

## **TRIGONOMETRIA: recortes da história da sua evolução**

*Deusarino Oliveira Almeida Júnior  
Marconni Augusto Pock de Oliveira  
Miguel Chaquiam*

### **Introdução**

Apresentaremos neste trabalho, um recorte referente à evolução histórica da Trigonometria, com a intenção de desenvolver subsídios para a ação didática de professores de Matemática, no ensino de Trigonometria na Educação Básica.

Para tanto, analisamos alguns estudos voltados ao ensino de Matemática, e verificamos que o modelo tradicional de ensino, caracterizado pela apresentação dos conceitos pelo professor, seguidos de exemplos e exercícios de aprofundamento, ainda persistem nas escolas. No ensino de Trigonometria essa realidade é constatada, no estudo realizado por Oliveira (2008) e Gomes (2015) que indicam a predominância desta metodologia. Esta realidade se contrapõe ao que sugerem os Parâmetros Curriculares Nacionais,

[...] é preciso rever e redimensionar alguns dos temas tradicionalmente ensinados. De fato, não basta revermos a forma ou metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação.

(BRASIL, 1999, p. 43)

Dessa forma, é necessário refletir criticamente sobre o ensino de Matemática que vem sendo desenvolvido nas escolas e, sobretudo, desenvolver estratégias pedagógicas mais apropriadas para o ensino de Matemática.

A Educação Matemática se propõe a superar tais dificuldades de ensino e aprendizagem, por meio de diferentes de tendências

metodológicas. Modelagem Matemática, Resolução de problemas, Etnomatemática, Uso de Tecnologias de Informação e Comunicação, Uso de Materiais Concretos e Jogos, História da Matemática, buscam encontrar alternativas para superar desafios de aprendizagem e propor diferentes possibilidades para o ensino de Matemática. Dentre essas tendências, utilizamos nesta proposta os pressupostos da História da Matemática.

Assim, dentro da perspectiva que utiliza a História da Matemática como recurso didático, tomamos como referência Miguel (1997), que nos apresenta, em seu artigo intitulado "As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores" quatorze argumentos mais frequentes utilizados por defensores da história da Matemática e quatro argumentos questionadores de seu uso como metodologia de ensino e suas potencialidades pedagógicas da História da Matemática em sala de aula. Assim, concordamos com um dos argumentos reforçadores encontrados em Miguel (1997), que retrata a utilização da História da Matemática em sala de aula como fonte de motivação, não sendo possível atribuir, somente a isso, a unanimidade do interesse do aluno pelo tema.

[...] o conhecimento histórico dos processos matemáticos poderia despertar o interesse do aluno pelo conteúdo que está sendo ensinado. Os mais ingênuos acabam atribuindo à história um poder quase mágico de modificar a atitude do aluno em relação à matemática. Nesses textos, o poder motivador da história é atestado e exaltado em função da adoção de uma concepção lúdica ou recreativa da mesma.

(MIGUEL, 1997, p. 75, grifo nosso)

Diante dessa perspectiva, o uso pedagógico da História da Matemática proporciona um momento extremamente significativo na construção e consolidação de um conhecimento matemático durante as aulas, considerando que a partir da abordagem cronológica de personagens e fatos relacionados ao tema, é possível vislumbrar avanços e retrocessos de seu desenvolvimento ao longo da história e proporcionar

uma espécie de resumo de sua evolução no sentido de justificar sua relevância durante a abordagem em sala de aula. Ao conhecer esses aspectos históricos, é possível que o aluno sintá-se mais estimulado a aprofundar conhecimentos sobre o tema.

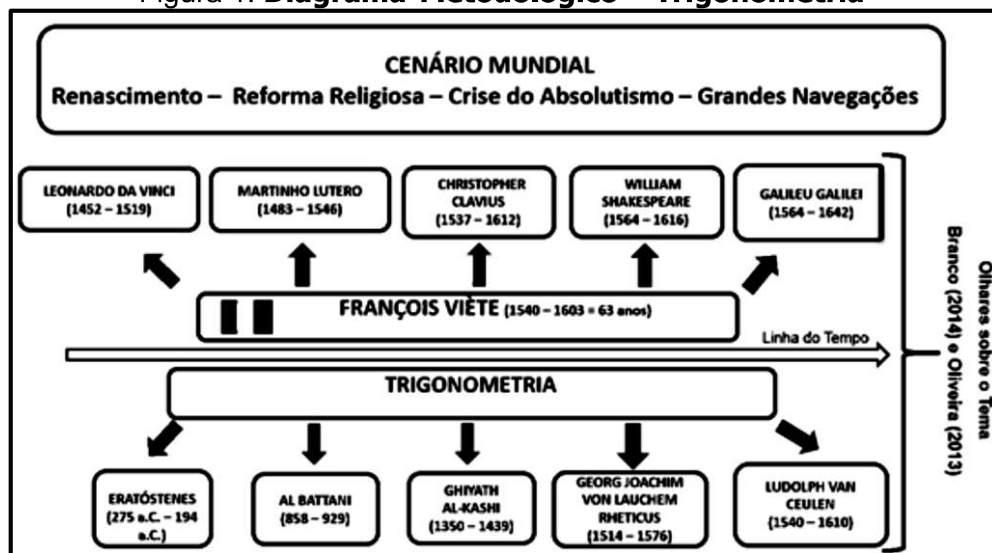
Dessa forma, adotar a História da Matemática como recurso didático nas aulas de matemática exige pesquisa, comprometimento com leituras prévias para aprofundamento e um planejamento específico para cada tema que será abordado em sala de aula. Neste sentido, é possível destacar aspectos importantes e peculiares que fizeram parte do desenvolvimento de determinado tema, como estímulo para o aprendizado. É justamente nesta perspectiva que surge a motivação para o desenvolvimento desta proposta sobre Trigonometria. O desenvolvimento da Trigonometria, que atualmente é um ramo da Matemática, surgiu com a observação do céu, que sempre fascinou o homem. Este fascínio impulsionou o desenvolvimento da Astronomia, proporcionando descobertas científicas de grande relevância para a humanidade. Portanto este trabalho tem por objetivo oferecer ao professor, um texto acessível que possa ser utilizado como recurso pedagógico em sala de aula e que mostre uma síntese do desenvolvimento histórico da Trigonometria, destacando o contexto mundial da época e as contribuições de alguns personagens para o desenvolvimento do tema, assim como contribuir com a melhoria do ensino de matemática na educação básica.

Este trabalho foi proposto durante a disciplina História da Matemática, ministrada no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática – PMPEM da Universidade do Estado do Pará - UEPA. A partir da leitura de artigos acadêmicos sugeridos durante as aulas da disciplina e dos debates decorridos, o tema foi tornando-se desafiador. As reflexões geradas sobre as potencialidades pedagógicas da História da Matemática permitiu detectar que ainda é mínima a produção de textos que possam ser utilizados em sala de aula para o ensino de determinado conteúdo matemático a partir de sua evolução histórica havendo, portanto, há necessidade de se produzir conhecimentos nessa direção.

