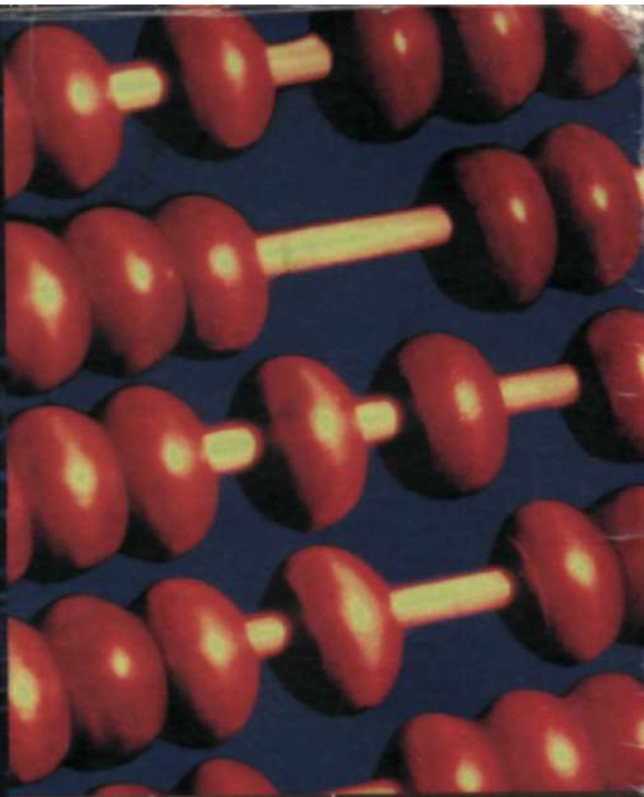
GEORGES IFRAH

HISTÓRIA UNIVERSAL DOS ALGARISMOS

TOMO 1

A Inteligência dos Homens Contada pelos Números e pelo Cálculo



EDITORA NOVA FRONTEIRA

GEORGES IFRAH

HISTÓRIA UNIVERSAL DOS ALGARISMOS

A Inteligência dos Homens Contada pelos Números e pelo Cálculo

TOMO 1

2ª impressão

TRADUÇÃO

Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky

EDITORA
NOVA
FRONTEIRA

Título original:
Histoire universalle des chiffres

Direitos de edição da obra em língua portuguesa adquiridos pela
EDITORA NOVA FRONTEIRA S.A.
Rua Bambina, 25 — Botafogo
CEP: 22251-050 — Rio de Janeiro — RJ —Brasil
Tel.: (021) 537-8770 — Fax: (021) 286-6755
http://www.novafronteira.com.br

Edição de originais
Carlos Alves de Oliveira

Revisão técnica
Henrique Cairus e Antonio Augusto Carvalho Jr.

Revisão ortográfica
Helena Mollo, Leonardo Silveira, Sofia Sousa Silva, Lara Valentind

Editoração
FA Editoração Eletrônica

CIP — Brasil. Catalogação-na-fonte
Sindicato Nacional de Editores de Livros, RJ.

Ifrah, Georges, 1947

História universal dos algarismos, volume 1: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo/Georges Ifrah ; tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky — Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997 — 2v.

Tradução de: Histoire universelle des chiffres
Inclui bibliografia e índices

ISBN 85-209-0841-1

1. Numeração — História. 2. Numerais — História. Título.

97-0848 CDD 513.5
CDU 511.1

Para você, minha esposa,
testemunha paciente das alegrias
e das angústias que este duro trabalho me proporcionou
durante tantos anos.
Por sua ternura e pela inteligência de suas críticas.
Para você, Hanna,
a quem este livro e seu autor devem tanto.
E para vocês, Gabrielle e Emmanuelle,
minhas filhas, minha paixão.

Sumário

Tomo 1

Primeira Parte

A AVENTURA DOS ALGARISMOS
OU A HISTÓRIA DE UMA GRANDE INVENÇÃO

Temas abordados no Tomo 2

Advertência

O objetivo essencial desta obra em dois volumes é responder em termos simples e acessíveis e da maneira mais completa possível a todas as questões que o público se coloca com respeito à história universal dos algarismos e do cálculo, evolução complexa e multiforme que se estende da pré-história à era dos computadores e que parte das operações mais elementares — errando no terreno das aritméticas especulativas, místicas, religiosas, mágicas ou adivinhatórias — para desembocar nos cálculos mais gerais possíveis, após ter passado pela descoberta do zero e da numeração de posição.

É preciso dizer que esta *História universal dos algarismos* — cinco vezes mais extensa em volume que a primeira — foi consideravelmente enriquecida ao lado de todos os melhoramentos de detalhe acrescentados ao texto, à imagem e à estrutura, bem como à apresentação dos fatos. E foi concebida não somente como um documento histórico regido por um fio condutor ao mesmo tempo lógico e cronológico, mas também e sobretudo como uma verdadeira enciclopédia temática, estabelecendo agrupamentos por assunto no interior de grandes seções.

Assim, esta obra convida o leitor a uma viagem apaixonante através das eras e das civilizações, fazendo com que se beneficie de todas as explicações necessárias com o apoio de numerosas ilustrações, comentários e reconstituições e fornecendo-lhe mesmo, sob a forma de quadros mais ou menos longos, diversas precisões e informações úteis. O que quer dizer que esta enciclopédia é consultável com toda a liberdade, em qualquer lugar, de acordo com a curiosidade do leitor e segundo seus próprios centros de interesse. (Exemplos: maias antes de babilônios ou egípcios; história do cálculo artificial antes ou depois da dos cálculos árabes, indianos ou chineses etc.)

A numeração dos capítulos é contínua; ela é independente da divisão da obra em dois tomos. Quanto às figuras, estão enumeradas na ordem de sua sucessão no interior de um mesmo capítulo, levando a indicação do número deste último. (Exemplo: a indicação fig. 21.15 reenvia à décima quinta figura do capítulo 21.)

Por outro lado, as remissões aos capítulos são feitas sem indicação de tomo. Toda remissão à segunda seção do capítulo 24 faz-se sob a forma: ver Dicionário, p. 3. É verdade que essa seção não é outra senão o *Dicionário dos símbolos numéricos da civilização indiana* que, precisemos, pode ser abordado independentemente de todo o resto e pode ser consultado como um dicionário inteiramente à parte; toda referência a um desses artigos está assinalada por um asterisco (exemplos: *Astrologia indiana; *Infinito; etc.).

Por outro lado, para reencontrar o que se procura pode-se, de um modo geral (de acordo com a estrutura conferida à obra e segundo as ferramentas indispensáveis de que essa foi munida), remeter-se seja ao índice analítico (ou, caso seja necessário, ao índice das ilustrações) que figura no fim de cada tomo, seja ao índice que termina o tomo 2, cujas palavras-chaves e nomes próprios, classificados em ordem alfabética, remetem às páginas que tratam dos referidos temas com indicação do tomo correspondente. E como o próprio índice dispõe de várias palavras-chave para remeter a uma mesma noção ou a um mesmo tema, o leitor poderá encontrar todas as informações desejadas sem ter de conhecer de imediato o sentido preciso das palavras correspondentes.

Acrescentemos que a importante bibliografia do fim do tomo 2 permitirá ao leitor que deseja aprofundar um assunto determinado encontrar todas as orientações desejadas e ter acesso ao mesmo tempo às fontes das diversas informações e documentos expostos. Bastará, para tanto, remeter-se:

— à lista intitulada *Abreviações,* que dá a explicação das siglas que fazem referência aos periódicos, revistas e publicações especializadas;
— às *Referências bibliográficas por autores,* em que as publicações, expostas na ordem alfabética dos autores, são enumeradas de [1] a [x] quando há vários títulos para um mesmo autor;
— ainda às *Referências bibliográficas por temas,* em que estes são classificados por ordem alfabética, cada um com a lista alfabética dos autores que escreveram sobre o referido assunto.

Nenhum esforço foi levado a cabo para facilitar a tarefa do leitor, que descobrirá, através desta excepcional *História universal dos algarismos,* uma fascinante história da humanidade e de sua inteligência.

Vindo assim a preencher uma profunda lacuna, esta obra absolutamente única, que já apaixonou arqueólogos, etnólogos, historiadores e especialistas de numerosas culturas, fascinará tanto o poeta quanto o adepto das numerologias, o apaixonado por números e o amante de jogos lógicos, e cativará tanto o psicólogo e o filósofo quanto o matemático, o físico, o educador, o engenheiro e o profissional de informática.

De Onde Vêm os Algarismos?

Como *O pequeno príncipe* de Saint-Exupéry

Este livro[1] começou pelas perguntas de crianças. Eu ensinava matemática e, como todo bom pedagogo, esforçava-me por não deixar nenhuma interrogação, por mais estranha ou ingênua que parecesse, sem resposta. A inteligência nutre-se freqüentemente da curiosidade.

Aquela manhã o estudo dos sistemas de numeração estava na ordem do dia. Um curso conscientemente preparado obrigava-me então a explicar, ponto por ponto, a impecável maneira que temos de escrever os números mediante algarismos arábicos e a mostrar, na mesma ocasião, a possibilidade teórica de passar da dezena a uma outra base sem por isso modificar as propriedades dos números nem a natureza das técnicas operatórias que nos são particulares. A gente se preparava, portanto, para um curso de matemática dos mais comuns. Era um desses cursos que seria dado para você em qualquer liceu da França e que os professores repetem infatigavelmente cada ano desde que existe essa honrosa instituição que se chama o Ensino Secundário.

Só que, para seu modesto servidor, a Providência, ou antes, a Inocência não quis que esse dia fosse inteiramente como os outros! Alguns alunos — que se esperaria não encontrar todos os dias no caminho, posto que o contato com eles pode metamorfosear sua existência — lançaram-me suas dúvidas mais intestinas. Colocaram-me questões tão simples que por um instante fiquei sem voz: "Senhor, de onde vêm os algarismos? — Quem inventou o zero?"

De onde vêm os algarismos, com efeito? Esses símbolos tão cotidianos que nos parecem comumente tão evidentes que temos a impressão — bem enganadora — de que apareceram de

---

[1] Os últimos desenvolvimentos históricos, as descobertas arqueológicas mais recentes e as conquistas informáticas atuais conduziram-me a um questionamento completo da apresentação dos fatos e de um bom número de idéias apresentadas na primeira *Histoire Universelle des Chiffres* (publicada por Seguers em 1981). Fruto de vários anos de reflexão, a presente obra, em dois volumes, constitui uma versão inteiramente revista, corrigida, aumentada e profundamente remanejada. Visa, com efeito, abraçar, por uma ótica ainda mais larga e mais enciclopédica, os inúmeros componentes deste infinito mosaico que são os domínios numéricos e simbólicos, das pedras ao computador, passando pelas religiões e misticismos. Por essa razão, figura como pioneiro.

uma vez só como o presente acabado de um deus ou um herói civilizador. A questão era desconcertante e confesso nunca tê-la colocado para mim mesmo:

— Eles vêm de... da noite dos tempos — respondi com muita hesitação, mal disfarçando minha ignorância.

Bastava-me contudo evocar minhas lembranças da numeração latina (esses famosos algarismos romanos que a gente continua a utilizar a fim de sublinhar algum número particular, como o de um século) para assegurar-me de que nem sempre se grafou os números da mesma maneira que hoje.

— Professor — interrogou-me um outro —, por acaso o senhor sabe como calculavam os romanos? Há vários dias que quebro a cabeça para tentar fazer uma multiplicação com os algarismos deles.

— É impossível calcular com esses algarismos — respondeu-lhe um de seus colegas. — Meu pai me disse que os romanos faziam suas operações como os chineses hoje em dia, que calculam ainda com ábaco.

Uma resposta quase exata que eu mesmo não dei.

— De toda forma — acrescentou o aluno dirigindo-se aos coleguinhas —, vocês tem de ir a um restaurante chinês para ver que esses caras não precisam de algarismos nem mesmo de máquina de calcular para contar tão bem quanto nós. Com o ábaco deles eles podem até mesmo ir milhões de vezes mais rápido que o melhor computador do mundo.

Nisso ele exagerava um pouco, ainda que a prática do ábaco permita aos que sabem servir-se dele ir eminentemente mais rápido do que calculando por escrito e mesmo mais rapidamente do que com uma simples máquina de calcular. Mas o instrumento foi ultrapassado hoje em dia, e de longe, pelo computador e por máquinas de calcular eletrônicas.

Tive decididamente a chance e, ao mesmo tempo, o privilégio de ensinar a um jovem público proveniente dos meios mais heterogêneos. O contato com eles foi seguramente muito enriquecedor. — Meu pai é etnólogo —, disse um outro. — Ele me disse que na África e na Austrália há ainda selvagens, imbecis como mulas, que não são nem mesmo capazes de contar além de dois. São ainda o que era o homem das cavernas!

Que profunda injustiça na boca dessa criança! Mas que dizer então do autor que, como ele, considerou por muito tempo esses pretensos "primitivos" como pessoas que permaneceram no primeiro estágio da evolução da espécie humana? Contudo, quando se reflete sobre isso, percebe-se que esses "selvagens" não são imbecis; estão até mesmo muito longe de serem desprovidos de inteligência. É muito espantoso constatar tudo o que podem inventar para livrarem-se de dificuldades. São, na realidade, seres dotados das mesmas potencialidades que nós, mas apenas muito diferentes dos homens "civilizados". E é talvez essa diferença (ou ao menos nossa recusa de seu legítimo direito à diferença) que faz com que os desçamos ao nível mais baixo da escala...

Mas tudo isso eu não sabia ainda. Tateando, esforçava-me por subir a corrente dos séculos. Antes de nossos algarismos "arábicos", os algarismos romanos. Mas "antes" quer dizer alguma coisa? E ainda que sim, o que havia antes desses algarismos? Poder-se-ia encontrar, numa arqueologia do número e do cálculo, o vestígio da genial invenção do primeiro homem que pensou em contar?

Muitas outras interrogações "ingênuas" (ou ao menos pretendidas como tais) surgiram como conseqüência do espírito de meus alunos. Umas diziam respeito aos animais "sábios" que se vêem nos circos e feiras de atrações: sabem calcular, diz-se; parece mesmo que matemáticos foram recrutados entre eles (!). Outros alunos colocaram sobre a mesa o enigma do "número 13", considerado ora como dando azar, ora como dando sorte. Outros se perguntaram também o que podia haver na cabeça dos "calculadores-prodígios", verdadeiros fenômenos humanos que sabem efetuar mentalmente e muito rapidamente operações tão complexas quanto a raiz cúbica de um número de 15 algarismos e dar no mesmo espaço de tempo a tabela dos números primos compreendidos entre 7.000.000 e 10.000.000...

Numa palavra, várias questões fatigantes (mas também apaixonantes) explodiram na face de um educador que, quase humilhado, tomou toda a medida de sua ignorância tanto quanto a consciência das fraquezas de um ensino em que a história das ciências não possui, infelizmente, direito de cidadania.

Improvisei, portanto, respostas desajeitadas, sumárias, incompletas e seguramente inexatas. Eu tinha, contudo, uma desculpa. Nos tratados de aritmética, nos manuais escolares que eram meus instrumentos de trabalho, a questão não era nem mesmo evocada. Nos livros de história se falava, claro, de Hamurábi, de César, de Vercingetórix, de Carlos Magno, bem como das viagens de Marco Polo e de Cristóvão Colombo. Neles evocava-se também a história do papel, da imprensa, da máquina a vapor, da moeda, da economia, do calendário, mesmo a das línguas da humanidade, chegando até a abordar a questão das origens da escrita e do alfabeto. Mas neles não se encontrava nenhuma menção aos algarismos, um pouco como se uma estranha conspiração da evidência mantivesse em segredo ou, pior, na ignorância, uma das mais fantásticas descobertas da humanidade; talvez a mais fecunda, porque devia permitir ao homem tentar medir o mundo, compreendê-lo um pouco melhor e colocar a seu serviço alguns de seus inúmeros segredos.

Mas as interrogações tiveram sobre o indivíduo profundas repercussões, a começar por essa belíssima lição de modéstia: alunos, visivelmente mais curiosos que seu professor, ofereceram-lhe um ensinamento ao incitá-lo a estudar a história de uma grande invenção. Uma história da qual eu devia em breve descobrir a universalidade, bem como a descontinuidade.

A busca do "Graal-algarismo"

Essas questões, que não me deixariam mais, iriam em breve arrastar-me num dos mais fascinantes estudos e lançar-me numa das aventuras mais apaixonantes de minha existência.

A reflexão, mas sobretudo o desejo de responder a isso, levaram-me inicialmente a suspender com pesar todo ensino a fim de consagrar-me (contudo com meios muito modestos) a uma busca que poderia em muito parecer tão louca quanto a do Graal na Idade Média — aquele vaso mágico, que se tornou o símbolo do próprio Deus, em que se teria recolhido o sangue de Cristo crucificado e que Lancelot, Perceval e Gauvain, entre inúmeros piedosos cavaleiros cristãos, tentaram encontrar pelo mundo afora, sem contudo saírem-se bem em sua busca sagrada porque não eram suficientemente puros e lhes faltava fé e castidade para aproximarem-se das verdades de Deus.

Castidade e pureza eu também não tinha nem um pouco. Mas a fé e a vocação deviam conduzir-me em espírito ou em pessoa aos cinco continentes e permitir-me abrir enfim os olhos sobre horizontes bem mais vastos do conhecimento que o mosteiro da matemática pura. Mas quanto mais abriram-se os olhos sobre o mundo, maior foi a consciência da ignorância.

Onde, quando e como esta fantástica aventura da inteligência humana começou? Na Ásia? Na Europa? Ou em alguma parte da África? Começou na época do homem de Cro-Magnon, há pouco mais de 30.000 anos, ou no tempo do homem de Neanderthal, há cerca de cinqüenta milênios? Não seria antes há quinhentos mil anos ou mesmo, por que não, há um milhão de anos?

Que motivações levaram nossos ancestrais longínquos da Pré-história a imaginá-los? São preocupações puramente astronômicas (fases da lua, calendários repetitivos de dias e noites, ciclo das estações etc.), ou simplesmente as necessidades de uma vida comunitária? De que maneira e ao cabo de quanto tempo o homem descobriu que os dedos de uma mão e os do pé, por exemplo, são representantes de um mesmo conceito? Como a necessidade do cálculo se impôs a seu intelecto? Existiu uma ordem de precedência entre o aspecto cardinal e o aspecto ordinal do número inteiro? A que época remonta o esboço das primeiras numerações orais? A linguagem articulada foi ou não precedida por uma concepção abstrata dos números? O homem contou por gestos e vias concretas antes de saber fazê-lo oralmente? Ou o contrário? A noção de número saiu da experiência? Ou essa desempenhou um papel de catalisador para explicitar definitivamente o que devia já existir em estado latente no espírito dos primeiros representantes de nossa espécie? E essa própria abstração foi o fruto de uma profunda reflexão do homem ou o resultado de uma lenta evolução, que começou por uma aceitação muito concreta das coisas?

São questões de formulação natural, mas que infelizmente escapam, na sua maioria, a toda possibilidade de caminho construtivo, uma vez que não existe mais nenhum traço do modo de pensamento de nossos ancestrais longínquos. O acontecimento, ou antes, a cascata de acontecimentos perdeu-se na noite dos tempos pré-históricos e não resta hoje nenhuma peça arqueológica para testemunhá-la.

Mas a arqueologia era o único meio para resolver o problema? Não havia alguma disciplina que permitisse responder a isso mesmo de maneira aproximativa? Uma reconstituição será possível a partir dos estudos psicológicos ou etnológicos, por exemplo?

Busca do Número? Ou busca de uma Sombra?[1] Aí estava toda a questão. A distinção era difícil de fazer, com ou sem jogo de palavras. A aposta, em todo caso, estava lançada, conduzindo-me quase imediatamente à conquista do mundo, dos Estados Unidos ao Egito, da Índia ao México e do Peru à China, para ver se os algarismos estavam lá. Mas na falta de ajuda financeira decidi tornar a mim mesmo mecenas, efetuando, ao longo de minhas viagens, trabalhos miúdos, ora *office-boy* ou motorista, ora garçon ou vigia noturno num hotel, a fim de enfrentar as necessidades quotidianas.

Esse turismo cultural permitiu-me visitar os museus mais prestigiosos do planeta, como o do Cairo, Bagdá, Pequim, México, o British Museum e o Museu das Ciências, de Londres, o Smithsonian de Washington, a Biblioteca do Vaticano, os fundos das universidades americanas de Yale, Columbia e Filadélfia, sem falar do Conservatório das Artes e Ofícios, de Guimet, do Louvre e da Biblioteca Nacional de Paris. Visitei também as ruínas de Pompéia e de Massada. Desloquei-me a alguns sítios célebres do vale do Nilo, Tebas, Luxor, Abu Simbel, Gizé. Fui dar uma olhada na Acrópole de Atenas e no Fórum da Cidade Eterna. Contemplei a marcha dos séculos do alto das pirâmides maias de Quiriguá e Chichen Itza. E recolhi, aqui e ali, preciosas informações ou testemunhos sobre costumes, passados ou presentes, relativos à história das contas.

Voltando dessas apaixonantes expedições numérico-etnográficas e algarismo-arqueológicas, eis-me devorando então, dia após dia, obras de vulgarização e artigos

---

[1] N. dos T. Trocadilho intraduzível: "Busca do Número (*un Nombre*)? Ou busca de uma Sombra (*un Ombre*)?"

enciclopédicos, revistas eruditas e livros científicos, assaltando, na mesma ocasião, mil questões especializadas, pesquisadores e universitários de todas as disciplinas.

No começo, porém, estes foram um pouco reticentes, sobretudo espantados pela banalidade do assunto. Como se sabe, existem legiões de lunáticos, em meio a pessoas sérias, que solicitam sem cessar a competência deles. Mas era absolutamente necessário convencê-los a colocar o estudo sob seu controle, para estar em dia com as descobertas significativas, mesmo de aparência magra, e também para evitar qualquer erro de interpretação da parte do neófito que eu era. E como eu só me interessava pela matemática, tive não somente de persuadi-los de minha seriedade, de minha probidade e do interesse da empresa, mas assegurá-los também da idéia de que "algarismos" e "matemática" não são inteiramente a mesma coisa. A seqüência dos acontecimentos ia, quanto a isso, dar-me razão...

O fato é realmente curioso. Os algarismos tornaram-se de tal modo desencarnados que se acabou por esquecer o tempo em que tinham sido muito humanos, constituindo mesmo uma substância poética. A tal ponto que os deserdados da matemática fizeram deles o próprio objeto de sua frustração ou de seu desprezo, ainda que o ponto de vista puramente material não leve sempre a rejeitar seu uso, como observava tão belamente Antoine de Saint-Exupéry em seu *Pequeno Príncipe*:

"As pessoas grandes gostam dos algarismos. Quando você lhes fala de um novo amigo elas nunca o questionam sobre o essencial. Nunca dizem: 'Qual é o som de sua voz? Quais são os jogos que ele prefere? Por acaso coleciona borboletas?' Elas perguntam: 'Que idade tem? Quantos irmãos ele tem? Quanto pesa? Quanto ganha seu pai?' Só então acreditam conhecê-lo. Se você diz às pessoas grandes: 'Vi uma bela casa de tijolos rosados, com gerânios nas janelas e pombas no teto...', elas não chegam a imaginar essa casa. É preciso dizer-lhes: 'Vi uma casa de cem mil francos'. Então eles exclamam: 'Como é bela!'"

Isso mostra quanto em nossas sociedades técnicas e materialistas o sentido da quantidade domina nitidamente o da qualidade...

Tudo isso conduziu-me, portanto, em seguida, a duas constatações permanentes. Existia uma imensa, rica e sólida documentação sobre o assunto; devo-lhe muito e será freqüentemente feita menção a ela neste livro. Mas os artigos e as obras só diziam respeito, cada um, a uma só especialidade, eram reservados quase por natureza a pesquisadores, especialistas e, apesar de toda erudição que manifestavam, estavam longe de ser completos e sintéticos. Claro, existiam algumas obras gerais que eu também viria a descobrir e que me trariam muitas luzes, mas, erguendo o estado dos conhecimentos de seu tempo, já estavam ultrapassadas pelos últimos desenvolvimentos históricos, pelas descobertas arqueológicas e pelas análises psicológicas ou etnográficas mais recentes.

Havia, portanto, ausência total de uma síntese que levasse em consideração essa documentação em seu conjunto, da história das civilizações e religiões à história das ciências, da arqueologia pré-histórica à lingüística e à filologia e desde a interpretação matemática ou mítica dos fatos até a etnografia. E o todo de um lado ao outro dos cinco continentes.

Como sintetizar sem nada perder do essencial nem cair nos clichês que reduzem a história a simplificações abusivas, dados tão heterogêneos quanto a percepção do número entre os mamíferos ou pássaros, a função contábil dos ossos entalhados da pré-história, as numerações de origem indo-européia ou semítica, o número e suas técnicas nas populações ditas "primitivas" da Austrália, América ou África? Como reunir num mesmo molde o cálculo digital dos antigos e dos modernos, as contas por pedras, os "números em barbantes", sul-americanos ou polinésios, a epigrafia faraônica e as tabuletas babilônicas? Como evocar ao mesmo tempo os tratados aritméticos gregos e chineses, a astronomia e as inscrições maias, a poesia e a matemática indiana, a álgebra árabe e o *quadrivium* medieval? E o todo, para chegar a uma visão coerente dos desenvolvimentos através do tempo e do espaço dessa decisiva invenção humana que é a numeração moderna? Como situar o animal nesse conjunto já tão complexo? E o bebê na mesma ocasião?

Os jogos de minha aposta eram, com toda evidência, completamente insensatos. Situando-se na charneira de todas as ciências do homem, o domínio cobria um universo imenso da evolução intelectual da humanidade. Abraçava um campo de tal forma rico e vasto que ninguém podia pretender percorrê-lo solitariamente.

Com certeza uma tal busca não tem fim. Seguramente o presente livro ocupa um lugar modesto num grupo de volumes eminentes. Não será o último, tantas coisas há ainda por descobrir e mistérios por desvendar. Penso, contudo, ter reunido praticamente tudo o que parece significativo daquilo que as ciências do número, que o encaram na sua lógica e história, podem atualmente ensinar-nos. Assim, este livro é talvez o primeiro que propõe a um público amplo, de uma maneira razoavelmente confiável, em termos simples, por texto bem como por imagem, sem exigir conhecimentos matemáticos e pedindo além disso um pouco de atenção, uma história aproximadamente universal e sintética dos algarismos e do cálculo, ordenando e encadeando os fatos num sistema lógico-cronológico.

