

1) Desafio (envolve os conceitos de relação, PA e PG)

- Relação 1:

Domínio (D): Letras do alfabeto

Contradomínio (Cd): Números naturais maiores ou iguais a 1 e menores ou iguais a 26

$R_1: \{(x, y) \in \text{Dom} \times \text{Cd} \mid y \text{ é a posição da letra } x \text{ em ordem alfabética}\}$

Elemento do domínio	Elemento do contradomínio associado (imagem)	Par ordenado
A	1	(A, 1)
B	2	(B, 2)
C	3	(C, 3)
...	...	
Z	26	(Z, 26)

- Relação 2:

Domínio (D): $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

Contradomínio (Cd): Números naturais maiores ou iguais a 1 e menores ou iguais a 26

$R_2: \{(x, y) \in \text{Dom} \times \text{Cd} \mid x \text{ é a posição na sequência } (d, f, h, \dots, n, p) \text{ e } y \text{ é a posição da letra no alfabeto}\}$

Elemento do domínio	Elemento do contradomínio associado (imagem)
1	4
2	6
3	8
4	10
5	12
6	14
7	16

A sequência das imagens é uma PROGRESSÃO ARITMÉTICA, cujo primeiro termo 4 e razão é 2.

$$y = 4 + 2 \cdot (x - 1)$$

$$y = 2 + 2x$$

- Relação 3:

Domínio (D): $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

Contradomínio (Cd): Números naturais maiores ou iguais a 1 e menores ou iguais a 26

$R_3: \{(x, y) \in \text{Dom} \times \text{Cd} \mid x \text{ é a posição na sequência } (p, h, d, b, a) \text{ e } y \text{ é a posição da letra no alfabeto}\}$

Elemento do domínio	Elemento do contradomínio associado (imagem)
1	16
2	8
3	4
4	2
5	1

A sequência das imagens é uma PROGRESSÃO GEOMÉTRICA de razão 0,5 cujo primeiro termo é 16.

$$y = 16 \cdot 0,5^{x-1}$$

$$y = 16 \cdot \frac{0,5^x}{0,5^1}$$

$$y = 32 \cdot 0,5^x$$

- Relação 4:

Domínio (D): {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

Contradomínio (Cd): Números naturais maiores ou iguais a 1 e menores ou iguais a 26

$R_4: \{(x, y) \in \text{Dom} \times \text{Cd} \mid x \text{ é a posição na sequência } (b, e, h, \dots, w, z) \text{ e } y \text{ é a posição da letra no alfabeto}\}$

Elemento do domínio	Elemento do contradomínio associado (imagem)
1	2
2	5
3	8
4	11
5	14
6	17
7	20
8	23
9	26

A sequência das imagens é uma P.A. de razão 3 e primeiro termo 2.

$$y = 2 + 3 \cdot (x - 1)$$

$$y = -1 + 3x$$

2) Mais uma relação para posteriormente compreender o conceito de função

- Relação 5

Domínio (D): Mulheres matriculadas na nossa turma

Contradomínio (Cd): Homens matriculados na nossa turma

$R_5: \{(x, y) \in \text{Dom} \times \text{Cd} \mid x \text{ e } y \text{ tem a mesma letra inicial no primeiro nome}\}$

<https://www.menti.com/u3kgfd8yyk>

3) Noções iniciais sobre funções

- Relação 6: $R_6 = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^* \times \mathbb{N}^* \mid y = x^2\}$

Alguns pares ordenados: (2, 4), (3, 9), (-2, 4), (-3, 9), (5, 25),

Essa relação é uma função.

Essa função é NÃO É SOBREJETORA pois nem todo elemento do contradomínio \mathbb{N}^* é imagem de alguém, por exemplo, nenhum x do domínio tem como imagem 3.

- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2$

Domínio: \mathbb{R}

Contradomínio: \mathbb{R}

Imagem: \mathbb{R}_+

Nesse caso a função não é sobrejetora, nem injetora.

- Outro exemplo de função:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+, f(x) = x^2$$

9,5 é imagem de algum x do domínio? Sim, $f(\sqrt{9,5}) = 9,5$

0 é imagem de algum x do domínio? Sim, $f(0) = 0$

Essa função é sobrejetora, pois todo valor do contradomínio é imagem de algum valor do domínio.

Essa função **não** é injetora, pois temos, por exemplo $f(-300) = f(300)$

Essa função **não** é bijetora!

- Outro exemplo de função:

$$f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+, f(x) = x^2$$

Agora não há mais valores diferentes do domínio que geram a mesma imagem, portanto é injetora.

Agora a função é **bijetora**.

- Podemos ter problemas de domínio:

$$f(x) = \sqrt{x+1}$$

O radicando precisa ser maior ou igual a zero:

$$x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

$$D(f) = [-1, +\infty[$$

$$Cd(f) = \mathbb{R}$$

$$Im(f) = \mathbb{R}_+$$

$$f(2) = \sqrt{3}$$

$f(-2)$ não está definida, pois $x = -2$ não está no domínio!

Essa função é bijeção? Não

Pois não é sobrejetora visto que $Cd(f) \neq Im(f)$.

É injetora pois utilizando valores de x do domínio não há repetição.

Para transformar em bijeção é preciso fazer uma restrição no contradomínio:

$$f: [-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}_+, f(x) = \sqrt{x+1}$$