TÓPICO
01 ◊ O CONTRATO DIDÁTICO SEGUNDO A ESCOLA FRANCESA

OBJETIVO

· Descrever os principais elementos do Contrato Didático.

A partir dos anos 70 surgiu no mundo da pesquisa em Didática da Matemática a ideia de contrato didático, lançada por Guy Brousseau (IREM Bordeaux, 1978). "A ideia nasceu para estudar as causas do fracasso eletivo em Matemática, isto é, daquele fracasso típico, reservado apenas ao domínio da Matemática, por parte dos estudantes que, por outro lado, parecem mais ou menos arranjarem-se na outras matérias (D´AMORE, 2007, p. 99).

D´amore (2007, p. 100) descreve que esta noção foi sistematizada e aplicada de modo empírico num dos estudos de Brousseau na França. Ele relata o caso do aluno Gael do seguinte modo:

Gaël é um menino que frequenta a segunda série do ensino fundamental mesmo tendo mais de 8 anos; a condição na qual os pesquisadores encontraram Gaël é descrita a seguir:

- *ao invés de exprimir conscientemente o próprio conhecimento, Gaël o exprime sempre e somente em termos que envolvem o professor;*
- *as suas competências nunca são próprias competências, mas aquilo que a professora lhe ensinou;*
- *as suas capacidades estratégicas nunca são próprias capacidades, mas o que (e como) a professora disse que deve ser feito.*

É interessante como encontramos crianças e adolescentes com os mesmos problemas e limitações no que diz respeito ao raciocínio matemático. O diferencial da equipe de pesquisadores que trabalharam com Brousseau é a sistematização de identificação de especificidades intrínsecas às barreiras enfrentadas pelos estudantes no momento da aprendizagem.

Neste sentido Brousseau destaca que, em muitos casos, o professor, após o seu ensino, espera a repetição, em linhas gerais, de fragmentos daquele conteúdo. Todavia, o mestre não pode esquecer que, na maioria das vezes, o que representa um problema para si pode não fazer sentido ou representar um problema interessante para o iniciante.

Neste âmbito, o autor faz referência à atividade de *solução problemas* que se apresenta como umas das principais no seu estudo sobre *Didática da Matemática*. O autor ainda sublinha a possibilidade que o professor deve construir para que o estudante "entre no jogo"; para que a situação que lhe é apresentada seja interessante.

De fato, no âmbito da resolução de problemas, o aluno precisa ser motivado a encarar situações que envolvem raciocínios nem sempre imediatos. É nítida a dificuldade e, por que não dizer comodidade do professor em estimular apenas a aplicação de uma fórmula para a obtenção daquele gabarito, não importando o que ela significa ou não.

Neste sentido, Brousseau (1996, p. 66) continua salientando que:

- Mas se o aluno recusa ou evita o problema, ou não o resolve? O professor possui então a obrigação social de ajudar e mesmo as vezes de se justificar de ter colocado uma questão difícil.
- Então se firma uma relação que determina – explicitamente para uma pequena parte, mas, sobretudo implicitamente, o que cada participante, o docente e o aprendiz, possui como responsabilidade de gerenciar e de uma maneira ou outra, um será responsável perante o outro.

Na sequência Brousseau caracteriza a noção de *contrato didático* como sendo um sistema de obrigações recíprocas que se assemelham a um contrato. E o que lhe interessa concernente ao contrato diz respeito aos conteúdos matemáticos visados. Ele apresenta ainda as seguintes características desta relação:

- O professor é supostamente capaz de criar condições suficientes para a apropriação dos conhecimentos, e deve reconhecer tal apropriação quando a mesma se opera;
- O aluno é supostamente capaz de satisfazer tais condições;

- A relação didática deve continuar a "todo custo";
- O professor assegura então as condições de aquisição anteriores e as condições novas fornecem ao estudante a possibilidade da aquisição desejada.