E como toda pesquisa é movimento, pude acrescentar em diversos pontos precisões inéditas e desbravar certas regiões por muito tempo inexploradas do universo dos algarismos. Foi assim que encontrei a solução do espinhoso problema da decifragem dos signos da numeração empregada há cerca de 5.000 anos pelos antigos elamitas do Irã; o leitor poderá divertir-se seguindo o método num dos capítulos deste livro. Há também a questão da numeração romana, que se acreditou por muito tempo que derivava do sistema grego mas que constituía na realidade um fóssil pré-histórico, proveniente da prática muitas vezes milenar do entalhe. Encontrar-se-á também alguns detalhes inéditos com respeito às numerações e métodos de cálculo mesopotâmicos, bem como uma numeração lançando luz nova sobre o fascinante mas tão delicado problema da origem de "nossos" algarismos, os algarismos ditos "arábicos", nascidos na Índia, há cerca de quinze séculos da improvável conjunção de várias grandes idéias. Acrescentemos igualmente a apresentação totalmente inédita da história do cálculo artificial, que culminou com a aparição dos computadores.

Uma epopéia de vários milênios

Se se quisesse esquematizar a história das numerações dir-se-ia que é todo o caminho que separou o Um do Zero, conceitos que se tornaram depois os símbolos de nossa sociedade técnica.

Ora, do zero à unidade há apenas um passo que transpomos hoje alegremente, com essa pseudo-certeza inculcada pelos especialistas da ciência informática tanto quanto por nossos professores de matemática moderna, o de que o vazio sempre precedeu a unidade. Não se sonha, contudo, um só instante que se trata aí na realidade do passo de um hiper-gigante temporal separando a invenção do número "um", primeiro de todos os números mesmo no plano cronológico, da do zero, última invenção maior desta história. Portanto é a história da humanidade inteira que separa, de trás para frente, o tempo em que o homem percebeu que o vazio era sinônimo de "nada" do tempo em que descobriu o significado da unidade, tomando consciência de sua própria solidão face à vida e à morte, da especificidade de sua espécie com relação aos outros seres vivos, da singularidade de sua pessoa com respeito a seus congêneres, bem como da particularidade de seu sexo face a seu consorte!

Mas essa história não é uma história abstrata e linear como por vezes se imagina, bem incorretamente, a da matemática; a saber: uma sucessão impecável de conceitos encadeados uns aos outros. É, ao contrário, a história das necessidades e preocupações das culturas e grupos sociais os mais diversos, procurando contar os dias do ano, concluir trocas e transações, enumerar também seus membros, esposas, mortos, bens, rebanhos, soldados, perdas, mesmo seus cativos, procurando por vezes datar a fundação de suas cidades ou uma de suas vitórias.

Os que guardavam rebanhos de carneiros ou cabras, por exemplo, deviam assim assegurar-se, retornando de cada pastoreio, que os animais tinham todos voltado bem ao estábulo. Os que estocavam ferramentas ou armamentos ou guardavam reservas alimentares para as necessidades de uma vida comunitária deviam verificar se o estado de suas armas, instrumentos ou víveres era idêntico ou não àquele em que os haviam deixado antes. E ainda aqueles que mantinham relações belicosas com grupos vizinhos deviam seguramente se inquietar em saber, ao cabo de cada expedição militar, se o efetivo de soldados estava ou não completo; caso ocorresse, era necessário conhecer o número de perdas sofridas no combate. Aqueles também que praticavam trocas deviam poder "avaliar" para estarem em condição de comprar algum gênero ou trocar alguma mercadoria por uma outra. Para as colheitas ou ainda para encontrar-se a tempo numa cerimônia religiosa importante era necessário também aprender a contar e a medir o tempo, ou encontrar ao menos um meio prático, permitindo desembaraçar-se em circunstâncias similares.

Numa palavra, é a história de uma humanidade que, graças à inteligência de sua ação e reflexão e também pela força das coisas, foi conduzida a considerar tudo o que exige uma "avaliação numérica". E por isso usou todos os meios a seu dispor. Meios que começaram sendo concretos, empíricos e tateantes antes de se tornar abstratos e aperfeiçoados e que foram concebidos inicialmente de uma maneira estranhamente mística e mitológica (portanto, estes grupos não deixaram de manifestar abundantemente seus preconceitos ao longo de sua história) antes de serem vistos por um ângulo desinteressado, suscetível portanto de receber uma generalização.

Uns revelaram-se utilitaristas e limitaram suas ambições a objetivos puramente contábeis. Outros, para situarem-se no ilimitado e na eternidade, empreenderam enumerar o céu e a terra, exprimir a quantidade dos dias, meses e anos, desde o que acreditaram ser a criação do mundo ou ao menos a partir de alguma data-origem cujo sentido foi depois perdido. E foi assim que a obrigação, pela qual os segundos se puseram a representar números muito grandes, os conduziu a ultrapassar a multiplicação dos símbolos, não apenas pela via de um certo princípio de posição, mas também pela pista de um conceito muito abstrato denominado "zero", ponto de partida de toda matemática...

As primeiras tentativas

Esta história começou faz muito tempo, não se sabe muito onde. O homem, então incapaz de conceber os números em si mesmos, não sabia ainda "contar". No máximo era capaz de conceber a unidade, o par e a multidão.

Os trabalhos de psicólogos e etnólogos, apoiando-se em observações ou experiências que vão do corvo ao homem civilizado (um teste-imagem decisivo será proposto ao leitor deste livro), passando pelo bebê, o pigmeu ou o homem da Terra do Fogo, permitiram estabelecer a base mínima da recepção humana do número: a exemplo de alguns animais "superiores", o homem adulto, fora de todo pré-aprendizado (como o que nos faz reconhecer de imediato o 5, o 6 ou o 9 dos dominós e do baralho), só possui percepção direta e imediata de números de 1 a 4. Além disso, deve "contar" ou aprender a fazê-lo se não recebeu ainda ensino. Isto exige inicialmente uma técnica avançada do número, pois a memorização e a comunicação social, exige a elaboração de um instrumento lingüístico (o nome do número) — um sistema de fixação gráfica só surge num estágio bem posterior.

Mas não é necessário saber "contar" como nós para ser capaz de encontrar e transmitir a data de uma cerimônia ou de constatar que os carneiros, cabras e bois que saíram de manhã voltaram todos bem pela noite. Mesmo se a linguagem, a memória ou o pensamento abstrato são totalmente falhos, pode-se recorrer a intermediários de todas as espécies para efetuar esse gênero de operação. Para livrarem-se da dificuldade, certos "selvagens" contemporâneos da Oceania, América, Ásia e África, cuja linguagem só comporta como "nomes de número" o um, dois e muitos, mas que apesar disso conhecem a correspondência unidade a unidade, empregam assim a prática do entalhe sobre osso ou sobre madeira. Outros utilizam o amontoado ou o alinhamento de pedras, conchas, ossos ou paus. Outros, enfim, se referem às diversas partes de seus corpos, apelando aos dedos das mãos e dos pés, às articulações dos braços e das pernas, aos olhos, ao nariz, à boca, às orelhas, aos mamilos, ao tórax.

As primeiras máquinas de calcular

Projetado num universo não apenas qualitativo mas também quantitativo, o homem, por necessidade, explorou pouco a pouco tudo o que lhe caiu sob a mão para livrar-se do perigo. A natureza forneceu-lhe todos os modelos cardinais possíveis (as asas de um pássaro para simbolizar o par, as pétalas de um trevo comum para três, as patas de um animal para quatro, os dedos de uma mão para cinco etc.), bem como todas as espécies de exemplos da relação de sucessão; ele acedeu então progressivamente à abstração dos números e do cálculo.

E como todo mundo começou por contar com seus dez dedos, a maioria dos sistemas de numeração que existem atualmente são de base dez. Houve, contudo, alguns excêntricos que escolheram a base doze. Os maias, astecas, celtas e bascos deram-se conta de que, dobrando-se um pouco mais, se podia contar também com seus artelhos e adotaram então a base vinte.

Quanto aos sumérios, inventores da mais antiga escrita conhecida, e aos babilônios, que mereceriam ser inscritos para sempre nos anais por nada menos do que a invenção do mais antigo zero da história, esses contavam, não se sabe porque, em base sessenta. São eles que nos legaram esses famosos problemas da divisão do tempo em horas, minutos e segundos que todos nossos alunos de primário conhecem e temem ao mesmo tempo, bem como esse círculo estranhamente dividido em 360 graus, com graus divididos em 60 minutos e os minutos divididos em 60 segundos. Mas aí já se trata de cálculos sofisticados.

Numerosos rádios e outros ossos animais munidos de uma ou várias séries de entalhes descobertos na Europa ocidental, de 20.000 a 35.000 anos de idade, constituem as mais antigas "máquinas de calcular" que a arqueologia pôde livrar do esquecimento até aqui.

Nossos ancestrais longínquos, aos quais esses bastões ósseos serviram, eram talvez temíveis caçadores. Cada vez que matavam um animal faziam um risco num osso. E esses diferentes ossos podiam ser empregados para cada tipo de animal: um para os ursos, outro para os bisões, outro ainda para os lobos etc.

Tinham assim inventado os primeiros rudimentos da contabilidade, já que traçaram em realidade algarismos no sistema de notação numérica mais simples que existe.

Técnica bem primitiva e sem futuro, pensar-se-á. Primitiva certamente, mas sem futuro com certeza não. Ela chegou até nós quase sem nenhuma alteração. Os homens pré-históricos tinham posto em prática uma invenção destinada a bater um dos recordes de longevidade de todos os tempos. A própria roda não possui essa antigüidade. Só o emprego do fogo pode rivalizar com ela e vencer a competição.

Múltiplos entalhes, encontrados nas paredes rochosas das cavernas pré-históricas ao lado de diversas silhuetas de animais, não deixam dúvida (ou quase) sobre sua função contábil, e modernamente essa técnica mal se modificou. Desde tempos imemoriais os pastores alpinos, austríacos e húngaros, tal como seus homólogos celtas, toscanos ou dálmatas, registram assim as cabeças de seus rebanhos gravando traços verticais, Vs e Xs em tabuletas de madeira.

No século XVIII a mesma contabilidade rústica constituía ainda o sistema de arquivos do mais sério Parlamento britânico. Estava ainda em curso na Rússia czarista, bem como no mundo germânico e escandinavo para o empréstimo de somas de dinheiro ou as contas de calendário, enquanto na França rural os mesmos paus entalhados ocupavam o lugar de nossos livros contábeis e nossos lançamentos escritos, servindo mesmo nos mercados públicos de instrumentos de contas de crédito. Há menos de vinte anos o padeiro de um pequeno povoado situado não longe de Dijon talhava ainda entalhes em pedaços de madeira para avaliar o número de nacos de pão levados em crédito por cada um de seus clientes. Na Indochina do século passado, as pessoas serviam-se de modo parecido como que de um cartão de crédito, mas também como sinal de proibição ou como meio de confinar os contaminados pela cólera.

Na Suíça, enfim, utilizou-se o entalhe como todo mundo para os empréstimos de capitais, mas também para os contratos, entrega do leite e mesmo para marcar as quantidades de água alocadas para as necessidades de certas pastagens.

Uma tal perenidade é ainda mais admirável pelo fato de que essa técnica do número está, na realidade, na própria origem dos algarismos romanos, tão familiares para nós que os empregamos freqüentemente ao lado (ou mesmo por vezes no lugar) dos algarismos "arábicos".

Outro meio de enumeração concreta, mas este fugidio, é de origem ainda mais antiga. Nada de espantoso nisso, uma vez que a mão é a primeira "máquina de contar e de calcular" de todos os tempos. Todos os povos da terra recorreram a ele num momento ou noutro de sua história. Em Auvergne, na China, na Índia, na Turquia e na ex-URSS executa-se ainda aqui e ali multiplicações com os dedos, pelo simples enunciado dos dados, sem qualquer outro artifício material. A introdução das falanges e das articulações dos dedos permite ir mais longe que o simples procedimento conhecido por todos. Permite assim aos egípcios, romanos, árabes e persas, sem esquecer os povos cristãos do Ocidente medieval, concretizar os números de 1 a 9.999 seguindo um procedimento semelhante à linguagem gestual dos surdos-mudos. E por um sistema ainda mais engenhoso dá aos chineses a oportunidade de imaginar uma maneira de contar até 100.000 sobre uma mão e até... dez milhões nas duas!

Mas a história dos números pode ser contada para você de outra maneira que não sobre os dedos. O método que consiste em registrar os números mediante cordinhas com nós se encontra tanto no Peru, Bolívia, África ocidental, nas ilhas do Havaí e Carolinas quanto em Ryû-Kyû, perto do arquipélago japonês. Constituiu mesmo um sistema engenhoso de arquivos da extremamente eficaz civilização inca da América do Sul.

Outro sistema antigo se reveste igualmente de uma importância não negligenciável na história da aritmética: o do monte de pedras, graças ao qual o homem iniciou-se na arte do cálculo. O método está mesmo na origem dos ábacos, esses quadros de contas que se utilizou por muito tempo para fazer operações na época em que nossos algarismos eram ainda desconhecidos. É igualmente o ancestral desses quadros com contas ainda em uso na China, Japão e nos países orientais.

Aliás, quando dizemos "cálculo", a própria palavra reenvia-nos a esse método que vem do fundo das eras, uma vez que a palavra latina *calculus* significa justamente "pedrinha".

Os primeiros algarismos da história

O método encontra-se mesmo na origem da primeira numeração escrita da História. Um dia, alguns contadores tiveram a idéia de substituir as pedras comuns por objetos em terra crua de diversos tamanhos com formas convencionais, a dimensão e a forma do objeto fazendo-o corresponder a uma ordem de unidade de um sistema de numeração: um pauzinho para simbolizar a unidade simples, uma bilha para a dezena, uma esfera para a centena e assim por diante. Isso se passava no quarto milênio a. C., em Elam, numa terra iraniana situada não longe do golfo Arábico-Pérsico. E já que a idéia estava no ar desde muito tempo e se formava também uma civilização de argila, um sistema semelhante foi igualmente utilizado na mesma época pelos habitantes do país de Sumer, na baixa Mesopotâmia. Mas como a tradição numeral desses últimos foi sexagesimal, em lugar de decimal, o método foi regido por algumas diferenças de detalhe: um pequeno cone para 1, uma bilha para 10, um grande cone para 60, um grande cone perfurado para 600, uma esfera para 3.600 etc.

Nessa época, essas civilizações já estavam em plena expansão, mas eram ainda exclusivamente orais. Estavam então fundadas apenas sobre as possibilidades muito limitadas do "homem-memória". O sistema contábil elaborado sobre as bases precedentes revelou-se, contudo, bastante útil, graças à idéia que se teve de encerrar os objetos em bolas esféricas de argila. Permitiu assim responder não apenas à necessidade de efetuar operações aritméticas, mas ainda à necessidade de conservar em arquivos a memória de inventários e transações de todas as espécies; para toda verificação bastava com efeito quebrar a bola. E depois, um dia, teve-se a idéia de simbolizar sobre a argila da bola os objetos que estavam encerrados nela, um pequeno cone sendo figurado por um pequeno entalhe, uma bilha por uma pequena perfuração circular, um grande cone por um entalhe grosso, uma esfera por um círculo e assim por diante. E foi assim que por volta de 3.000 a. C. nasceram os algarismos sumérios, os mais antigos da História.

É preciso dizer que essa história tocou de perto a da escrita, sem evidentemente ser-lhe idêntica, uma vez que a escrita foi inventada não apenas para responder às necessidades de representação visual e de memorização do pensamento (que todo homem que vive num grupo social avançado experimentará), mas também e sobretudo para notar a linguagem articulada.

A espantosa estabilidade da inteligência

É impressionante ver a que ponto, em suas pesquisas e tentativas, homens muito distantes tanto no espaço como no tempo percorreram as mesmas vias para chegar a resultados semelhantes.

Com efeito, o homem aprendeu em toda a parte a orientar-se sobre seu corpo, a contar com seus dedos e foi universalmente ajudado por pedras, conchas, pauzinhos etc. E se se encontra o uso de cordinhas com nós numeradas entre os chineses, os ilhéus do Pacífico, os africanos ocidentais e os incas, não é necessário apelar para a hipótese das viagens incertas. Também a prática do entalhe encontra-se largamente espalhada histórica e geograficamente. E como a gravura em osso ou madeira apresenta as mesmas necessidades, as mesmas dificuldades e as mesmas características, ninguém se espantará em encontrar os mesmos traços, os mesmos Vs e os mesmos Xs em rádios ou bastões de madeira provenientes de regiões tão distantes quanto a Europa, a Ásia, a África, a Oceania e a América. É por isso que esses signos se encontram em culturas tão radicalmente diferentes quanto a dos romanos, chineses, dos khâs boloven da Indochina e dos ameríndios zuñis do Novo México, como também entre os pastores dálmatas, helvéticos ou celtas contemporâneos. Portanto, não surpreenderá observar que certas unidades numéricas foram representadas quase por toda a parte mediante um mesmo algarismo, tal como o número "um" que é figurado de uma maneira quase universal mediante um traço vertical; também o número cinco é freqüentemente, embora de maneira menos disseminada, representado por uma espécie de V diversamente orientado, o número dez por uma espécie de X ou de traço horizontal etc.

Observar-se-á também que os egípcios, hititas, gregos e astecas forjaram numerações escritas rigorosamente idênticas, ao menos no plano das estruturas, ainda que as bases ou os algarismos correspondentes tenham variado sensivelmente de um sistema ao outro. O mesmo ocorreu com os sistemas sumério, romano, ático e sul-arábico. Muitos fatos semelhantes foram constatados em outras culturas, sem que para isso haja necessidade de supor os pretensos contatos necessários para sua explicação.

Assim, a humanidade possui permanentemente essa capacidade de refazer uma invenção ou uma descoberta dada em qualquer endereço e em qualquer povo da Terra, porém sob condição de que o povo (ou o indivíduo) em questão esteja submetido, desde o início, a condições culturais, sociais e psicológicas senão idênticas, ao menos similares àquelas dos espíritos que têm a possibilidade de fazer essa invenção ou essa descoberta ao menos uma vez no curso da História.

E é o que explica que na época contemporânea cientistas de um mesmo país ou de países diferentes que se desconheçam completamente tenham chegado, quase simultaneamente, a descobertas científicas semelhantes. Pensa-se na descoberta da geometria analítica por Fermat e Descartes, do cálculo diferencial por Newton e por Leibniz, da lei física dos gases por Boyle e Mariotte, dos princípios da termodinâmica por Joule, Mayer e Sadi Carnot etc.

Em muitos casos, contudo, graças a um desenvolvimento aumentado das relações internacionais, bastou que a invenção ou a descoberta fosse feita uma única vez para vê-la espalhar-se e ser adotada por todos os povos, ou quase, pois naturalmente houve culturas que, por puro tradicionalismo, recusaram toda novidade revolucionária.

Os algarismos e as letras

O caso ocorreu por exemplo no segundo milênio a. C., quando os fenícios, ou ao menos os semitas do noroeste, elaboraram o princípio de uma escrita alfabética, estágio último da história das escritas. A engenhosidade e a simplicidade da inovação fizeram-na deixar de ser uma "invenção" para apresentar, aos olhos de todo mundo, um valor de flagrante demonstração. A prova disso é que quase todos os alfabetos que existem hoje sobre o planeta derivam dele: do hebreu ao árabe, passando pelo berbere e as escritas indianas, até o grego, que está na origem de todos os alfabetos do mundo ocidental.

Depois disso, os gregos, judeus, cristãos, árabes e muitos outros povos ainda tiveram a idéia de escrever os números por meio de letras de seu alfabeto. O sistema consistiu em atribuir às letras, segundo sua ordem de origem fenícia (uma ordem que admiravelmente se estabilizou entre os povos ao longo das eras), valores numéricos de 1 a 9 e depois, por dezenas, de 10 a 90 e em seguida por centenas etc.

As numerações assim constituídas procederam pela acumulação dos valores numéricos das letras. O uso que os matemáticos da Grécia antiga fizeram deles foi racionalizado no quadro do sistema decimal, chegando, por adjunção de signos diacríticos, às letras numerais de base, às potências muito elevadas da dezena.

Mas no uso poético e literário, e sobretudo nos domínios mágico, místico e divinatório, preocupou-se com a soma dos valores das letras constitutivas de uma palavra.

Nessas condições, as palavras adquirem um valor numérico e, reciprocamente, os números encarregam-se simbolicamente do valor semântico de uma ou várias palavras. E é assim que o número 26 tornou-se um número divino para os judeus, não sendo esse outro senão o total dos valores das letras hebraicas que constituem o nome mesmo de YAHWEH (Y + H + W + H = 10 + 5 + 6 + 5 = 26). Hebreus, gregos, latinos e árabes (depois, com estes, persas e turcos islamizados) multiplicaram então as especulações dessa espécie, que remontavam de fato a uma tradição muito antiga, sendo que os escritos babilônicos do segundo milênio antes da nossa era já atribuíam um número a cada um dos principais deuses.

O procedimento deu lugar nos poetas como Leônidas de Alexandria a composições literárias de um gênero completamente particular. E muito mais tarde, entre os lapicidas e os poetas magrebinos, turcos e persas, esteve na origem da arte da composição dos cronogramas (versos exprimindo datas ao mesmo tempo numérica e semanticamente).

Desde a Antigüidade até nossos dias, cabalistas, gnósticos, mágicos, adivinhos e místicos de diversas religiões evidentemente não deixaram de explorar todos os recursos oferecidos pelo procedimento a suas especulações, interpretações, cálculos, previsões e conclusões em todos os gêneros. Dessa forma, os gnósticos acreditaram poder determinar a fórmula e assim, segundo suas crenças, o próprio Nome de Deus, de que eles pensaram poder servir-se para apreender todos os segredos divinos. Aliás, várias seitas constituíram-se em torno das crenças assim elaboradas (tal como no Islã a dos *Hurufi*, "os letristas"), cujos partidários ainda existem em nossos dias, inclusive na Europa.

Aqueles, gregos ou judeus, que puseram de pé o primeiro alfabeto, certamente não tinham previsto que mil e quinhentos ou dois mil anos depois um teólogo católico chamado Petrus Bungus se daria ao trabalho de escrever uma obra de numerologia de 700 páginas para "demonstrar" (por uma ortografia um pouco revista e corrigida) que o nome de Martinho Lutero tinha o valor de 666. Demonstração luminosa para os iniciados da época aos cálculos "isopséficos": 666 é, com efeito, segundo o apóstolo João, o número da "Besta do Apocalipse", o do Anticristo... Mas o tal Bungus não foi nem o pioneiro desse caminho nem o último a fazer uso dele. Muitas vezes, o procedimento contribuiu para sustentar idéias, desde o tempo do Império Romano, em que alguns cristãos se impuseram a tarefa de avaliar em 666 o nome do imperador Nero, até a época da Segunda Guerra Mundial, em que numerólogos de todo o mundo conseguiram "demonstrar" o que todo mundo compreendera sem cálculo por seus próprios custos (a saber, que Hitler foi a verdadeira besta do Apocalipse). E não se trata aí dessa legião de número-charlatães que seviciam ainda nas grandes avenidas segundo sua vocação, que se caracteriza em contar a boa nova através de moedas soantes e tilintantes do seu miserável porta-níqueis...

A história de uma grande invenção

A lógica não foi, portanto, o fio condutor dessa história. São inicialmente preocupações de contadores mas também de sacerdotes, astrônomos-astrólogos e somente em último lugar de matemáticos, que presidiram à invenção e à evolução dos sistemas de numeração. E essas categorias sociais, notoriamente conservadoras, ao menos no que diz respeito às três primeiras, retardaram sem dúvida seu aperfeiçoamento último e sua vulgarização. Quando um saber, mesmo tão rudimentar a nossos olhos mas tão sutil aos de nossos ancestrais, confere um poder ou ao menos privilégios, parece temível e como que ímpio partilhá-lo. Talvez nesse ponto, mas em outros domínios, os costumes de um certo poder mandarinesco permaneceram os mesmos.

Mas há outras razões para isso. Uma invenção, uma descoberta só pode desenvolver-se se responde à demanda social de uma civilização, respondendo a ciência fundamental a uma necessidade interiorizada na consciência dos cientistas. E em retorno, mas somente em retorno, ela transforma ou subverte essa civilização. Avanços científicos, sabe-se, não desabrocharam quando a demanda social os recusou.

É fascinante assistir às etapas sucessivas do pensamento matemático. A descoberta da numeração de posição escapou à maioria dos povos da história. Uma numeração de posição é um sistema em que um nove, por exemplo, não tem o mesmo valor se é colocado na fileira das unidades da primeira, da segunda ou da terceira ordem.

De fato, essa regra essencial só foi imaginada quatro vezes no curso da história. Apareceu uma primeira vez no início do segundo milênio antes de nossa era, entre os sábios da Babilônia. Foi redescoberta, em seguida, pelos matemáticos chineses um pouco antes do início da era cristã, depois entre o século III e V d. C. pelos astrônomos maias e, enfim, pelos matemáticos da Índia, por volta do século V.

Fora esses quatro povos, nenhum, com certeza, teve a necessidade de possuir um zero. Mas esse conceito tornou-se necessário desde que o uso do *princípio de posição* foi erigido em sistema. Contudo, três povos somente, os babilônios, os maias e os indianos, souberam chegar *a essa abstração última, que os chineses só introduziram em seu sistema sob a influência indiana.*

Mas nem o zero babilônico nem o zero maia foram concebidos como um número: só o *zero indiano teve aproximadamente as mesmas possibilidades que o que utilizamos hoje em dia.* Aliás, foi ele que nos foi transmitido pelos árabes junto com os algarismos que levam seu nome, e que não são outra coisa senão os *algarismos indianos* um pouco deformados pelo uso, o tempo e as viagens.

Essa história certamente só nos é conhecida de maneira fragmentária, mas converge inexoravelmente na direção desse sistema de numeração que utilizamos hoje em dia e que se estendeu em pouco tempo por todo o planeta.

O cálculo, os algarismos e os números

Mas os "algarismos" não são toda a história da aritmética. Esses símbolos gráficos são relativamente tardios e constituem apenas uma das inúmeras representações possíveis dos números. E sua história é paralela à do "cálculo" propriamente dito, que ela terminará por reunir quando da elaboração do cálculo escrito moderno, antes de separar-se dele uma segunda vez com a grande aventura do cálculo artificial.

Como seus envelopes, os números estão inseridos tão perfeitamente no uso que temos freqüentemente tendência a considerá-los como uma aptidão inata do ser humano, um pouco como essas disposições que nos vêm completas e que fazem parte do patrimônio hereditário de nossa espécie, tais como a locomoção e a capacidade de falar.

