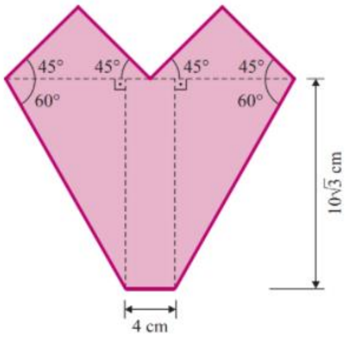
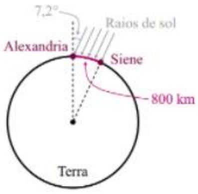
Lista de exercícios – Semana 6

1) Em homenagem ao dia dos namorados, uma fábrica de chocolates criou uma caixa de bombons cuja tampa tem o formato abaixo. Determine a área da superfície da tampa da caixa.



2) Eratóstenes de Cirene, cientista grego, determinou com notável precisão a circunferência da Terra. No solstício de verão, ele observou que, ao meio-dia, os raios de sol incidiam perpendicularmente ao solo na cidade de Siene (atual Assuã), enquanto os mesmos raios formavam um ângulo de 7,2° com a vertical em Alexandria, que ficava 800 km a norte de Siene. Supondo que a Terra seja perfeitamente esférica, descubra o raio e a circunferência do planeta usando a estratégia de Eratóstenes (medidas atuais indicam uma circunferência meridional de 40.008 km e um raio médio de 6.371 km).



3) Considere os ângulos seguintes:

$$t_1 = 30°, \quad t_2 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad};$$

$$t_3 = 315°, \quad t_4 = \frac{7\pi}{12} \text{ rad}.$$

Determine:

(a) A conversão para *grau* ou *radiano* correspondente.

(b) O quadrante correspondente.

4) Dado que $\cos(x) = -\frac{3}{4}$ com $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, determine:

(a) $\text{sen}(x)$

(b) $\text{tg}(x)$

(c) $\text{cotg}(x)$

(d) $\sec(x)$

(e) $\text{cossec}(x)$

5) Determine se cada identidade a seguir é *verdadeira* ou *falsa*:

(a) $2\,\text{sen}(t) = \text{sen}(2t)$

(b) $2\,\text{sen}(t) = \text{sen}(t) + \text{sen}(t)$

(c) $\text{sen}^2(t) = \text{sen}(t)\,\text{sen}(t)$

(d) $\text{sen}^2(t) = \text{sen}(t^2)$

(e) $\text{sen}(\text{sen}(t)) = \text{sen}(t)\,\text{sen}(t)$

6) Considere as funções $f(x) = 2\,\text{sen}(x)$ e $g(x) = \text{sen}(x)$. Determine se cada afirmação a seguir é *verdadeira* ou *falsa* e justifique.

(a) O período de f é o dobro de g.

(b) As funções f e g possuem os mesmos zeros.

(c) O máximo de f é igual ao máximo de g.

(d) O máximo de g é igual ao dobro máximo de f.

(e) O período de g é o dobro do período de g.

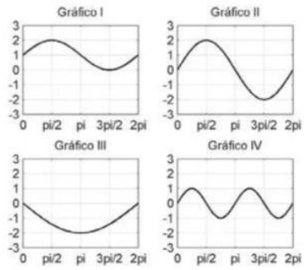
7) Para cada uma das funções a seguir, determine amplitude A, o período T e o gráfico correspondente:

(a) $f(t) = \text{sen}(2t)$

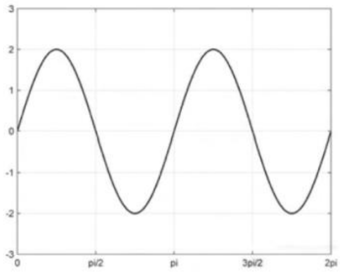
(b) $g(t) = 2\,\text{sen}(t)$

(c) $h(t) = 1 + \text{sen}(t)$

(d) $i(t) = -2\,\text{sen}(\frac{t}{2})$



8)



Este gráfico corresponde à função

(a) $y = -2\cos(x)$

(b) $y = \cos(\frac{\pi}{2})$

(c) $y = 2\,\text{sen}(x)$

(d) $y = \text{sen}(\frac{\pi}{2})$

(e) $y = 2\,\text{sen}(2x)$

9) Para afinar um piano, um músico usa um diapasão que emite a nota *LÁ* (440 Hz).