Na pesquisa, realizada encontramos dificuldades em obter informações sobre personagens muito antigos e sobre a discordância em

datas de nascimento e falecimento de determinados personagens. Assim, fundamentamos a proposta deste trabalho em Mendes e Chaquiam (2016), que sugerem um diagrama bem estruturado, para se retratar a evolução de um determinado tema a partir de um recorte histórico apropriado. Dessa forma, apresentamos o diagrama em questão, adaptado para a evolução do tema Trigonometria.

Figura 1: **Diagrama-Methodológico – Trigonometria**



Fonte: Elaborado pelos autores a partir de Chaquiam (2016)

O diagrama acima apresenta uma linha do tempo centralizada e abaixo dela é destacado o tema central (Trigonometria) e alguns dos personagens que contribuíram com o seu desenvolvimento ao longo da história, em um recorte que se inicia com Eratóstenes (275 a.C. - 194 a.C.) e é concluído com as contribuições de Ludolph Van Ceulen (1540 - 1610).

Acima da linha do tempo, está disposto o personagem em foco, François Viète, e alguns de seus contemporâneos, escolhidos em função de sua relevância nos mais diversos campos do conhecimento, tais como: Leonardo da Vinci, Martinho Lutero, Christopher Clavius, William Shakespeare e Galileu Galilei, que durante o desenvolvimento do trabalho,

foram retratados por meio de seus traços bibliográficos e de suas valiosas contribuições para o desenvolvimento da humanidade.

Não obstante a estes personagens citados, são ressaltados também, fatos importantes que estavam ocorrendo no cenário mundial da época, para que o leitor possa se situar no período histórico tratado e estabelecer relações entre os personagens, e a evolução do tema em questão. Nesse sentido, serão evidenciados: O Renascimento; As Reformas Religiosas; A Crise do Absolutismo e As Grandes Navegações. Com isso, pretende-se mostrar ao leitor os acontecimentos históricos que estavam ocorrendo na maior parte do período delimitado neste recorte histórico.

A escolha deste período se justifica, pois nele é possível estruturar com certa coerência, uma história da evolução da Trigonometria, por meio das relevantes descobertas que se sucederam neste período. Não obstante aos conhecimentos levantados, serão considerados também, outros olhares mais atuais sobre a Trigonometria, a fim de enriquecer os conhecimentos sobre o tema e sua importância na atualidade.

Com relação à utilização do diagrama, quando iniciar um conteúdo matemático, sugerimos que o professor adote a seguinte sequência de apresentação: 1) iniciar com a apresentação do personagem em foco; 2) apresentar o tema; 3) incluir a linha do tempo que irá referenciar o período histórico escolhido; 4) apresentar o cenário mundial da época e sua possível influência na compreensão e no desenvolvimento do tema; 5) apresentar em ordem cronológica os contemporâneos do personagem em foco e suas contribuições; 6) apresentar cada um dos personagens que contribuíram para a evolução do tema; e por fim, 7) apresentar a importância do tema em pesquisas científicas mais atuais.

Este diagrama pode ser utilizado pelo professor quando for ministrar Trigonometria para alunos do 2º ano do Ensino Médio, como recurso pedagógico. Ao iniciar a aula, o professor pode comentar a necessidade inerente ao ser humano em compreender fenômenos naturais que os cerca e que essa curiosidade, própria de nossa espécie, foi decisiva para o desenvolvimento da ciência em vários momentos de nossa história. Como exemplo, pode citar que a observação do céu sempre fascinou o

homem e este fascínio, desencadeou o início do desenvolvimento da Astronomia e da Trigonometria.

A partir daí o professor pode comentar cada tópico importante do tema em questão, enquanto vai construindo uma visão geral do diagrama no quadro, ou projetando paulatinamente sua imagem, com o auxílio de um computador. Ressalte-se neste momento, que a evolução do conhecimento humano muitas vezes não acontece de forma linear ou proporcional ao tempo, isto é, uma determinada teoria pode ser aceita como verdade por um longo período de tempo, até que seja refutada por uma teoria mais consistente.

Assim, com o auxílio do diagrama, é possível mostrar aos alunos, que a evolução histórica de determinado conhecimento é caracterizada por períodos de avanços, mas também por períodos de grande estagnação, que certamente retardaram em alguns períodos, o desenvolvimento das ciências. É fundamental que o aluno conheça esses aspectos, que devem ser reforçados pelo professor em sala.

Após explanação geral do diagrama adaptado neste trabalho, seguimos com o texto complementar que retratará o cenário mundial da época, iniciado pelo Renascimento.

## **O Renascimento**

O Renascimento foi um período de grandes transformações ocorridas na Europa Ocidental entre o início do século XIII e o final do século XVI, caracterizada inicialmente, pela transição de uma sociedade feudal para uma sociedade semi-capitalista. Esta transição desencadeou nos séculos seguintes, uma série de profundas transformações no âmbito social, político, filosófico, religioso, cultural e técnico e científico da Europa.

De acordo com Rosa (2012, p. 329), o renascimento científico verificado neste período, pode ser compreendido em duas fases. Na primeira, entre os séculos XIII e XIV, houve a renovação cultural do ocidente latino após séculos de relativa estagnação, incentivados por debates filosóficos a partir da introdução de obras da Filosofia e da Ciência

grega, que haviam sido traduzidas para o latim; São Tomás de Aquino formularia a nova Doutrina Cristã, influenciando a mentalidade da sociedade católica; a necessidade de compreender o mundo extrapola os domínios da Igreja e passa alcançar as universidades e os meios culturais.

Na segunda fase, entre os séculos XV e XVI há um considerável desenvolvimento do conhecimento científico, pois contou com condições sociais, políticas econômicas e culturais bem favoráveis. Nessa fase, inicia-se o método científico como forma de validar um conhecimento que antes era referendado somente por autoridades e que muitas vezes mostravam-se equivocados.

A ciência ganha força. Esta rápida evolução, fez com que a sociedade europeia ocidental fosse pioneira nas investigações sobre Matemática, Astronomia, Óptica, Mecânica, Botânica, Zoologia, e Anatomia humana, superando o nível cultural das civilizações chinesas, árabes, hindu e bizantina que eram contemporâneas. O desenvolvimento técnico necessário para superar novos desafios, estimulou a produção de novos instrumentos.

Assim foi criada a Bússola magnética, fundamental nas grandes navegações; a pólvora que influenciaria o poder militar; o relógio mecânico; o papel, que substituiria o papiro e o pergaminho; e a descoberta de novas fontes de energia, dentre outras grandes inovações tecnológicas da época. Ainda segundo Rosa (2012), nesse contexto, surge o novo Homem renascentista, consciente de sua capacidade, de sua competência e de sua criatividade, refletindo os ideais de uma nova classe burguesa que se opunha a velha estrutura feudal.

