Lista de exercícios - Semana 5

Exercícios extraídos de https://www.ime.unicamp.br/~chico/ma091verao/ma091_ex11.pdf

1) Você pegou um empréstimo bancário de R$ 2500,00, a uma taxa de 5% ao mês.

a) Escreva a função que fornece o quanto você deve em um determinado mês t, contado a partir da data do empréstimo, supondo que você não tenha condições de saldar nem mesmo parte da dívida.

b) Determine a dívida acumulada após 12 meses do empréstimo.

2) O decaimento radioativo do estrôncio 90 (Sr-90) é descrito pela função $P(t) = P_0 \cdot 2^{-bt}$, onde t é um instante de tempo, medido em anos, b é uma constante real e P_0 é a concentração inicial de Sr-90, ou seja, a concentração no instante $t = 0$.

a) Determine o valor da constante b sabendo que a meia-vida do Sr-90 é de 29 anos (ou seja, a concentração de Sr-90 cai pela metade em 29 anos).

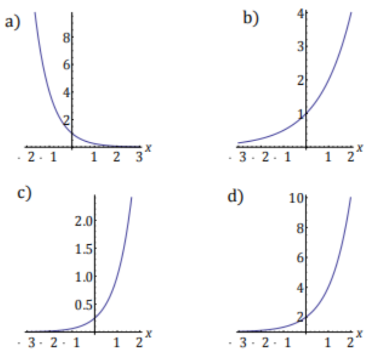
b) Foram detectados 570 becquerels de Sr-90 por kg de solo na região da usina de Fukushima, no Japão, em abril de 2011 (valor que corresponde a cerca de 130 vezes a concentração normal do solo daquela região). Determine qual será a concentração de Sr-90 daqui a 100 anos.

3) O sistema de ar condicionado de um ônibus quebrou durante uma viagem. A função que descreve a temperatura (em graus Celsius) no interior do ônibus em função de t, o tempo transcorrido, em horas, desde a quebra do ar condicionado, é $T(t) = (T_0 - T_{ext}).10^{-t/4} + T_{ext}$, onde T_0 é a temperatura interna do ônibus enquanto a refrigeração funcionava, e T_{ext} é a temperatura externa (que supomos constante durante toda a viagem). Sabendo que $T_0 = 21°C$ e $T_{ext} = 30°C$,

a) calcule a temperatura no interior do ônibus transcorridas 4 horas desde a quebra do sistema de ar condicionado;

b) esboce abaixo o gráfico de $T(t)$.

4) Relacione o gráfico à função.



$f_1(x) = 3^x + 1$, $f_2(x) = 4^{x-1}$,
$f_3(x) = 4^{-x}$, $f_4(x) = 2^x$

5) Resolva as equações.

a) $3^{-x} = \frac{1}{81}$

b) $e^{3x-1} = 100$.

c) $4^{3x+2} = 5^{x-1}$.

d) $\frac{100}{1+2^{3-x/2}} = 20$.

e) $\ln(3x - 1) = 2$.

f) $\log_3(x + 19) - 1 = 3 + \log_3(x - 1)$.

g) $\log_2(4x) = \log_4(x) + 7$.

6) A escala de um aparelho de medir ruídos é definida como $R(I) = 120 + 10\log_{10}(I)$, em que R é a medida do ruído, em decibéis, e I é a intensidade sonora, em W/m^2. O ruído dos motores de um avião a jato equivale a 160 dβ, enquanto o tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade atinge 80 dβ, que é o limite a partir do qual o ruído passa a ser nocivo ao ouvido humano.

a) Determine as intensidades sonoras do motor de um avião a jato e do tráfego em uma esquina movimentada de uma grande cidade.

b) calcule a razão entre essas intensidades, ou seja, calcule quantas vezes o ruído do avião é maior que o do tráfego.

7) Dada a função $f(x) = \log\left(\frac{2x+4}{3x}\right)$, determine os valores de x para os quais $f(x)$ é um número real menor que 1.

8) A população brasileira era de cerca de 170 milhões de habitantes em 2000 e atingiu os 190 milhões de habitantes em 2010.

a) Considerando que $t = 0$ no ano 2000, determine a função exponencial $P(t) = ae^{bt}$ que fornece o número aproximado de habitantes do país, em relação ao ano.

b) Usando seu modelo matemático, estime a população brasileira em 2020.

9) Esboce os gráficos de $f(x) = \ln(x)$, $g(x) = \ln(x - 2)$, $h(x) = \ln(1/x)$.

Gabarito

1.a. $D(t) = 2500(1{,}05)^t$.

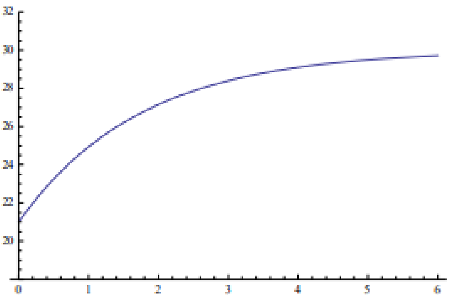
b. $D(12) = 4489{,}64$.

2.a. $b = 1/29$.

b. 52.22 becquerels.

3.a. 29,1 °C.

3.b. $T(t) = 30 - 9 \cdot 10^{-t/4}$



4. a. f_3 b. f_4 c. f_2 d. f_1

5.a. $x = 4$.

b. $x = (1 + \ln(100))/3 \cong 1{,}8684$.

c. $x \approx -1{,}71882$

d. $x = 2$.

e. $x = (1 + e^2)/3 \cong 2{,}79635$.

f. $x = 5/4$.

g. $x = 1024$.

6.a. Avião: $I = 10^4 W/m^2$, tráfego: $I = 10^{-4} W/m^2$.

.b. O ruído do avião tem intensidade igual a 10^8 vezes a intensidade do ruído do tráfego.

7. $x < -2$ ou $x > 1/7$.

8.

a) $P(t) = 170 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{19}{10}\right)^{\frac{t}{10}}$

b) *Aproximadamente* 212.352.941 *habitantes*

9.