TÓPICOS DE MATEMÁTICA ELEMENTAR - SEMANA 2

POTENCIAÇÃO, RADICIAÇÃO, POLINÔMIOS, EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES

1) POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

1.1) Definição de potenciação

Expoente	Definição, sendo $a \in \mathbb{R}^*$	Exemplo
Zero	$a^0 = 1$	$7^0 = 1$
Natural (exceto zero)	$a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m\ vezes}$	$0{,}1^3 = 0{,}001$
Inteiro Negativo	$a^m = \left(\frac{1}{a}\right)^{\lvert m \rvert}$	$(-2)^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = -\frac{1}{8}$
Racional	$a^m = a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ Se $\frac{p}{q}$ é fração irredutível e q é par, a^m só está definido quando a é positivo. A radiciação é uma potenciação de índice racional.	$49^{0{,}5} = 49^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{49^1} = 7$
Irracional	a^m é dado por um processo de limite e só está definido quando a é positivo. Na prática, vamos calcular por aproximação.	$\pi \approx 3{,}14159265$ $2^\pi \approx 2^{3{,}14149265} \approx 8{,}82498$

1.2) Propriedades da potenciação

Propriedade ($a \neq 0$ e $b \neq 0$)	Exemplo
$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^2 \cdot 2^3 = 2^5 = 32$
$\dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\dfrac{2^2}{2^3} = 2^{-1} = \dfrac{1}{2}$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(2^2)^3 = 2^6 = 64$
$\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$	$\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{2^3}{3^3} = \dfrac{8}{27}$
$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 216$

1.3) Propriedades da radiciação

Propriedade ($b \neq 0$ e $q \in \mathbb{N}^*$)	Exemplo
$\sqrt[q]{a} \cdot \sqrt[q]{b} = \sqrt[q]{ab}$	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{15}$
$\dfrac{\sqrt[q]{a}}{\sqrt[q]{b}} = \sqrt[q]{\dfrac{a}{b}}$	$\dfrac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \sqrt[3]{\dfrac{8}{27}} = \dfrac{2}{3}$
$\left(\sqrt[q]{a}\right)^n = \sqrt[q]{a^n}$	$\left(\sqrt[4]{3}\right)^8 = \sqrt[4]{3^8} = 9$
$\sqrt[s]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[s \cdot q]{a}$	$\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt[4]{16} = 2$

1.4) Operações com radicais de mesmo índice

Operação ($q \in \mathbb{N}^*, r \in \mathbb{R}_+^*$)	Exemplo
$a\sqrt[q]{r} + b\sqrt[q]{r} = (a+b)\sqrt[q]{r}$	$2\sqrt[4]{3} + 3\sqrt[4]{3} = 5\sqrt[4]{3}$
$a\sqrt[q]{r_1} + b\sqrt[q]{r_2}$ não é um propriedade	$2\sqrt[4]{3} + 3\sqrt[4]{5}$
$a\sqrt[q]{r^m} \cdot b\sqrt[q]{r^{q-m}} = abr$	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$
$a\sqrt[q]{r_1} \cdot b\sqrt[q]{r_2} = ab\sqrt[q]{r_1 r_2}$	$2\sqrt[3]{2} \cdot 5\sqrt[3]{4} = 10\sqrt[3]{8} = 20$
$a\sqrt[q]{r^{q+m}} = ar\sqrt[q]{r^m}$	$\sqrt[5]{128} = \sqrt[5]{2^7} = 2\sqrt[5]{4}$

1.5) Racionalização de denominadores

Caso ($q \in \mathbb{N}^*, r \in \mathbb{R}_+^*$)	Procedimento	Exemplo
$\dfrac{a}{\sqrt[q]{r}}$	Multiplicar numerador e denominador por $\sqrt[q]{r^{q-1}}$	$\dfrac{2}{3\sqrt{5}} = \dfrac{2}{3\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{15}$
$\dfrac{a}{\sqrt{r_1} \mp \sqrt{r_2}}$ (Caso especial para soma ou subtração de raízes quadradas no denominador)	Multiplicar numerador e denominador pelo denominador original com sinal do meio trocado.	$\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \dfrac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{3-5} = -\sqrt{3}-\sqrt{5}$

2) POLINÔMIOS

2.1) Definição

Um polinômio na variável x é uma expressão da forma a seguir:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Onde $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_2, a_1, a_0$ são os coeficientes (números reais) e n é um número natural não nulo (grau do polinômio).