## **A Reforma Religiosa**

O processo das reformas religiosas teve início no século XVI. Durante esse período, o processo de centralização monárquica, em andamento na Europa desde o final da Idade Média, tornou tenso o relacionamento entre os reis e a igreja, até então detentora de sólido poder

temporal. Assim, além do domínio espiritual sobre a população, os membros do clero detinham o poder político administrativo sobre os reinos.

Ao mesmo tempo, a expansão capitalista encontrava alguns entraves nas pregações da igreja, que condenava a usura, ou cobrança de juros ou empréstimos, e defendia o "justo preço" das mercadorias, ou seja, produção e comercialização sem direito a lucro. Não encontrando mais na igreja a satisfação de suas necessidades espirituais, os membros da burguesia enfrentavam uma crise de religiosidade.

Um ingrediente poderoso na crise religiosa que se delineava foi a desmoralização do clero. Os abusos e o poder excessivo de seus membros (alto e baixo clero) contradiziam abertamente suas pregações moralizadoras. Embora condenasse a usura e o desconfiassem do lucro, os membros da igreja praticavam-nos de forma desenfreada. O comércio de bens eclesiásticos, o uso da autoridade para garantir privilégios, o desrespeito ao celibato clerical e até a venda de cargos eclesiásticos não eram raros na igreja até o final da Idade Média.

O maior escândalo talvez fosse o da venda de indulgências, isto é, do perdão dos pecados cometidos pelos fiéis em troca de pagamentos a religiosos, incluindo o papa. Nas universidades, o movimento de crítica ganhava vulto, principalmente em Oxford, Inglaterra, porém, o grande rompimento iniciou-se na Alemanha, região do Sacro Império Romano-Germânico.

A Alemanha era ainda basicamente feudal, agrária, com alguns enclaves mercantis e capitalistas ao norte. A igreja era particularmente poderosa no Sacro Império, onde possuía cerca de um terço do total das terras. A nobreza alemã, por essa razão, encontrava-se ansiosa por diminuir a influência da instituição, além de cobiçar suas propriedades, o que estimulou ainda mais o rompimento.

A reforma teve início com Martinho Lutero (1483 - 1546), membro do clero e professor da Universidade de Wittenberg. Crítico, pregava a teoria agostiniana da predestinação, negando os jejuns e outras práticas comuns apregoadas pela igreja.



## **A crise do Absolutismo**

O processo de formação das monarquias centralizadas no final da Idade Média ocorreu em grande parte pela aproximação entre monarcas e burguesia, na busca da superação dos entraves políticos e econômicos derivados das estruturas feudais. O monarca extraia força econômica da burguesia e buscava também manter ligações com a nobreza, garantindo-lhe privilégios em troca de apoio político para manter-se no poder.

Entre os séculos XV e XVIII, o absolutismo foi o sistema político e social que vigorou na maior parte da Europa. Também denominado Antigo Regime, consistia na centralização do poder político nas mãos do monarca. Além dele, apenas a nobreza, detentora de terras, possuíam algum poder e prestígio social. As classes sociais do absolutismo eram, o Rei – que tinha o poder absoluto; o 1º estado (Clero), o 2º estado (Nobreza) , o 3º estado (Burguesia e o resto da população), os burgueses enriqueciam por meio de atividades como o comércio e indústria.

Embora estivessem acumulando crescente poder econômico, não tinham o poder político, por isso o antigo regime passou a ser contestado, visto que os indivíduos não eram avaliados por seus méritos ou conhecimentos, mas pelo seu berço. Os títulos de nobreza passavam de pai para filho, desta forma um plebeu nunca poderia se tornar nobre.

Na França, após a morte de Luiz XIV, o rei Sol, a opinião pública passou a se modificar em relação ao regime político e autoritário em vigor. Os filósofos iluministas influenciaram para o fim do absolutismo através de seu lema: Liberdade, igualdade e fraternidade. Os burgueses foram os principais interessados nesta filosofia, pois, apesar do dinheiro que possuíam, eles não tinham poder em questões políticas devido a sua forma participação limitada.

Ao final do século XVIII, foi desencadeado na Europa, o processo de queda do Antigo Regime. Tal processo pode ser caracterizado pelo colapso do Estado moderno absolutista e sua substituição por um novo tipo de Estado, plenamente controlado pela burguesia, o chamado Estado liberal.

Nesse processo, os últimos resquícios do feudalismo foram eliminados, e uma série de privilégios associados à velha aristocracia

desapareceu. Foi possível assistir, portanto, à emergência de um novo mundo, marcado pelo sucesso burguês e o desenvolvimento máximo do capitalismo com a industrialização.

### As grandes navegações

As grandes navegações ocorreram entre os séculos XV e XVII em um momento de grandes descobertas científicas decorrentes do movimento renascentista em toda a Europa. O desenvolvimento da Astronomia e da Trigonometria foram essenciais para as grandes navegações, pois com o estabelecimento do pensamento científico, adotou-se que a terra era redonda e aceitou-se a teoria heliocêntrica do sistema solar proposta pelo Astrônomo e Matemático polonês, Nicolau Copérnico.

Esses conhecimentos motivaram a ideia de se explorar rotas oceânicas alternativas para se chegar às Índias e revolucionar o comércio de especiarias, que nessa época dava-se somente pelo mar mediterrâneo, por meio de embarcações simples que não exigiam muitos recursos náuticos e favoreciam cidades portuárias italianas como Pisa, Florença, Veneza, Milão.

Figura 2: **Mar Mediterrâneo**



Fonte: <https://www.google.com.br/maps/@42.7412913,11.6767759,4z>

Com o surgimento da Burguesia em decorrência do acúmulo de capital nas grandes cidades da Europa e da necessidade de se expandir o seu território pelo mundo, países como Portugal, Espanha, França, e Holanda protagonizaram uma verdadeira corrida ao mar, desencadeando a fase das grandes navegações. Assim, aproveitando-se de sua localização geográfica privilegiada, Portugal e Espanha se destacaram nessas explorações, realizando muitas expedições mar afora. Como resultado, descobriram um novo caminho para as Índias e outros continentes que foram considerados colônias imperiais, fornecedoras de ouro, prata e madeira para países da Europa.

Dessa forma, constituiu-se um novo cenário político e econômico na Europa, e assim Lisboa e Sevilha tornaram-se cidades muito importantes economicamente, superando as cidades italianas há muito tempo detinham essa hegemonia. Segundo Rosas (2012, p. 378) as grandes navegações, sobretudo as realizadas entre 1488 e 1521, influenciaram em diversos domínios, caracterizando um novo período da História europeia. Da mesma forma, em pouco tempo o comércio transatlântico superaria, em valor, quantidade e diversidade aquele praticado no Mediterrâneo favorecendo a formação das companhias de comércio (França, Holanda, Inglaterra, Espanha, Portugal), o surgimento dos bancos e bolsas de valores, dos títulos e letras de câmbio, de modo que o crescente volume de negócios realizados, em decorrência das grandes navegações, inflacionaria o mercado daquela época.