Assim, o professor de matemática dependerá do maior ou menor interesse de sua classe, sem mencionar o fato de que, culturalmente falando, os alunos já manifestam sinais de temor ou apreensão quando sabem que a próxima aula é de Matemática.

Neste sentido, todos os tipos de relações que mencionamos fazem parte de uma cultura didática que envolve o saber matemático. Neste sentido, Brousseau & Gibel (2005, p. 22) explicam que:

> No caso o raciocínio formulado pelo professor é tanto: um objeto explicito do ensino na fase de institucionalização, porém, correlacionado com a situação objetivamente definida ou um suporte de aprendizagem e recordação de uma sentença ensinada; ou um argumento teórico usado como meio didático para auxiliar os estudantes na compreensão do enunciado.

Na Figura 1 vemos parte das relações estabelecidas de modo explícito ou implícito em sala de aula.

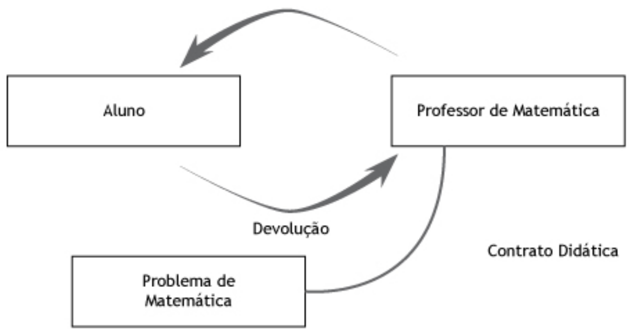


Figura 1: Diagrama que explica a situação de devolução

No que diz respeito ao contrato didático, D´Amore (2007, p. 102) esclarece que:

> O estudante considera que em Matemática devem ser feitos cálculos; por isso, mesmo que a resposta à questão colocada em um problema pudesse ser dada apenas com palavras, o aluno sente-se incomodado e tende a usar os dados numéricos presentes no texto do problema, para dar, de qualquer maneira, uma resposta formal, usando alguma operação, ainda que escolhida ao acaso. Foram amplamente documentados casos de alunos que, a fim de produzir cálculos, escrevem operações sem sentido, desvinculadas do que é pedido no problema, mas que têm como operadores os dados numéricos presentes no texto.

O que relata D´Amore pode ser vivenciado em sala de aula por você, basta chegar em sala de aula, em qualquer nível escolar, e colocar o seguinte problema: num curral encontramos 16 bodes e 12 cabras. Qual é a idade do dono do curral? Percebe-se que aqui adaptamos a realidade nordestina, uma vez que o problema original, foi colocado na quarta série do ensino fundamental (estudantes de 9-10 anos) o seguinte problema "Um pastor tem 12 ovelhas e 6 cabras. Quantos anos têm o pastor?".

É interessante o relato destacado por D´Amore quando menciona que todas as crianças submetidas ao experimento e tal questionamento matematicamente ilógico forneceram respostas. Além disso, o autor salienta a aflição da professora diante de um problema colocado que não apresentava resposta, tendo em vista que ela sempre colocava problemas com solução para suas crianças.

Figura 2: Representa contrato didático entre professor e aluno.

Evidenciamos assim o *contrato didático* estabelecido por esta professora e seus alunos que, implicava, pelo menos implicitamente, que todas as situações-problema deveriam ter resposta e certamente um roteiro/receita para os alunos seguir. Neste caso, a clausula do contrato diz que "se a professora dá um problema, este certamente deve ser resolvido" (D´AMORE, 2007, p. 104).

Com respeito aos fenômenos identificados diante da colocação de problemas por parte do professor de matemática, Brousseau (1996) idêntica algumas situações que ele chama de paradoxais relacionadas às situações de devolução. Neste sentido, ele diz que:

> O docente deve conseguir que o aluno resolva os problemas que o mesmo propõe a fim de constatar e poder fazer constatar que o estudante cumpriu sua própria tarefa. Mas se o aluno produziu sua resposta sem o mesmo ter feito as escolhas que caracterizam o saber convencional e que diferencie o saber dos conhecimentos insuficientes, indica-se possivelmente um erro (BROUSSEAU, 1996, p. 85).