Basta, entretanto, que nos recordemos do duro aprendizado escolar do manejo dos números (em particular as longas e penosas horas passadas durante a infância a aprender de cor a tabuada) para percebermos que se trata de fato de uma aquisição de nossa civilização, de algo inventado e que deve ser transmitido como a linguagem — esse outro "instrumento" que exige um aprendizado. Portanto, os números têm também sua própria história. Uma história muito longa e complexa.

Perceber-se-á, talvez com espanto, que na Europa, faz ainda poucos séculos, calculava-se não com algarismos, mas antes com os dedos da mão, ou ainda mediante fichas sobre mesas, e que se fazia a contabilidade com paus entalhados. Era necessário ao filho de um rico mercador da Idade Média o equivalente a vários anos de estudo, sem falar das vicissitudes de uma série de viagens através de toda a Europa, para poder dominar os mistérios da arte da multiplicação e da divisão. É o equivalente, em suma, a um doutorado em nossos dias.

É verdade que os números figuram entre os conceitos mais complexos e abstratos que a espécie humana encontrou a seu dispor. Essa invenção é, sem qualquer dúvida, uma das maiores conquistas da humanidade, para não dizer a maior. Assim, entre a linguagem, a escrita e a aritmética, foi esta última que exigiu mais tempo e esforço da humanidade para ser assimilada. Ao ponto que os povos ao curso das eras experimentaram um certo temor místico por ela, chegando freqüentemente a identificar os números individualmente com forças e até mesmo com divindades e a inserir seu simbólico como um elemento pretensamente essencial do nome e do indivíduo.

Os magos da Babilônia, por exemplo, não atribuíram um número particular a cada um dos deuses de seu panteão, seguindo uma ordem decrescente que traduzia a hierarquia dos personagens (60 associado a Anu, deus do Céu, 50 a Enlil, deus da Terra, 40 a Ea, deus das águas etc.)? Talvez tenham desejado acusar assim a superioridade ontológica dos deuses sobre os homens, emprestando-lhes precisamente como atributos os conceitos mais abstratos que existem.

Chegou-se mesmo a fazer dos números "o mais alto grau do conhecimento": mesmo o grande Platão se exprimia assim, pois os números constituíam para ele a essência mesma da harmonia cósmica e interior. A idéia seria retomada mais tarde por Nicolau de Cusa, que chegou a assegurar a todos os adeptos dessa filosofia que "os números são o melhor meio de aproximar-se das verdades divinas". Mas a idéia não era nova. Filolau já tinha sustentado que "todas as coisas que podem ser conhecidas têm um número, portanto é impossível que algo possa ser concebido ou conhecido sem número". Uma profissão de fé na pura tradição de Pitágoras, que erigiu sua filosofia mística num sistema segundo o qual "apenas os números permitem apreender a verdadeira natureza do universo".

Vinte e cinco séculos mais tarde, refletindo sobre a importância fundamental desempenhada pelos números na ciência contemporânea (em particular na "teoria da relatividade geral" de Albert Einstein, na "teoria dos *quanta*" de Max Planck e na "mecânica ondulatória" devida a Louis de Broglie), o filósofo e matemático britânico Bertrand Russell escreveu um dia: "O que há de mais espantoso na ciência moderna é seu retorno ao pitagorismo."

O problema foi, na realidade, invertido por aquele pensador, que foi um dos maiores fundadores da logística moderna, pois não são os números que regem o universo: é antes o mundo que possui propriedades físicas exprimíveis abstratamente pelos números. Portanto, o número não vem das coisas, mas de leis do pensamento em ação nas coisas. A realidade certamente o sugere, mas não o constitui ainda. E é precisamente porque o ser humano soube transformar as coisas dessa realidade em simples objetos do pensamento que ele pôde perfeitamente desempenhar todos os progressos conhecidos: "O homem, na sua casa", dizia Rivarol, "não habita a escada, mas serve-se dela para subir e penetrar em toda a parte; assim, o espírito humano não mora nos números, mas chega por eles à ciência e a todas as artes."

Uma história profundamente humana

Depois de todos esses anos de trabalho e de investigações, talvez eu possa hoje responder melhor do que outrora às questões de meus alunos. Exprimo aqui um pensamento comovido e presto homenagem a todos os jovens espíritos curiosos. A atenção deve sempre estar afinada com as questões "ingênuas" das crianças e é preciso sempre se esforçar para respondê-las. Mas por menos que sua curiosidade esteja desperta, elas arriscam a conduzi-lo muito longe, muito mais longe do que você imaginava ir. E nisso os discípulos podem por vezes revelar-se grandes mestres.

Em contrapartida, queria dizer a uma certa juventude que se desencoraja por vezes diante da primeira dificuldade que aparece que meus esforços, minha obstinação e minha paciência foram coroadas de um sucesso que foi muito além de minhas esperanças: esse trabalho é hoje conhecido e reconhecido tanto na França como no exterior, tendo mesmo sido traduzido em várias línguas estrangeiras.

Desde o início, é verdade, foi muito ajudado pela sorte. A que me fez encontrar minha maravilhosa esposa, cuja atenção desinteressada, a compreensão e os cuidados permanentes foram meus mais preciosos apoios. Aquela, em seguida, que dota cada humano singular de uma cultura singular. Nascido no Marrocos, tive o privilégio de conhecer o árabe e uma parte não negligenciável do fundo da prestigiosa cultura arábico-islâmica. Filho de Abraão, aprendi o hebraico e impregnei-me da profunda estrutura intelectual e moral, feita de humanidade, tolerância e universalismo, características do judaísmo. No Magreb vivi também na confluência das culturas oriental e ocidental, cujos fundos respectivos eu desejei bem cedo assimilar, numa harmoniosa simbiose, canalizando de alguma forma o vicejante — mas quão sutil — espírito oriental na perspectiva e profundidade do molde do cartesianismo e do pensamento racional. Apaixonado pela matemática, tinha com os algarismos uma familiaridade que me permitiu encontrar as regras fundamentais desse sistema complexo. E não tendo nascido maneta, aprendi a virar-me para desenhar, com às vezes uma ingenuidade de traço que me será perdoada, as numerosas pranchas, caligrafias e figuras que animam este livro. Fui sustentado também, no curso desses anos, pelos encorajamentos e preciosas informações, freqüentemente inéditas, oferecidas por inúmeros e eminentes cientistas a quem devo toda minha ciência, pelas questões dos ouvintes perante os quais eu outrora fazia conferências, bem como pelas críticas e as reflexões apaixonadas e apaixonantes de meus leitores. E não falo evidentemente da ajuda e das exigências das Éditions Robert Laffont nem das questões, conselhos e críticas de meu editor e amigo Gérard Klein, nem mesmo do entusiasmo e dos encorajamentos de Guy Schoeller que, dando-me a honra de integrar este livro em sua prestigiosa coleção, me deu a magnífica oportunidade de rever este trabalho em profundidade e fazer a partir do antigo um livro completamente novo...

Todos esses ecos do passado mostram que os algarismos, longe de serem esses símbolos secos e áridos que muitos denunciam como as armas e os vetores de nossa sociedade técnica, foram em todos os tempos também os suportes de sonho, de fantasma, da especulação metafísica, materiais da literatura, sondas do futuro incerto ou ao menos do desejo de predizer. Os algarismos são uma substância poética. Tanto quanto as palavras, ou quase, foram, a um só tempo, as ferramentas do poeta e os instrumentos do contador e do homem de ciência. Assim, por sua universalidade que transparece através da multiplicidade das soluções propostas para o problema da numeração, por sua história que converge lenta mas seguramente na direção dessa fórmula que prevaleceu por toda a parte hoje em dia, os algarismos levam o testemunho, melhor e mais do que a Babel das línguas, da unidade profunda da cultura humana. Ao considerá-los, a prodigiosa e fecunda diversidade das sociedades e das histórias apaga-se diante do sentimento de uma continuidade quase absoluta. Os algarismos não são toda a história do homem, mas religam-na, *resumem-na de um canto ao outro como esse fio vermelho que, segundo Goethe, ia de uma* extremidade a outra de todos os cabos da marinha inglesa, de modo que não se podia tirar-lhe o menor fragmento sem reconhecer que pertencia à Coroa. Os algarismos são feitos de humanidade.

E são talvez as crianças que o sentem melhor quando aprendem a descobri-los. Para nós, que conhecemos o desembocar dessa apaixonante aventura do espírito humano, eis aí uma história caótica e turbulenta, cheia de transpassos fulgurantes e recaídas em que a marcha tateante, como que errática, marcada de ensaios e de erros, de impasses, esquecimentos e abandonos da espécie humana, parece, por assim dizer, o passo titubeante de um ébrio. Mas não está aí justamente um dos traços mais dominantes da história dos homens e de sua inteligência característica?

Primeira Parte

A Aventura dos Algarismos

ou

A História de uma Grande Invenção

A Etnologia e a Psicologia dos Números: para uma Explicação das Origens

O grau zero do conhecimento dos números

Houve um tempo em que os homens não deviam saber contar. Tanto quanto nos é possível supor, o conceito de número devia revestir no seu espírito o aspecto de uma realidade concreta, indissociável da natureza dos objetos, reduzindo-se a uma espécie de percepção direta da pluralidade material. Nossos longínquos ancestrais deviam, portanto, muito provavelmente se encontrar na incapacidade mental de conceber os números por eles mesmos, isto é, sob o ângulo da abstração; sem dúvida não deviam ter consciência do fato de que conjuntos tais como o dia e a noite, um casal de lebres, as asas de um pássaro ou os olhos, as orelhas, os braços ou as pernas de um ser humano apresentam um caráter comum que é precisamente aquele de "ser dois".

Isso pode nos parecer difícil de admitir pelo fato de que em épocas relativamente recentes a ciência matemática conheceu progressos tão rápidos e tão espantosos que a simples questão numérica se tornou um jogo de criança para o homem moderno. Os estudos realizados com respeito ao comportamento da criança de pequena idade, bem como as análises etnográficas relativas aos povoamentos "primitivos" contemporâneos reforçam contudo essa aproximação...

O número e a criança pequena

Como se verá no quadro seguinte ("Os animais sabem contar?"), certas espécies de animais são mais ou menos dotadas da noção de número: possuem rudimentarmente uma espécie de percepção direta das quantidades concretas — que convém distinguir da faculdade de contagem abstrata e que, na falta de uma melhor denominação, chamaremos o *sentido do número*. Contudo, no estado de recém-nascido, o filhote da espécie humana não é nem mesmo ainda provido dele.

OS ANIMAIS SABEM CONTAR?

Pensou-se por muito tempo erroneamente que a inteligência era o apanágio do ser humano e que os animais só eram guiados por seus "instintos"; assim, as astúcias mais extraordinárias de certos animais selvagens foram tidas até uma época recente como comportamentos "inatos" não pondo em ação nenhuma espécie de inteligência.

Na verdade, como o provam os trabalhos conjugados de etnólogos, psicólogos e psicossociólogos contemporâneos, os animais superiores são dotados da faculdade de resolver problemas concretos. Assim, puderam-se filmar raposas famintas simulando a morte com a finalidade de atrair os corvos para fazer deles seu alimento. Conta-se também que leões do Quênia, caçando até então solitariamente, se puseram a caçar em grupo conduzindo sua presa na direção de um ponto central em que um leão se põe em emboscada. Quanto aos macacos superiores, esses são capazes não apenas de confeccionar instrumentos, mas também de aprender a passar com sucesso em provas práticas que necessitam da utilização de um simbolismo não-verbal. Cita-se o caso desse macaco que, querendo pegar bananas fora de seu acesso, fabricou uma longa vara enfiando pedaços de bambu uns nos outros. Para tirar uma isca enfiada num longo tubo fino, um outro macaco inventou de endireitar um fio de arame enrolado sobre si mesmo. Outros ainda foram capazes de percorrer com sucesso labirintos complicados seguindo itinerários complexos do tipo duas voltas à direita, duas voltas à esquerda, depois uma volta à direita e assim por diante, até uma dezena de rotações. Chegou-se mesmo a ver aparecer em alguns chimpanzés uma capacidade de compreensão de um certo simbolismo abstrato, ligado a situações concretas: atribuindo uma significação bem precisa à cor de cada peça (uma servindo para obter bananas, outra uvas, outra água, uma quarta servindo para abrir uma porta para retornar à jaula, etc.), ensinando-lhe a ir procurar uma peça num aparelho distribuidor, viu-se esses seres compreender tão bem a destinação de cada uma das peças que alguns dentre eles, uma vez satisfeitos, se puseram a colecioná-las, prevendo o futuro...

O estudo do comportamento animal é um domínio relativamente novo, nascido "do desejo dos psicólogos de definir o homem não apenas comparando-o com seus semelhantes, mas também situando-o entre o conjunto dos seres vivos. O animal fornece um material de experiência paciente, fácil de controlar. Com ele, pode-se fazer variar ao infinito as condições da experiência e levar esta até seus limites extremos. Engenhosos estudos permitiram pôr à luz algumas das *performances* que o animal chegava a realizar, das reações reflexas até as funções complexas do cérebro, tais como a capacidade de aprendizagem, a memória e mesmo a linguagem e o raciocínio" (J. Feller). Esse domínio oferece assim numerosas vantagens. Seguindo modelos disponíveis na evolução das espécies, ele fornece em particular preciosas chaves para a compreensão do psiquismo humano e de seu desabrochar "a partir dos automatismos e das raízes afetivas", já que certas características animais estão ainda presentes no homem e o bom número de potencialidades humanas já preexistem no animal.

Convém, contudo, considerar os pontos comuns com precaução e desconfiar das conclusões rápidas demais. Sabe-se até onde pode conduzir a mania da aproximação sistemática e sem reserva do animal com o ser humano. O caso dos animais de circo constitui um exemplo característico; animais supostamente "sábios", com relação aos quais alegações inconsideradas foram emitidas desde o século passado pelos partidários de uma certa literatura tão abundante quanto pouco confiável.

Citando o exemplo de certos cães que, na ordem da sucessão regular dos números, sabiam bater com as patas tantas vezes quantas unidades havia de um a dez, alguns afirmaram assim que esses eram capazes de "contar" e de conceber os números até dez.

Mas quando se viu, ou antes se ouviu, o fenômeno de cães "contarem" latindo tantas vezes ao comando de seus donos compreende-se muito rápido que esses autores foram as vítimas de alguns ilusionistas tão hábeis na arte da camuflagem quanto no adestramento de seus animais. Outros autores deram provas de uma grande ingenuidade — a menos que, por charlatanice, tenham procurado enganar engenhosamente seus leitores — exagerando as "proezas fenomenais" de certos cães, cavalos ou elefantes "que não apenas sabiam fazer adições, subtrações e multiplicações, mas podiam também resolver problemas e calcular raízes quadradas e cúbicas"! Chegou-se mesmo a afirmar que se tinha inculcado a alguns o poder de utilizar e reconhecer as letras do alfabeto, de modo que esses animais "sabiam escrever para fazer saber, em caso de necessidade, o que queriam". A fraqueza e a ingenuidade de tais afirmações são tão evidentes que seria deselegante insistir. Destinados sobretudo a surpreender a galeria, artimanhas como essas pertencem, na realidade, ao domínio do treinamento ou, mais freqüentemente, da charlatanice.

Um outro caso extremo é o do inseto conhecido pelo nome de vespa solitária, cuja conduta pode ser surpreendente à primeira vista. "A mãe vespa", explica T. Dantzig, "deposita seus ovos cada um num buraco distinto e os mune de um certo número de larvas vivas de que a progênie se nutrirá quando eclodir. Ora, o número dessas larvas é admiravelmente constante para cada espécie dessa vespa: certas espécies fornecem cinco, outras doze, outras ainda vão até vinte e cinco por célula. Mas o caso mais admirável é o da espécie dita *Genus eumenus,* variedade na qual o macho é menor que a fêmea. Por algum misterioso instinto a mãe sabe sempre se tal ovo produzirá um macho ou uma fêmea e por conseguinte provisiona o buraco com alimento. Ela não modifica nem a espécie nem o tamanho das larvas; mas se o ovo é macho, coloca cinco delas, e se é fêmea, coloca dez."

Por mais estranhamente refinada que seja essa conduta, ainda assim uma objeção impõe-se: o comportamento da vespa não é constante; é estreitamente fundado nos automatismos do instinto, sendo a conduta ligada, na realidade, a um processo que depende essencialmente de uma função genética da vida do inseto.

O caso seguinte é, em contrapartida, mais significativo: em circunstâncias relativamente simples ocorre que um animal domesticado, cão, gato, macaco ou elefante, por exemplo, percebe rapidamente a desaparição de um objeto num conjunto restrito que lhe é familiar. Num certo número de espécies a mãe até mesmo prova, por comportamento não suspeito, que ela sabe se um ou vários de seus filhotes foram-lhe tirados.

Desta vez vê-se bem que o comportamento é consciente e que a noção de número não é totalmente estranha a ela: o animal possui até mesmo uma disposição natural que lhe permite reconhecer que um arranjo, numericamente fraco, percebido pela segunda vez, sofreu uma modificação depois que um ou vários constituintes lhe foram tirados.

Uma capacidade ainda mais precisa foi constatada entre certos pássaros, submetidos a um aprendizado preliminar. Múltiplas e engenhosas experiências mostraram assim que um pintassilgo, posto para escolher seu alimento entre dois pequenos montes de grãos, chega geralmente a distinguir três de um, três de dois, quatro de dois, quatro de três e seis de três.

Mais admirável ainda é o caso dos rouxinóis, das pegas e dos corvos que, sem aprendizado preliminar, são capazes de reconhecer claramente quantidades concretas indo de um a três ou quatro. Eis aqui um exemplo célebre; um castelão tinha decidido matar um corvo que tinha feito seu ninho na torre de vigia do castelo. Tinha tentado várias vezes surpreender o pássaro, mas com sua aproximação o corvo desertava de seu ninho, colocava-se numa árvore vizinha e voltava assim que o homem deixava a torre. Então um dia recorreu a um estratagema: fez entrar dois de deus companheiros na torre; depois de alguns instantes, um se escondeu enquanto o outro permanecia. Mas longe de ser a vítima dessa maquinação, o corvo esperou que o segundo partisse para reaver seu lugar. Da vez seguinte entraram três homens, dois dos quais se distanciaram em seguida; o terceiro pôs-se então a esperar, tanto quanto quisesse, a ocasião de apreender o corvo, o ardiloso voador mostrando-se ainda mais paciente do que ele. Recomeçou-se a experiência várias vezes, mas sempre sem sucesso. O estratagema revelou-se finalmente concludente com quatro ou cinco pessoas, tendo sido o corvo incapaz de reconhecer visualmente a presença de mais do que três ou quatro humanos ao mesmo tempo.

Tais comportamentos são muito interessantes, pois constituem modelos de potencialidades humanas já presentes no animal. No caso dos animais domésticos, trata-se de uma espécie de percepção rudimentar da noção de igualdade ou de não-igualdade dos conjuntos, mas que só se manifesta em agrupamentos numericamente fracos.

Entre os pintassilgos a noção é ainda mais precisa: o que se passa no cérebro do pássaro certamente não corresponde a uma "medida" direta das coisas, mas já não é mais uma simples percepção da qualidade dessas coisas, nem mesmo o sentido da igualdade e da desigualdade; há já aí uma noção de "mais" ou de "menos". Uma vez o aprendizado devidamente realizado, esses pássaros tornam-se, assim, dotados de uma espécie de percepção da intensidade, intermediária entre a da quantidade (que, veremos, implica uma "medida" para além de um certo limiar) e a da quantidade (que exclui não apenas toda espécie de "medida", mas também essa escala de mais ou menos). Esta, contudo, só se manifesta por diferenças suficientemente sensíveis, portanto o pássaro confundirá quase sempre cinco e quatro, sete e cinco, oito e dez, dez e seis. Noutros termos, se a diferença de intensidade que existe entre dois agrupamentos é suficientemente forte (como por exemplo entre três e quatro), o pintassilgo se dá conta dela, mas se ela diminui, torna-se logo incapaz de percebê-la.

Os corvos, por sua vez, são incapazes de fazer bem mais. Fora sua ardilosidade característica, seus sentidos de igualdade e desigualdade, e fora da possibilidade que se possui de desenvolver neles um certo sentido da intensidade, esses animais são munidos de uma memória não negligenciável, derivada de uma capacidade de discernimento tanto no espaço como no tempo da importância relativa de duas coleções de elementos de mesma natureza. Estes últimos nem por isso contam como o fazemos, já que são desprovidos da faculdade da abstração e da generalização e são, portanto, incapazes de conceber alguma "quantidade absoluta", qualquer que seja. Mas chegam ainda assim a perceber algumas quantidades concretas. Mais ainda do que as aptidões precedentes, trata-se já de um verdadeiro sentido do número.

Assim, certas espécies animais são mais ou menos dotadas da noção de número, mas esta está encerrada em limites muito estreitos, encontrando-se reduzida ao que uma percepção imediata permite reconhecer de uma olhada só. De fato, nenhum animal sabe ou pode contar. Como sublinha E. Goblot, "essa abstração, que distingue a quantidade das coisas de suas qualidades, é um caráter específico da inteligência humana".

> A faculdade da contagem abstrata depende de um processo mental muito complexo e constitui uma aquisição relativamente recente da inteligência humana.
>
> Na realidade, a inteligência animal é essencialmente prática: só se encontra à vontade no concreto. "Nos seus atos inteligentes", diz P. Oléron, "os animais, mesmo os mais evoluídos, permanecem muito ligados à situação e estão longe do recuo e do distanciamento que caracterizam os humanos. O animal só pode manifestar capacidades concretas." A inteligência "conceitual" faz-lhe, em particular, falta. Portanto, um animal não tem a aptidão de utilizar um material verbal, puramente simbólico, não sabendo ainda efetuar a abstração; num objeto dado ele não saberá destacar alguma propriedade particular para considerá-la separadamente...

Contrariamente aos animais, é verdade, o filhote de homem possui poucas capacidades inatas. Tem, em contrapartida, o que os animais não têm: possui em germe o poder de assimilar, de recriar, etapa por etapa, todas as conquistas da civilização. Um potencial hereditário que as pessoas (adultos e crianças) de seu meio lhe permitirão desenvolver no momento propício de sua evolução, graças a uma "educação" e a um aprendizado apropriados. Mas essas possibilidades só poderão desabrochar com a condição necessária e suficiente de que a criança permaneça em contato permanente com um meio social [1] , portanto, como diz P. Churchard, "o homem nasce com um cérebro inacabado e imaturo que só é rico em possibilidades; essas possibilidades ele vai aprender a desenvolvê-las copiando seu meio".

Não acreditemos, contudo, que uma criança não é outra coisa senão um adulto em miniatura, um ser humano como você e eu, ao qual só faltaria o juízo e o conhecimento. A psicologia infantil prova que se trata ao contrário de um indivíduo vivendo num mundo à parte, com sua mentalidade própria, suas leis psicológicas particulares e sua originalidade inteiramente à parte. Assim, o adulto não pode penetrar aí, ainda que ele mesmo tenha sido outrora uma criança; não pode mais operar em marcha ré, as lembranças de sua infância sendo ilusórias, a restituição desse passado efetuando-se num modo de pensamento próprio aos adultos, segundo uma apresentação muito confusa.

Mas a *infância* é o estágio obrigatório para que o recém-nascido possa transformar-se um dia em adulto. Corresponde a um gigantesco trabalho de elaboração e de recriação; é uma longa fase de preparação em que se encontram os diversos estágios de desenvolvimento da inteligência humana, restituindo com toda verossimilhança as etapas sucessivas da evolução que nossos ancestrais longínquos tiveram de sofrer desde a noite dos tempos.

"O ser humano precisa desse longo período para compreender e assimilar as estruturas culturais complexas às quais deverá adaptar-se. Na idade adulta, com efeito, o homem perdeu sua plasticidade, sua 'aptidão em vir-a-ser' (como diz E. Claparède). A criança aprende, recria e inova. Graças a suas aquisições, herança das gerações passadas, ela engendra o progresso.

---

[1] O caso das *crianças selvagens* prova isso aliás muito bem: na Índia, em 1920, duas meninas de quatro e oito anos foram encontradas vivendo em meio a um bando de lobos, movendo-se, uivando e comendo como eles. Um missionário as recolheu e tentou reeducá-las, mas em vão; não podendo adaptar-se ao modo de vida da espécie humana, da qual faziam parte fisiologicamente, morreram pouco tempo depois, a caçula ao final de um ano e a outra oito anos mais tarde.

'A infância', diz A. Gesell, 'é conclusão e prefácio ao mesmo tempo.' Nesse período dinâmico e de extrema riqueza, em que o crescimento se faz em todos os domínios ao mesmo tempo, distinguem-se três grandes estágios (que os pedagogos já haviam observado): a *primeira infância*, até três anos, a *segunda infância*, de três a seis ou sete anos e a *terceira infância*, que termina com a puberdade. O desenvolvimento da criança se faz segundo um processo de diferenciação progressiva. A privação é um dos primeiros fatos psicológicos que lhe permitem diferenciar-se de sua mãe e tomar uma melhor consciência do real. Com os progressos registrados nos domínios *psicomotor* (uso da mão, aquisição da posição de pé e da marcha) e verbal (palavras, frases), seu universo alarga-se, seus interesses aumentam, seu pensamento afirma-se. Com três anos ela descobre sua personalidade, que ela afirma empregando os pronomes *eu* ou *mim* e opondo-se, sem motivo, a outro. A partir desse momento suas aquisições se fazem num ritmo cada vez mais rápido". Mas "o crescimento intelectual e afetivo do ser humano não se faz regularmente, segundo um modelo linear"; ele "passa por certos estágios que, a cada vez, implicam num progresso e numa nova organização do conjunto. O desenvolvimento intelectual da criança passa, segundo Piaget, por cinco etapas bem definidas:

"1. Um *período sensório-motor* (que vai do nascimento a dois anos), ao longo do qual a criança forma o conceito de objeto a partir de percepções fragmentárias e seu eu, distinto da imagem dos outros.

"2. Um *estágio pré-operatório* (de dois a quatro anos), dominado por um pensamento essencialmente egocêntrico e antropomórfico ('olha, mamãe, a lua está me seguindo!').

"3. Uma *época intuitiva* (de quatro a sete anos), de realização intelectual sem raciocínio: a criança executa ações que é incapaz de representar claramente em pensamento; por exemplo, esvaziar um líquido num recipiente de forma diferente (crê que o volume muda com a forma).

"4. Um *estágio das operações concretas* (de oito a onze anos), em que, malgrado a aquisição de certas noções (classe, série, número, causalidade), o pensamento permanece ligado ao concreto.

"5. Um *período das operações formais* (que aparece por volta da puberdade, entre doze e catorze anos). O pensamento opera no abstrato, forma hipóteses e as verifica" (N. Sillamy).