O cenário religioso, também sofreu influência das grandes navegações, pois com a conquista de novos continentes era evidente o grande desafio de levar o Cristianismo também para esses lugares recém descobertos. Outra questão importante, é que com o avanço e comprovação de conhecimentos geodésicos, alguns dogmas da Igreja, começaram a ser questionados. Da mesma forma, os conhecimentos da Geografia, Cosmologia, Astronomia e das Ciências Naturais, teria que ser repensado e reestudado.

Ao abordar em linhas gerais, o Renascimento, as Reformas Religiosas, a queda do Absolutismo e as Grandes Navegações que certamente, foram eventos de grande influência na Europa do século XVI,

é possível ter ideia dos acontecimentos que caracterizaram esse período de grandes transformações.

Para melhor precisar o recorte histórico, serão apresentados alguns personagens brilhantes e contemporâneos a Viète, que se destacaram com exímias contribuições, para o desenvolvimento da humanidade nos mais variados segmentos. Dentre esses personagens contemporâneos a Viète, podemos citar: Leonardo da Vinci, Martinho Lutero, Christopher Clávius, William Shakespeare e Galileu Galilei, que serão apresentados a seguir.

### **Leonardo da Vinci (1452 – 1519)**

Nascido em Vinci, próximo a Florença em 1452, Leonardo da Vinci foi considerado em pouco tempo, o maior pintor de sua época, sendo protegido e adulado nas principais cortes europeias. Escultor, músico, arquiteto, engenheiro civil e militar, extraordinário inventor, deixou cerca de seis mil páginas dessa prodigiosa obsessão nas quais encontra-se praticamente de tudo.

Geometria, Anatomia, Geologia, Botânica, Astronomia, Óptica, Mecânica dos Sólidos, Mecânica dos Fluidos, Balística, Hidráulica, magníficos desenhos preparatórios e exaustivos desenhos de perspectivas, considerações teóricas sobre artes, além da mais fantástica coleção de invenções e soluções de engenharia já imaginadas por um único homem, tais como: esboços de helicópteros, submarinos, para-quedas, veículos, embarcações automotoras, máquinas voadoras, tornos, turbinas, teares, máquinas hidráulicas, canhões, metralhadoras, etc.

Leonardo da Vinci teve grande influência no desenvolvimento da Matemática. Repudiava todas as ideias que não partissem da observação. Para ele, contudo, uma simples observação não era suficiente, porque só se tornaria útil quando fosse realizada sobre um projeto hipotético, cujas hipóteses devem ser confirmadas pela experiência. Deste modo, afirmava que onde houvesse verificação experimental, haveria razão, isto é, ponto de partida para a interrogação, e onde há razão, há a possibilidade de

precisão Matemática. Para Leonardo, a Matemática é o ponto de união decisivo, entre a mente humana e a realidade da natureza. Sua perda em 1519 provocou uma dor extraordinária em todos aqueles que o conheciam.

### **Martinho Lutero (1483 – 1546)**

Precursor da Reforma Protestante na Europa durante o século XVI, Martinho Lutero nasceu em 1483 na cidade de Eisleben, Alemanha. Como era comum na época, foi alvo de uma disciplina rígida. Aprendeu, entre outras coisas, a orar aos santos, realizar boas obras e reverenciar o papa e a igreja. Pouco tempo após iniciar seus estudos de Direito, Lutero resolveu tornar-se monge e entrou no Mosteiro Agostiniano de Erfurt. Em 1507, ele foi ordenado padre, mas devido as suas ideias que eram contrárias as pregadas pela igreja católica, ele foi excomungado. Em seguida, deixou o Mosteiro para ensinar filosofia moral na Universidade de Wittenberg.

Certo tempo depois ele passou por uma angústia que pode ser sintetizada em uma pergunta: se o coração da pessoa é governado pelo pecado, como pode esperar salvação diante de Deus? Por causa do que havia aprendido, procurou resposta – e paz – através de boas obras, incluindo jejuns e autoflagelação. Por fim, a incapacidade de sentir paz diante de Deus o levou às portas do desespero. A aflição de Lutero somente encontrou resposta no dia em que encontrou na Bíblia a certeza de que não há como alguém merecer o favor de Deus por causa de alguma coisa que faz; que a única forma de alguém obter o favor Deus é através da fé em Jesus Cristo; que é através da fé em Jesus que os pecados são perdoados por Deus. Esse juízo, conhecido como a doutrina da justificação pela fé, tornou-se um dos pilares do pensamento religioso de Lutero.

Sua doutrina, salvação pela fé, foi considerada desafiadora pelo clero católico, pois abordava assuntos considerados até então pertencentes somente ao papado. Contudo, esta foi plenamente espalhada, e suas inúmeras formas de divulgação não caíram no esquecimento, ao contrário, suas ideias foram levadas adiante e a partir do século XVI, foram criadas as primeiras igrejas luteranas.

A Igreja Romana da época costumava dizer que algumas pessoas possuíam mais méritos do que tinham necessidade para serem salvas. Por isso, o "mérito extra" dessas pessoas poderia ser transferido – especialmente através de pagamento – para pessoas cuja salvação era duvidosa. Lutero protestou contra esta prática, chamada de indulgência. Em 31 de outubro de 1517, Lutero afixou uma série de críticas – que se tornaram conhecidas como 95 Teses – na porta da Igreja do Castelo de Wittenberg. As Teses eram um protesto contra o abuso da autoridade do Papa, especialmente no sentido de desafiar o Papa a esvaziar de graça o purgatório, já que diz controlá-lo. Lutero também negou o ensino do "mérito extra" que estava por trás das indulgências.

Apesar do resultado, inicialmente o reformador não teve a pretensão de dividir o povo cristão, mas devido à proporção que suas 95 teses adquiriram, este fato foi inevitável. Para que todos tivessem acesso às escrituras que, até então, encontravam-se somente em latim, ele traduziu a Bíblia para o idioma alemão, permitindo a todos um conhecimento que durante muito tempo foi guardado somente pela igreja. A Igreja Romana ordenou que Lutero se apresentasse em Roma para responder às acusações de heresia. Lutero se recusou a mudar de opinião. A resposta do Papa à situação foi uma bula (ordem papal), ameaçando Lutero de excomunhão, caso não se retratasse. Em protesto, ele queimou publicamente a bula e foi excomungado em janeiro de 1521.

Publicou cerca de 400 obras durante a sua vida, incluindo comentários bíblicos, catecismos, sermões e tratados. Também escreveu hinos para a Igreja. Parte de suas obras estão publicadas em diversas línguas modernas. Lutero faleceu de derrame cerebral em 1546, aos 63 anos de idade, em sua cidade natal, Eisleben.