Exemplos: $x^2 - x + 1$ $\quad$ $9x^3 - 4{,}5x^2$ $\quad$ $\frac{2}{3}x^5 - 4x^4 + 3{,}9x^2 - 92$

2.2) Valor numérico

O valor numérico de um polinômio em k é o valor obtido ao substituir a variável por k.

Exemplos:

Polinômio	Valor numérico do polinômio em			
	-2	0	$\frac{1}{2}$	10
$x^2 - x + 1$	7	1	$0{,}75$	91
$9x^3 - 4{,}5x^2$	-90	0	0	8550
$\frac{2}{3}x^5 - 4x^4 + 3{,}9x^2 - 92$	$-\frac{2426}{15}$	-92	$-\frac{21901}{240}$	$\frac{80894}{3}$

2.3) Raízes de um polinômio

Quando o valor numérico de um polinômio em k é zero, dizemos que k é raiz do polinômio.

Exemplos:

1 é uma raiz de $x^2 - x + 1$ 0 é uma raiz de $9x^3 - 4{,}5x^2$ -92 é uma raiz de $\frac{2}{3}x^5 - 4x^4 + 3{,}9x^2 - 92$

Por consequência do Teorema Fundamental da Álgebra, sabe-se que todo polinômio de grau tem, no máximo, n raízes reais distintas.

2.4) Multiplicação de polinômios

A multiplicação de polinômios é feita com base na propriedade distributiva.

Exemplos:

$$(x+1)\cdot(2x-3) = 2x^2 - 3x + 2x - 3 = 2x^2 - x - 3$$

$$x^3.(x^2+5x+1)\cdot(2x-3) = (x^5+5x^4+x^3)\cdot(2x-3) = 2x^6 - 3x^5 + 10x^5 - 15x^4 + 2x^4 - 3x^3 = 2x^6 + 7x^5 - 13x^4 - 3x^3$$

2.5) Produtos notáveis

Ao aplicarmos a propriedade distributiva quando um binômio é elevado ao quadrado ou no produto de uma soma por uma diferença, ambas com dois termos, temos o seguinte padrão.

	Produto notável
$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = (a-b)\cdot(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - ab + ba + b^2 = a^2 + b^2$	$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 + b^2$

Exemplos: $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$ $(2x-3)\cdot(2x+3) = 4x^2 - 9$

2.6) Divisão de polinômios

Todo polinômio $p(x)$ pode ser escrito na forma $p(x) = q(x)\cdot g(x) + r(x)$, em que o grau do polinômio $r(x)$ é menor que o grau do polinômio $g(x)$. A partir disso, entende-se que que a divisão de $p(x)$ por $g(x)$, consiste em encontrar o polinômio quociente $q(x)$ e o polinômio resto $r(x)$ que satisfazem tal igualdade. A divisão de polinômios pode ser efetuada pelo "método da chave", que similar a divisão de números naturais com resto.