De seu berço, um recém-nascido só percebe do mundo ao redor diferenças de luz e de barulho. Depois ele põe-se a tocar as coisas e a ouvir sons cada vez mais distintamente.

Entre seis e doze meses, um bebê adquire, em seguida, mais ou menos uma certa apreciação global do espaço ocupado pelas coisas e aprende pouco a pouco a estabelecer relações, a fazer associações e a perceber diferenças ou semelhanças. Imagina, então, coleções relativamente restritas de seres ou objetos que lhe serão familiares ao mesmo tempo por sua natureza e por seu número. Assim pode geralmente, nessa idade, reunir num só agrupamento alguns objetos análogos preliminarmente separados. E sente faltar algo a um dos conjuntos familiares tão logo ele o percebe. Mas o número que é simplesmente sentido e percebido, um pouco como uma qualidade das coisas, não é ainda concebido por ele de uma maneira abstrata. E nem mesmo vir-lhe-ir a idéia de servir-se de seus dez dedos para designar um dos primeiros números.

Entre doze e dezoito meses, aprende progressivamente a fazer uma distinção entre um, dois e vários objetos e a discernir de uma só olhada a importância relativa de duas coleções reduzidas de seres ou objetos. Mas suas capacidades numéricas permanecem ainda encerradas em limites tão estreitos que lhe é impossível fazer uma diferença bem nítida entre os números e as coleções que eles precisamente representam. Dito de outra maneira, enquanto a criança não tiver atingido um grau suficiente de desenvolvimento para conceber o princípio genérico dos inteiros naturais (2 = 1 + 1; 3 = 2 + 1; 4 = 3 + 1; etc.), os números jamais serão para ele outra coisa senão "conjuntos-números", inseparáveis da natureza dos elementos postos em jogo, e só serão reconhecidos por ele mediante o princípio do *emparelhamento* (por exemplo, em presença de dois arranjos de objetos alinhados um a um).

Fato digno de nota, que eu mesmo tive a ocasião de observar várias vezes: desde que a criança adquiriu o uso da fala e aprendeu a chamar os números iniciais, choca-se geralmente, no início, com uma grande dificuldade de simbolizar o número *três*. "Conta", então, começando certamente por um e dois, mas esquecendo o terceiro número: *um, dois, quatro*! Se bem que o senso comum lhe permita já reconhecer visualmente quantidades concretas de um a quatro, ela está ainda no estágio de conhecimento mais rudimentar dos números abstratos: o que se limita à *unidade*, à *dualidade* e à *pluralidade*.

Em contrapartida, desde que ela ultrapassa esse estágio (isso ocorre, segundo Piaget, entre três e quatro anos), está logo em condição de contar; a partir daí, inicia com efeito o progresso que reside na predominância progressiva do conceito numérico abstrato sobre o aspecto quase exclusivamente perceptivo das coleções. E a via está doravante aberta para um verdadeiro aprendizado do cálculo abstrato. É por isso que os pedagogos dizem que nessa idade a criança pequena está no *estágio intelectual do pré-cálculo*: ela aprenderá inicialmente a contar até dez, apoiando-se particularmente em seus dedos, depois a estender progressivamente sua série numérica na medida de seu acesso à abstração do número.

O corpo humano e a aprendizagem da aritmética

Num livrinho de memórias sobre a infância de seus filhos, Georges Duhamel mostra-nos como Bernard, dito "Baba", mesmo antes de conhecer os nomes dos números, possuía já mais ou menos, graças a seus dedos, o princípio da sucessão natural dos números:

"Os começos são duros. Baba se vira como pode. Ele declara:

— Acabo de procurar bombons. Me dá uns por todos.

— Quantos?

— Um, um e um.

"Então é claro, mas não é ainda a verdadeira aritmética. Então ele aprende a contar com os dedos. Quando alguém lhe pergunta sua idade, a de Marysa, a de Robert, ele mostra com suficiente exatidão um maior ou menor número de dedos. Enche uma mão, depois a outra. E, de uma vez só, as coisas se complicam:

— Qual é a idade de Jacqueline?

"Ele sonha um segundo e responde:

— Ah! para Jacqueline é preciso um dedinho do pé!"

Deve-se notar de passagem a importância particular do papel desempenhado pela *mão* e mais geralmente pelo *corpo* no *aprendizado da aritmética*. Um defeito no uso desse "instrumento" gera freqüentemente graves perturbações de aprendizado:

"Na sua pequena infância, explica L. Weyl-Kailey, o bebê brinca com seus dedos. É a primeira noção que têm de seu corpo. Depois, toca em tudo para ter conhecimento do mundo e sobretudo com suas mãos. Ora, um dia, um professor, acreditando fazer a coisa certa e querendo que a matemática fosse 'abstrata' como esperava, proíbe a criança de contar com seus dedos; sem dar-se conta, proíbe à criança seu corpo e proíbe-lhe toda associação de seu corpo com a matemática. Quantas crianças eu vi tranqüilizadas ao poder, de novo, diante de mim, reutilizar suas mãos: seu corpo estava aceito... Os problemas espaço-temporais podem também prejudicar consideravelmente todo trabalho matemático. A dificuldade em conceber as noções de 'inferior a' ou 'superior a' afeta o próprio número, as operações e as relações. A casa das unidades deve ser escrita à direita, e a das centenas, à esquerda do número: a criança que confunda esquerda e direita escreverá mal os números e só com dificuldade saberá por onde começar uma operação. Encontram-se mesmo certas crianças que têm tais dificuldades em se localizar no espaço que adicionam ou multiplicam inicialmente o algarismo da extrema direita, depois o da extrema esquerda, depois os do meio, numa desordem extrema. Outras crianças subtraem o algarismo superior do algarismo inferior ou o contrário, alternativa ou indiferentemente. O número e todo o raciocínio lógico podem, portanto, ser muito perturbados pela má aceitação de seu corpo."

O número e o pensamento selvagem

Um bom número de populações "primitivas" contemporâneas parecem igualmente ultrapassadas pelo número, considerado sob o aspecto conceitual e abstrato. O número é, com efeito, "sentido" e "percebido": *é apreendido de uma maneira qualitativa*, um pouco como se percebe uma dor, uma cor, um barulho ou ainda a presença de um indivíduo ou de uma coisa do mundo exterior. Noutras palavras, esses "selvagens" só são afetados pela mudança de aspecto de seu campo visual, seguindo uma relação direta de sujeito a objeto. Suas capacidades de compreensão dos números abstratos limitam-se, portanto, ao que suas disposições naturais permitem reconhecer numa só olhada.

Mas isso não quer dizer que nenhuma quantidade seja considerada por eles. Somente que a pluralidade dos seres ou dos objetos é "avaliada" não quantitativa mas qualitativamente, sem nenhuma espécie de diferenciação individual. Uma tal *avaliação cardinal*, portanto, jamais é fixada em abstrato, mas sempre remetida a conjuntos concretos, variando, é claro, segundo a natureza das categorias consideradas.

"Com efeito, como explica L. Lévy-Bruhl, por menos que um grupo bem definido e suficientemente restrito de seres ou objetos interesse ao primitivo, ele reterá o mesmo com tudo o que o caracteriza. Na representação que tem dele, a soma exata dos seres ou objetos está implicada: é como uma qualidade pela qual esse grupo difere do grupo que compreendia um ou vários mais, e assim do grupo que compreendia um ou vários menos. Por conseguinte, no momento mesmo em que esse grupo retorna a seus olhos, o primitivo sabe se está completo ou se é menor ou maior do que antes."

Um, dois e... muitos

No início do século XX, vários povos "primitivos" [1] estavam ainda no "grau zero" do conhecimento dos números abstratos. Foi o caso, por exemplo, dos bosquímanos da África austral, dos zulus e dos pigmeus da África central, dos botocudos do Brasil, dos índios da Terra do Fogo, dos kamilarai e dos aranda da Austrália, dos indígenas das ilhas Murray (não longe da península australiana do cabo York), dos vedda do Ceilão e de muitas outras culturas "não civilizadas".

---

[1] Por causa de sua grande ambigüidade, colocaremos sempre o termo primitivo entre aspas.

Segundo E.-B. Tylor, a linguagem dos botocudos do Brasil só comportava dois "nomes de número" propriamente ditos: um para a *unidade* e outro para o *par*. A partir desses vocábulos chegavam em seguida a exprimir os números três e quatro, articulando alguma coisa como "dois e um" e "dois e dois". Mas era tão difícil para os membros dessa população fazer uma idéia bem nítida de um número superior a quatro quanto ainda é para nós representar bem quantidades da ordem do quinquilhão de trilhões. De modo que alguns entre eles, para além dessa quantidade, se contentavam em mostrar sua cabeleira, um pouco como para dizer:

"É tão inumerável quanto os cabelos da cabeça!"

Do mesmo modo, segundo A. Sommerfelt, os membros da tribo australiana dos aranda só conhecem dois "nomes de número": *ninta* para "um" e *tara* para "dois". Se dizia os números três e quatro em seguida: *tara-mi-ninta* ("dois e um") e *tara-ma-tara* ("dois e dois"). Mas aí parava a seqüência dos aranda dos "nomes de número". Para além era a imprecisão: empregavam-se, então, palavras ou expressões que se poderia traduzir por "muito", "vários", etc.

Do mesmo modo ainda, segundo G. Hunt, os indígenas das ilhas Murray empregavam as palavras *netat* e *neis* para "um" e "dois", depois as expressões *neis-netat* (= 2 + 1) e *neis-neis* (= 2 + 2) para "três" e "quatro". Para além, articulavam alguma coisa como "uma multidão".

Citemos, enfim, o caso de certas tribos ocidentais do estreito de Torres, para quem *urapun* ("um"), *okosa* ("dois"), *okosa-urapun* ("dois-um") e *urapun-urapun* ("dois-dois") constituíam, segundo A.-C. Haddon, as únicas expressões orais que se referiam a quantidades absolutas; para além, dizia-se *ras*, que queria dizer "muito".

A evidente pobreza de tais expressões orais dos números trai, portanto, uma fraqueza intelectual em conceber os números abstratos. Com um fim "civilizador" alguns tentaram várias vezes ensinar-lhes os elementos de base de nossa própria aritmética, mas todas essas tentativas redundaram em fracasso, tendo esses indígenas se recusado obstinadamente a contar como o fazemos, mediante nossos nomes de número.

M. Dobrizhoffer pôs esse fato particularmente em relevo entre os abipones, uma população da família guaykuru que ocupava outrora a atual província de Santa Fé e o Chaco, da Argentina e Paraguai até o sul da Bolívia: "Eles não somente ignoram a aritmética, mas a rejeitam. Sua memória geralmente é-lhes nisso falha (porque se quer coagi-los a operações que não lhes são familiares). Não podem suportar terem de contar; isso aborrece-os. Em conseqüência, para se desembaraçarem das questões que lhes são feitas, mostram qualquer número de dedos, seja ou porque se enganam ou porque enganam quem os interroga. Freqüentemente, se o número que você pergunta ultrapassa três, um abipone, para economizar o trabalho de mostrar seus dedos, gritará: *póp* ("muito"), *chic leyekalipi* ("inumerável")." O autor aborda, em outra parte, o caso das culturas sul-americanas inteiramente análogas e mostra, por esse testemunho, que esses "primitivos" eram rapidamente ultrapassados pela abstração de nossa aritmética, não sabendo o que fazer com nossos "nomes de números" quando lhes eram ensinados: "Como os abipones, quando são interrogados sobre objetos cujo número ultrapassa quatro, respondem logo: 'inumerável'. Em geral tivemos menos dificuldade em ensinar-lhes música, pintura, escultura do que a aritmética. Sabem todos enunciar números em espanhol, mas fazem-no contando confusões tão freqüentes que jamais se desconfiará demais quando se trata de acreditar num assunto parecido."

Os números tais como os vemos pelo ângulo abstrato constituíam certamente para os indígenas um "instrumento" cujo uso eles desconheciam e cuja necessidade, aliás, não sentiam. Mas é igualmente e sobretudo porque o "instrumento" era bem mais complexo para eles. E por isso mesmo em todos os tempos os números figuraram entre os conceitos mais abstratos à altura dos humanos. Aliás, entre o aprendizado das palavras, letras e algarismos não é este último que se estende por um lapso de tempo considerável e que comporta para nossas crianças as maiores dificuldades? E no plano histórico, entre a linguagem, a escrita e a aritmética é, sem nenhuma dúvida, esta última que a humanidade teve mais dificuldade de assimilar.

Um senso mais forte do que o do número

Essas populações tinham, contudo, à sua disposição, uma regra aritmética fundamental que, aplicada regularmente além de quatro, teria podido permitir atingir números bem mais elevados. É o que se chama o *princípio da base dois*; segundo um tal princípio, "cinco" não teria podido exprimir-se como *dois-dois-um*, "seis" como *dois-dois-dois*, "sete" como *dois-dois-dois-um* e assim por diante? "Seria esquecer", responde justamente L. Gerschel, "que esses indígenas estavam ainda apenas no estágio do conhecimento mais rudimentar dos números abstratos, *o que se limita a um e dois*. Portanto, com efeito, dos números esses primitivos só concebiam a unidade e o par."

A.-C Haddon, que teve a oportunidade de observar os membros das tribos que vivem nas regiões ocidentais do estreito de Torres, notou entre eles essa "tendência marcante em contar em grupos de dois ou por pares". O fato foi também observado por M. Codrington num bom número de populações do Pacífico: "Na ilha do Duque de York, escreve ele, conta-se por pares e dá-se aos pares nomes diferentes, segundo o número que há deles. A maneira polinésia", acrescenta, "era empregar os objetos subentendendo que se tratava de tantos pares e não de tantos objetos." Outro testemunho, o de T. Dantzig, menciona os trabalhos de Curr a propósito das tribos australianas e explica que "a maioria delas conta por pares", completando seu comentário por esta observação muito interessante: "Esse hábito é tão inveterado entre esses indígenas que eles raramente percebem que dois alfinetes foram tirados de uma fileira de sete; mas eles observam imediatamente que se tirou um."

O senso de paridade era, portanto, mais forte entre esses indígenas do que sua compreensão dos números. Para exprimir *três* e *quatro* (números que eles não apreendiam sob o ângulo da abstração, mas que seu senso comum permitia reconhecer visualmente, isto é, de uma só olhada) apelavam apenas a essas noções; colocavam simplesmente emparelhando a *unidade* e o *par*, depois o par consigo próprio. E essas noções de "dois-um" e "dois-dois" formam, para eles, pares, e, para nós, recebem o caráter de "número inteiro" quando as designamos como "três" e "quatro". Desde então — já que esses indígenas só sabem conceber e denominar um elemento isolado ou um par de elementos — concebe-se mal como teriam podido atingir por si sós as noções de "cinco" e "seis" que, analisadas respectivamente em 2 + 2 + 1 e 2 + 2 + 2, seriam então apresentadas em seqüências de três elementos.

Culturas "primitivas" e sociedades "civilizadas"

Daí a considerar a atividade mental dessas populações como uma forma rudimentar da nossa e como um estado infantil, quase patológico, que restitui uma forma não evoluída do estado suposto dos primeiros espécimens da espécie humana, há apenas um passo que certos etnólogos e sociólogos do passado apressaram-se em dar, tomando a palavra "primitivo" ao pé da letra.

Pelo termo (aliás inteiramente impróprio) "primitivo" os especialistas designam hoje os membros das sociedades humanas que não receberam o suporte cultural da nossa civilização, que nos parece muito evidente porque estamos intimamente impregnados por ele.

De fato, uma tal mentalidade está longe de ser desprovida de inteligência; ela depende de uma lógica muito elaborada e, até certo grau, de um espírito de conceitualização. Em sua obra *La Pensée sauvage*, o etnólogo francês C. Lévi-Strauss não somente valorizou-os mas correlacionou com certas formas de pensamento e de expressão de nossas próprias sociedades civilizadas.

Quem quer que, já foi sublinhado, queira estudar uma dessas culturas "primitivas" deverá renunciar a conclusões válidas enquanto não tiver penetrado sua metafísica e sua própria concepção do mundo e não tenha deixado de opor radicalmente sua mentalidade à nossa. Portanto, longe de ter constituído um estágio fixo desde a noite dos tempos, esses homens tiveram sua própria história e forjaram, num certo sentido, sua própria filosofia, segundo um sistema que lhes foi próprio e que permaneceu sempre coerente consigo mesmo.

Assim, deve-se tomar todas as precauções necessárias quando se aplica a essas pessoas o termo "primitivo". De outro modo emitir-se-á um juízo de valor tão severo quanto injustificado, um pouco como se fez outrora quando se qualificou, quase com desprezo, essas populações de "sociedades inferiores", simplesmente porque não tinham os mesmos modos de vida, os mesmos critérios e os mesmos modos de pensamento das sociedades ditas "civilizadas".

Bom número de populações que são ditas "avançadas" apresentam, com efeito, certas características que se podem qualificar de "primitivas", pela boa razão que são encontradas entre as sociedades bem menos evoluídas.

Inversamente, sociedades julgadas "primitivas", por razões que dizem respeito notadamente às características gerais de seus utensílios e seus meios de existência, podem perfeitamente dispor de técnicas relativamente aperfeiçoadas, que poderão não ser encontradas entre as populações consideradas em mais de um ponto como bem mais avançadas.

Hoje em dia, contrariamente ao passado, não se opõem, portanto, mais radicalmente sociedades "civilizadas" e sociedades "primitivas"; as grandes correntes do mundo moderno mostraram, com efeito, que o homem dito "civilizado" não é sempre completamente liberado do pensamento "místico" e que os grandes mitos coletivos continuam ainda a servir por vezes às mentalidades individuais...

Os limites da percepção direta dos números

Imaginar que nós mesmos poderíamos fazer muito melhor no domínio numérico se só nos deixássemos guiar por nossas faculdades naturais de reconhecimento imediato dos números seria um erro.

Na prática, quando queremos discernir tal ou tal quantidade, recorremos à memória ou a procedimentos como a comparação, o desdobramento, o agrupamento mental ou, melhor ainda, à faculdade da contagem abstrata. De modo que nos é geralmente difícil tomar consciência dos verdadeiros limites de nossas próprias atitudes no assunto.

Coloquemo-nos, contudo, em presença de uma série de seres ou objetos análogos *alinhados* e proponhamo-nos a indicar sua quantidade de uma só e rápida olhada (isto é, sem a intervenção de um artifício). Até onde somos capazes de ir?

Distinguimos, sem erro e numa rápida vista, *um, dois, três* e mesmo *quatro* elementos. Mas aí pára nosso poder de identificação dos números. Portanto, para além de quatro, tudo se embaça no nosso espírito e nossa visão global não nos é mais de nenhum socorro. Há quinze ou vinte pratos nesta pilha, treze ou catorze carros alinhados na calçada, onze ou doze arbustos neste arvoredo, dez ou quinze degraus nessa escada, antes nove do que oito ou mesmo seis janelas nessa fachada? É necessário contá-los para saber.

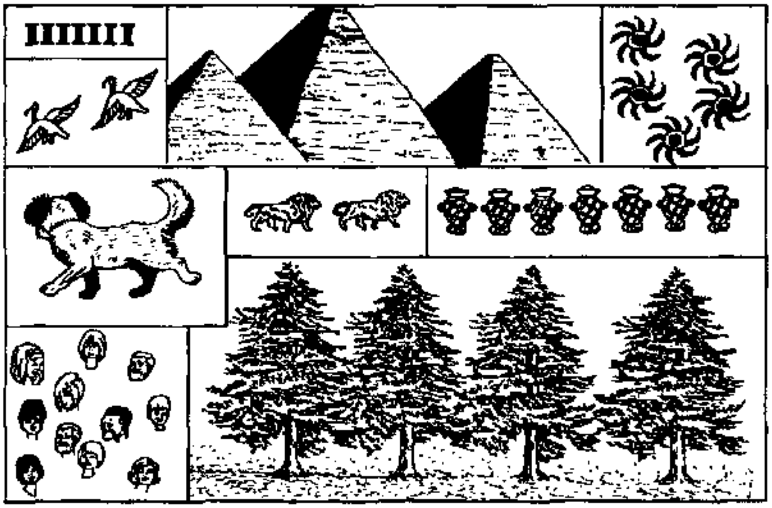


Fig. 1.1 - *Numa única e rápida olhada nossa percepção direta do número nos permite saber que um conjunto encerra um, dois, três ou quatro elementos; mas para quantidades superiores a quatro é-nos geralmente necessário "contar" os elementos de cada coleção em questão (ou fazer intervir outros artifícios como a comparação ou o agrupamento mental), não sendo nossa percepção direta da pluralidade capaz de informar-nos com relação a isso.*

O olho, por assim dizer, não é um "instrumento de medida" suficientemente preciso; seu poder de percepção direta dos números ultrapassa muito raramente (para não dizer jamais) o número quatro!

Uma primeira confirmação desse fato nos é fornecida pela existência na Oceania de várias tribos tendo o costume de declinar as formas gramaticais no *singular*, no *dual*, no *trial*, no *quatrial* e... no *plural*. Entre essas pessoas a capacidade de individualização de nossos nomes comuns é limitada a quatro. Até quatro, com efeito, os nomes dos seres e dos objetos são nitidamente expressos em suas línguas e providos cada um de uma característica própria; mas, para além, os nomes como os números são privados de declinação e de personalidade e revestem o caráter vago e impreciso da pluralidade material. É um pouco como se, em francês, exprimíssemos, para os asnos, por exemplo, a diferença entre um, dois, três, quatro e vários entre eles dizendo alguma coisa como *baudet* [burro] para "um asno", *baudeta* para "dois asnos", *baudeti* para "três asnos", *baudeto* para "quatro asnos" e *baudets* (com um "s" no fim) para "asnos".

Outro exemplo: em latim os nomes dos quatro primeiros números (*unus, duo, tres, quatuor*) são os únicos que se declinam, a partir do quinto os nomes dos números não têm mais nem declinação nem gênero.

Igualmente os prenomes que os romanos tinham costume de atribuir a suas crianças do sexo masculino (as meninas não recebiam prenome próprio na época!) eram, inclusive até o quarto, chamamentos particulares e normalmente constituídos, como por exemplo: *Appius, Aulius, Gaius, Lucius, Marcus, Servius*, etc. Em contrapartida, a partir do quinto contentavam-se em chamar seus filhos por simples números: *Quintus* (o quinto), *Sextus* (o sexto), *Octavius* (oitavo), *Decimus* (décimo) ou até mesmo *Numerius* ("numerosos"). Nisso pense-se, por exemplo, no analista Quintus Fabius Pictor, no poeta Quintus Horatius Flaccus (mais conhecido pelo nome Horácio), em Sextus Pompeius Magnus (filho do Grande Pompeu), bem como no poeta satírico Juvenal que se chamava, na realidade, Decimus Junius Juvenalis.

Observou-se também que os quatro primeiros meses do ano romano primitivo (aquele dito de Rômulo) eram os únicos a ter nomes particulares (Martius, Aprilis, Maius, Junius), portanto, a partir do quinto os números não eram outra coisa senão números de ordem: *Quintilis, Sextilis, September, October, November, December* [1].

Uma última confirmação dessa lei psicológica fundamental é-nos dada pela atitude de todos os que utilizaram ou utilizam ainda a notação numérica que consiste em representar um número produzido pela repetição de tantos traços ou sinais semelhantes que figuram a unidade.

Quando um vendedor de vinho ou um fabricante de cerveja mantém atualizado o "controle" de seus clientes, alinhando, num pedaço de cartão, tantos traços quantas consumações não ainda pagas por cada um deles, ele efetua geralmente essa operação segundo as etapas sucessivas do procedimento gráfico abaixo:

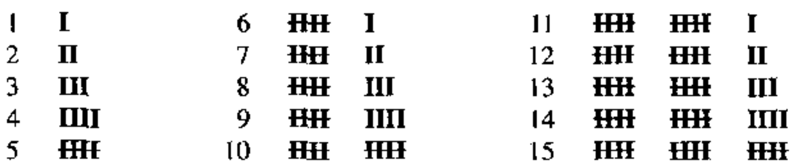


Fig. 1.2

E é exatamente o que fazem os jogadores de cartas quando totalizam seus pontos num pedaço de papel, ou ainda os prisioneiros quando mantêm a contagem do tempo de seu cárcere, gravando numa parede de sua cela tantos traços quantos dias passados em detenção.

Como se verá facilmente nos quadros das páginas 15 a 20, a maioria dos povos da Terra utilizaram esse tipo de notação num momento dado de sua história e também procuraram superar a dificuldade depois de ter constatado que além de quatro (IIII) ninguém é capaz de "ler", na primeira olhada, uma seqüência de cinco traços (IIIII), de seis (IIIIII), de sete (IIIIIII), ou mais, por uma razão ainda mais forte.

ARAMAICOS DO EGITO
(Sistema de Elefantina: séculos V-III a. C.)

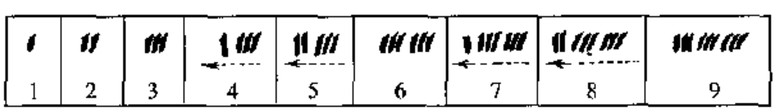


Fig. 1.3

[1] O ano primitivo romano (304 dias) compreendia dez meses somente e começava então por *Martius* (março). Foi alongado pelo acréscimo de dois meses suplementares aos quais se deu os nomes de *Januarius* e *Februarius*, que se tornaram nossos atuais janeiro e fevereiro. Mais tarde, na época em que Júlio César fez sua reforma do calendário, o começo do ano foi trazido de volta do primeiro de março ao primeiro de janeiro e o ano romano compreendeu desde então 365 dias. Depois decretou-se que o mês de *Quintilis* (o quinto do ano primitivo), que viu nascer César, tomaria doravante em sua honra o nome de *Julius*, de onde deriva nosso julho. Um pouco mais tarde, o mês de *Sextilis* (o sexto do ano primitivo) foi sobrenomeado *Augustus* (de onde se fez em seguida nosso agosto atual) em homenagem aos serviços prestados pelo imperador desse mesmo nome durante esse mês.

ARAMAICOS DA MESOPOTÂMIA
(Sistema de Hatra: início da era cristã)

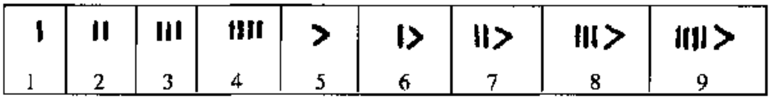


Fig. 1.4

ARAMAICOS DA SÍRIA
(Sistema palmireno: início da era cristã)

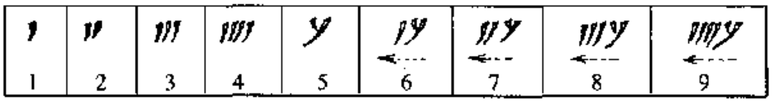


Fig. 1.5

CRETENSES
(Sistema hieroglífico: primeira metade do II milênio a. C.)