Bem, antes de discutirmos as ultimas colocações, devemos esclarecer o significado do termo *situação de devolução*. É comum numa aula de Matemática o professor iniciar com um problema interessante de Matemática. Diante da situação desafiadora, pelo menos na perspectiva do professor, os estudantes podem encarar a situação-problema como uma real barreira que deve ser superada, um grande desafio, ou apenas um meio para consumir o tempo daquela aula chata.

Outras situações podem ocorrer. Por exemplo, o professor apresenta uma *ideia-chave* do conteúdo matemático a ser explicado e o aluno não compreende a referida idéia, isso poderá refletir negativamente nas etapas subseqüentes e, em certos casos, com referência a determinados conceitos, o aluno pode carregar consigo uma falsa ideia ou uma concepção equivocada ao longo de toda a sua vida estudantil.

Podemos rapidamente exemplificar com referências aos conceitos de: *parâmetro*, *variável*, *valor determinado*, *valor indeterminado*. O professor poderia apresentar aos estudantes a seguinte lista de itens que exibimos abaixo. Em cada item identificar os elementos *parâmetro*, *variável*, *valor determinado*, *valor indeterminado*, *constante* e *função*. Explicar ainda por que de cada escolha.

i) $A = b \cdot h$ (área do retângulo)

ii) $x = x \; \forall \mathrm{x} \in \mathbb{R}$

iii) $x = 2 \in \mathbb{R}$

iv) $x^2 - 5x + 6 = 0$

v) $S_n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

vi) $sen^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$

vii) $sen(2\theta) = 0$

viii) $ax^2 + bx + c = y$

ix) $Sen(x) = y$

x) $V = \dfrac{4}{3}\pi \cdot R^3$.

Percebe-se que nos itens acima evidenciamos conceitos estudados desde as séries iniciais, entretanto, em consequencia do ensino o qual fomos submetidos, estamos acostumados a calcular e/ou resolver e não dizer/explicar a natureza do objeto com que lidamos.

Notamos ainda nas colocações anteriormente devidas a Brousseau que o mesmo destaca a ocorrência de *o aluno produziu sua resposta sem o mesmo ter feito as escolhas que caracterizam o saber convencional*. Com isto ele acentua que o professor de matemática, diante de uma situação-problema, sabe, ou pelo menos deveria saber de onde o aluno deve partir e aonde ele deve chegar e inclusive antever os problemas que enfrentará.

Ainda com respeito à resposta do aluno ser convencional ou não, resta ainda observar se a resposta do estudante será ou não considerada, por parte do professor, como uma *demonstração* ou *prova* do que de fato foi demandado na questão. A importância desta noção é descrita por Arsac (1987, p. 269) quando explica que:

> A demonstração ocupa em matemática um lugar central desde que é o método de prova o qual empregamos de modo sistemático que caracteriza esta disciplina entre as outras ciências. Compreendemos desde cedo que ele possui um papel importante nos cursos escolares. Ela constitui então um objeto de estudos a priori privilegiado pelos didatas

da matemática e isto porque sua introdução é fonte de dificuldades para muitas crianças.

Apesar do fato que Gilbert Arsac relata as dificuldades com respeito às relações estabelecidas entre os alunos franceses diante da tarefa de efetuar uma demonstração, nossa realidade é bastante semelhante. Pior do que isso, em vários casos, a atividade demonstrativa foi abolida da sala de aula e substituída pelo emprego automático de algorítmicos.

Possivelmente este quadro lamentável explica a condição de que muitas pessoas com base pouco sólida e/ou inicial em matemática considerem-na como a ciência dos números.

Para exemplificar à respeito da noção de *demonstração* observemos o seguinte enunciado: Mostre que $b^2+b+1=a^2$ não possui soluções inteiras positivas.

