

3	0,5	7
10	0,25	2
e	5	1
49	4	100.000
16	0	81

Potência		Logaritmo
$7^2 = 49$	\Leftrightarrow	$\log_7 49 = 2$
$4^2 = 16$	\Leftrightarrow	$\log_4 16 = 2$
$e^0 = 1$	\Leftrightarrow	$\log_e 1 = 0$ $\ln 1 = 0$
$10^5 = 100.000$	\Leftrightarrow	$\log_{10} 100.000 = 5$ $\log 100.000 = 5$
$0,5^2 = 0,25$	\Leftrightarrow	$\log_{0,5} 0,25 = 2$
$81^{0,25} = 3$	\Leftrightarrow	$\log_{81} 3 = 0,25$
$49^{0,5} = 7$	\Leftrightarrow	$\log_{49} 7 = 0,5$
$16^{0,5} = 4$	\Leftrightarrow	$\log_{16} 4 = 0,5$

Importante:

$$\log_{10} b = \log b$$

$$\log_e b = \ln b$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_b a^n = n \cdot \log_b a$$

Justificativa:

$$\log_b a = k \Leftrightarrow b^k = a$$

$$\log_b a^n = j \Leftrightarrow b^j = a^n \Leftrightarrow b^j = (b^k)^n \Leftrightarrow b^j = b^{kn}$$

$$\Leftrightarrow j = kn \Leftrightarrow \log_b a^n = n \cdot \log_b a$$

Aplicações:

$$\begin{aligned} \text{a) } 5^x &= 125 \\ 5^x &= 5^3 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 5^x &= 10 \\ \log 5^x &= \log 10 \\ x \cdot \log 5 &= \log 10 \\ x &= \frac{\log 10}{\log 5} \\ x &= \frac{1}{\log 5} \approx 1,4307 \end{aligned}$$

$$\text{Prova: } 5^{1,4307} \approx 10$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \ln x &= 49 \\ \log_e x = 49 &\Leftrightarrow e^{49} = x \approx 1,9073466 \cdot 10^{21} \end{aligned}$$

Função exponencial

$$f(x) = a^x$$

Domínio	\mathbb{R}
Imagem	\mathbb{R}_+^*
Para ser bijeção...	$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$
Condição para a base "a"	Não pode ser zero Não pode ser negativa Não pode ser 1 (geraria função constante) $a > 0$ e $a \neq 1$
Ponto em que o gráfico cruza o eixo y	(0, 1)
Gráfico cruza o eixo x?	Não
Se $a > 1$ a função é crescente ou decrescente?	Crescente
Se $0 < a < 1$ a função é crescente ou decrescente?	Decrescente
Exemplo	$f(x) = 2^x$ $f(0,5) = 2^{0,5} \approx 1,414$ $f(1) = 2^1 = 2$ $f(0) = 2^0 = 1$ $f(-1) = 2^{-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 0,5$ $f(-100) = 2^{-100} = \left(\frac{1}{2}\right)^{100} = \frac{1}{2^{100}}$

Função logarítmica

$$f(x) = \log_a x$$

(Inversa da função exponencial de base a)

Domínio	\mathbb{R}_+^*
Imagem	\mathbb{R}
Para ser bijeção...	$f: \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$
Condição para a base "a"	$a > 0$ e $a \neq 1$
Ponto em que o gráfico cruza o eixo x	$0 = \log_a x \Leftrightarrow x = 1$ (1, 0)
Gráfico cruza o eixo y?	Não
Se $a > 1$ a função é crescente ou decrescente?	$f(x) = \log_2 x$ $f(1) = 0$ $f(2) = 1$ Função crescente
Se $0 < a < 1$ a função é crescente ou decrescente?	$f(x) = \log_{0,5} x$ $f(1) = 0$ $f(2) = \log_{0,5} 2 = -1$ Função decrescente