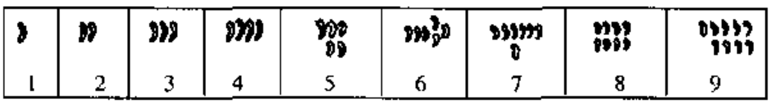


Fig. 1.6

CRETENSES
(Sistemas "lineares": 1.700-1.200 a. C.)

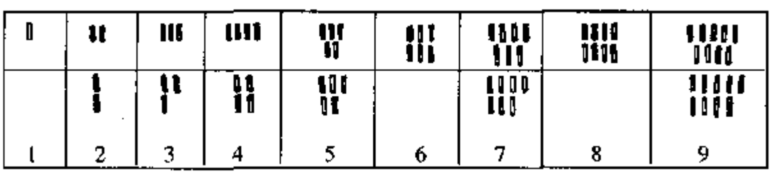


Fig. 1.7

EGÍPCIOS
(Sistema hieroglífico: III-I milênios a. C.)

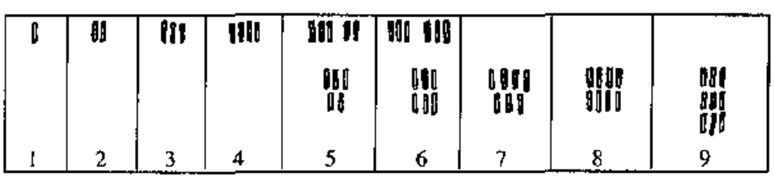


Fig. 1.8

ELAMITAS
(Sistema "proto-elamita": Irã, primeira metade do III milênio a. C.)

Fig. 1.9

ETRUSCOS
(Itália, séculos VI-IV a. C.)

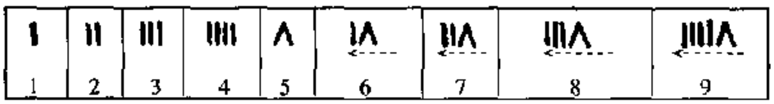


Fig. 1.10

GRÉCIA
(Sistema de Epidauro, de Argos e de Neméia: séculos V-II a. C.)

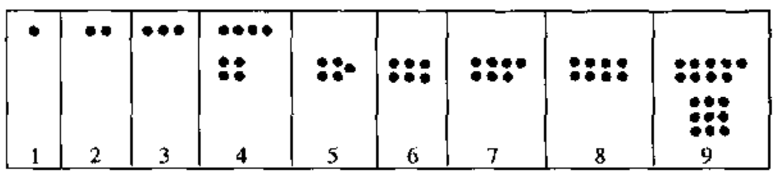
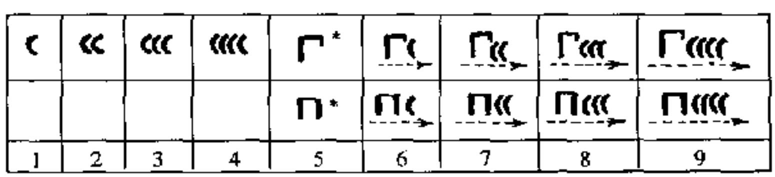


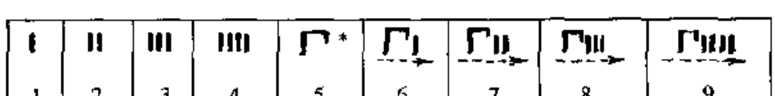
Fig. 1.11

GRÉCIA
(Sistema de Trézen, da Calcídica e do Quersoneso Táurico: séculos V-II a. C.)



**Letra Π (pi), inicial de ΠENTE (penté), "cinco".*
Fig. 1.12

GRÉCIA
(Sistema de Tebas, de Orcômeno e de Caristo: séculos V-I a. C.)



**Letra Π (pi), inicial de ΠENTE (penté), "cinco".*
Fig. 1.13

HARAPEANOS

(Sistema “proto-indiano”: civilização do Indo, 2300-1750 a. C.)

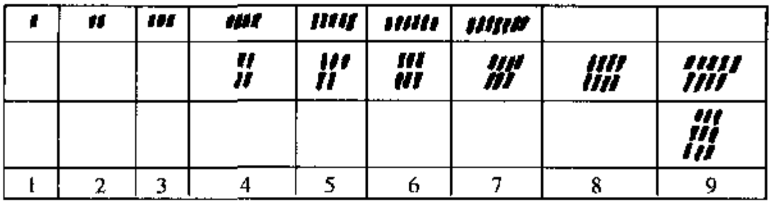


Fig. 1.14

HITITAS

(Sistema hieroglífico: Anatólia, 1500-800 a. C.)

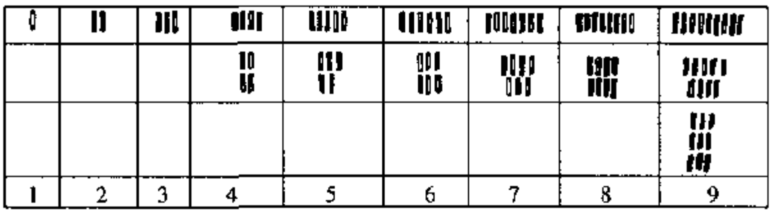


Fig. 1.15

LÍCIOS

(Ásia Menor, primeira metade do I milênio a. C.)

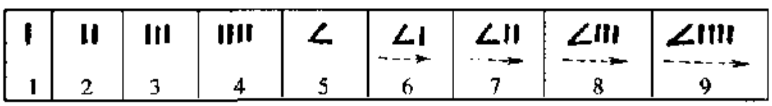


Fig. 1.16

LÍDIOS

(Ásia Menor, séculos VI-IV a. C.)

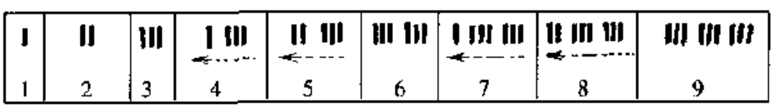


Fig. 1.17

MAIAS

(América central pré-colombiana, séculos III-XIV d. C.)

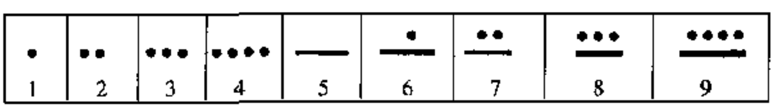


Fig. 1.5

MESOPOTÂMICOS
(Sistema arcaico sumério: início do III milênio a. C.)

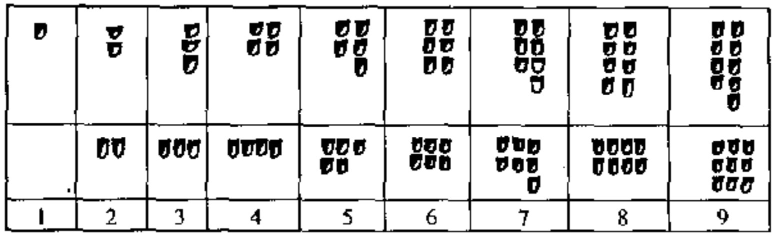


Fig. 1.19

MESOPOTÂMICOS
(Sistema cuneiforme sumério: 2850-2000 a. C.)

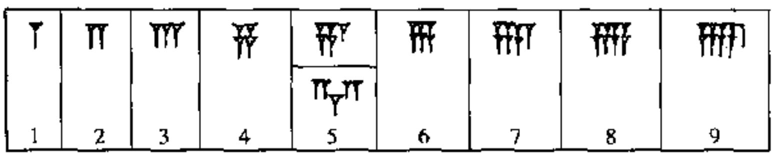
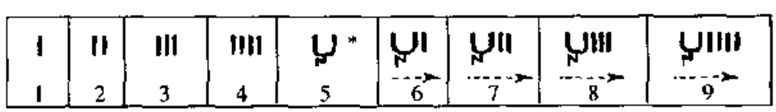


Fig. 1.20

MESOPOTÂMICOS
(Sistema cuneiforme assírio-babilônico: II-I milênios a. C.)

Fig. 1.21

MINEUS E SABEUS
(Arábia do Sul: séculos V-I a. C.)



**Letra sul-arábica* *(ha) inicial de* (hamsat), *"cinco".*
Fig. 1.22

FENÍCIOS
(Sistema atestado a partir do século VI a. C.)

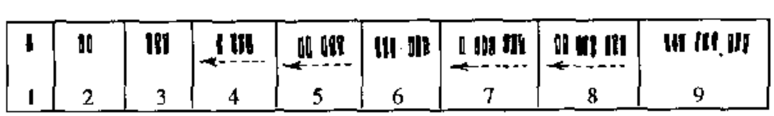


Fig. 1.23

URARTEUS
(Sistema hieroglífico: Armênia, séculos XIII-IX a. C.)

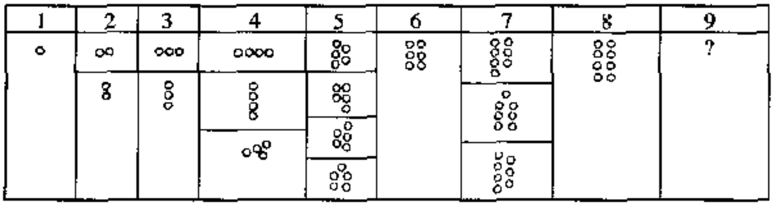


Fig. 1.24

Recapitulemos: no início dessa história, os povos começaram por notar os nove primeiros números colocando-os mais ou menos como abaixo uns depois dos outros tantos traços, círculos, pontos ou outros sinais análogos representando a unidade.

I	II	III	IIII	IIIII	IIIIII	IIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Fig. 1.25

Mas, uma vez que tais séries de signos idênticos não facilitavam ainda ao olho de um "leitor apressado" a totalização imediata das unidades correspondentes, esse princípio foi rapidamente abandonado, ao menos para os números superiores a 4.

Para contornar a dificuldade, certos povos (como os egípcios, os sumérios, os elamitas, os cretenses, os urarteus ou os gregos) tiveram então a idéia de agrupar os algarismos-unidades, para os números de 5 a 9, segundo um princípio que se poderia denominar a *representação por desdobramento:*

I	II	III	IIII	II	III	IIII	IIII	IIIII
				III	III	III	IIII	IIII
1	2	3	4	5	6	7	8	9
				(3 + 2)	(3 + 3)	(4 + 3)	(4 + 4)	(5 + 4)

Fig. 1.26

Outros povos (como os assírio-babilônios, os fenícios, os aramaicos do Egito ou os lídios) superaram o problema recorrendo a um *princípio ternário*:

I	II	III	III	III	III	III	III	III
			I	II	III	III	III	III
						I	II	III
1	2	3	4	5	6	7	8	9
			(3 + 1)	(3 + 2)	(3 + 3)	(3 + 3 + 1)	(3 + 3 + 2)	(3 + 3 + 3)

Fig. 1.27

Outros povos, enfim, (como os gregos, os mineus, os sabeus, os lícios, os maias, os etruscos ou os romanos) encontraram uma solução imaginando — provavelmente sob a influência dos cinco dedos da mão — um signo especial para cinco e procedendo, em seguida, segundo um *princípio quinário* ($6 = 5 + 1$, $7 = 5 + 2$ etc.).

Não há dúvida sob essas condições: *as faculdades humanas de percepção direta dos números não ultrapassam o número quatro!*

Uma capacidade numérica muito rudimentar, mal excedendo a de certos animais: eis sem dúvida o nó primitivo de nossa aritmética atual. Não há, portanto, nenhuma dúvida de que se o espírito do homem tivesse sido reduzido a essa única aptidão, não teria acedido à abstração do cálculo que esses animais não fizeram. Felizmente o ser humano soube alargar suas possibilidades naturais, tão limitadas, inventando um certo número de procedimentos mentais. Procedimentos que deviam revelar-se muito fecundos, uma vez que iam dar à espécie humana a possibilidade de progredir no universo dos números e da matemática...

Pode-se avaliar uma quantidade sem saber "contar"?

Nosso poder de separação direta das quantidades concretas ultrapassa, assim, muito raramente o número quatro. Assim, para permitir-nos atingir tal ou tal quantidade superior a quatro, nosso espírito não apela mais apenas a nosso sentido do número, faz intervir o artifício da contagem abstrata, característica do homem "civilizado".

Mas, deve-se concluir que na falta da capacidade que nos permite conceber e fazer intervir a todo momento a "contagem" (no sentido em que o entendemos) o espírito humano cai numa extrema fraqueza mental, que lhe impede de adquirir um procedimento numérico qualquer?

Um tal espírito com certeza lidará mal com as operações mentais que nos são familiares e não disporá, notadamente, dos conceitos que conhecemos (por uma abstração generalizadora) sob os números *um, dois, três, ..., cinco, seis, ..., dez* etc. Mas é legítimo inferir a partir daí que o espírito em questão se encontrará sempre diante da incapacidade de forjar uma técnica particular do número que lhe permita, em certas ocasiões, reencontrar tal totalidade concreta ou tal outra? Seguramente não.

Excelentes razões autorizam-nos, com efeito, a conjeturar que, durante vários séculos, o homem soube atingir vários números antes mesmo de ser capaz de concebê-los pelo ângulo da abstração...

A análise de múltiplos documentos etnográficos provenientes de diversas regiões da África, Oceania e América revela que várias populações "primitivas" contemporâneas possuem técnicas numéricas particulares que lhes permitem, numa certa medida, efetuar algumas "operações".

Por procedimentos que lhes são próprios — e que se podem qualificar de "concretos", em comparação com os nossos — sabem, com efeito, obter os mesmos resultados, ao menos até um certo ponto, recorrendo à ajuda de intermediários materiais de todas as espécies (pedras, conchas, ossinhos, frutas duras, fezes secas de animais, bastonetes, prática do entalhe sobre osso ou madeira etc.).

Trata-se de procedimentos bem menos poderosos (e por vezes bem mais complicados) que os nossos, mas pode-se igualmente apoiar-se nisso quando se trata, por exemplo, de constatar que voltaram tantas cabeças de gado quanto saíram. De modo nenhum é necessário, para isso, ser intelectualmente capaz de conceber o artifício da contagem.

O primeiro procedimento aritmético da História

Na verdade, tudo começou por esse artifício que se chama a *correspondência unidade a unidade* e que dá, mesmo aos espíritos mais desprovidos, a possibilidade de comparar facilmente duas coleções de seres ou objetos tendo ou não a mesma natureza, sem por isso apelar para a contagem abstrata.

Um exemplo simples nos permitirá familiarizar-nos com esse procedimento que domina atualmente todas as ciências exatas e que nos vêm da pré-história da aritmética.

Entremos num ônibus. Com exceção do condutor que possui um lugar privilegiado, temos, diante de nós, dois conjuntos: os *lugares* e os *passageiros*. Numa só e rápida olhada podemos saber se esses dois conjuntos comportam ou não "o mesmo número" de elementos; e, caso não, podemos mesmo indicar, sem hesitação, qual dos dois tem "mais" elementos. Essa apreciação global do número, obtida sem o recurso à contagem, é tornado mais preciso graças ao procedimento da correspondência unidade a unidade.

Com efeito, se há lugares livres nesse ônibus e se ninguém está de pé, sabemos que a cada passageiro *corresponde* um lugar, mas que cada poltrona não corresponde necessariamente a um passageiro; há *menos* passageiros do que lugares. Ao contrário, se algumas pessoas estão de pé e se nenhum lugar está livre, há *mais* passageiros do que lugares. Terceiro caso: se ninguém está de pé e se não há nenhum lugar livre, sabemos que cada poltrona corresponde a um único passageiro e vice-versa; há, portanto, *tantos* lugares quantos passageiros. Resume-se essa última situação dizendo que há um *emparelhamento* (ou ainda uma *correspondência biunívoca*, ou ainda, em termos matemáticos modernos, uma *bijeção)* entre o conjunto dos lugares e os passageiros desse ônibus.

Quando uma criança atinge a idade de quinze ou dezesseis meses, ultrapassa o estágio da simples observação do mundo ao redor. Já é capaz de conceber o princípio da correspondência unidade a unidade e em particular a propriedade do emparelhamento. Se lhe dermos, por exemplo, tantas bonecas quantas cadeirinhas, vê-la-emos provavelmente associar cada uma dessas bonecas a cada cadeira. Brincando ao acaso ela não fará outra coisa senão *emparelhar* os elementos de uma primeira coleção (*as bonecas*) àqueles de uma segunda coleção

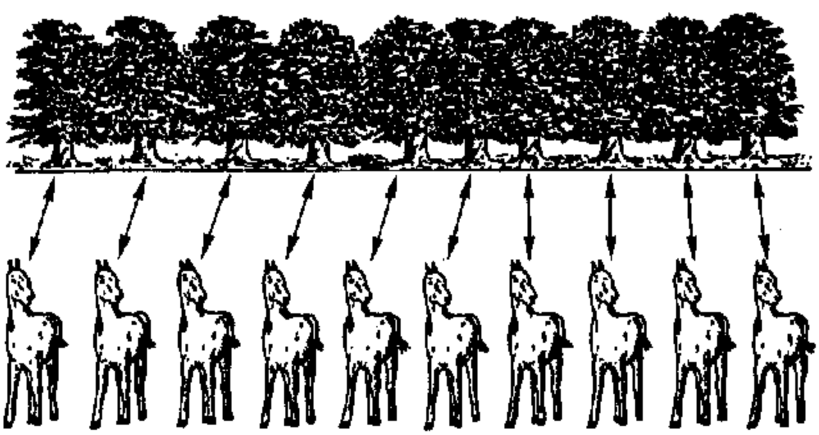


Fig. 1.28 - *Existe um "emparelhamento" de uma coleção dada com a outra se a todo elemento de uma corresponde um elemento único da outra e vice-versa.*

(*as cadeiras*). Se lhe dermos, ao contrário, mais bonecas do que cadeiras (ou vice-versa) vê-la-emos, sem dúvida, embaraçada no final de algum tempo; terá então constatado a impossibilidade de um emparelhamento.

Mas esse artifício do espírito não fornece apenas um meio de estabelecer uma comparação entre dois agrupamentos; permite também atingir vários números, sem por isso contar ou mesmo nomear ou conhecer as quantidades implicadas.

Para evitar que uma sala de cinema seja invadida por mais espectadores do que o número de lugares, o caixa toma a precaução de munir-se de um mapa da sala antes de começar a venda dos bilhetes. Há no mapa tantas casas quantos lugares na sala de projeção. Cada vez que vende um bilhete inscreve uma cruz no interior de uma casa. Operando ao acaso, ele emparelha, numa primeira vez, as poltronas da sala com as casas de seu mapa, numa segunda vez, as casas de seu mapa com os bilhetes vendidos e, numa terceira vez, esses bilhetes com os espectadores admitidos na sala. E caso ele fosse bastante preguiçoso para não querer contar efetivamente o número de bilhetes vendidos, esse procedimento elementar, assim aplicado três vezes, autorizá-lo-á seguramente a afixar "esgotado" no final da operação.

Para enunciar os atributos de Allah ou ainda para recitar as eulogias obrigatórias depois da prece os muçulmanos têm o hábito de utilizar um *rosário* no qual cada "conta" corresponde a um atributo divino ou a uma eulogia. Esse objeto de devoção consiste, com efeito, num colar de contas colocadas num fio que se faz escorregar entre os dedos à medida que se recitam essas eulogias ou que se enunciam os atributos de Alá (fig 1.29).

Fig. 1.29 - *Utilização do rosário (em árabe:* Subha *ou* Sebha*) pelos muçulmanos para enunciar os 99 atributos de Alá (ou ainda para contar as eulogias subrogatórias). Companheiro habitual dos peregrinos e dos dervixes, ele é um conjunto de contas (de madeira, nácar ou osso) postas num fio que se faz escorregar entre seus dedos. Compõe-se muito freqüentemente de três grupos de contas separadas por duas contas transversais de tamanho maior, enquanto uma bem maior serve de cabo. O número das contas contidas num rosário geralmente é igual a 100 (33 + 33 + 33 + 1), mas esse número pode evidentemente variar.*

A mesma prática é conhecida dos budistas desde há muito. É encontrada também entre os cristãos quando recitam os *Pater Noster*, os *Gloria Patri*, as *Ave Maria*, etc. Essas ladainhas deviam ser recitadas várias vezes segundo números respectivos bem determinados. O rosário cristão compõe-se geralmente de um colar que comporta cinco dezenas de pequenas contas separadas umas das outras por uma conta maior e de uma cadeia que compreende inicialmente uma grande conta e três pequenas, depois uma grande conta e uma cruz. E é assim que se recitam essas ladainhas sem contá-las e sem esquecer nenhuma: recita-se uma *Ave Maria* em cada conta pequena do colar, um *Gloria Patri* na primeira conta de cada dezena, um *Pater Noster* em cada grande conta, etc.

Graças ao princípio da correspondência unidade a unidade, essas religiões elaboraram um sistema que permitia evitar aos fiéis desviar-se nas ladainhas dos nomes divinos ou nas repetições consideráveis de suas invocações sagradas.

Vê-se, portanto, como esse princípio pode, às vezes, servir às pessoas mais "civilizadas". E para os homens "totalmente incultos" pode ser ainda de uma maior utilidade.

Eis agora um homem completamente ignorante em aritmética que se pode enviar ao quitandeiro da esquina comprar dez pães de açúcar, cinco garrafas de óleo e quatro sacos de batatas. Como confiar uma tal tarefa a alguém que não sabe contar e que não saberia manipular a moeda como o fazemos correntemente?

Na verdade esse homem será perfeitamente capaz de se virar desde que, certamente, se coloque previamente ao seu dispor esta operação. Bastará para tanto apelar para um subterfúgio material, cujo princípio de base será justamente o da correspondência unidade a unidade.

Poder-se-á, portanto, confeccionar para ele dez pequenas bolsas num tecido branco que se associarão aos dez pães de açúcar; cinco outras bolsas em tecido amarelo que se associarão às cinco garrafas de óleo; e, enfim, quatro outras bolsas num tecido marrom que se farão corresponder aos quatro sacos de batatas. Introduzir-se-á, em seguida, em cada uma delas, uma soma de dinheiro correspondente exatamente ao preço do artigo implicado. Para que o jogo aconteça bastará, portanto, explicar a esse homem que ele deverá trocar no quitandeiro cada bolsa branca por um pão de açúcar, cada bolsa amarela por uma garrafa de óleo e cada bolsa marrom por um saco de batatas.

Sem dúvida é graças a esse princípio que durante vários milênios o homem pré-histórico pôde fazer aritmética antes mesmo de tomar consciência dela e saber o que é um número abstrato.

Imaginemos um pastor que guarda um rebanho de carneiros, que encerra todas as noites numa caverna. Esses carneiros são em número de 55. Mas esse pastor, que não sabe contar melhor do que o homem precedente, ignora totalmente o que é o número cinqüenta e cinco. Sabe somente que tem "muitos" carneiros. Como isso é impreciso, ele desejaria sempre se certificar de que cada dia todos seus carneiros estão no abrigo. Então um dia ele tem uma idéia. Sem saber, vai recorrer a um procedimento concreto que os homens pré-históricos conheceram vários milênios antes dele: a *prática do entalhe.* Ele se senta na entrada da caverna e faz os animais entrarem nela um por um. Depois, com a ajuda de um sílex, cava um entalhe num bastão de osso cada vez que um carneiro passa diante dele. E assim, sem conhecer sua verdadeira significação matemática, realiza exatamente cinqüenta e cinco entalhes com a passagem do último animal. Poderá doravante verificar sem dificuldade se seu rebanho está ou não completo. Todas as vezes que retornar do pasto, fará entrar os animais um por um, colocando cada vez um dedo num entalhe. Se faltam alguns entalhes quando todos os carneiros passaram diante dele, é porque se perderam. Se não, tudo está bem. E se um cordeiro viesse a nascer nesse meio-tempo bastar-lhe-ia então cavar um entalhe suplementar no seu bastão de osso.

Assim alguém se pode virar graças ao princípio da correspondência um a um, mesmo se a linguagem, a memória ou o pensamento abstrato são totalmente falhos.

Quando se pode emparelhar, termo a termo, os elementos de uma primeira coleção com os de uma segunda coleção, se descola, com efeito, uma noção abstrata, inteiramente independente da natureza dos seres ou dos objetos em presença que exprime uma característica comum às duas coleções. Noutras palavras, a propriedade do emparelhamento suprime a distinção que existe entre dois conjuntos do fato da natureza de seus elementos respectivos. É em razão dessa abstração que o artifício da correspondência unidade a unidade é suscetível de desempenhar um papel importante em matéria de enumeração. Mas, na prática, os métodos que decorrem dele evidentemente só podem convir a coleções relativamente reduzidas.

E é por isso que o recurso a intermediários materiais pode revelar-se de uma grande utilidade na circunstância pois fornece um certo número de *coleções-modelos* aos quais alguém pode sempre referir-se independentemente da natureza de seus constituintes. Gravando vinte entalhes, por exemplo, num bastão de osso ou de boi, pode-se tanto considerar vinte homens, vinte carneiros ou vinte cabras, como vinte bisões, vinte cavalos, vinte dias, vinte peles, vinte canoas ou tantas medidas de trigo. Assim, toda técnica do número que se poderá forjar nessas condições se reduzirá doravante a escolher entre as coleções-modelos disponíveis a que se poderá pôr em emparelhamento termo a termo com o agrupamento, cuja totalidade ele quer atingir.

Mas, em lugar da prática do entalhe, pode-se naturalmente recorrer a muitos outros intermediários materiais para aplicar esse princípio.

Nosso pastor teria podido perfeitamente empregar pedras para constatar que os carneiros que fazia sair pela manhã voltaram todos à noite. Ter-lhe-ia sido suficiente para isso associar uma pedra a cada cabeça de gado, colocar, em seguida, todas essas pedras ao abrigo e depois, na volta, proceder à correspondência inversa. Vendo o último animal corresponder a sua última pedra do monte, ele podia estar seguro de que nenhuma cabeça se extraviou. E, se um cordeiro veio ao mundo nesse meio tempo, bastar-lhe-ia acrescentar uma nova pedra a seu monte...

Com a mesma finalidade os homens sob diversos céus utilizaram igualmente conchas, pérolas, frutos duros, ossos, paus, dentes de elefantes, cocos, bolinhas de argila, grãos de cacau, até mesmo fezes secas de que faziam montes ou fileiras, correspondendo à quantidade que era necessário enumerar. Alinharam ainda tantos traços na areia, desfiaram tantas pérolas ou conchas enfiadas numa espécie de rosário...