### **Christopher Clavius (1537 - 1612)**

Christopher Clavius nasceu em Bamberg, Alemanha, em 1537 e faleceu em Roma em 1612. Embora tenha contribuído pouco para a

matemática, é provável que nenhum intelectual alemão do século XVI fez mais do que ele para a promoção dessa ciência. Era um professor inspirado e escreveu textos de aritmética e álgebra dignos de respeito. Em 1574, publicou uma edição dos Elementos de Euclides, especialmente valiosos pelos seus escólios. Também escreveu sobre trigonometria e desempenhou um papel importante na reforma gregoriana do calendário.

### **William Shakespeare (1564 – 1616)**

Nasceu em 1564, na pequena cidade de Stratford-Avon, Inglaterra. É considerado um dos mais importantes poetas, dramaturgos e escritores de todos os tempos. Suas obras que permaneceram ao longo dos tempos consistem de 38 peças, 154 sonetos, dois poemas de narrativa longa, e várias outras poesias. Suas obras são mais atualizadas do que as de qualquer outro dramaturgo e são consideradas quase todas obras-primas, dentre elas: Romeu e Julieta, Hamlet, Ricardo III, O rei Lear, Otelo, Macbeth, O mercador de Veneza, Júlio César, Muito barulho por nada, Antônio e Cleópatra, Coriolano, entre outros.

Embora seus sonetos sejam até hoje considerados os mais lindos de todos os tempos, foi na dramaturgia que ganhou destaque. No ano de 1594, entrou para a Companhia de Teatro de Lord Chamberlain, que possuía um excelente teatro em Londres. Neste período, o contexto histórico favorecia o desenvolvimento cultural e artístico, pois a Inglaterra vivia os tempos de ouro sob o reinado da rainha Elisabeth I. O teatro deste período, conhecido como teatro elisabetano, foi de grande importância. Escreveu tragédias, dramas históricos e comédias que marcam até os dias de hoje o cenário teatral.

Os textos de Shakespeare fizeram e ainda fazem sucesso, pois tratam de temas próprios dos seres humanos, independentemente do tempo histórico. Amor, relacionamentos afetivos, sentimentos, questões sociais, temas políticos e outros assuntos, relacionados a condição humana, são constantes nas obras deste escritor. No ano de 1610, retornou para Stratford, sua cidade natal, local onde escreveu sua última peça, A

Tempestade, terminada somente em 1613. Em 23 de abril de 1616 faleceu o maior dramaturgo de todos os tempos.

### **Galileu Galilei (1564 – 1642)**

Filho de um nobre fiorentino empobrecido, Galileu Galilei nasceu em 1564, na cidade de Pisa, Itália. Foi a primeira pessoa a utilizar um telescópio para observar o Sol, a lua e os planetas, no qual denominou, radicalmente de ciência astronômica. Também é conhecido pelas suas contribuições na Física. Faleceu em 1642, aos 77 anos de idade.

Vincenzino Galilei, pai de Galileu, pertencia a uma família da qual outrora seus membros haviam sido senhores em Florença, mas naquele tempo as coisas não estavam bem. E apesar de seu pai ser matemático e músico, a infância de Galileu testemunhou certa pobreza. Daí talvez venha o motivo de Vincenzino ter sempre sonhado com um filho médico e nunca o ter incentivado e nem visto com bons olhos as tendências de seu filho para a Matemática e Astronomia.

Como sua família não era rica, Galileu tinha que receber uma educação que lhe permitisse ganhar a vida. Por isso, foi enviado para a Universidade de Pisa, para que estudasse Medicina, com seu pai suportando o pesado encargo da manutenção da universidade. No entanto, no segundo ano do curso, que jamais concluiu por falta de interesse, Galileu descobriu a Matemática e a Física, e o encontro com a verdadeira vocação levou-o a abandonar a Universidade, apesar do descontentamento do pai.

Foi nesse período que Galileu realizou sua primeira observação fundamental e deu sua primeira contribuição à Ciência. Certo dia, no interior da Catedral de Pisa, olhando atentamente para um lampadário, ou um pêndulo suspenso no teto, percebeu que este, devido uma rajada de vento, começou a balançar, então colocou a mão direita sobre o pulso esquerdo e marcou o tempo de oscilação, ou seja, ele estava contando, ou melhor, marcando o tempo com a sua pulsação.



Essa simples observação para Galileu fez a diferença, pois o levou a verificar que o período de oscilação do lustre, era independente da amplitude do movimento. A partir daí, surgiram então as leis do pêndulo, ou leis do isocronismo das oscilações, que mais tarde viria a contribuir para o estudo das oscilações em geral, tanto existentes na natureza, quanto produzidas pelo homem, como na Música e na Medicina com a construção do pulsilogium, uma espécie de relógio que mede as pulsações cardíacas, e finalmente possibilitando a construção de relógios.

Neste cenário, disseminou-se uma nova perspectiva de homem e de mundo. Houve uma vasta produção de conhecimentos, produzidos por grandes pensadores. Esta época de grande efervescência política, social e científica, caracterizou o período vivido na Europa pelo francês François Viète (1540 - 1603), personagem em foco. Portanto, neste trabalho foi dado maior enfoque à Viète, em função de suas relevantes contribuições para o desenvolvimento do tema, nesse período.

### **François Viète (1540 – 1603)**

Considerado o maior matemático francês do século XVI, François Viète, frequentemente conhecido por Franciscus Vieta, seu nome semilatinizado, nasceu em Fontenay, na França, em 1540. Filho de advogado, seguiu a profissão do pai, estudou Direito e foi membro do parlamento provincial da Bretanha, porém, abandonou a profissão quatro anos depois.

A possibilidade de resolver equações de terceiro e quarto graus deram um incentivo poderoso ao desenvolvimento da Álgebra. A Álgebra Moderna deve muito àquela desenvolvida no século XVI por pessoas como Bombelli, Recorde, Stevin, dentre outros, mas principalmente a um grande personagem do início do Renascimento: François Viète.

De acordo com Eves (2004, p. 308), existem algumas anedotas curiosas sobre Viète. Uma delas, a história do embaixador dos Países Baixos que se gabava ao rei Henrique IV de que a França não tinha nenhum matemático capaz de resolver um problema proposto em 1593 por

seu contemporâneo Adrianus Romanus (1561 - 1615) e que requeria a resolução de uma equação de grau quarenta e cinco ( $x^{45} - 45x^{43} + 945x^{41} - \dots - 3795x^3 + 45x = K$ ).

Convocado, logo ao ver a equação, Viète percebeu ligações trigonométricas subjacentes e, em poucos minutos, conseguiu descobrir duas raízes e, posteriormente encontrou mais vinte e uma. As raízes negativas lhe escaparam. Viète, por sua vez, desafiou Romanus a resolver com os instrumentos euclidianos o problema de Apolônio; o matemático dos Países Baixos, porém não deu conta da tarefa. Quando lhe foi apresentada a elegante solução de seu desafiante, Romanus fez questão de viajar até Fontenay para conhecê-lo.