Exemplos: Se $p(x) = 4x^3 + x^2 - 4$ e $g(x) = 2x^2 + 1$, vamos fazer a divisão de $p(x)$ por $g(x)$, determinando o quociente e o resto:

Passo 1)	Passo 2)	Então:
$\begin{array}{r\|l} 4x^3 + x^2 - 4 & 2x^2 + 1 \\ \hline -(4x^3 + 2x) & 2x \\ \hline x^2 - 2x - 4 & \end{array}$	$\begin{array}{r\|l} 4x^3 + x^2 - 4 & 2x^2 + 1 \\ \hline -(4x^3 + 2x) & 2x + \frac{1}{2} \\ \hline x^2 - 2x - 4 & \\ -\left(x^2 + \frac{1}{2}\right) & \\ \hline -2x - \frac{9}{2} & \end{array}$	$q(x) = 2x + \frac{1}{2}$ e $g(x) = -2x - \frac{9}{2}$ Como $p(x) = q(x)\cdot g(x) + r(x)$, temos: $4x^3 + x^2 - 4 = \left(2x + \frac{1}{2}\right)\cdot(2x^2+1) - 2x - \frac{9}{2}$

2.7) Fatoração de polinômios

Todo polinômio $p(x)$ pode ser escrito na forma $p(x) = q(x) \cdot g(x) + r(x)$, e quando $r(x) = 0$ temos uma forma fatorada de $p(x)$. O Teorema da decomposição afirma que é possível escrever um polinômio de grau n na variável na seguinte forma fatorada, com fatores do 1º grau:

$$p(x) = a_n(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3) \dots (x - r_n)$$

Em que a_n é o coeficiente do termo de grau n e $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$ são as raízes do polinômio (podem ser números complexos).

Considerando-se apenas as raízes reais, só é possível escrever a fatoração com todos os fatores de 1º grau quando não há raízes complexas.

Polinômio	Raízes reais	Forma fatorada com o maior número possível de fatores de 1º grau
$2x^2 - 2x - 12$	-2 e 3	$2(x + 2)(x - 3)$
$3x^3 - 18x^2 + 33x - 18$	1, 2 e 3	$3(x - 1)(x - 2)(x - 3)$
$x^3 - 7x^2$	0 (raiz dupla) e 7	$(x - 0)^2(x - 7)$
$x^3 - x^2 + 4x - 4$	1 e há raízes complexas	$(x - 1)(x^2 + 4)$

2.8) Busca de raízes racionais em polinômios com coeficientes inteiros

Se um polinômio de coeficientes inteiros tiver raízes racionais, todas elas são na forma da fração irredutível $\frac{p}{q}$ onde p é um divisor do termo independente e q é um divisor do termo de maior grau.

Justificativa em um caso específico:

Seja $p(x) = 6x^3 - 5x^2 - 3x + 2$ e queremos mostrar as condições para que a fração irredutível $\frac{p}{q}$ seja raiz desse polinômio:

$$6.\left(\frac{p}{q}\right)^3 - 5\left(\frac{p}{q}\right)^2 - 3\left(\frac{p}{q}\right) + 2 = 0 \overset{\cdot q^3}{\Rightarrow} 6p^3 - 5p^2q - 3pq^2 + 2q^3 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} p \cdot (6p^2 - 5pq - 3q^2) = -2 \cdot q^3 \quad \text{(I)} \\ q \cdot (-5p^2 - 3pq + 2q^2) = -6 \cdot p^3 \quad \text{(II)} \end{matrix}$$

Note que p não é múltiplo de q e vice-versa, pois $\frac{p}{q}$ é uma fração irredutível, então, de (I) temos que p é um divisor de 2 e, de (II) temos que q é um divisor de 6.

De fato:

$$p \in \{\mp 1, \mp 2\}$$

$$q \in \{\mp 1, \mp 2, \mp 3, \mp 4, \mp 6\}$$

$$\frac{p}{q} \in \left\{\mp 1, \mp 2, \mp 3, \mp 4, \mp 6, \mp \frac{1}{2}, \mp \frac{1}{3}, \mp \frac{1}{4}, \mp \frac{1}{6}, \mp \frac{2}{3}\right\}$$

E as raízes racionais de $p(x) = 6x^3 - 5x^2 - 3x + 2$ são $-\frac{2}{3}, -1$ e $\frac{1}{2}$.