Para livrarem-se da dificuldade, vários "primitivos" contemporâneos fazem o mesmo, apelando para as diversas partes do corpo humano. Referem-se aos dedos das mãos e dos pés, às articulações dos braços e das pernas (cotovelos, pulsos, tornozelos, joelhos...), aos olhos, ao nariz, à boca, às orelhas, aos mamilos, ao tórax, ao esterno, às nádegas, etc.

Instrutivos quanto a isso são os testemunhos recolhidos em diversas regiões da Oceania, desde a metade do século passado, por vários observadores e notadamente por membros da expedição científica inglesa de Cambridge. Assim, segundo Wyatt Gill (citado por Haddon), certos ilhéus do estreito de Torres "contam visualmente" da maneira seguinte (fig. 1.30, p. 26): "Tocam-se os dedos um a um, depois o pulso, o cotovelo e o ombro do lado direito do corpo, depois o esterno, depois as articulações do lado esquerdo sem esquecer os dedos da mão esquerda. Obtém-se assim 17. Se isso não basta, acrescentam-se os dedos do pé, o tornozelo, o joelho e as nádegas (esquerda e direita). Obtém-se assim 16 a mais, portanto 33 ao todo. Para além desse número se é ajudado por um pacote de pauzinhos."

Os indígenas das ilhas Murray remetem-se mesmo a um certo número de partes do corpo, elas mesmas consideradas numa certa ordem convencionada de início; por essa técnica são capazes de atingir os números até 29. Entre outros ilhéus do estreito de Torres usa-se um procedimento análogo, mas que só permite "contar visualmente" até 19. O mesmo costume se encontra igualmente ente os papua e os elema da Nova Guiné (fig. 1.31 e 1.32, p. 27).[1]

O número, o gesto e a fala

Uma questão vem então ao espírito: a simples enumeração das partes do corpo não basta para contribuir para uma sucessão regular de "nomes de número", uma verdadeira série aritmética? Para tentar responder a isso vamos tentar inicialmente alguns documentos etnográficos provenientes da Oceania.

---

[1] Procedimentos corporais análogos, senão idênticos, são igualmente assinalados em diversas regiões da Oceania, da África e da América.

O primeiro exemplo refere-se à língua papua do nordeste da Nova Guiné britânica: "Segundo Sir W. MacGregor", diz um relatório detalhado da *Cambridge Expedition to Torres Straits*", o costume de contar com o corpo se encontra em todas as aldeias abaixo do rio Musa. Começa-se pelo dedo mínimo da mão direita, empregam-se os dedos desse lado, depois o pulso, o cotovelo, o ombro, a orelha e o olho desse lado, daí se passa para o olho esquerdo, etc., e se desce novamente até o dedo mínimo da mão esquerda." O mesmo relatório explica em seguida que cada um desses gestos é acompanhado de um termo na língua papua.

1 dedo mínimo da mão direita
2 anular direito
3 médio direito
4 indicador direito
5 polegar direito
6 pulso direito
7 cotovelo direito
8 ombro do lado direito
9 esterno
10 ombro do lado esquerdo
11 cotovelo esquerdo
12 pulso esquerdo
13 polegar esquerdo
14 indicador esquerdo
15 médio esquerdo
16 anular esquerdo
17 dedo mínimo da mão esquerda
18 pequeno artelho esquerdo
19 artelho seguinte
20 artelho seguinte
21 artelho seguinte
22 artelho maior esquerdo
23 tornozelo esquerdo
24 joelho esquerdo
25 nádega esquerda
26 nádega direita
27 joelho direito
28 tornozelo direito
29 artelho maior direito
30 artelho seguinte
31 artelho seguinte
32 artelho seguinte
33 pequeno artelho direito

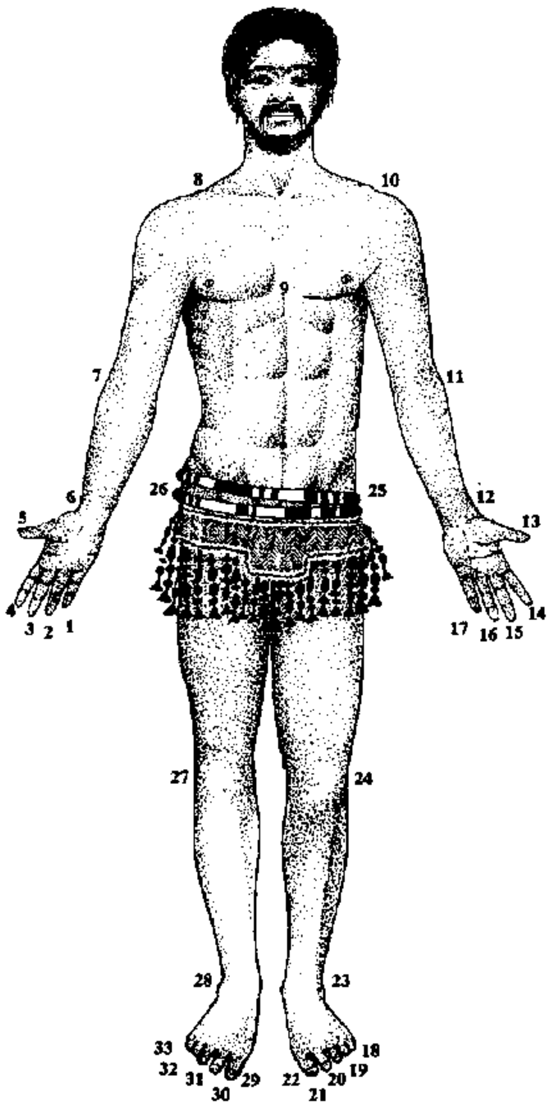


Fig. 1.30 - *Procedimento numérico corporal empregado por certos ilhéus do estreito de Torres.*

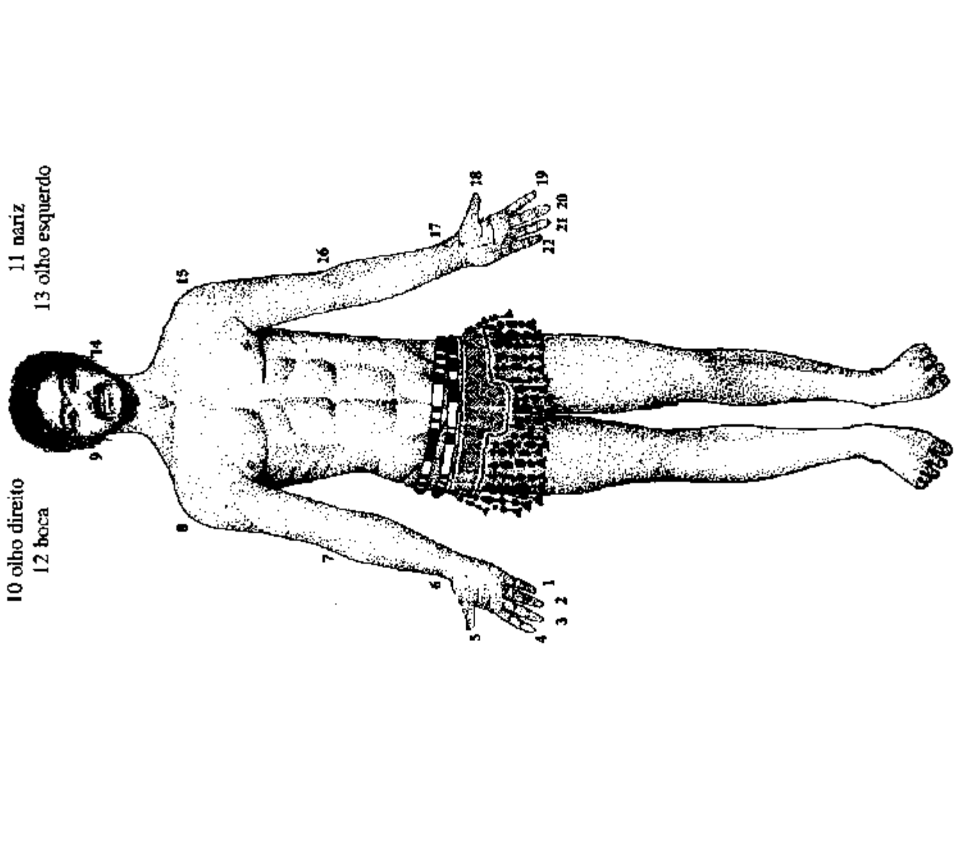


Fig. 1.31 - *Procedimento empregado pelos papua de Nova Guiné.*

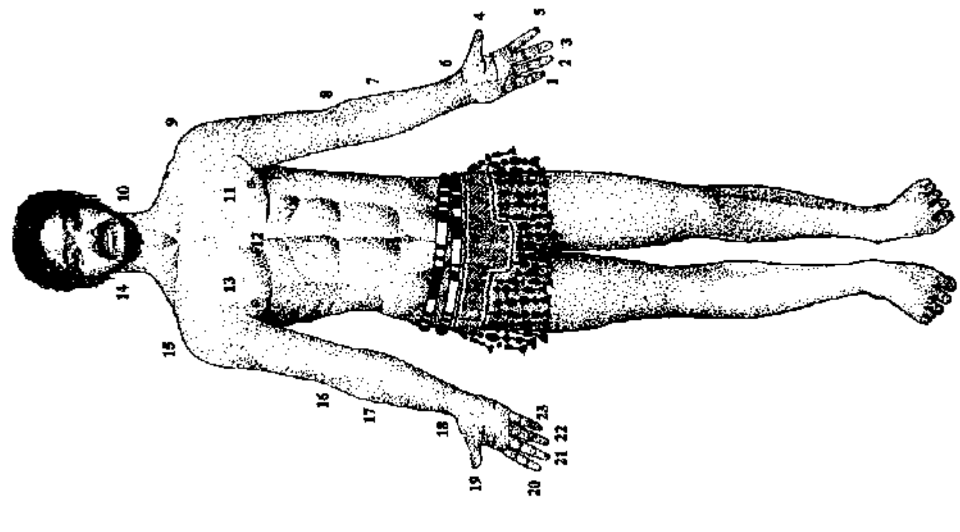


Fig. 1.32 - *Procedimento empregado pelos elema de Nova Guiné.*

Eis as palavras tal como o relatório as oferece:

NÚMEROS	GESTOS CORRESPONDENTES	NOMES ASSOCIADOS A ESSES GESTOS
1	dedo mínimo da mão direita	*anusi*
2	anular da mão direita	*doro*
3	médio da mão direita	*doro*
4	indicador da mão direita	*doro*
5	polegar da mão direita	*ubei*
6	pulso da mão direita	*tama*
7	cotovelo da mão direita	*unubo*
8	ombro direito	*visa*
9	orelha direita	*denoro*
10	olho direito	*diti*
11	olho esquerdo	*diti*
12	nariz	*medo*
13	boca	*bee*
14	orelha esquerda	*denoro*
15	ombro esquerdo	*visa*
16	cotovelo da mão esquerda	*unubo*
17	polegar da mão esquerda	*tama*
18	pulso da mão esquerda	*ubei*
19	indicador da mão esquerda	*doro*
20	médio da mão esquerda	*doro*
21	anular da mão esquerda	*doro*
22	dedo mínimo da mão esquerda	*anusi*

Os nomes empregados são simplesmente aqueles das partes do corpo. Não são "nomes de números" propriamente ditos: o termo *anusi* está associado aos números 1 e 22 ao mesmo tempo; serve para designar tanto o dedo mínimo da mão direita quanto o da mão esquerda. Como saber nessas condições se *anusi* designa um ou outro desses dois números? Também a palavra *doro* serve para designar ao mesmo tempo o anular, o médio e o indicador, tanto numa mão como na outra. Como esse mesmo nome poderia servir ao mesmo tempo para 2, 3, 4 e para 19, 20, 21 se não fosse determinado pelo gesto que, no mesmo instante, designa sem confusão possível um desses seis dedos?

Contudo, nenhuma ambigüidade pode resultar dessa prática: o que é assim designado oralmente são as partes do corpo dadas numa ordem preestabelecida, evitando doravante qualquer confusão. Não há dúvida nessas condições: a simples enumeração das partes do corpo não basta para constituir uma verdadeira série aritmética se não é acompanhada pela sucessão dos gestos correspondentes. Por outro lado, o processo intelectual da contagem não está ligado a nenhum fenômeno de expressão oral: pode-se atingir um número desejado sem pronunciar uma palavra. Uma "linguagem gestual dos números" apenas (criada e adotada preliminarmente) pode bastar nisso.

Quando é possível retornar ao significado original de um método de expressão oral dos números, os nomes de número revelam, aliás freqüentemente, a existência de uma técnica corporal de "compatibilidade", análoga àquelas de que vimos alguns exemplos.

Entre os bugilai da Nova Guiné britânica encontra-se assim, segundo J. Chalmers, uma série de "nomes de número" cuja etimologia é esta:

1	:	Tarangesa,	mão esquerda: dedo mínimo
2	:	Meta kina,	dedo seguinte
3	:	Guigimeta kina,	dedo médio
4	:	Topea,	indicador
5	:	Manda,	polegar
6	:	Gaben,	pulso
7	:	Trankgimbe,	cotovelo
8	:	Podei,	ombro
9	:	Ngama,	mamilo esquerdo
10	:	Dala,	mamilo direito

Segundo Hawtrey encontra-se igualmente entre os índios legua do Chaco, no Paraguai, uma série de nomes de número cujo sentido original se refere, de uma maneira geral, a gestos numéricos determinados. Para os dois primeiros números empregam palavras particulares (independentes, parece, de qualquer técnica corporal). Para os outros dizem alguma coisa como:

3	:	*composto de um e dois*
4	:	*os dois lados parecidos*
5	:	*uma mão*
6	:	*chegado à outra mão, um*
7	:	*chegado à outra mão, dois*
8	:	*chegado à outra mão, composta de um e dois*
9	:	*chegado à outra mão, os dois lados parecidos*
10	:	*acabado, as duas mãos*
11	:	*chegado ao pé, um*
12	:	*chegado ao pé, dois*
13	:	*chegado ao pé, composto de um e dois*
14	:	*chegado ao pé, os dois lados parecidos*
15	:	*acabado, o pé*
16	:	*chegado ao outro pé, um*
17	:	*chegado ao outro pé, dois*
18	:	*chegado ao outro pé, composto de um e dois*
19	:	*chegado ao outro pé, os dois lados parecidos*
20	:	*acabado, os pés*

Melhor ainda, encontra-se entre os zuñis nomes de número que Cushing chama de "conceitos manuais":

1	:	töpinte,	pegado para começar
2	:	kwilli,	levantado com o precedente
3	:	kha'i,	o dedo que divide igualmente
4	:	awite,	todos os dedos levantados exceto um
5	:	öpte,	o entalhado
6	:	topalïk'ye,	um outro acrescentado ao que já foi contado
7	:	kwillik'ya,	dois trazidos e levantados com o resto
8	:	khailïk'ya,	três trazidos e levantados com o resto
9	:	tenalïk'ya,	todos, exceto um, levantados com o resto

10	:	ästem'thila,	todos os dedos
11	:	ästem'thila topayä'thl' tona	todos os dedos e um a mais levantado
			e assim por diante.

Tudo isso nos incita, portanto, a pensar que, na noite dos tempos, o gesto precedeu os métodos de expressão oral dos números.

Técnicas de avaliação cardinal das quantidades concretas

Imaginemos agora um grupo de indígenas. Estes não são ainda capazes de conceber os números abstratos, mas sabem igualmente resolver e obter resultados satisfatórios quando se trata de "avaliar" quantidades relativamente restritas. Para isso pedem ajuda a todas as formas de intermediários concretos. Mas o mais freqüentemente "contam visualmente" de acordo com a seguinte técnica corporal:

Tocam-se sucessivamente um a um os dedos da mão direita a partir do mínimo, depois o pulso, o cotovelo, o ombro, a orelha e o olho do lado direito. Toca-se em seguida o nariz e a boca, depois o olho, a orelha, o ombro, o cotovelo e o pulso do lado esquerdo para terminar como dedo mínimo da mão esquerda. Chega-se assim ao número 22. Se isso não basta acrescentam-se inicialmente os mamilos, as nádegas e o sexo, depois os joelhos, os tornozelos e os dedos do pé direito e esquerdo, o que permite dezenove unidades suplementares, ou seja, 41 no total.

Uma expedição militar foi conduzida recentemente por esses indígenas contra uma aldeia vizinha que se insurgiu e depois se submeteu. No final de uma reunião do conselho de guerra o chefe decide exigir reparação e encarrega vários de seus subordinados de ir exigir a contraparte dos habitantes dessa aldeia:

"Para cada guerreiro que perdemos no combate, diz-lhes o chefe, eles deverão dar-nos tantos colares de pérolas quantos puder haver desde o dedo mínimo da minha mão direita até o olho do mesmo lado. Depois tantas peles de animais quantas puder haver desde o dedo mínimo de minha mão direita até minha boca. E, enfim, tantos cestos de comida quantos puder haver desde o dedo mínimo de minha mão direita até o pulso esquerdo."

O chefe explica assim a seus homens que a multa infligida aos insurretos foi fixada em *10 colares de pérolas*, *12 peles de animais, e 17 cestos de comida* por cada um de seus guerreiros mortos em combate.

Nessa batalha nossos indígenas perderam dezesseis homens. Claro que eles não conhecem o número dezesseis, mas dispõem de um meio infalível para determinar um tal número numa tal circunstância. Antes da expedição, com efeito, cada soldado deposita uma pedra num monte e, na volta, cada sobrevivente pega novamente uma, de modo que as pedras restantes correspondem exatamente ao número de perdas sofridas no combate.

Um dos enviados do chefe se apossa então de dezesseis pedras, mas as substitui por um pacote de tantos pauzinhos, mais cômodos para transportar. O chefe verifica, em seguida, que seus mensageiros assimilaram e retiveram corretamente todas suas instruções e os deixa dirigir-se na direção da aldeia dos insurretos...

Depois de ter feito com que os vencidos conhecessem "o montante" da multa que terão de pagar, os enviados procedem agora à enumeração do butim.

Um deles avança e ordena aos habitantes da aldeia que tragam um colar de pérolas a cada vez, que designará uma parte de seu corpo. Toca, então, sucessivamente o dedo mínimo, o anular, o médio, o indicador e o polegar da mão direita. Um primeiro colar é, portanto, trazido, depois um segundo e assim sucessivamente até o quinto. Passa, em seguida, ao pulso, ao cotovelo, ao ombro, à orelha e ao olho direito; o que lhe permite obter cinco colares suplementares. E assim, sem conceber abstratamente seu número exato, ele adquire no final dessa operação os dez colares pedidos.

Procedendo da mesma maneira, outro mensageiro recolhe doze peles de animais e um terceiro se apossa dos dezessete cestos de comida exigidos.

É então que o homem que detém o número dos guerreiros mortos na batalha entra em cena e põe de lado um dos dezesseis preciosos pauzinhos. Começam-se novamente em seguida as três operações precedentes, após o que se põe de lado um segundo pauzinho. E se opera assim até o esgotamento destes últimos. Constatando, então, que "a conta aí está", os mensageiros levam embora o butim e retornam à sua aldeia...

Esses aborígenes, ver-se-á, não usam essa técnica corporal segundo uma concepção inteiramente idêntica àquela que poderíamos ter dela. Para nós, que sabemos contar de uma maneira inteiramente abstrata, a ordem preestabelecida das diversas partes do corpo assim implicadas constitui, com efeito, uma *série aritmética* propriamente dita e cada uma delas se transforma, no nosso pensamento, num verdadeiro "número de ordem". Assim, cada uma dessas orientações corporais consecutivas poderá ser, para nós, característica de uma certa quantidade de seres, objetos ou elementos quaisquer. Para indicar por esse meio o número dos dias da semana, por exemplo, não será necessário que nos lembremos que essa comporta tantos dias quanto há de orientações na sucessão que vai do anular direito até o cotovelo do mesmo lado. Bastará dar o "número de ordem" do último dia da semana, designando simplesmente o cotovelo direito, bastando esse para simbolizar aos nossos olhos a importância numérica de toda coleção de sete elementos.

Dispomos, é verdade, de uma *abstração generalizadora* que nos permite extrair os conceitos propriamente ditos e em particular a noção de número.

Mas esse não é o caso dos indígenas, *que não são capazes de fazer abstração das diferenças individuais e cuja concepção respeita ainda excessivamente a especificidade das coleções em questão.* Na verdade só conhecem a correspondência unidade a unidade e, exigindo demais de sua memória, só recorrem a um dos movimentos consecutivos que acrescenta ou suprime uma ou algumas unidades de um conjunto inicial.

Esses homens, é claro, não têm nenhuma idéia abstrata do número dez, por exemplo. Mas sabem que tocando sucessivamente o dedo mínimo, o anular, o médio, o indicador e o polegar da mão direita, depois o pulso, o cotovelo, o ombro e o olho do mesmo lado, poderão fazer passar tantos homens, animais ou objetos quantas orientações corporais houver nessa sucessão. E na seqüência dessa operação lembrar-se-ão perfeitamente até que parte de seus corpos foi uma quantidade de seres ou objetos iguais a esse número. De modo que, repetindo a mesma operação, reencontrarão esse número tantas vezes quanto quiserem.

Noutras palavras, esse procedimento constitui para eles apenas um meio simples e cômodo de obter *conjuntos-modelos* que podem pôr em emparelhamento termo a termo com os agrupamentos de que querem atingir a totalidade. E quando nossos indígenas foram há pouco exigir a contraparte dos insurretos não apelaram a outra noção senão essa. Colocaram apenas emparelhando termo a termo três desses agrupamentos-tipos com dez colares de pérolas, doze peles de animais e dezessete cestos de comida para cada um de seus guerreiros mortos no combate.

Cada uma dessas orientações corporais não é, portanto, considerada pelos indígenas como um "número". A seus olhos trata-se antes do último elemento de um conjunto-tipo do qual se atinge o termo no final de uma sucessão regrada de movimentos versando sobre essas partes do corpo. O que quer dizer que *para eles, a mera designação de uma entre elas não basta para caracterizar uma certa quantidade de seres ou objetos se não é acompanhada da série de gestos correspondentes.* E numa conversação que versa sobre tal ou tal número não se pronunciará nenhum "nome de número" propriamente dito. Estar-se-á contente em *enumerar,* na ordem que se impõe, um certo número de partes do corpo e referir-se-á simultaneamente em seguida a gestos associados, uma tal enumeração não bastando para constituir uma verdadeira série aritmética... O que evidentemente constrangerá os interessados a dirigir seus olhos para o narrador.

1 mínimo direito
2 anular direito
3 médio direito
4 indicador direito
5 polegar direito
6 pulso direito
7 cotovelo direito
8 ombro direito
9 orelha direita
10 olho direito
11 nariz
12 boca
13 olho esquerdo
14 orelha esquerda
15 ombro esquerdo
16 cotovelo esquerdo
17 pulso esquerdo
18 polegar esquerdo
19 indicador esquerdo
20 médio esquerdo
21 anular esquerdo
22 mínimo esquerdo
23 mamilo direito
24 mamilo esquerdo
25 nádega direita
26 nádega esquerda
27 partes genitais
28 joelho direito
29 joelho esquerdo
30 tornozelo direito
31 tornozelo esquerdo
32 pequeno artelho direito
33 artelho seguinte
34 artelho seguinte
35 artelho seguinte
36 grande artelho direito
37 grande artelho esquerdo
38 artelho seguinte
39 artelho seguinte
40 artelho seguinte
41 pequeno artelho esquerdo

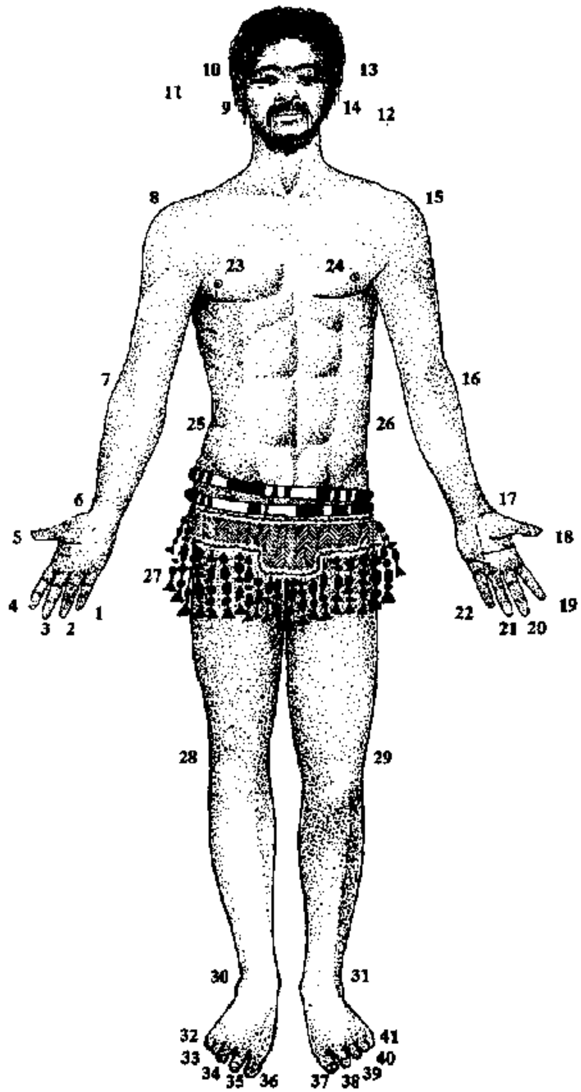
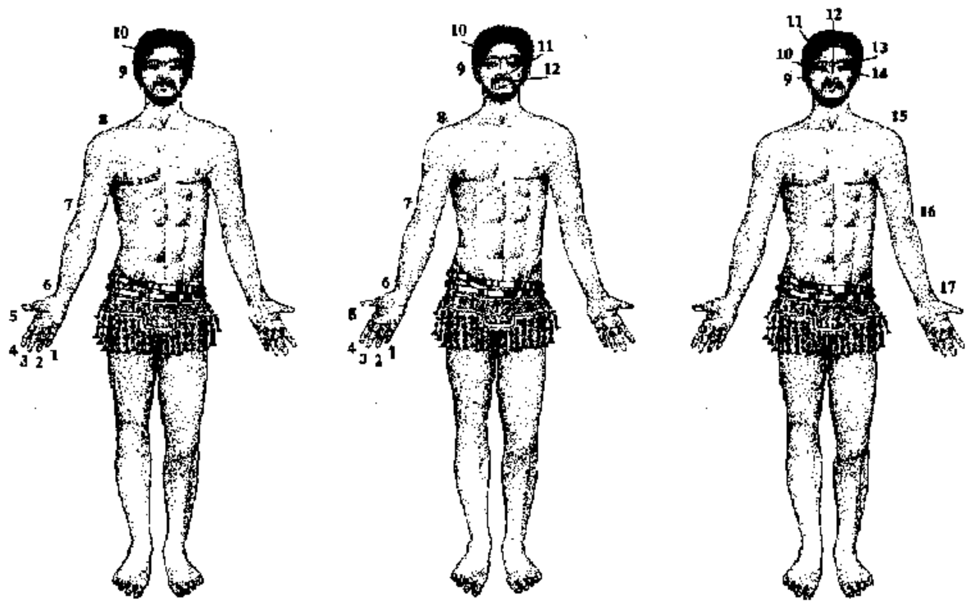


Fig. 1.33



Contagem dos 10 colares de pérolas | Contagem das 12 peles de animais | Contagem dos 17 cestos de comida

Fig. 1.34

Contudo, mesmo por meios tão limitados, nossos indígenas chegaram sem o saber a elevar-se a números relativamente grandes; portanto, recolheram na realidade:

$16 \times 10 = 160$ colares de pérolas,
$16 \times 12 = 192$ peles de animais,
e $16 \times 17 = 204$ cestos de alimento,

ou seja *quinhentas e cinqüenta e seis unidades no total!* (fig. 1.34).