Segundo Contador (2006, p.58), Viète também adquiriu fama e sucesso ao conseguir decifrar um código secreto usado pela Espanha durante a guerra que durou cerca de dois anos entre esses países. O código era formado de aproximadamente seiscentos caracteres e, desta maneira, deu uma certa vantagem para a França. Tanta era a certeza do rei da Espanha Filipe II de que o código era indecifrável, o levou a se queixar ao papa de que a França estava usando magia contra seu país e acusou Viète de ter um pacto com o demônio.

Dedicava a maior parte de seu tempo de lazer à Matemática. Consta que quando Viète se engolfava no estudo da Aritmética, era capaz de ficar dias seguidos trancado em seu gabinete. Foi responsável pelo uso de frações decimais ao invés de frações sexagesimais.

### **Sobre a evolução do tema**

De acordo com a proposta sugerida anteriormente no diagrama, será apresentada a seguir, a evolução da Trigonometria constituída dentro de um recorte histórico que vai de Eratóstenes (275 a.C.- 194 a.C.) à Ludolph Van Ceulen (1540 - 1610), destacando além destes, as importantes descobertas de Al-Battani, Ghyath Al-Kashi e Georg Joachim Von Lauchem Reticus apresentadas de forma cronológica, visando

constituir um enredo histórico que mostre o desenvolvimento da Trigonometria, a partir de suas contribuições.

### **Eratóstenes (275 a.C - 194 a.C.):**

Nascido em Cirene, uma antiga colônia grega onde hoje é a Líbia, na costa sul do Mar Mediterrâneo, Eratóstenes passou boa parte de sua juventude em Atenas, e quando tinha cerca de 40 anos de idade, foi convidado por Ptolomeu III do Egito para mudar-se para Alexandria e ser tutor de seu filho. Conseguiu proeminência em vários campos do conhecimento como poesia, astronomia, história, atletismo e matemática.

Hoje, Eratóstenes é lembrado como sendo "o medidor da Terra", já que ele foi o primeiro a fazer medições da circunferência de nosso planeta. Ele observou que, ao meio-dia no dia solstício de verão, o Sol brilhava diretamente para dentro de um poço profundo em Siene. Em Alexandria, verificou que os raios solares formam com a vertical um ângulo de  $7,2^\circ$  que é igual ao ângulo que se forma no centro da Terra com o prolongamento dos raios de Siene.

Como  $7,2^\circ$  é  $1/50$  de  $360^\circ$ , a distância de Alexandria a Siene corresponde a 5000 estádios (onde 1 estádio é aproximadamente igual a 0,1575 km), isto é,  $1/50$  da circunferência da Terra, que ao multiplicar por 50 a dita distância, obtém-se a medida da circunferência da Terra, assim como é possível deduzir seu diâmetro. Os resultados de Eratóstenes foram de aproximadamente 250.000 estádios (ou seja, aproximadamente 39.375 km) para a circunferência da Terra. Os cálculos foram impressionantes e certos, se considerarmos o nível de tecnologia da época. Hoje, se calcula que o comprimento da circunferência da Terra é em torno de 40.008 km.

### **Al-Battani (858 - 929):**

Al-Battani nasceu em 858 na cidade de Harran, às margens do rio Balikh, na antiga Mesopotâmia, atual Turquia. Descendente de uma família de sabianos, uma seita religiosa de adoradores da estrela de Harran, teve

grande motivação para o estudo de Astronomia. Era filho de um habilidoso fabricante de instrumentos astronômicos, Jabir Sinan Al-Harrani, de quem herdou e aprendeu estas habilidades.

Al-Battani é considerado o mais importante astrônomo e matemático árabe de sua época. Foi responsável por inúmeras descobertas importantes na Astronomia, sendo uma delas - a mais notável - a determinação exata do ano solar como sendo de 365 dias, 5 horas, 46 minutos e 24 segundos, o qual é muito próximo das últimas estimativas.

Anos mais tarde, através do matemático persa Abn-Nasr, Al-Battani teria uma motivação especial para o estudo da astronomia, demonstrou que a distância mais longa do Sol e da Terra varia e, conseqüentemente, os eclipses do sol são possíveis assim como os eclipses totais.

Na Matemática, em especial na Trigonometria, também deixou importantes contribuições. Tem o mérito de ter empregado pela primeira vez, depois dos hindus, os senos ao invés das cordas. Além disso, na tradução latina de suas obras, fez a primeira aparição do termo sinus (seno) e o teorema dos senos  $\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$  aplicado por Al-Battani.

### **Ghiyath Al-Kashi (1350 - 1439):**

Ghiyat Al-Kashi ou Al-Kashani nasceu na cidade de Kashan, situada em um deserto no sopé oriental, na faixa central do Irã. Dedicou-se aos estudos da Astronomia e Matemática, tendo como uma das grandes contribuições o desenvolvimento do uso do sistema sexagesimal (base de numeração 60), que foi utilizado pelos astrônomos babilônicos.

Além disso, é atribuído a ele o cálculo da constante  $2\pi$  com nove casas sexagesimais, o equivalente a dezesseis casas decimais. Esta conquista foi muito importante, pois ultrapassou a quantidade de casas decimais obtidos pelos gregos antigos e pelos chineses (que atingiram seis casas decimais no século V). Cerca de 200 anos depois, Ludolph Van Ceulen viria superar Al-Kashi, ao calcular com vinte casas decimais. Também foi responsável por generalizar o Teorema de Pitágoras ao

desenvolver o Teorema dos Cossenos (conhecido por lei dos cossenos), posteriormente expresso por Viète na forma  $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos A$ .

### **Georg Joachim Von Lauchen Reticus (1514 - 1576)**

Nascido em Feldkirch, na Áustria, Georg Joachim Reticus foi matemático e astrônomo. Filho de um médico de Feldkirch, Georg Iserin e da mãe italiana Thomasina de Porrís e, por isso nascido Georg Joachim Iserin, foi educado pelo pai até os primeiros 14 anos da vida, quando esse foi condenado e decapitado por feitiçaria (1528). Obrigado oficialmente a mudar de nome, se tornou o Georg Joachim de Porrís que ele traduziu o nome da mãe em italiano para o alemão von Lauchen, passando a Georg Joachim von Lauchen. Depois adicionou Reticus em homenagem à província romana de Rhaetia.