Demonstração: Assim, desejamos mostrar que a igualdade $b^2+b+1=a^2$ não pode ser verdadeira para $a,b\in\mathbb{Z}^+$. Podemos até prever o comportamento de alguns casos particulares como $a=1$ e b=2 $\therefore 2^2+2+1=1^2$ ou $a=2$ e b=1 $\therefore 1^2+1+1=2^2$. Isto nos deixa desconfiar da propriedade que possivelmente pode ser verdadeira. Procedemos tradicionalmente do seguinte modo. Primeiro assumimos que o resultado seja verdadeiro, ou seja, assumimos exatamente o oposto do que tencionamos verificar. Assim, suponha que $b^2+b+1=a^2$ possua tal propriedade. Mas notamos da igualdade que $b^2<b^2+[b+1]=a^2$, pois $b+1>0$. Assim, temos:

$b^2<b^2+[b+1]=a^2\rightarrow b^2<a^2$. Extraindo a raiz quadrada, obtemos a relação $b^2<a^2\rightarrow b=\sqrt{b^2}<\sqrt{a^2}=a$, pois $a,b\in\mathbb{R}^+$. Portanto, concluímos até o momento que $b<a$. Retornando a expressão $b^2+b+1=a^2\leftrightarrow a^2-b^2=b+1\leftrightarrow(a+b)(a-b)=b+1$ (*).

Agora vamos comparar os números $(a+b)(a-b)$ e $b+1$. Pelo lado esquerdo, temos que $a>b\geq 1$, assim, $a\geq b+1\leftrightarrow(a-b)\geq 1$, pois $a>b$. Além disso, temos $a-b\geq 1\leftrightarrow a-b+2b\geq 1+2b\therefore a+b\geq 1+b+b=(1+b)+b$. Concluímos que o lado esquerdo $(a+b)(a-b)$ é maior do que $(a+b)(a-b)\geq(1+b+b)\cdot 1>1+b$ o que contraria a igualdade. Portanto, chegamos a uma contradição diante do fato que havíamos suposto, ou seja, a possibilidade de existirem inteiros positivos que satisfazem $(a+b)(a-b)=b+1$ o que equivale a igualdade desejada.

Se você se sente completamente perdido com esta demonstração, fique tranquilo, você não é o único. Seus alunos, numa situação hipotética como esta, devem se encontrar da mesma forma. É sempre bom, mas difícil, buscar analisar aos olhos do sujeito que se depara com uma argumentação como esta pela primeira vez.

De fato, aos olhos do estudante, o professor de matemática deseja verificar uma propriedade que ele, de antemão já sabe que não é verdadeira; ou seja, que não existem

A2 | T1

inteiros satisfazendo a igualdade $b^2+b+1=a^2$, então por que insistir nisso, além dos fatos evidenciados inicialmente que verificam que $a=1$ e $b=2 \therefore 2^2+2+1 \neq 1^2$.

Outro aspecto que se relaciona ao contrato didático diz respeito ao tempo de atenção. Neste caso, diante do comprimento das argumentações, os alunos não se lembram mais o que devem mesmo provar. Isto pode gerar desinteresse e a *devolução* poderá ficar comprometida.

"Podem ocorrer casos extremos em que o professor se refugia na segurança dos algorítmicos prontos, fraciona a atividade matemática em etapas pelas quais passa mecanicamente, esvaziando o seu significado" (SILVA, 2002, p. 46). Deste modo, o contrato didático se resume na mera execução das atividades arbitrariamente definidas pelo professor, quer se tenha ou não aprendizagem.

Percebe-se que diante das dificuldades impostas por um problema de resolução não imediata, o professor de matemática se vê diante do que Brousseau (1996, p. 86) chama de injunção paradoxal que ocorre quando:

> Tudo o que o professor coloca buscando produzir nos estudantes os comportamentos que o mesmo espera, tende a privar estes últimos de condições necessárias à compreensão e à aprendizagem visada. [...] O estudante aceita, segundo o contrato, os resultados, ele não os estabelece e, portanto, ele não aprende matemática. Ele não se apropria. Se, por outro lado, o estudante recusa tudo do mestre, a relação didática é rompida (1996, p. 86).