Observação: É possível fazer um raciocínio genérico para qualquer polinômio com coeficientes inteiros. Também é importante ressaltar que esse procedimento não serve para buscar as raízes irracionais e complexas do polinômio.

3) EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES

3.01) Definição de equação

Uma equação é uma sentença matemática aberta, ou seja, sentença matemática que possui ao menos uma incógnita, e que estabelece uma igualdade entre duas expressões matemáticas.

Exemplos: $x^3 + 3 = 3x$ $\quad sen(k) = \frac{1}{2}$ $\quad |y+3| = y^2 - 6$ $\quad e^z + z + 3 = 0$

Observação: Neste tópico vamos estudar a resolução de equações polinomiais de 1º e 2º graus, racionais e modulares. No decorrer da unidade curricular vamos aprender a resolver equações exponenciais, logarítmicas e trigonométricas.

3.02) Equações polinomiais de 1º grau

Toda a equação que pode ser escrita na forma $ax + b = 0$, após o agrupamento dos termos semelhantes, sendo $a \neq 0$ e b os coeficientes reais e x a incógnita. O processo resolutivo consiste em realizar a mesma operação em ambos os lados da igualdade no intuito de isolar a incógnita.

Exemplo:

	$2x + 3 = 5x - 7$
Passo 1) Adicionar $-5x - 3$ em ambos os lados da igualdade	$2x + 3 - 5x - 3 = 5x - 7 - 5x - 3$ $-3x = -10$
Passo 2) Dividir ambos os lados da igualdade por -3	$-\frac{3x}{-3} = -\frac{10}{-3}$ $x = \frac{10}{3}$

Observação: Na prática normalmente adotamos o método do "passa pra lá, passa pra cá", mas o que está por trás de tal método é o princípio aqui apresentado.

3.03) Equações polinomiais de 2º grau

Toda a equação que pode ser escrita na forma $ax^2 + bx + c = 0$, após o agrupamento dos termos semelhantes, sendo $a \neq 0$, b e c os coeficientes reais e x a incógnita. O processo resolutivo consiste em utilizar o método do completamento de quadrados e realizar a mesma operação em ambos os lados da igualdade no intuito de isolar a incógnita. A fórmula resolutiva para equações de 2º grau, conhecida no Brasil como fórmula de Bhaskara, é uma consequência de tal método.

Exemplo:

	$x^2 + 2x + 3 = 3x + 9$
Passo 1) Adicionar $-3x - 9$ em ambos os lados da igualdade	$x^2 + 2x + 3 - 3x - 9 = 3x + 9 - 3x - 9$ $x^2 - x - 6 = 0$
Passo 2) Comparar com o produto notável $(x+m)^2 = x^2 + 2xm + m^2$, portanto $m = -\frac{1}{2}$ e é preciso subtrair $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$, após o quadrado para manter a igualdade anterior	$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 6 = 0$ $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} = 0$
Passo 3) Somar $\frac{25}{4}$ em ambos os lados da igualdade	$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{25}{4} + \frac{25}{4} = 0 + \frac{25}{4}$ $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$
Passo 4) Extrair a raiz quadrada em ambos os lados da igualdade, lembrando que $\sqrt{n^2} = \|n\|$.	$\sqrt{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{25}{4}}$ $\left\|x - \frac{1}{2}\right\| = \frac{5}{2}$ $x - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ ou $x - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$ $x = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}$ ou $x = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2}$ $x = 3$ ou $x = -2$

3.04) Equações racionais

Equações em que há incógnita no denominador. Antes do processo resolutivo é preciso determinar as condições para a incógnita, tendo em vista que o denominador de uma fração não pode ser zero.