Reticus dedicou doze anos de sua vida, auxiliado por calculadoras remunerados, à construção de duas tábuas trigonométricas notáveis e ainda úteis hoje. Uma delas envolve as seis funções trigonométricas, calculadas com dez casas, para intervalos de 10" de arco; a outra é uma tábua de senos, com quinze casas, para intervalos de 10" de arco, juntamente com a primeira, a segunda e a terceira diferenças. Foi o primeiro a definir as funções trigonométricas como razões entre lados de um triângulo retângulo. Pelos cálculos das tábuas trigonométricas, foi responsável pelo emprego das seguintes identidades:

$$\operatorname{sen} m a = a \operatorname{sen} (m - 1)a \cdot \cos a - \operatorname{sen} (m - 2)a$$

$$\operatorname{cos} m a = a \operatorname{cos} (m - 1)a \cdot \cos a - \operatorname{cos} (m - 2)a$$

O texto que mostra as tábuas de funções trigonométricas foi completado e publicado em 1596.

### **Ludolph Van Ceulen (1540 - 1610)**

Ludolph Van Ceulen foi um matemático holandês, nascido em 1540 na cidade de Hildishein e faleceu em 1610 em Leinden. Foi professor e é

conhecido principalmente por ter calculado o valor do número pi ( $\pi$ ) com uma aproximação de 35 algarismos. Ele teve muitas contribuições na área da Geometria e Trigonometria.

Van Ceulen tomou como base de seus cálculos a descoberta da fórmula da bissetção de arcos, e mediante sucessivas bissetções, partindo de um pentágono regular, chegou a calcular o perímetro de um polígono de 10.485.760 lados, obtendo assim o valor de  $\pi$  com onze casas decimais. Do mesmo modo, partindo sucessivamente primeiro de um quadrado, depois triângulo equilátero e, finalmente, de um pentadecágono regular, chegou a calcular o perímetro de um polígono regular de mais de 32 mil lados, o qual obteve o valor de  $\pi$  com dezenove algarismos.

Outra contribuição de Van Ceulen foi a introdução das identidades para um arco metade

$$\sin\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{\frac{1-\cos a}{2}} \quad \text{e} \quad \cos\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{\frac{1+\cos a}{2}}$$

### **François Viète (1540 – 1603)**

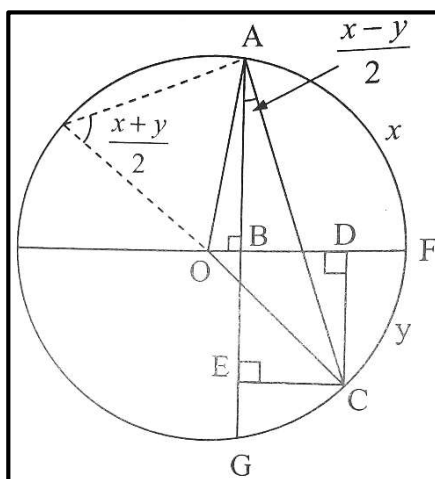
A vasta obra de Viète compreende trabalhos de trigonometria, álgebra e geometria, sendo os principais: *Canon mathematicus seu ad triangula* (1579), *In artem analytican isagoge* (1591), *Supplementum geometriae* (1593), *De numerosa potestatum resolutione* (1600) e *De aequationum recognitione et emendatione* (publicado postumamente em 1615).

Era profundo conhecedor de trigonometria. Na sua obra *Canon mathematicus seu ad triangula* há contribuições notáveis. Trata-se talvez, do primeiro livro na Europa Ocidental a desenvolver sistematicamente métodos para resolver triângulos planos e esféricos com o auxílio das seis funções trigonométricas. Obteve expressões para  $\cos n\theta$  como função de  $\cos \theta$  para  $n = 1, 2, \dots, 9$  e posteriormente sugeriu uma solução trigonométrica para o caso irredutível das cúbicas.

Foi responsável pela dedução de muitas das relações trigonométricas que conhecemos hoje, tais como transformação de soma e

produto, arco duplo e arco triplo. Apresentaremos a seguir, a título de curiosidade, a dedução geométrica de algumas fórmulas, seguindo o diagrama criado por Viète.

Na transformação de soma em produto, considere o círculo de Centro O e raio r = 1.



Pela figura, temos arco AF = x, arco FC = y e  $\widehat{GAC} = \frac{x-y}{2}$ .

$$\text{sen } x = AB, \text{ sen } y = CD$$

$$\text{cos } x = OB, \text{ cos } y = OD$$

$$\text{sen } x + \text{sen } y = AB + CD,$$

$$\text{cos } x - \text{cos } y = OB - OD$$

$$\text{sen } x + \text{sen } y = AE,$$

$$\text{cos } x - \text{cos } y = -BD = -EC$$

Logo, 
$$\text{sen } x + \text{sen } y = 2 \cdot \text{sen } \frac{x+y}{2} \cdot \text{cos } \frac{x-y}{2} \quad \text{e}$$

$$\text{cos } x + \text{cos } y = 2 \cdot \text{sen } \frac{x+y}{2} \cdot \text{sen } \frac{x-y}{2}$$

Viète também teve um grande destaque no desenvolvimento da Álgebra. O mais famoso trabalho é a sua obra *In artem*, ao qual contribuiu de forma singular ao apresentar uma nova nomenclatura para equações algébricas, introduzindo na Álgebra o emprego sistemático das letras para representar valores numéricos, que tornou possível a noção de fórmula geral. Nesse texto, ele introduziu a prática de se usar vogais para representar incógnitas e consoantes para representar constantes.

A convenção atual de se usar as últimas letras do alfabeto para indicar as incógnitas e as primeiras para as constantes foi introduzida por Descartes em 1637. Antes de Viète era comum usarem letras ou símbolos

diferentes para as várias potências de uma quantidade. Viète usava a mesma letra, adequadamente qualificada; assim, o que hoje se indica por  $x, x^2, x^3$ , ele expressava por A, A quadratum, A cubum; mais tarde alguns escritores abreviaram essa notação para A, A q, A c. Viète adotava os coeficientes de uma equação polinomial de modo a torná-la homogênea e usava os símbolos atuais + e -, mas não tinha o símbolo para a igualdade. Assim, o que escreveríamos  $5A^2 - 2CA + A^3 = D$ . Enquanto que para ele seria B 5 in A quad - C plano 2 in A + A cub aequatur D solido.

François Viète foi um algebrista excelente, considerado como "o pai da Álgebra", de modo que não é de se surpreender que ele tenha aplicado a álgebra à trigonometria e à geometria. Ele deu sua parcela de contribuição aos três problemas famosos da Antiguidade ao mostrar que tanto o problema da trissecção como o da duplicação dependem da resolução de uma cúbica, assim como o cálculo de  $\pi$  e seu interessante produto infinito convergente para  $2\pi$ . Não há dúvidas de que François Viète é considerado o maior matemático de sua época.

### **Olhares atuais sobre a trigonometria**

Para finalizarmos este trabalho, apresentaremos alguns comentários sobre o tema trigonometria, com base em pesquisas mais recentes, a fim de se ter visões que norteiam o assunto abordado. Elegemos para análise e comentários os trabalhos de Emerson Carlos Castelo Branco, sob o título "A importância das deduções das fórmulas trigonométricas para a construção de uma aprendizagem significativa", datada de 2013, e de Carlos André Carneiro de Oliveira, intitulado "Trigonometria: o radiano e as funções seno, cosseno e tangente", datado de 2014.