Para encerrar este tópico, sublinhamos que no próximo tópico relacionaremos a noção de **erro em Matemática** com a noção de **contrato didático**. Salientamos que discutiremos apenas alguns aspectos e dimensões, nomeadamente, os aspectos didáticos e lógico-matemáticos. Os aspectos psicológicos e filosóficos do **erro em Matemática** serão objeto de estudo em outra disciplina.

TÓPICO

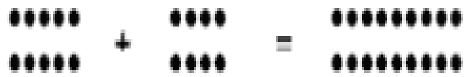
02 OS ERROS DOS ESTUDANTES E OS PARADOXOS DO CONTRATO DIDÁTICO

OBJETIVO

- Apresentar algumas concepções do erro em Matemática e suas relações com o contrato didático.

Vamos iniciar com a observação de um experimento aplicado pelas pesquisadoras inglesas Célia Hoyles, professora da Universidade de Londres e Lulu Healy, professora da Universidade Bandeirantes em São Paulo. As estudiosas colocaram para crianças o seguinte questionamento: *quando adicionamos dois números pares quaisquer, a resposta é sempre um par*. Na sequência traduzimos para o português algumas das estratégias mais empregadas pelos estudantes que participaram da investigação.

Resposta do aluno 1: a é um inteiro qualquer b é um inteiro qualquer $2a$ e $2b$ são dois números pares Assim $2a+2b=2(a+b)$	Resposta do aluno 2: $2+2=4$ 4+2=6 $2+4=6$ 4+4=8 $2+6=8$ 4+6=10

Resposta do aluno 3: Todo número par pode ser dividido por 2. Quando adicionamos outro número com este mesmo fator, a resposta sempre terá o mesmo fator em comum 2.	Resposta do aluno 4: Todo número par acaba em 0, 2, 4, 6 ou 8. Quando se adiciona dois números para o final continua sendo em 0, 2, 4, 6 ou 8. É correto!
Resposta do aluno 5: Dados $x = número\ qualquer$ e $y = número\ qualquer$. Escrevemos $x + y = z$ e assim, temos: $z - x = y$ e $z - y = x$. Segue que: $(z - x) + (z - y) = (z + z) - (x + y)$ $= x + y = 2z$ portanto segue que a soma é par.	Resposta do aluno 6: 
Resposta do aluno 7: Eu escolho um número par arbitrário, digamos 245224 e 5439876. Quando eu os adiciono então, obtenho 245224+5439876=5685100 que é par.	Resposta do aluno 8: Aqui é o que desejamos dois números pares dados 12 e 22. Como 12=6+6 e 22=11+11 portanto 12+22=(6+11)+(6+11) e eu posso fazer o mesmo com dois números pares quaisquer.
Resposta do aluno 9: Dado um número a par, assim, $a = 2k$. Dado um número b par, assim $b = 2l$. Assim, $a + b = 2(k + l)$.	Resposta do aluno 10: Dado um número z soma de dois números pares $z = 2p$, podemos escrever $z = m + n$, assim, $z = 2m + 2n$ que é soma de dois pares. Assim, z é par.

Observando as estratégias acima, que nota você daria para cada um destes alunos e por quê? Visto de fora pode parecer uma atividade avaliativa simples, entretanto, este exemplo singelo mostra como a avaliação em Matemática é um processo complexo. De fato, como identificar um raciocínio incorreto? Qual o tipo de erro matemático manifestado do aluno? O referido erro é casual ou está ligado a uma concepção apreendida de modo inadequado e que acompanha o aluno já há algum tempo?

