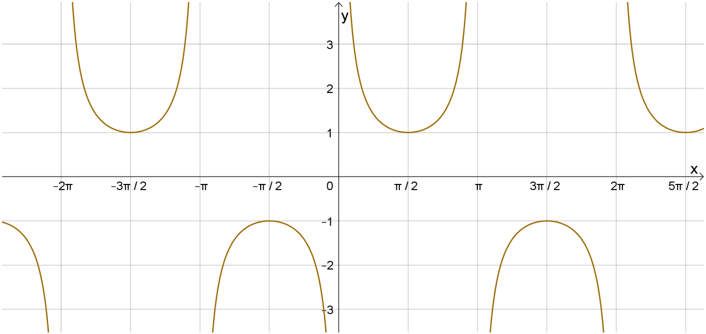
Funções recíprocas: Função cossecante

Guilherme Sada Ramos

É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \text{cossec}(x) = \dfrac{1}{\text{sen}(x)}$.

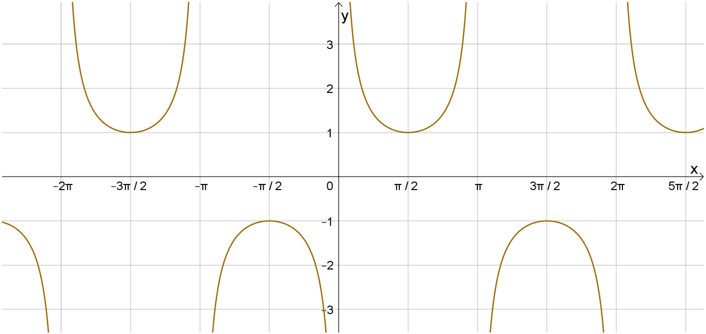
Funções recíprocas: Função cossecante

É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \text{cossec}(x) = \dfrac{1}{\text{sen}(x)}$.



Funções recíprocas: Função cossecante

É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \text{cossec}(x) = \dfrac{1}{\text{sen}(x)}$.



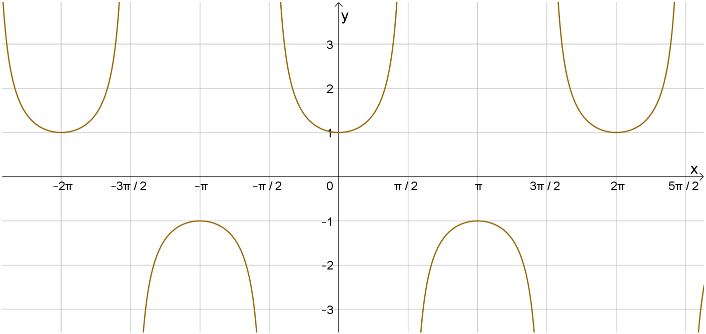
- Domínio $=$ igual ao da função cotangente
- Imagem $= \mathbb{R} -]-1, 1[= -]\infty, -1] \cup [1, \infty[$

Funções recíprocas: Função secante

É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \sec(x) = \dfrac{1}{\cos(x)}$.

Funções recíprocas: Função secante

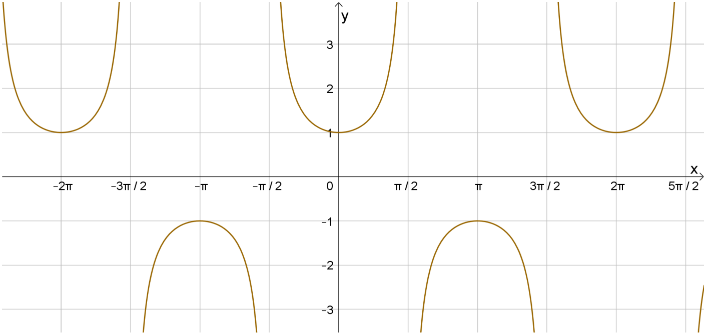
É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \sec(x) = \dfrac{1}{\cos(x)}$.



Funções recíprocas: Função secante

Guilherme Sada Ramos

É uma função de D em $\mathbb{R}$, em que $f(x) = \sec(x) = \dfrac{1}{\cos(x)}$.



- Domínio $=$ igual ao da função tangente
- Imagem $= \mathbb{R} -]-1, 1[= -]\infty, -1] \cup [1, \infty[$

Funções inversas

IFSC

Guilherme Sada Ramos

Restringindo domínio e imagem das funções seno, cosseno e tangente, podemos torná-las bijetoras. Assim, é possível definirmos suas funções inversas.

- **Função arcosseno** $f : \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to [-1, 1]$
  $f(x) = \mathrm{sen}(x)$
  $f^{-1} : [-1, 1] \to \left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \quad f^{-1}(x) = \mathrm{arcsen}(x)$
- **Função arcocosseno** $f : [0, \pi] \to [-1, 1] \quad f(x) = \cos(x)$
  $f^{-1} : [-1, 1] \to [0, \pi] \quad f^{-1}(x) = \arccos(x)$
- **Função arcotangente** $f : \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[\quad f(x) = \tan(x)$
  $f^{-1} : \mathbb{R} \to \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[\quad f^{-1}(x) = \arctan(x)$