Branco (2013) apresenta o desenvolvimento da trigonometria comentando que devido às necessidades da Astronomia, na navegação e da Geografia, os conhecimentos acerca da trigonometria, inicialmente com os triângulos esféricos começaram a ganhar destaque por volta de 300 a.C., a partir de Euclides, que viveu nessa época e desenvolveu em um de



seus trabalhos, "O Fenômeno", estudos sobre geometria esférica, passando posteriormente por Aristarco, Apolônio, Teodásio, Hiparco e Ptolomeu, mostrando como as contribuições desses matemáticos formaram o que conhecemos hoje.

Branco (2013) apresenta ainda, comentários sobre a utilidade da trigonometria nas mais diversas civilizações, como por exemplo, os hindus, que tinham por finalidade a Astronomia, a trigonometria para eles era essencialmente aritmética, enquanto que para os gregos, a trigonometria era predominantemente geométrica.

Oliveira (2014) destaca a formação do conceito de radiano, mostrando que o termo radiano (radian) aparece impresso pela primeira vez em 1873, num exame escrito pelo físico James Thonson. O termo radian (radiano) provavelmente foi inspirado pela palavra radius (raio).

Oliveira (2014) discute ainda como se deu o uso da unidade radiano em trigonometria, devido a necessidade de unificar as unidades de medidas do arco e da corda (ou meia corda), e o raio do círculo foi adotado como unidade de medida comum, além da extensão das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente definidas no triângulo retângulo para as funções trigonométricas de domínio real e as demonstrações geométricas das fórmulas da adição e da subtração de arcos das funções seno, cosseno e tangente.

### **Considerações finais**

Com base no diagrama apresentado, foi possível viabilizar a elaboração de um texto sobre o desenvolvimento da Trigonometria dentro de um recorte histórico previamente estabelecido. A construção de um texto com tais características, contempla o objetivo proposto no trabalho que visa fornecer um material didático adequado, para auxiliar o professor nas aulas de Trigonometria, considerando a escassez de textos didáticos que utilizam a História da Matemática, para subsidiar o ensino de Matemática.

Nesse sentido, o presente texto contribui para preencher a lacuna existente entre a necessidade de se abordar a História da Matemática no ensino de Matemática e a falta de material didático específico para esse fim.

Este trabalho, mostra que o desenvolvimento da Trigonometria contou com séculos de estudos e descobertas. A análise do diagrama mostra, por sua vez, produções esparsas dentro do recorte histórico adotado, indicando que o seu desenvolvimento ocorreu mais lentamente em determinado período e avançou significativamente em outros, provavelmente por conta do contexto histórico da época ou por dificuldades na compreensão das etapas necessárias para sua evolução.

Entendemos, portanto, que esses aspectos devem ser considerados no ensino de Matemática, pois geralmente espera-se que o aluno compreenda o assunto em um curto espaço de tempo, ignorando os possíveis obstáculos didáticos presentes em seu desenvolvimento histórico. Dessa forma, com este trabalho sugerimos um texto específico para o ensino de Trigonometria, a ser experimentada e melhorada em futuras pesquisas.

## **Referências**

ASSOCIACIÓN FONDO DE INVESTIGADORES Y EDITORES. **Trigonometria plana y esférica e introducción al cálculo**. Lima, Peru: Lumbreras Editores, 2012.

ASSOCIACIÓN FONDO DE INVESTIGADORES Y EDITORES. **Razonamiento matemático**: propedéutica para las ciencias. Lima, Peru: Lumbreras Editores, 2012.

B.BOYER, Carl. **História da matemática**. São Paulo: Blucher, 2012.

BRANCO, Emerson Carlos Castelo. **A importância das deduções das fórmulas trigonométricas para a construção de uma aprendizagem significativa**. 87 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática -

PROFMAT) - Universidade Federal do Maranhão. 2013. Disponível em: <[http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica\\_artigos/dissertacao\\_emerson\\_carlos\\_castelo\\_branco.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/dezembro2013/matematica_artigos/dissertacao_emerson_carlos_castelo_branco.pdf)>. Acessado em 17 de abril de 2017.

BRASIL. **Ministério da educação e cultura**. Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio. Volume 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006, p. 75, 76.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história** – V. 1. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história** – V. 2. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.

GOMES, S. C. **Ensino de trigonometria numa abordagem histórica** - um produto educacional. Holos. v.3, n.31. 2015. Disponível em: <[www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/download/683/1101](http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/download/683/1101)>. Acessado em: 11 de abril de 2017.

MENDES, Iran Abreu. CHAQUIAM, Miguel. **História nas aulas de matemática**: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHmat, 2016.

MIGUEL, Antonio. **As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão**: argumentos reforçadores e questionadores. Revista Zetetiké. Campinas (SP): Unicamp - FE - CEMPEM, 1997. p. 73-105. Disponível em: <<http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/download/2594/2338>>. Acessado em: 04 de abril de 2017.

OLIVEIRA, Carlos André Carneiro. **Trigonometria**: o radiano e as funções seno, cosseno e tangente. 85 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Federal de Campina Grande. 2014. Disponível em: <[http://bit.profmtat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1183/2012\\_00965\\_CARLOS](http://bit.profmtat-sbm.org.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/1183/2012_00965_CARLOS)>

[\\_ANDRE\\_CARNEIRO\\_DE\\_OLIVEIRA.pdf?sequence=1](#)>. Acessado em 16 de abril de 2017.

OLIVEIRA, Francisco Canindé. **Dificuldades no processo ensino aprendizagem de trigonometria por meio de atividades**. 2006. 74 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2006. Disponível em: <[http://www.ppgecnm.ccet.ufrn.br/publicacoes/publicacao\\_62.pdf](http://www.ppgecnm.ccet.ufrn.br/publicacoes/publicacao_62.pdf)>. Acessado em: 10 de abril de 2017.

ROSA, Carlos Augusto de Proença. **História da ciência: da antiguidade ao renascimento científico** / Carlos Augusto de Proença. — 2. ed. — Brasília : FUNAG, 2012. 3 v. em 4; 23 cm. Disponível em: <[http://funag.gov.br/loja/download/1019-Historia\\_da\\_Ciencia\\_-\\_Vol.I\\_-\\_Da\\_Antiguidade\\_ao\\_Renascimento\\_Cientifico.pdf](http://funag.gov.br/loja/download/1019-Historia_da_Ciencia_-_Vol.I_-_Da_Antiguidade_ao_Renascimento_Cientifico.pdf)>. Acessado em: 02 de abril de 2017.

VICENTINO, Cláudio. DORIGO, Gianpaolo. **História para o ensino médio**. São Paulo: Scipione, 2001.