Mas nos referimos apenas ao aluno, entretanto, o professor também pode errar. Mas um erro porventura cometido pelo professor, pode até mesmo possuir um caráter didático-pedagógico. Neste sentido, existe uma concepção cultural atribuída a quem detém o saber matemático. Quando a pessoa domina muitos conhecimentos em História ou Geografia, não observamos nenhuma distinção social, todavia, quando a pessoa, e nesse caso o professor de matemática, domina muito conteúdo matemático, é considerado pelos demais como um "gênio" ou um alienígena, um espécie de E. T.

Assim, ao professor cometer um erro, os alunos percebem que todos são passíveis de equívocos, que eles têm permissão de tentar resolver uma situação-problema e errar. Que aquilo faz parte do aprendizado e se caracteriza como uma etapa que precisa ser superar e não contornada ou evitada.

SAIBA MAIS!

Texto O termo Behaviorismo foi utilizado inicialmente em 1913 em um artigo denominado "Psicologia: como os behavioristas a vêem" por John B. Watson. "Behavior" significa "comportamento" e ele definiu como: "Um ramo experimental e puramente objetivo da ciência natural. A sua meta é a previsão e controle do comportamento...". Watson postulava o comportamento como objeto da Psicologia. http://www.euniverso.com.br/Psyche/Psicologia/comportamental/behaviorismo.htm

Neste sentido Cury (1994, p. 78) nos traz interessantes colocações quando destaca "a preocupação com a eliminação dos erros cometidos pelos alunos, tão própria da concepção que vê a Matemática como o domínio do conhecimento absoluto e infalível, parte da ideia equivocada de que os textos matemáticos não têm erros".

Ela cita a obra do matemático e filósofo Philip Davis que "comenta a existência de uma obra, publicada em 1935, na qual, em mais de 130 páginas, são listadas erros cometidos por matemáticos, desde a antiguidade, arrolando, também, os autores que descobriram os erros e as discussões por eles geradas" (1994, p. 78).

Deste modo, evidenciamos que o *contrato didático* do professor necessita contemplar e prever os *erros* dos estudantes, entretanto, a forma de encará-los, por parte do mestre, dependerá em muito da vertente epistemológica (*behaviorismo* ou *construtivismo*, por exemplo) que o mesmo simpatiza. Em muitos casos a visão sobre avaliação do professor de Matemática é construída na própria academia. De fato, os primeiros exemplos e paradigmas de professores de Matemática serão seus próprios formadores.

Notamos que na identificação de um erro e, consequentemente na possibilidade de superação do referido obstáculo, na medida em que o aluno compreende por que errou, ocorre um processo de adaptação do estudante diante da situação colocada pelo professor. Brousseau sublinha a importância desse processo ao dizer que:

> As situações permitem adaptação do aluno e são na maioria das vezes de natureza repetitiva: o aluno deve poder realizar várias tentativas, investir na situação com o auxílio de suas representações, extrair conseqüências de seus fracassos ou do seu sucesso mais ou menos fortuitos. A incerteza na qual ele é colocado é fonte ao mesmo tempo de angustia e prazer. A redução desta incerteza é o objetivo da atividade intelectual e seu motor (1996, p. 93).

Brousseau menciona aspectos delicados do ensino de Matemática. Um deles é o que chamamos de *gerenciamento da certeza matemática* dos estudantes. Por exemplo, o professor pode chegar na sala de aula e enunciar o seguinte teorema.

Teorema: Dados dois números $x, y \in \mathbb{Z}$ ímpares. Então o seu produto $x \cdot y$ deve ser ímpar.

Demonstração: De fato, vamos tomar dois números $x, y \in \mathbb{Z}$ ímpares quaisquer, deste modo, podemos escrevê-los do seguinte modo $x = 2a + 1$ e $y = 2b + 1$, onde $a, b \in \mathbb{Z}$. De imediato, temos que $x \cdot y = (2a+1)(2b+1) = 2(2ab + a + b) + 1 = 2k + 1$, onde $k = 2ab + a + b \in \mathbb{Z}$. Segue o resultado esperado.