Exemplo:

	$\frac{x+3}{x+2} = \frac{1}{2x-4}$
Condições para a incógnita	Do denominador $x+2$, temos que $x \neq -2$; Do denominador $2x-4$, temos que $x \neq 2$;
Passo 1) Subtrair $\frac{1}{2x-4}$ de ambos os lados da igualdade	$\frac{x+3}{x+2} - \frac{1}{2x-4} = \frac{1}{2x-4} - \frac{1}{2x-4}$ $\frac{x+3}{x+2} - \frac{1}{2x-4} = 0$
Passo 2) Reduzir as frações ao mesmo denominador	$\frac{(x+3)(2x-4) - 1(x+2)}{x+2} = 0$ $\frac{2x^2 - 4x + 6x - 12 - x - 2}{(x+2)(2x-4)} = 0$ $\frac{2x^2 + x - 14}{(x+2)(2x-4)} = 0$
Passo 3) Para que uma fração resulte em zero é preciso que o numerador seja zero	$2x^2 + x - 14 = 0$ Pelo processo resolutivo de equações polinomiais do 2º grau: $x = \frac{-1+\sqrt{113}}{4}$ ou $x = \frac{-1-\sqrt{113}}{4}$
	Como ambos valores encontrados para a incógnita satisfazem as condições estabelecidas previamente, ambos são soluções da equação.

3.05) Equações modulares

Equações em que há incógnita no módulo. Na resolução é preciso utilizar o fato que $|a| = b$ implica que $a = b$ ou $a = -b$.

Exemplo:

$$|x+3| = 2x+5$$

$x+3 = 2x+5$ $x = -2$	ou	$x+3 = -(2x+5)$ $x = -\frac{8}{3}$

3.06) Equações irracionais

Equações em que há incógnita no radical. Antes do processo resolutivo é preciso determinar as condições para a incógnita, tendo em vista que, quando o índice é par, nem o radicando nem o resultado da radiciação podem ser negativos.

Exemplo:

	$x = 1 + \sqrt{x+11}$
Condições para a incógnita	Do radical $\sqrt{x+11}$, temos que $x \geq -11$; Como $\sqrt{x+11} \geq 0$, observando a equação temos que $x \geq 1$. Note que $x \geq 1$ satisfaz ambas as condições.
Passo 1) Subtrair 1 de ambos os lados da igualdade para isolar o radical.	$x - 1 = 1 + \sqrt{x+11} - 1$ $x - 1 = \sqrt{x+11}$
Passo 2) Elevar ambos os lados da igualdade ao quadrado	$(x-1)^2 = (\sqrt{x+11})^2$ $x^2 - 2x + 1 = x + 11$ $x^2 - 3x - 10 = 0$ $x = 5 \quad ou \quad x = -2$
	Como $x = -2$ não satisfaz as condições para incógnita temos que a única solução da equação é $x = 5$.

3.07) Inequações polinomiais de 1º grau

O processo resolutivo é análogo ao das equações de 1º grau, com a diferença de que é válida a desigualdade de números reais $m > n$, ao multiplicarmos (ou dividirmos) ambos os lados por um número real negativo k, temos que $mk < nk$ (análogo para as outras desigualdades).

Exemplo:

	$2x + 3 \leq 5x - 7$
Passo 1) Adicionar $-5x - 3$ em ambos os lados da igualdade	$2x + 3 - 5x - 3 \leq 5x - 7 - 5x - 3$ $-3x \leq -10$
Passo 2) Dividir ambos os lados da igualdade por -3 (como é um número negativo, a desigualdade inverte)	$-\frac{3x}{-3} \geq -\frac{10}{-3}$ $x \geq \frac{10}{3}$

3.08) Inequações polinomiais de 2º grau

O processo resolutivo consiste em agrupar termos semelhantes para comparar com zero, escrever o polinômio do 2º grau na forma fatorada, trabalhar com a "regra de sinais" da multiplicação e depois com união de intervalos.