A razão é bem simples: é porque tiveram a idéia de associar as diversas partes do corpo implicadas por suas operações a objetos concretos bem mais manejáveis. Eles "contaram" os colares, peles e cestos mediante sua técnica corporal habitual, mas os soldados mortos na batalha (elemento determinante da contraparte) foram "enumerados" com a ajuda de pedras ou pauzinhos...

Na aldeia prepara-se agora para encontrar o dia e o mês em que se deve celebrar uma cerimônia religiosa de grande importância. O feiticeiro, que proclamou pela manhã a chegada da lua nova, acaba de fazer saber, executando simultaneamente alguns gestos bem precisos, que a contar a partir deste dia a cerimônia ocorrerá exatamente no *décimo terceiro dia da oitava lua:*

"Vários sois e várias luas, declarou, deverão aparecer e depois desaparecer antes que a festa chegue. A lua que acaba de nascer deverá inicialmente crescer e depois minguar completamente. Deverá, em seguida, renascer tantas vezes quantas poderá fazer desde o dedo mínimo de minha mão direita até o cotovelo do mesmo lado. Depois o sol deverá nascer e se pôr tantas vezes quantas se poderá fazer desde o dedo mínimo de minha mão direita até minha boca. E é então que o sol nascerá quando celebraremos juntos a cerimônia do Grande Totem."

Essas pessoas evidentemente sabem orientar-se na sucessão das lunações. O que é bem normal, já que são ajudadas pelo fenômeno natural mais regular e evidente depois da alternância do dia e da noite. E como em todos os *calendários empíricos*, procedem no fim de cada lunação pela observação do primeiro crescente da lua nascente.[1] Vão portanto poder "contar o tempo" e chegar sem erro à data que convém, graças a alguns procedimentos concretos que a tradição lhes legou e que seus ancestrais imaginaram depois de várias gerações de tateios e reflexões...

De acordo com as palavras do feiticeiro, o chefe da tribo traça, então, sobre seu próprio corpo, mediante um produto corante durável, alguns signos apropriados que permitirão reter essa data importante e reencontrá-la sem se enganar. Registra inicialmente as aparições consecutivas que a lua deverá fazer a partir desse instante, marcando com um *pequeno círculo* o mínimo, o anular, o médio, o indicador, o polegar, o pulso e o cotovelo do braço direito. Registra em seguida um *pequeno traço* inicialmente em cada dedo de sua mão direita, depois no pulso, no cotovelo, no ombro, na orelha e no dedo do mesmo lado, para acabar no nariz e na boca. Depois disso traça um *grande traço* embaixo de seu olho esquerdo, simbolizando assim o acontecimento do dia fatídico.

No dia seguinte, no pôr do sol, o homem designado pelo chefe para "contar as luas" mune-se de um desses ossos entalhados de trinta entalhes de que se serve cada vez que se precisa considerar os dias de uma mesma lua na ordem de sua sucessão regular (fig. 1.35). Depois ele amarra um outro cordão em torno do segundo entalhe e procede assim cada noite até o fim do mês. No penúltimo entalhe joga um olhar atento sobre o céu, na direção do ponto em que o sol acaba de se pôr: sabe que a aparição do primeiro crescente é doravante iminente.

Mas hoje o crescente da lua nascente ainda não é perceptível no céu. Assim, ele retoma a observação na noite seguinte, depois de ter amarrado um cordão em torno do último entalhe. E se o estado do entalhe do céu não lhe permitir descobrir a lua essa noite, conclui quanto à vinda do novo mês. É então que se marca com um pequeno círculo o mínimo direito, exprimindo dessa maneira que uma lunação acaba de terminar.

Na noite do dia seguinte, nosso homem pega um osso semelhante e amarra um barbante em torno do primeiro entalhe. Na noite seguinte, refaz a mesma operação sobre o segundo entalhe e assim por diante, até o fim da segunda lunação. Mas no fim desse mês ele sabe que doravante não precisa mais escrutinar o céu para observar o nascimento efetivo da nova lua.

Seus ancestrais observaram, com efeito, desde muito tempo, que uma lunação acaba alternativamente no penúltimo e no último entalhe de seu osso. E eles não se enganaram muito, já que a duração média de uma lunação vale aproximadamente 29 dias e 12 horas.

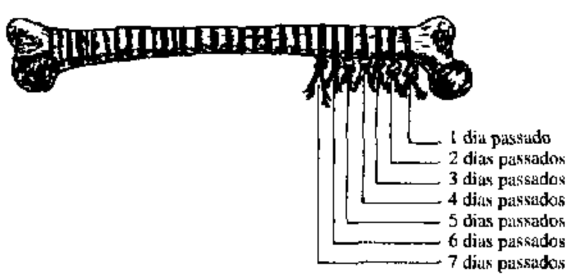


Fig. 1.35

[1] Os cômputos pré-científicos sobre as lunações (inclusive aqueles estudados pelos povos da Sibéria) procedem geralmente, da observação da primeira crescente.

Ele procede então ao acaso, considerando sucessivamente meses alternados de 29 e de 30 dias, até a chegada da última lua, em que traça um pequeno círculo no seu cotovelo direito. Em seguida, depois de ter constatado que há tantos pequenos círculos na sua tatuagem quantos há na do chefe, sabe então que sua tarefa agora acabou, já que a "conta das luas" acabou de terminar.

Doravante será o responsável da aldeia que assegurará a "conta" do tempo ou antes dos dias que restam para chegar à data marcada. Mas ao invés de operar como o homem precedente, amarrando um tal número de barbantes sobre um osso entalhado, ele contará esses dias com as partes do seu próprio corpo.

E nossos indígenas celebraram a cerimônia do grande totem quando seu chefe atingiu seu *olho esquerdo*, após haver desenhado uma barra sucessivamente, durante os doze primeiros dias da oitava Lua, em cada um dos doze tracinhos que tinha antes traçado em seu corpo, desde o dedo mínimo direito até a boca... (fig. 1.36).

Essas reconstituições bastante plausíveis, de que se possuem vários elementos entre os indígenas da Austrália, por exemplo, mostram que a técnica numérica (silenciosa) pelo gesto do

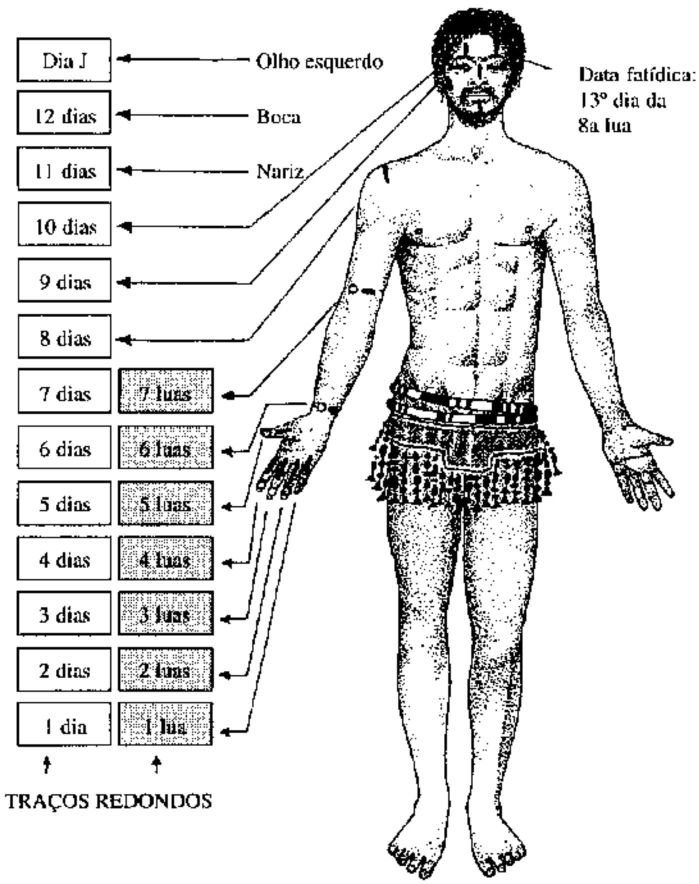


Fig. 1.36

corpo humano permite elevar-se a números relativamente elevados quando as diversas partes do corpo (encaradas numa ordem preestabelecida) são associadas a objetos concretos bem mais manejáveis: nós de cordões, pauzinhos, pedras, prática do entalhe sobre osso, etc.

Um testemunho significativo com relação a isso foi recolhido por Brooke entre os dayak do sul de Bornéu. Trata-se, para um mensageiro, de ir fazer com que algumas aldeias, que se insurgiram e depois se submeteram, saibam o "montante" do tributo que teriam de versar para os dayak.

"O mensageiro", conta Brooke, "levou algumas folhas secas que separa em pedaços; mas eu mudei-as por papel, mais cômodo. Dispôs os pedaços um a um numa mesa e se serviu ao mesmo tempo de seus dedos para contar até dez; pôs então seu pé sobre a mesa e contou cada dedo, ao mesmo tempo que colocou um pedaço de papel, correspondendo ao nome da aldeia com o nome de seu chefe, o número dos guerreiros e o montante da multa. Quando tinha esgotado os dedos do pé, retornou aos das mãos. No fim de minha lista, tinha quarenta e cinco pedaços de papel arranjados na mesa [1]. Ele pediu-me então para repetir novamente minha mensagem, o que fiz, enquanto ele próprio percorria seus pedaços de papel e seus dedos das mãos e dos pés, como anteriormente.

— Eis — disse ele — as letras da gente; vocês brancos não lêem como a gente.

"Tarde da noite ele repetiu o todo corretamente, colocando o dedo em cada pedaço de papel sucessivamente, e disse:

— Vamos, se eu me lembrar amanhã de manhã, tudo estará bem; deixemos esses papéis sobre a mesa.

Depois disso misturou-os e fez um monte. Tão logo levantaram no dia seguinte, ele e eu estávamos nessa mesa; ele arranjou os pedaços de papel na ordem em que estavam na véspera e repetiu todos os detalhes com uma perfeita exatidão. Durante um mês, indo de aldeia em aldeia, longe na província, jamais esqueceu as diferentes somas."

O que precede autoriza-nos, portanto, a reconstituir o esquema evolutivo seguinte:

Primeira etapa: O homem é rapidamente ultrapassado pelo número. Essa noção encontra-se limitada àquilo que uma percepção imediata permite reconhecer de uma só olhada. O número reveste ainda, em seu espírito, o aspecto de uma realidade concreta indissociável da natureza dos objetos com relação direta com ele [2]. Mas com o desenvolvimento de sua inteligência, saberá logo resolver um número cada vez maior de problemas.

Para resolver seus problemas quanto se trata de atingir quantidades superiores a quatro, ele forja um certo número de procedimentos concretos que lhe permitirão obter alguns resultados, ao menos até um certo ponto. Entre esses procedimentos — que só repousam, na verdade, no seu espírito, no princípio da correspondência elemento a elemento — figuram as técnicas digitais

---

[1] Cada pedaço de papel está associado, nessa técnica, a um dedo da mão e a uma aldeia, e cada artelho, a uma dezena de dedos.

[2] É assim que "em Fidji e nas ilhas Salomão há nomes coletivos designando dezenas de coisas escolhidas muito arbitrariamente: nem o número, nem o nome da coisa são expressos". (São os "conjuntos-números" de que fala L. Lévy-Bruhl.) "Assim, na Flórida, *na kua* quer dizer "dez ovos"; *na banara*, "dez cestos de comida..." Em Fidji, *bola* quer dizer "cem canoas", *koro*, "cem cocos" e *salavo* "mil cocos"... Em Fidji ainda, "quatro canoas em movimento" se diz *a waga saqai va*... Em Mota, "duas canoas indo juntas a vela" se diz *aka peperua* (borboletas duas canoas), por causa do aspecto das duas velas, etc. (Codrington). Encontrar-se-á outros exemplos do mesmo gênero em L. Lévy-Bruhl, em L. L. Conant, bem como em Stephan.

ou corporais que lhe fornecem conjuntos-modelos bem simples e acessíveis em todo momento. E são precisamente esses conjuntos-modelos que ele exprime na sua linguagem articulada, ao mesmo tempo em que efetua os gestos correspondentes.

Segunda etapa: temos então, contudo, os nomes das partes do corpo que servem para a técnica concreta precedente, mais do que "nomes de número" propriamente ditos. Mas por força do hábito a enumeração correspondente (adotada na sua ordem inicial) acaba por "tornar-se insensivelmente meio-abstrata, meio-concreta, à medida que os nomes, sobretudo os cinco primeiros, despertam menos fortemente no espírito a representação das partes do corpo e mais fortemente a idéia de um certo número que tende a separar-se para se tornar aplicável a objetos quaisquer" (L. Lévy-Bruhl).

Terceira etapa: É marcada pela aparição de uma ferramenta fundamental: o nome de número.

Fig. 1.37 — *Detalhe de uma representação material do "calendário lunar", outrora utilizado pelos indígenas do ex-Daomé, na África. Trata-se de uma faixa de tecido portando trinta objetos costurados (grãos, nós, conchas, frutos duros, pedras, etc.) sucedendo-se no sentido do comprimento e representando cada um dos 30 dias do período assim simbolizado. (Percebe-se aqui a representação dos 7 últimos dias.) Coleção do Museu do Homem, Paris.*

Contar: uma faculdade humana

O espírito humano, percebe-se, só pode conceber os números inteiros sob o ângulo da abstração se dispõe completamente da noção de unidades distintas e da capacidade de estabelecer sua "síntese". Ora, essa capacidade intelectual — que supõe, antes de tudo, a aquisição total da faculdade de analisar, comparar e fazer abstração das diferenças individuais — repousa num artigo que, conjuntamente com o emparelhamento e com a classificação, constituirá o ponto de partida de todas as ciências. Seguindo essa criação do espírito humano, à qual se dá habitualmente o nome de "relação de sucessão" ou ainda o de "relação de ordem", os conceitos são, com efeito, arranjados segundo seu "grau de generalidade", os *indivíduos* encaixando-se nos *gêneros,* que se encaixam, por sua vez, nos *tipos,* eles próprios contidos nas *espécies* e assim por diante.

Assim, para permitir um progresso decisivo na arte do cálculo abstrato que é o nosso, a compreensão dos números inteiros exige sua classificação num *sistema de unidades numéricas hierarquizadas encaixando-se sucessivamente uns nos outros*, bem como nossa facilidade em dispor dos objetos que nos cercam, segundo o artifício da "sucessão natural". Ora, essa organização dos conceitos numéricos, segundo uma ordem de sucessão invariável, consiste na idéia de que a reflexão religa ao princípio genérico da "recorrência" e que o filósofo grego Aristóteles (384-322 a. C.) já evocava na sua *Metafísica* (1057a), dizendo que "o número inteiro é uma multiplicidade mensurável pelo um".

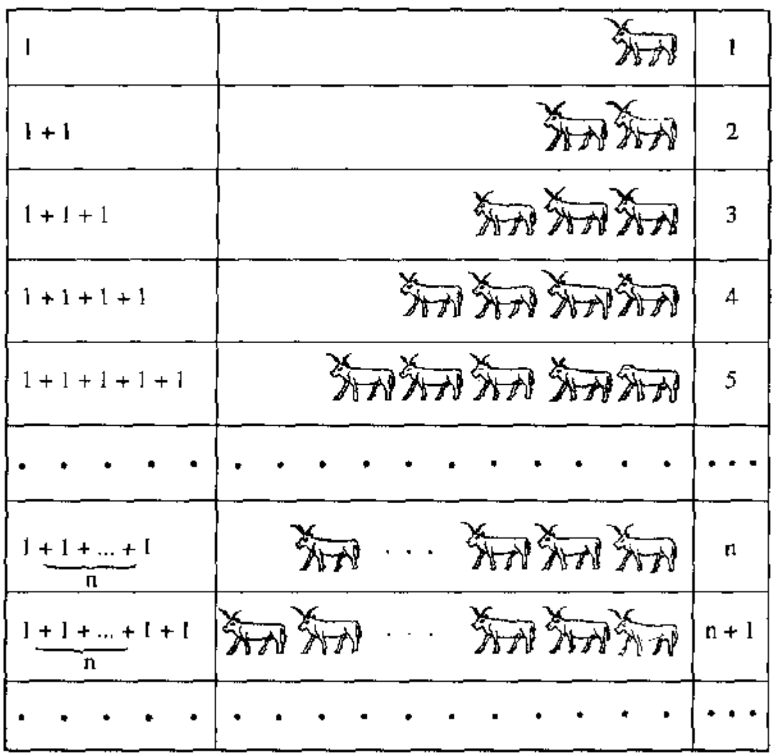


Fig. 1.38 — *A generalização dos números inteiros pelo procedimento dito de "recorrência".*

Essa idéia repousa, com efeito, num princípio que faz aparecer os números inteiros como verdadeiras coleções de unidades abstratas que se obtêm sucessivamente a partir da unidade pela adjunção suplementar de uma unidade.

Todo número que consiste na seqüência regular dos números inteiros, além da unidade, é obtido acrescentando-se uma unidade ao número inteiro que o precede na procissão "natural" que acaba de ser assim constituída (fig. 1.38). Resulta daí que, segundo a expressão do filósofo alemão Schopenhauer (1788-1860), *todo número inteiro natural pressupõe os precedentes como sendo a causa de sua existência*; nosso espírito só é capaz de conceber um número (sob o ângulo da abstração) se já assimilou os precedentes. É o que chamamos acima a "capacidade de estabelecer a síntese da noção de unidades distintas". Na falta de uma tal capacidade intelectual, os números voltam a ser, no nosso espírito, noções globais muito confusas.

Uma vez organizado num sistema de sucessão natural, o conjunto dos números inteiros permite fazer intervir uma nova faculdade destinada a acrescentar um papel essencial: a contagem. "Contar" os objetos de uma coleção é atribuir a cada um de seus constituintes um símbolo (isto é, uma palavra, um gesto ou ainda um sinal gráfico) correspondendo a um número pousado na seqüência natural dos inteiros, começando pela unidade e procedendo na ordem até o fim dos elementos dessa coleção (fig. 1.40). Cada símbolo ou apelação assim atribuído a cada um dos objetos do conjunto em questão será chamado, então, por seu *número de ordem* na coleção assim transformada em procissão. O número de ordem do último objeto desse agrupamento ordenado nada mais é que o número dos elementos deste último.

A bem dizer, o número assim obtido é inteiramente independente da ordem da "numeragem" dos elementos; quer a enumeração comece por tal elemento ou por tal outro, esse processo conduzirá sempre ao mesmo resultado.

Consideremos, por exemplo, uma caixa contendo "várias" bolas. Tiremos dela uma bola inteiramente ao acaso e atribuamos a ela o "número" 1 (trata-se da *primeira* bola extraída da caixa). Tiremos uma outra bola dessa mesma caixa, sempre ao acaso, e atribuamo-lhe o "número"

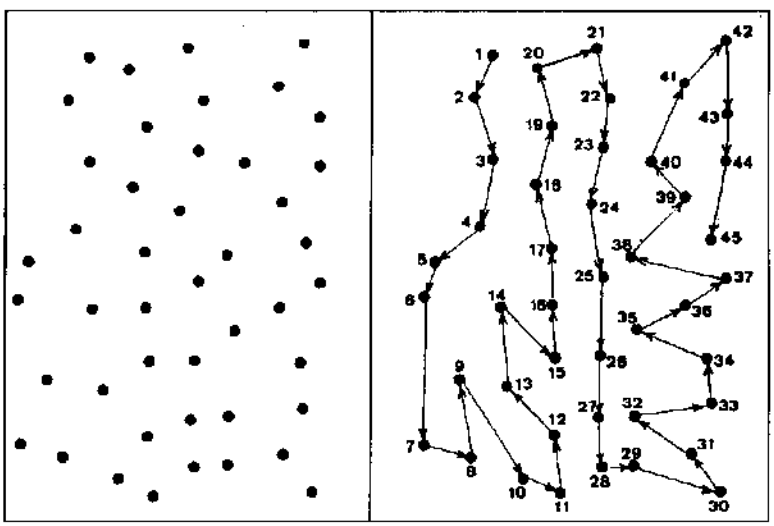


Fig. 1.39 — *Contagem de uma "nuvem" de pontos.*

2, depois procedamos assim até o momento em que não reste mais bola nenhuma na caixa. Tirando a última bola, teremos atribuído a esta um número bem determinado entre os da seqüência natural dos inteiros. Se esse número é 20 diremos então que há "vinte" bolas e teremos transformado, graças à contagem, uma informação vaga (a saber, "há várias bolas") numa informação precisa.

Consideremos igualmente um conjunto de pontos "esparsos", isto é, dispostos "em desordem" (fig. 1.39). Para conhecer o número desses últimos bastará religá-los por uma linha "em ziguezague", passando sucessivamente de um ponto ao outro (isso para não esquecer nenhum deles e jamais retornar a um ponto já considerado). Os pontos formam então o que se convencionou chamar uma *cadeia*. Atribui-se, em seguida, a cada ponto dessa cadeia um número de ordem a partir de um dos dois pontos extremos da seqüência assim constituída. O último

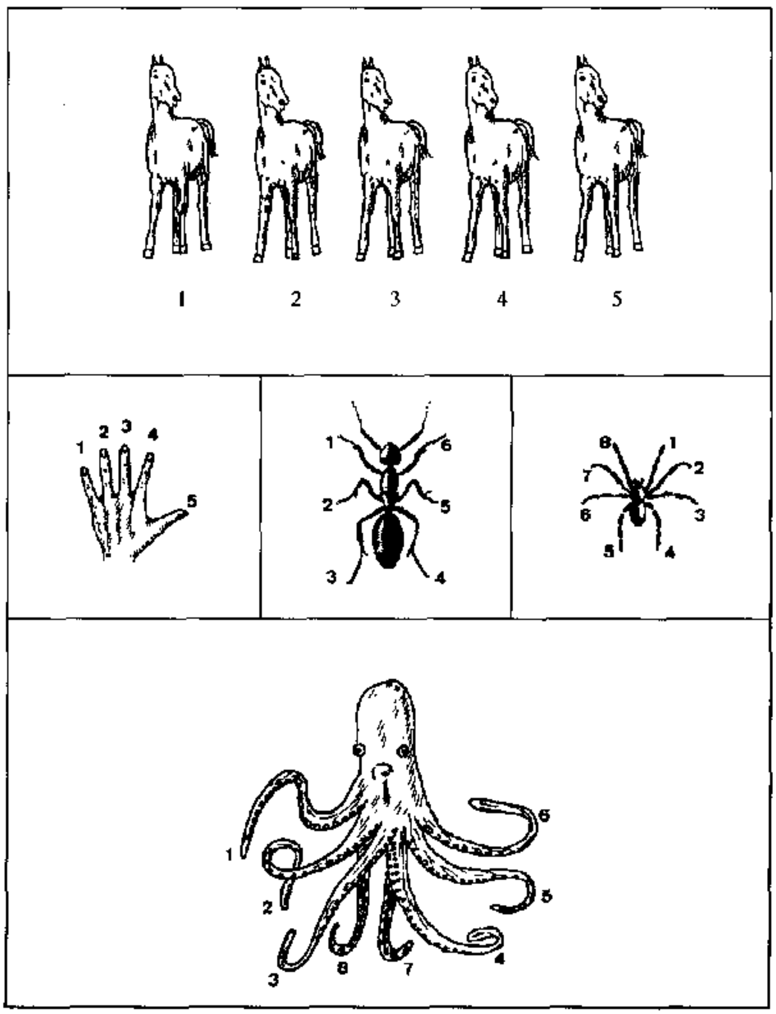


Fig. 1.40 — *A contagem que permite a passagem da pluralidade concreta ao número abstrato.*

número — atribuído, portanto, ao ponto terminal — da cadeia dá então o número total dos pontos em questão.

Graças aos conceitos de sucessão e de contagem a pluralidade concreta, noção confusa, heterogênea e imprecisa, transforma-se, portanto, no nosso espírito numa noção abstrata e homogênea: a da "quantidade absoluta".

Assim, o pensamento humano só pode "contar" os objetos de uma coleção se for provido das três aptidões seguintes ao mesmo tempo:

1. *ser capaz de atribuir uma "seqüência" a cada objeto que desfila diante dele.*
2. *ser capaz de intervir para introduzir na unidade que passa a lembrança de todas as que a precederam.*
3. *saber converter a sucessão em simultaneidade.*

A questão do conceito numérico, que parecia à primeira vista tão elementar, nos parece, portanto, doravante bem mais complicada. A anedota seguinte, devida a P. Bourdin e contada por R. Balmès, reforça essa observação:

"Conheci alguém, disse Bourdin, que, dormindo, tinha um dia ouvido badalar quatro horas e fez a conta assim: 'Uma, uma, uma, uma'; e, diante do absurdo de sua concepção, pôs-se a gritar: 'Olha o relógio que ficou louco, tocou quatro vezes uma hora!"

Os dois aspectos do número inteiro

A noção de número reveste-se de dois aspectos complementares: um dito *cardinal*, que repousa apenas sobre o princípio do emparelhamento, e outro dito *ordinal*, que exige ao mesmo tempo o procedimento de emparelhamento e o de sucessão.