Em outra situação, o professor poderia apresentar os exemplos abaixo que apresentamos na tabela. Notamos que temos aqui apenas alguns casos particulares. A partir desta situação, o professor pode sugerir que, possivelmente o resultado é verdadeiro. Pode desafiar algum estudante mais interessado em trazer um resultado que invalide a afirmação do teorema. Assim, o professor evitar concluir, com a precisão e rigor da demonstração matemática, a resolução de um problema.

x	y	$x \cdot y$
1	1	1
3	1	3
3	3	9
3	7	21
5	1	5
5	7	35

Diferenciamos mesmo o tipo de discurso presente nas duas exposições. O primeiro método, que é de fato a demonstração, nos traz aquela sensação de *certeza*, de credibilidade num fato, entretanto, uma vez o resultado estabelecido, o debate em sala de aula poderá encerrar, uma vez que o problema está resolvido. Já no segundo caso em que apresentamos uma tabela, descrevemos apenas uma *argumentação matemática*. Uma *argumentação* não fornece nenhum caráter de validade ou confiança maior a respeito de determinada propriedade.

Vejamos outro exemplo observando o seguinte teorema.

Teorema: Se dois lados de um triângulo são congruentes, então os ângulos opostos a esses lados são congruentes.

Vamos inverter agora. Iniciando com uma *argumentação matemática* que possa convencer aos alunos sobre a possibilidade de ocorrer a propriedade desejada. Notamos que poderíamos construir um triângulo de medidas: $\overline{AB} = 3cm$; $\overline{AC} = 3cm$ e $\overline{BC} = 1,5cm$. Medindo com o transferidor os seus ângulos opostos obteríamos que $\hat{B} = 60^o$ e $\hat{C} = 60^o$. O que verifica apenas para o caso particular. Mas vejamos a demonstração propriamente dita.

Consideremos um triângulo ΔABC, e o segmento $\overline{AM}$ de modo que $\overline{BM} + \overline{MC} = \overline{BC}$, com M o ponto médio deste lado. Notamos que, por hipótese, podemos escrever $\overline{AB} \equiv \overline{AC}$. Pela propriedade reflexiva, temos $\overline{AM} = \overline{AM}$ (todo segmento é congruente a si mesmo). Mas em virtude do ponto médio temos $\overline{BM} = \overline{MC}$. Assim, os triângulos $\Delta AMB \equiv \Delta AMC$, pois possuem os três lados congruentes. Se admitirmos conhecido o fato de que *ângulos opostos a lados congruentes de triângulos congruentes são congruentes*, teremos que $\hat{B} = \hat{C}$ c. q. d.

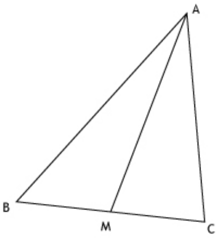


Figura 3: Triângulo

Notemos que a figura acima é empregada apenas como um auxílio ao raciocínio. Além disso, a figura representa um triângulo particular. A nossa argumentação inicial envolveu também um caso particular. Por outro lado, a demonstração, uma vez realizada e comprovada ser isenta de contrações, funcionará para qualquer triângulo com tais propriedades previstas nas hipóteses deste teorema.

E contrato didático onde fica no meio de toda essa discussão? Bem, encontramos professores de Matemática que valorizam as argumentações e os casos particulares. Vejam que com tais casos, o debate em sala de aula pode ser prolongado ao máximo. Enquanto que, quando recorremos a demonstração, o problema está resolvido, tendo em vista de termos a crença de que o mestre acabou de estabelecer uma verdade absoluta em sala de aula. Toda situação-problema, dali em diante, será solucionada com a aplicação do teorema. Nem mesmo a demonstração precisa ser recordada pelos estudantes, apenas o seu resultado.