O movimento oscilatório de uma das extremidades do diapasão pode ser descrita de forma aproximada por

$$x(t) = 0{,}01\,\text{sen}(880\pi t),$$

onde x é dado em milímetros e t, em segundos.

(a) Determine o período e a amplitude dessa função.

(b) Desenhe o gráfico de $x(t)$.

10) Encontre o valor exato de cada expressão.

(a) $\text{arctg}\,1$ (b) $\text{sen}^{-1}(1/\sqrt{2})$

11) Simplifique a expressão $\text{sen}(\text{tg}^{-1}x)$

12) Obtenha os gráficos das funções dadas em uma mesma tela. Como esses gráficos estão relacionados?

$$y = \text{tg}\,x, \ -\pi/2 < x < \pi/2; \quad y = \text{tg}^{-1}x; \quad y = x$$

13) Determine o domínio e a imagem da função

$$g(x) = \text{sen}^{-1}(3x + 1)$$

14) Determine o conjunto solução, em $\mathbb{R}$:

a) $tg(2x) > 1$

b) $\cos\left(\frac{x}{2} + 1\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $sen(3x^2) \leq -\frac{1}{2}$

Exercícios extraídos de:

GOMES, F. M. **Pré-cálculo: Operações, equações, funções e trigonometria**. São Paulo: Cengage Learning Brasil, 2018. Disponível em: https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788522127900/. Acesso em: 07 maio 2021

MIORELLI, A. A.; AYJARA, D. F. A.; MANTOVANI, L. M. **Pré-cálculo**. Porto Alegre: Bookman, 2015. Disponível em: https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603215/ . Acesso em: 07 maio 2021.

STEWART, J. **Cálculo: Volume 1**. 7. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

Gabarito:

1	$72 + 140\sqrt{3}\ cm^2$
2	$circunferência = 40.000\ km \qquad raio \approx 6.366{,}2\ km$
3	$a)\ t_1 = \frac{\pi}{6} rad; t_2 = 135°; t_3 = \frac{7\pi}{4}; t_4 = 105°$ $b)\ t_1: 1º\ Q; t_2: 2ºQ; t_3: 4ºQ; t_4: 2ºQ$
4	$a) \frac{\sqrt{7}}{4}; b) -\frac{\sqrt{7}}{3}; c) -\frac{3\sqrt{7}}{7}; d) -\frac{4}{3}; e) \frac{4\sqrt{7}}{7}$
5	$a)F; b)V; c)V; d)F; e)F$
6	$a)F; b)V; c)F; d)F; e)F$
7	$a)\ T = \pi, A = 1, Gráfico: IV$ $b)\ T = 2\pi, A = 2, Gráfico: II$ $c)\ T = 2\pi, A = 1, Gráfico: I$ $d)\ T = 4\pi, A = 2, Gráfico: III$
8	E
9	$a)\ T = \frac{1}{440} s, \quad A = \frac{1}{100} mm$
10	$a) \frac{\pi}{4}; b) \frac{\pi}{4}$
11	$\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
12	$y = tg\ x$ e $y = arctg\ x$ apresentam simetria em relação à $y = x$
13	$D(g) = \left[-\frac{2}{3}, 0\right], \qquad Im(g) = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
14	$a)\ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, com\ k \in \mathbb{Z}$ Veja a comprovação do resultado no Geogebra: https://www.geogebra.org/classic/bt2vgc3b $b)\ x = \frac{3\pi}{2} - 2 + 4k\pi \quad ou \quad x = \frac{5\pi}{2} - 2 + 4k\pi \quad , com\ k \in \mathbb{Z}$ Veja a comprovação do resultado no Geogebra: https://www.geogebra.org/classic/fhw87jmf $c) -\sqrt{\frac{11\pi}{18} + \frac{2k}{3}\pi} \leq x \leq -\sqrt{\frac{7\pi}{18} + \frac{2k}{3}\pi} \quad ou \quad \sqrt{\frac{7\pi}{18} + \frac{2k}{3}\pi} \leq x \leq \sqrt{\frac{11\pi}{18} + \frac{2k}{3}\pi} \quad , com\ k \in \mathbb{N}$ Veja a comprovação do resultado no Geogebra: https://www.geogebra.org/classic/znbe4a9a