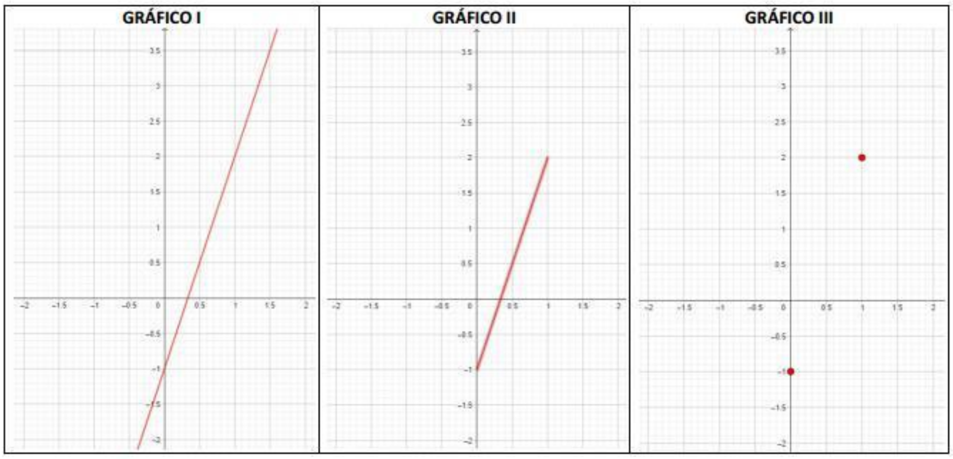
- Aquecimento:

$$f(x) = -1 + 3x \qquad g(x) = -1 + 3x \qquad h(x) = -1 + 3x$$
$$f: \{0, 1\} \to \mathbb{Z} \qquad g: [0, 1] \to \mathbb{R}$$



- Sejam g(x) = 4x + 2 e f(x) = x².

Vamos definir $g \circ f$ e $f \circ g$ **(composição de funções)** observando sempre que a imagem da função interna precisa estar no domínio da externa:

$$g \circ f = g(f(x)) = 4 \cdot f(x) + 2 = \mathbf{4x^2 + 2}$$

$$f \circ g = f(g(x)) = (g(x))^2 = (4x + 2)^2 = \mathbf{16x^2 + 16x + 4}$$

$g \circ f$ (2) =18	$g(f(2)) = g(4) = 18$
$f \circ g$ (2)= 16.4 + 16.2 + 4 = 100	$f(g(2)) = f(10) = 100$

- Vamos definir as **funções inversas** de g(x) = 4x + 2 e f(x) = x².

Passo 1) Se necessário, restringir domínio e contradomínio para que se tenha **bijeção**.

Passo 2) Trocar x por y e vice-versa, depois isolar o y.

Definindo a inversa de $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = 4x + 2$ Função original: $y = 4x + 2$ $g(x) = 4x + 2$ Buscando a inversa: $x = 4y + 2 \Rightarrow \frac{x - 2}{4} = y$ $g^{-1}(x) = \frac{x - 2}{4}$	Definindo a inversa de $f: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+, f(x) = x^2$ Função original: $y = x^2$ $f(x) = x^2$ Buscando a inversa: $x = y^2 \Rightarrow x = \sqrt{y^2} \Rightarrow \sqrt{x} = \lvert y \rvert \Rightarrow y = \sqrt{x}$ $f^{-1}(x) = \sqrt{x}$

Note que:

$g(2) = 10 \;\; e \; g^{-1}(10) = 2$

$$f(2) = 4 \;\; e \; f^{-1}(4) = 2$$

FUNÇÃO AFIM

GENERICAMENTE	$f(x) = ax + b \qquad a \neq 0$
GRÁFICO	Reta
FUNÇÃO DO a	Quando x aumenta uma unidade, y "aumenta" "a" unidades. Quanto maior "|a|", maior a inclinação da reta. Determina se a função é crescente (quando a>0) ou decrescente (quando a<0). a → coeficiente angular da reta que representa $f(x) = ax + b$
FUNÇÃO DO b	O ponto (0, b) é aquele em que a reta cruza o eixo y (intercepto vertical). b → coeficiente linear
NÚMERO DE RAÍZES	Nº de soluções para $0 = ax + b$, ou seja, 1 solução. O ponto (raiz, 0) é aquele em reta cruza o eixo x (eixo das abcissas)
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ É BIJEÇÃO?	Sim
EXEMPLO	f(x) = -3x+2

FUNÇÃO QUADRÁTICA

GRÁFICO	Parábola (Curva que apresenta simetria em relação à uma reta paralela ao eixo y que passa pelo vértice).
FUNÇÃO DO c	O ponto (0, c) é o intercepto vertical
FUNÇÃO DO a	Quanto maior "|a|", mais "fechada" é a parábola. Define a concavidade: a>0 → concavidade para cima, a<0→ concavidade para baixo.
NÚMERO DE RAÍZES	Número de soluções distintas de $0 = ax^2 + bx + c$, ou seja, 0, se b^2-4ac < 0 1, se b^2-4ac = 0 2, se b^2-4ac > 0
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ É BIJEÇÃO?	Não, apenas se houver restrições: Se a>0: $[x_v, +\infty[\to [y_v, +\infty[$ Se a<0: $[x_v, +\infty[\to]-\infty, y_v]$
EXEMPLO	f(x) = x² + x – 2 V = (-0,5; -2,25)
VÉRTICE	$x_v = média\ das\ raízes\ da\ função$ $x_v = \left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right).\frac{1}{2} = \frac{-2b}{2a}.\frac{1}{2} = -\frac{b}{2a}$ $f(x) = ax^2 + bx + c$ $y_v = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = a.\frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + \frac{c}{1} = \frac{ab^2 - 2ab^2 + 4a^2c}{4a^2}$ $= \frac{a(b^2 - 2b^2 + 4ac)}{4a^2} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$ $= -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}$ V = $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$

FUNÇÃO MODULAR

GENERICAMENTE	$f(x) = \|g(x)\|$
GRÁFICO	O gráfico está todo acima do eixo x
NÚMERO DE RAÍZES	Serão as mesmas da função que está dentro do módulo
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ É BIJEÇÃO?	Não, pois os valores de y negativos do contradomínio nunca serão imagem de nenhum valor do domínio.
EXEMPLO	f(x) = |3x + 4|

FUNÇÃO RACIONAL

GENERICAMENTE	$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$
GRÁFICO	Podemos ter "barreiras"
NÚMERO DE RAÍZES	É o número de raízes distintas de g(x), cuidando com algumas exceções ocasionadas por simplificações, por exemplo f(x) = $(x^2+6x+9)/(x+3)$.
RESTRIÇÃO DE DOMÍNIO	Nos valores de x em que h(x) = 0
EXEMPLOS	$f(x) = \frac{-3x+2}{x^2+x-2}$ $g(x) = \frac{x^2+x-2}{-3x+2}$

FUNÇÃO POLINOMIAL

GENERICAMENTE	$f(x) = polinômio\ na\ variável\ x$
GRÁFICO	Depende do grau do polinômio que define a lei da função. Grau par → "Pontas" tendem ao "mesmo infinito". Grau ímpar → Uma "ponta" tende a "mais infinito" e a outra a "menos infinito"
NÚMERO DE RAÍZES	Grau par→ de 0 a n raízes, sendo n o grau do polinômio Grau ímpar→ de 1 a n raízes, sendo n o grau do polinômio
EXEMPLO	f(x) = $x^4 - 18x^2 + 81$