Em relação a tal reducionismo que caracteriza a atividade matemática como uma simples aplicação e rotinas de algoritmização, os autores Hanna & Barbeau (2009, p. 90) lembram que:

> Enquanto estudantes na escola são expostos a uns poucos "teoremas", particularmente em outras áreas diferentes da Geometria, eles, entretanto devem aprender um pequeno número de fórmulas, que são essencialmente enunciados de resultados. Um exemplo disso é a fórmula de resolução da equação quadrática.
>
> As soluções da equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$, onde $a \neq 0$, são dadas por $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. No mais básico nível, os estudantes podem usar esta fórmula para resolver equações quadráticas particulares. É mesmo possível para eles aplicá-la cegamente, não percebendo que eles podem checar suas soluções por substituição de volta à equação. [...] Neste ponto, os estudantes percebem que existem

dois modos independentes de resolução de equações quadráticas, um fatorando, onde nem sempre obtêm sucesso, a o outro, usando a fórmula, que sempre funcionará.

Resumimos as colocações acima na figura 04 que descreve o funcionamento de uma aula de Matemática que privilegia fortemente esta perspectiva de mecanização e aplicação restrita de resultados matemáticos com uma larga margem de segurança, principalmente para o professor, que nem precisa se esforçar muito.

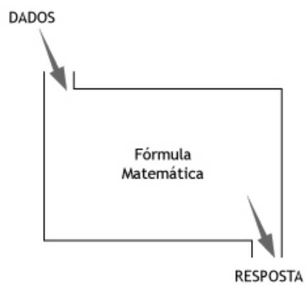


Figura 4: Contrato didático fundamentado no processo de aprendizagem algoritmizado

Percebe-se neste processo de aprendizagem baseada na algoritmização, é difícil o aluno errar, pois, basta fornecer os dados para a máquina contendo a *formula matemática*, garantida por um teorema, mencionado *en passant* pelo professor, que obteremos uma resposta.

De fato, neste sistema de ensino temos uma condição de extrema "comodidade" para o professor de matemática, uma vez que, embora tenha 200 provas para corrigir, em cada uma delas, ele pode avaliar apenas a resposta. Por outro lado, devemos observar também que, quando professor de Matemática quer complicar demais, tentando avaliações que fujam desse processo descrito na ilustração acima, via de regra, aparece algum estudante para reclamar na coordenação. No final, conclui-se que é bem mais fácil, para todos no processo (professor e estudante) permanecer no esquema da figura 4.

dois modos independentes de resolução de equações quadráticas, um fatorando, onde nem sempre obtêm sucesso, a o outro, usando a fórmula, que sempre funcionará.

Resumimos as colocações acima na figura 04 que descreve o funcionamento de uma aula de Matemática que privilegia fortemente esta perspectiva de mecanização e aplicação restrita de resultados matemáticos com uma larga margem de segurança, principalmente para o professor, que nem precisa se esforçar muito.

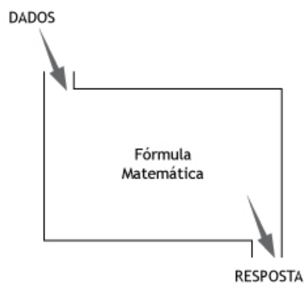


Figura 4: Contrato didático fundamentado no processo de aprendizagem algoritmizado

Percebe-se neste processo de aprendizagem baseada na algoritmização, é difícil o aluno errar, pois, basta fornecer os dados para a máquina contendo a *formula matemática*, garantida por um teorema, mencionado *en passant* pelo professor, que obteremos uma resposta.

De fato, neste sistema de ensino temos uma condição de extrema "comodidade" para o professor de matemática, uma vez que, embora tenha 200 provas para corrigir, em cada uma delas, ele pode avaliar apenas a resposta. Por outro lado, devemos observar também que, quando professor de Matemática quer complicar demais, tentando avaliações que fujam desse processo descrito na ilustração acima, via de regra, aparece algum estudante para reclamar na coordenação. No final, conclui-se que é bem mais fácil, para todos no processo (professor e estudante) permanecer no esquema da figura 4.