Exemplo:

	$x^2 + 2x + 3 > 3x + 9$
Passo 1) Agrupar termos semelhantes para chegar em um formato de comparação com zero	$x^2 + 2x + 3 - 3x - 9 > 3x + 9 - 3x - 9$ $x^2 - x - 6 > 0$
Passo 2) Escrever o polinômio de 2º grau na forma fatorada, utilizando suas raízes	$(x - 3)(x + 2) > 0$
Passo 3) Utilizar a "regra de sinais" da multiplicação	Um produto de dois fatores é maior que zero quando: • os dois fatores são positivos: nesse caso, $x > 3$ e $x > -2$, ou simplesmente $x > 3$. ou • os dois fatores são positivos: nesse caso, $x < 3$ e $x < -2$, ou simplesmente $x < -2$.
Passo 4) Unir os intervalos encontrados pela "regra de sinais"	Solução da inequação: $x > 3$ ou $x < -2$ Notação de intervalos: $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

3.09) Inequações racionais

O processo resolutivo consiste em comparar uma fração com zero, trabalhar com a "regra de sinais" da divisão e depois com união de intervalos.

	$\frac{x+3}{x+2} > 5$
Condições para a incógnita	Do denominador $x + 2$, temos que $x \neq -2$;
Passo 1) Chegar em um formato de comparação com zero	$\frac{x+3}{x+2} - 5 > 0$ $\frac{x + 3 - 5(x+2)}{x+2} > 0$ $\frac{-4x - 7}{x+2} > 0$
Passo 2) Utilizar a "regra de sinais" da divisão	Um quociente é maior que zero quando: • numerador e denominador são positivos: nesse caso, $x < -\frac{7}{4}$ e $x > -2$, ou simplesmente $-2 < x < -\frac{7}{4}$ ou • numerador e denominador são negativos: nesse caso, $x > -\frac{7}{4}$ e $x < -2$, o que não é possível.
Passo 3) Unir os intervalos encontrados pela "regra de sinais"	Solução da inequação: $-2 < x < -\frac{7}{4}$ (note que todos os valores de x do intervalo satisfazem a condição para a incógnita) Notação de intervalos: $\left(-2, -\frac{7}{4}\right)$

3.10) Inequações modulares

O processo de resolução consiste na observação das seguintes propriedades de reta real:

$$|a| < b \Rightarrow -b < a < b \quad \text{e} \quad |a| > b \Rightarrow a < -b \ \ ou \ \ a > b$$

Exemplo:

$$|x + 3| > 2x + 5$$

$x + 3 > 2x + 5$ $x < -2$	ou	$x + 3 < -(2x + 5)$ $x < -\frac{8}{3}$

Solução da inequação: $x < -2$ (engloba as duas condições)

Notação de intervalos: $(-\infty, -2\ )$

3.11) Inequações irracionais

Na resolução desse tipo de inequação é preciso observar as propriedades e restrições dos radicais.

Exemplo:

	$x < 1 + \sqrt{x + 11}$
Condições para a incógnita	Do radical $\sqrt{x + 11}$, temos que $x \geq -11$.
Passo 1) Subtrair 1 de ambos os lados da igualdade para isolar o radical.	$x - 1 < 1 + \sqrt{x + 11} - 1$ $x - 1 < \sqrt{x + 11}$
Passo 2) Elevar ambos os lados da igualdade ao quadrado. Se $x - 1$ é positivo, ambos os lados da desigualdade geram números positivos, e ao fazer tal procedimento a desigualdade se mantém. Se $x - 1$ é positivo, a desigualdade se verifica para qualquer valor de x que satisfaz a condição para a incógnita.	Se $x - 1$ é positivo ou nulo: $(x - 1)^2 < (\sqrt{x + 11})^2$ $x^2 - 2x + 1 < x + 11$ $x^2 - 3x - 10 < 0$ $(x - 5)(x + 2) < 0$ $-2 < x < 5$ Se $x - 1$ é negativo: $x - 1 < \sqrt{x + 11}$ para $x \in [-11, 1)$
	Considerando todas as possibilidades para x temos: $-11 \leq \ x < 5$. Notação de intervalos: $[-11{,}5)$.