

 INSTITUTO FEDERAL Santa Catarina Câmpus Tubarão	Curso: Licenciatura em Matemática Módulo: VI Unidade curricular: Cálculo I Professor: Gustavo Bérti Data: 13/09/2021
--	--

Avaliação escrita de Cálculo I

1) Saletinha é professora regente de uma turma do 1º ano do Ensino Médio e está trabalhando com seus alunos o conteúdo de Progressões Geométricas (PG). Ajude-a a desenvolver algumas ideias para que ela possa compreender melhor o conteúdo para pensar em atividades legais para suas aulas, respondendo às questões a seguir:

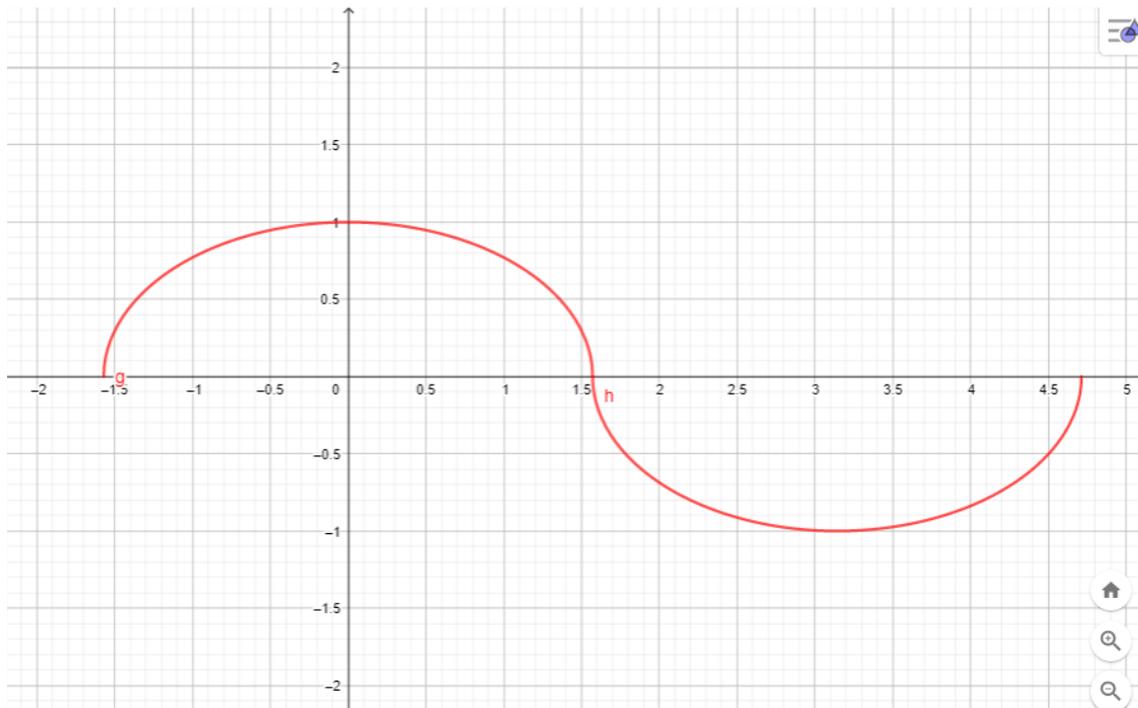
a) Sabendo que a soma dos n primeiros termos de uma PG de primeiro termo a_1 e razão q , é $S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$, escreva a lei de formação da função $f(x)$ que fornece a soma dos x primeiros termos da PG (1600, 400, 100, 25, ...), sendo que o domínio da função $f(x)$ é o conjunto dos números naturais.

b) Considerando $f(x)$ definida no item a, calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

c) Utilize limite para explicar a razão pela qual a soma dos infinitos termos de qualquer PG de primeiro termo a_1 e razão q , tal que $|q| < 1$, é $S = \frac{a_1}{1 - q}$.

2) O professor João, que leciona Matemática para o 2º ano do Ensino Médio, propôs aos estudantes uma tarefa que consistia no esboço do gráfico de $f(x) = \cos x$, para $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$. O aluno José fez o gráfico a seguir como resposta à tarefa.

Calcule a inclinação da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ no ponto $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ e utilize tal fato para explicar porque o gráfico abaixo não condiz com o da função $f(x)$.



3) Maria é professora de Matemática do 3º ano do Ensino Médio e está com dificuldades para esboçar o gráfico da função polinomial $f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ (note que os zeros dessa função podem ser calculados de forma relativamente fácil em razão de que podem ser obtidos por meio de uma equação biquadrada, conteúdo normalmente abordado no nono ano do Ensino Fundamental).

Ajude Maria, **esboçando o gráfico da função (a mão)**, indicando, após ter calculado:

- os pontos em que o gráfico cruza o eixo x ;
- os pontos em que ocorrem extremos locais (**utilize derivadas**);
- os pontos em que ocorre mudança de concavidade (**utilize derivadas**).

4) (1,25 pontos) Quando Raiane era estudante do Ensino Médio, achava muito estranho os gráficos das funções $f(x) = \text{tg}(x)$ e $f(x) = \text{arctg}(x)$, no sentido de que o gráfico da primeira tinha “quebras” e o segundo parecia ter “barreiras” na horizontal. Atualmente Raiane é licencianda em Matemática e afirma que:

- No gráfico de $f(x) = \text{tg}(x)$ há infinitas assíntotas verticais;
- No gráfico de $f(x) = \text{arctg}(x)$ há duas assíntotas horizontais.

Explique porque Raiane está correta e quais são as assíntotas citadas.

5) Calcule $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}{x - 2}$ e utilize sua resposta para decidir se há assíntota vertical em $x = 2$.

6) Seja $f(x) = \begin{cases} -2, & \text{se } x < 0 \\ 0, & \text{se } x = 0 \\ 2, & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

- Esboce o gráfico de $f(x)$;
- Determine $f(0)$;
- Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ou justifique a inexistência;
- Decida, apresentando os argumentos, se $f(x)$ é contínua em $x=0$.

7) Durante os 40 segundos iniciais de voo, um foguete é disparado diretamente para cima, de forma que a altura ($h(t)$, em pés) atingida em t segundos é $h(t) = \frac{3t^3}{10}$.

- Qual é a velocidade média do foguete durante os primeiros 12 segundos?
- Qual é a velocidade instantânea ao fim dos 12 segundos?
- Utilize derivada para verificar se em algum momento do intervalo de tempo observado o foguete começa a perder altura.

8) Considerando a função $f(x) = x^2 e^{-3x}$, responda:

- $x = 2$ pertence a um intervalo em que a função é crescente, decrescente ou nenhum desses casos? Justifique utilizando derivada.
- $x = 2$ pertence a um intervalo em que a função é côncava para cima, para baixo ou nenhum desses casos? Justifique utilizando derivada.

9) Um fazendeiro quer cercar uma área de 12000 m² em um campo retangular e então dividi-lo ao meio com uma cerca paralela a um dos lados do retângulo. Quais são as dimensões (comprimento e largura) desse campo para que o custo com a cerca seja o mínimo possível?