Fixemos sua diferença com um exemplo simples. O mês de janeiro comporta 31 dias. O número 31 indica aqui o número total dos dias desse mês; portanto, aqui é um número cardinal. Se, por outro lado, considerarmos uma expressão como "o 31 de janeiro", o número 31 então não é empregado sob o aspecto cardinal e isso malgrado a terminologia que, de resto, é apenas um abuso de linguagem consagrado pelo uso. Esse aspecto designa antes "o trigésimo primeiro" dia de janeiro: especifica a seqüência de um elemento bem determinado (nessa ocorrência, o último) de um conjunto que compreende trinta e um dias; é claramente de um número ordinal (ou, como se diz freqüentemente, de um numeral) que se trata aqui.

"Aprendemos a passar tão facilmente do número cardinal ao número ordinal que não distinguimos mais esses dois aspectos do número inteiro. Quando queremos determinar a pluralidade dos objetos de um agrupamento, isto é, seu número cardinal, não nos sujeitamos mais à obrigação de encontrar um conjunto-modelo ao qual pudéssemos compará-lo, nós o "contamos" simplesmente. *E é pelo fato de ter aprendido a identificar os dois aspectos do número que se devem nossos progressos na matemática.* Com efeito, enquanto na prática é o número cardinal que nos interessa verdadeiramente, esse número é incapaz de servir de base a uma aritmética, as operações aritméticas estando fundadas na hipótese tácita de que podemos sempre passar de um número qualquer a seu sucessor. Ora, aí está a essência mesma do conceito de número ordinal. O emparelhamento, por si só, é incapaz de criar o cálculo. Sem nossa facilidade em dispor dos seres e dos objetos segundo a sucessão natural ter-se-ia feito bem pouco progresso. Nosso sistema numérico está intimamente impregnado por esses dois princípios, correspondência e sucessão, que constituem o tecido mesmo de toda a matemática e de todos os domínios das ciências exatas" (T. Dantzig).

Dez dedos para aprender a contar

É graças a seus dez dedos que o ser humano adquiriu gradualmente todos esses dados necessários. E, sem dúvida, não é um acaso que nossos alunos aprendam ainda a contar dessa maneira e que nós mesmos apelemos por vezes a esses gestos para insistir em nosso pensamento.

Existe em numerosas línguas traços dessa origem antropomórfica da faculdade da contagem. Assim, na língua ali, da África Central, os números cinco e dez são ditos respectivamente: *moro* e *mbouna*; a primeira palavra tem por sentido etimológico "a mão" e a segunda provém de uma contração de *moro* ("cinco") e de *bouna* que quer dizer "dois" (portanto *dez* = "duas mãos").

Pode muito bem ser que as palavras indo-européias, semíticas ou mongóis atuais para os dez primeiros números inteiros tenham sido elas também há muito tempo expressões que se referem a uma técnica digital do número. Mas a hipótese é impossível de verificar, já que o verdadeiro significado dos nomes originais correspondentes foi perdido na noite dos tempos.

De toda forma, a mão do homem possui inúmeros recursos na matéria. Constitui uma espécie de "instrumento natural" particularmente desenhado para a tomada de consciência dos dez primeiros números e da aprendizagem da aritmética elementar.

Pelo número de seus dedos e graças a sua relativa autonomia, bem como a sua grande mobilidade, a mão forma a coleção de conjuntos-modelos mais simples que o homem tem, por assim dizer, à mão.

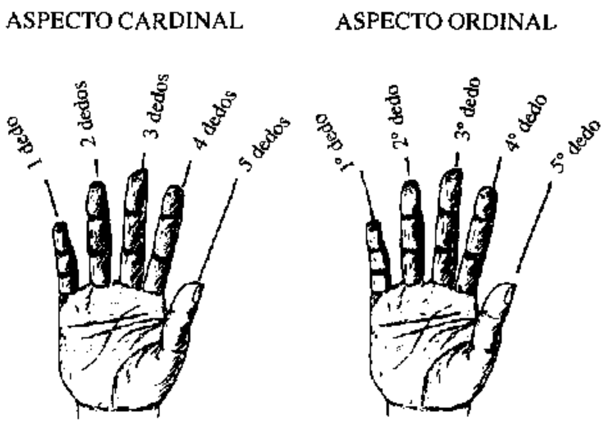


Fig. 1.41

Pela disposição dissimétrica de seus dedos, a mão também respeita perfeitamente a limitação (até quatro) da capacidade humana de reconhecimento imediato e visual dos números: o polegar distanciando-se consideravelmente do indicador permite, com efeito, uma verdadeira oposição com os quatro outros números. O que dá, com toda evidência, para os cinco primeiros números uma série reconhecível à primeira olhada. De sorte que o número cinco se impõe por si só como unidade de contagem ao lado da plataforma da dezena.

Enfim, pela especificidade de cada um de seus dedos, a mão pode ser vista também como uma verdadeira sucessão de unidades abstratas obtidas consecutivamente a partir da primeira por adjunção suplementar de uma unidade.

É preciso dizer que com a mão os dois aspectos complementares do número inteiro tornam-se inteiramente intuitivos: trata-se, na circunstância, como que de um instrumento que permite ultrapassar insensivelmente do número cardinal ao número ordinal correspondente (ou inversamente). Quer-se dizer que uma coleção comporta três, quatro, sete ou mesmo dez elementos? Levanta-se ou dobra-se *simultaneamente* três, quatro, sete ou dez dedos e usa-se estes como um modelo cardinal. Quer-se contar esses mesmos elementos? Levanta-se ou dobra-se *sucessivamente* três, quatro, sete ou dez dedos, e serve-se então como que de um sistema ordinal (fig. 1.41).

A mão do homem apresenta-se, portanto, como a "máquina de contar" mais simples e mais natural. É por essa razão que desempenhará, em seguida, um papel considerável na gênese de nosso sistema de numeração...

CAPÍTULO II

O Pricípio da Base e o Nascimento dos Sistemas de Numeração

O número e suas simbolizações

Tendo uma vez acedido à abstração dos números e aprendido a fazer a distinção sutil que existe entre o aspecto cardinal e o aspecto ordinal da noção, o ser humano foi conduzido a revisar suas concepções com relação a seus antigos "instrumentos" numéricos (pedras, conchas, pauzinhos, colares de pérolas, gestos relativos às partes do corpo etc.). E foi assim que de simples intermediários materiais tornaram-se verdadeiros símbolos numéricos, por esse ângulo, bem mais cômodos para assimilar, reter, diferenciar e combinar os números.

Um outro progresso foi realizado com a criação dos nomes de número, permitindo desde então uma designação oral bem mais precisa das quantidades e dando a possibilidade de conquistar definitivamente o universo dos números abstratos.

O que havia sido expresso até então numa linguagem articulada foram simplesmente conjuntos-modelos que não tinham aparentemente nenhuma relação uns com os outros; os números eram descritos mediante termos intuitivos, freqüentemente em relação direta com a natureza e o mundo ambiente (o *sol,* a *lua* ou o *membro viril*, para um; os *olhos*, os *seios* ou as *asas de um pássaro*, para dois; o *trevo,* a "*multidão*" ou a "*massa*", para três; as *patas de um animal*, para quatro etc.). Em seguida, as coisas se estruturaram um pouco com as técnicas corporais. Começou-se provavelmente por descrições do gênero *pego para começar*, para 1; *levantado com o dedo precedente*, para 2; *o dedo que divide igualmente*, para 3; *todos os dedos elevados, salvo um*, para 4; *a mão*, para 5; etc. Depois, graças a uma transposição anatômica para o vocabulário, por expressões do estilo *mínimo*, para 1; *anular*, para 2; *médio*,para 3; *indicador*, para 4; *polegar*, para 5, e assim por diante. Mas a necessidade de distinguir entre o próprio símbolo do número e o nome do objeto ou da imagem de que se servia conduziu o homem a estabelecer, na sucessão do tempo, uma distinção notável, até que, finalmente, a verdadeira ligação entre os dois desaparecesse completamente da memória. À medida que aprendeu a servir-se de sua linguagem articulada, os sons substituíram pouco a pouco os objetos pelos quais tinham sido criados.

Com a idéia da "sucessão natural" instalando-se a cada dia um pouco mais no espírito humano, o conjunto heterogêneo dos modelos concretos iniciais tomou, desde logo, a forma abstrata de um verdadeiro *sistema de nomes do número*. E como a memória e o hábito deram

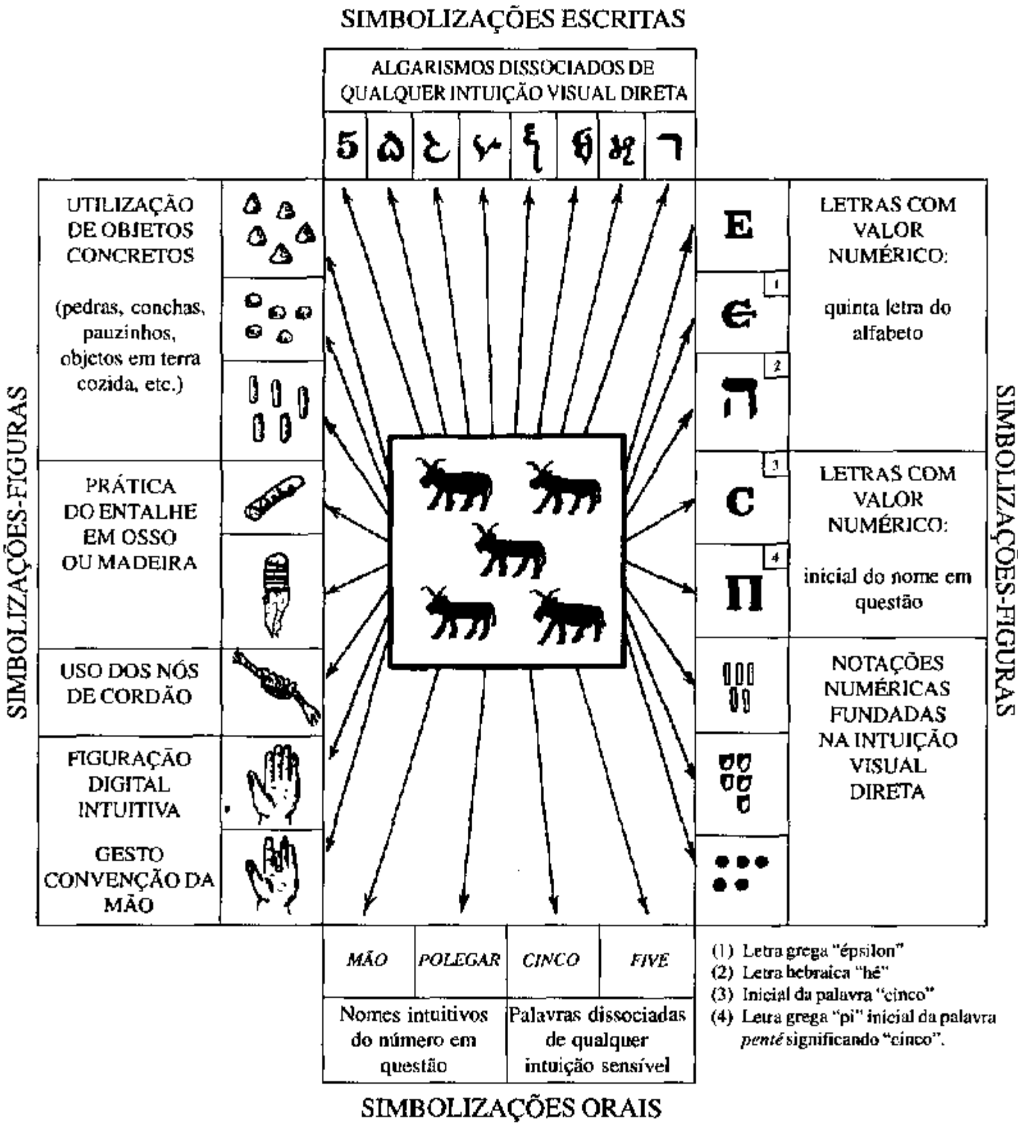


Fig. 2.1

uma forma concreta a essas abstrações, "foi assim que simples palavras se tornaram medidas da pluralidade" (T. Dantzig).

Mas a simbolização concreta e a expressão oral dos números não foram as únicas possibilidades exploradas pelo homem ao longo das eras. Houve também, mas bem mais tarde, a *simbolização escrita*: a que põe "algarismos" para contribuírem[1], isto é, sinais gráficos de

[1] Notemos que a palavra *algarismo* não têm o mesmo sentido que a palavra *número*: a unidade, o par e a tríade, por exemplo, são "números", enquanto 1, 2 e 3 são algarismos, isto é, *sinais gráficos convencionais representando*

todas as espécies; traços gravados, desenhados ou pintados, marcas em cruz em argila ou em pedra, sinais figurativos, letras do alfabeto, sinais convencionais etc.

Essas criações foram evidentemente muito importantes, pois permitiram substituir toda "operação" sobre as coisas pela "operação" correspondente sobre símbolos numéricos, o que prova que os números não vêm das coisas, mas antes das leis do pensamento humano trabalhando sobre as coisas. Portanto, se a realidade sugere o número, não o constitui ainda...

A descoberta do princípio da base

Para simbolizar os números, o homem dispôs, assim, de dois conceitos: um, que se pode qualificar de *cardinal*, que consiste em adotar desde o início um "símbolo-padrão" como representando a unidade e em repetir este último tantas vezes quantas o número considerado contém unidades; o outro, que se pode qualificar de *ordinal*, que consiste em atribuir a cada número um símbolo original e, portanto, em considerar uma sucessão de símbolos que não têm nenhuma relação uns com os outros.

Segundo o primeiro princípio, os quatro primeiros números, por exemplo, são representados por uma simples repetição tantas vezes quantas o nome do número 1, ou ainda por alinhamento, justaposição ou superposição de tantas pedras, dedos, entalhes, traços ou círculos que simbolizam a unidade (fig. 2.2).

Segundo um outro princípio, em contrapartida, os mesmos números são representados por palavras, objetos, gestos ou sinais, todos diferentes uns dos outros (fig.2.3).

Partindo de uma ou outra dessas duas regras fundamentais, o homem pôde desde então aprender a conceber conjuntos cada vez mais extensos. Mas nos dois casos ele se debateu, no início, com grandes dificuldades. Para representar números cada vez maiores, evidentemente

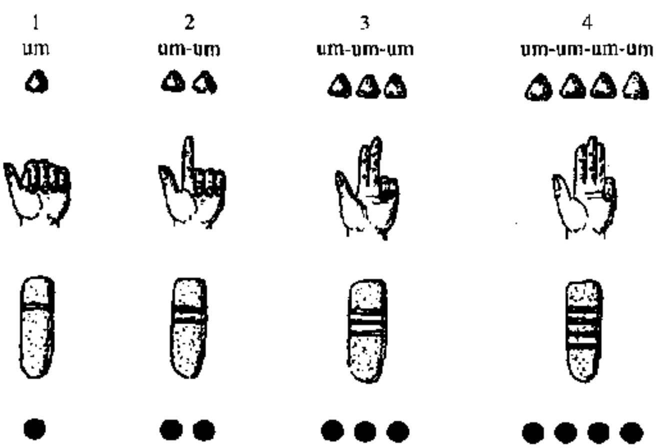


Fig. 2.2 - *Representações "cardinais" dos quatro primeiros números*

---

esses conceitos. Um "algarismo" não pode, portanto, identificar-se com um "número"; é, por assim dizer, uma das "roupas" que o número pode vestir. Pode-se modificar-lhe a forma sem por isso mudar o sentido do conceito correspondente. Numa palavra, o número é uma questão de concepção, enquanto o algarismo é um resultado de convenção entre aqueles que sabem escrever e contar.

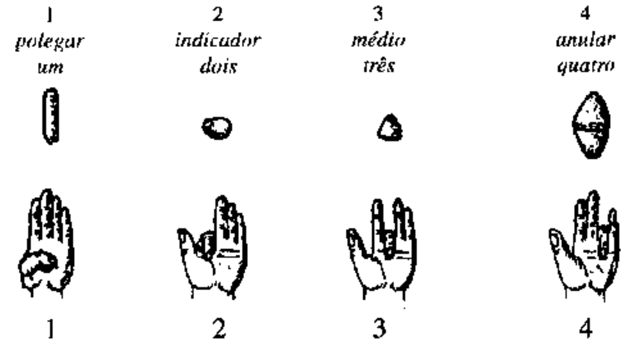


Fig. 2.3 - *Representações "ordinais" dos quatro primeiros números.*

não se podiam multiplicar indefinidamente pedras, pauzinhos, entalhes ou nós de barbante; e nem o número dos dedos da mão nem o das partes do corpo eram extensíveis à vontade. Não se podia também repetir uma mesma palavra de uma maneira ilimitada, nem criar infinitamente novos nomes de número ou símbolos originais. Imagine somente o que deveríamos hoje desdobrar como símbolos para exprimir simplesmente a quantidade de centavos igual ao valor de uma nota de 500 francos!

O ser humano encontrou-se a partir de então confrontado com um problema insuperável à primeira vista: *como designar números elevados com o mínimo possível de símbolos*? Que se tenha encontrado uma solução para esse problema delicado é uma prova da grande engenhosidade do espírito humano.

A solução foi privilegiar um agrupamento particular (como a dezena, a dúzia, a vintena ou a sessentena, por exemplo) e organizar a seqüência regular dos números segundo uma classificação hierarquizada fundada nessa base. Noutras palavras, convencionou-se uma "escala" a partir da qual é possível repartir os números e seus diversos símbolos segundo estágios sucessivos, aos quais se pode dar os respectivos nomes: *unidades de primeira ordem, unidades de segunda ordem, unidades de terceira ordem*, e assim sucessivamente. E é dessa maneira que se chegou a uma simbolização estruturada dos números, evitando-se esforços de memória ou de representação consideráveis. É o que se chama o *princípio da base*. Sua descoberta marcou o nascimento dos *sistemas de numeração* — sistemas cuja "base" nada mais é do que o número de unidades que é necessário agrupar no interior de uma ordem dada para formar uma unidade de ordem imediatamente superior.

Tendo esse princípio sido aplicado a intermediários materiais, palavras de uma língua ou sinais gráficos, deu luz a enumerações concretas, orais e escritas...

O princípio da base decimal

Ainda não faz muito tempo, em certas regiões da África ocidental, os pastores tinham um costume bem prático para enumerar um rebanho. Faziam desfilar os animais, uns atrás dos outros. Na passagem do primeiro, enfiava-se uma concha numa correia branca, outra concha na do segundo e assim por diante. Na passagem do décimo animal, desfazia-se o colar e enfiava-se uma concha numa correia azul, associada às dezenas. Depois, recomeçava-se a enfiar as conchas na correia branca até a passagem do vigésimo animal, ocasião em que se enfiava uma segunda concha na correia branca. Quando esta continha, por sua vez, dez conchas, cem animais tendo então sido contados, desfazia-se o colar das dezenas e enfiava-se uma concha numa correia vermelha, reservada desta vez às centenas. E assim procedia-se sucessivamente, até o fim da contagem dos animais. Com a enumeração de duzentos e cinqüenta e oito animais, por exemplo, oito conchas encontram-se enfiadas na correia branca, cinco na azul e duas na vermelha.

Não acreditemos, contudo, que essas pessoas raciocinem como "primitivos"; contamos ainda seguindo o mesmo princípio que eles, mas com símbolos diferentes.

A idéia fundamental desse procedimento reside, com efeito, na predominância do agrupamento (e do ritmo dos símbolos da série regular) pelas dezenas (ou "pacotes" de dez), centenas (ou "pacotes" de dez dezenas), milhares (ou "pacotes" de dez centenas) etc. Nessa técnica concreta, cada concha da correia branca conta como uma unidade simples, cada concha da correia azul conta por dez, enquanto que uma concha da correia vermelha marca um agrupamento de cem unidades. É o que se chama de o *princípio da base dez*. Temos aí um exemplo da enumeração concreta decimal.

Naturalmente, em lugar de pôr em jogo conchas e correias, esse princípio poderia ser tanto aplicado a palavras quanto a sinais gráficos: obtém-se, então, enumerações orais ou escritas de base dez.

Nossa enumeração escrita atual procede da mesma idéia, mas se serve dos símbolos gráficos seguintes (aos quais se dá freqüentemente o nome de algarismos arábicos):

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Os nove primeiros algarismos representam as unidades simples (ou unidades da primeira ordem decimal). Estão submetidos ao *princípio de posição*, uma vez que seu valor varia em função da posição que ocupam na escrita do número (um 3, por exemplo, valendo três unidades, três dezenas ou três centenas, dependendo se ocupa a primeira, a segunda ou a terceira posição numa tal representação cifrada). Quanto ao décimo símbolo, ele não representa o que se chama o "zero"; serve para marcar a ausência de algarismo de uma certa ordem; tem também o sentido de "*número nulo*", *resultado, por exemplo*, *da subtração de um número dele mesmo*.

A *base* dez, que é o primeiro número representado mediante dois algarismos, escreve-se: 10 (notação que nada mais é do que uma forma abreviada da expressão "1 dezena, 0 unidades").

Representam-se, em seguida, os números de um a noventa e nove combinando sucessivamente dois desses algarismos, segundo a regra de posição [1]:

11 ("1 dezena, 1 unidade")
12 ("1 dezena, 2 unidades")

20 ("2 dezenas, 0 unidades")
21 ("2 dezenas, 1 unidade")

30 ("3 dezenas, 0 unidades")
40 ("4 dezenas, 0 unidades")
50 ("5 dezenas, 0 unidades").

[1] O *princípio de posição* não foi a única regra à qual os sinais de enumeração foram submetidos. Trata-se, na realidade, de uma regra muito elaborada — a mais elaborada da História. Sua descoberta esteve longe de ser evidente para os povos ao longo das eras. A observação é válida com mais razão ainda para o zero, que corresponde a um dos conceitos mais abstratos que o homem pôde imaginar. Retornaremos a isso mais adiante.

A *centena*, que é igual ao quadrado da base, se escreve 100 (o que significa "1 centena, 0 dezena, 0 unidade") e é o menor número representado dessa maneira, mediante três algarismos.

Os números de cento e um a novecentos e noventa e nove são notados combinando sucessivamente três de dez algarismos fundamentais:

101	("1 centena, 0 dezenas, 1 unidade")
358	("3 centenas, 5 dezenas, 8 unidades")

Vem em seguida o *milhar*, que é igual ao cubo da base e que se escreve sob a forma 1.000 ("1 milhar, 0 centenas, 0 dezenas, 0 unidades"); é o menor número representado através de quatro algarismos.

Depois é a vez da *dezena de milhar*, quarta potência da base, que se escreve 10.000 ("1 dezena de milhar, 0 milhares, 0 centenas, 0 dezenas, 0 unidades"); é o menor número representado mediante cinco algarismos. E assim por diante.

Nas numerações orais construídas nessa base, as coisas evidentemente desenrolam-se sob o mesmo pano de fundo, mas com a diferença inerente à estrutura das línguas faladas: todos os números inferiores ou iguais a dez, bem como as diversas potências de dez (100, 1.000, 10.000, etc.), recebem, cada um, um nome individual, totalmente independente, enquanto os outros números são expressos por palavras (ou expressões) "compostas" a partir dos precedentes.

Tomando as palavras da nossa língua e só considerando no que se segue os números cardinais, essa nomenclatura se faz — teoricamente, ao menos — da maneira seguinte:

Os dez primeiros números recebem, cada um, um nome particular:

um	dois	três	quatro	cinco	seis	sete	oito	nove	dez
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Os nove primeiros números são as "unidades de primeira ordem decimal". O último constitui a "base" do sistema e marca por definição uma "unidade de segunda ordem".

Para designar os números de 11 a 19 agrupam-se as unidades em pacotes de dez e procede-se simplesmente por "adição":

11	dez-um	(= 10 + 1)
12	dez-dois	(= 10 + 2)
13	dez-três	(= 10 + 3)
14	dez-quatro	(= 10 + 4)
15	dez-cinco	(= 10 + 5)
16	dez-seis	(= 10 + 6)
..	....	....

Os múltiplos da base, de 20 a 90, são as dezenas ou "unidades de segunda ordem decimal". São expressos procedendo desta vez por "multiplicação":

20	dois-dez	(= 2 × 10)
30	três-dez	(= 3 × 10)
40	quatro-dez	(= 4 × 10)
50	cinco-dez	(= 5 × 10)
60	seis-dez	(= 6 × 10)
70	sete-dez	(= 7 × 10)
80	oito-dez	(= 8 × 10)
90	nove-dez	(= 9 × 10)

Se o próprio número das dezenas é superior ou igual a dez, os números são agrupados, por sua vez, em pacotes de dez, e obtém-se, assim, as centenas ou "unidades de terceira ordem decimal", conforme o modelo teórico abaixo:

100	cem	(= 102)
200	dois-cem	(= 2 × 100)
300	três-cem	(= 3 × 100)
400	quatro-cem	(= 4 × 100)
500	cinco-cem	(= 5 × 100)
.....	....	....

Agrupando-se as centenas, por sua vez, em pacotes de dez, obtém-se os milhares ou "unidades de quarta ordem decimal":

1.000	mil	(= 103)
2.000	dois-mil	(= 2 × 1.000)
3.000	três-mil	(= 3 × 1.000)
4.000	quatro-mil	(= 4 × 1.000)
5.000	cinco-mil	(= 5 × 1.000)
....	....	....

Em seguida, vêm as miríades (ou dezenas de milhar), que correspondem às "unidades da quinta ordem decimal":

10.000	uma miríade	(= 104)
20.000	duas miríades	(= 2 × 10.000)
30.000	três miríades	(= 3 × 10.000)
40.000	quatro miríades	(= 4 × 10.000)
50.000	cinco miríades	(= 5 × 10.000)
....	....	....

A partir das palavras precedentes obter-se-ão, desde então, os nomes dos outros números, forjando-se expressões e respeitando-se a ordem das potências decrescentes de dez, compostas segundo um princípio ao mesmo tempo aditivo e multiplicativo:

53.781 cinco miríades três-mil sete-cem oito-dez um
(= 5 × 10.000) + 3 × 1.000 + 7 × 100 + 8 × 10 + 1

Tais são, portanto, as grandes linhas da formação dos nomes dos números cardinais segundo a base decimal.

Houve evidentemente necessidade de muito tempo para que o homem chegasse a uma maneira tão impecável de exprimir os números, que depende, sem dúvida, de um grande poder de abstração.

Trata-se aí, contudo, de um princípio puramente teórico que nem todos os povos seguiram escrupulosamente à letra no curso da História, cada um o tendo adaptado às suas próprias tradições orais e às regras da própria língua. Donde naturalmente uma grande variedade de particularismos e de irregularidades, dos quais eis aqui alguns casos característicos.

A numeração oral tibetana

É um exemplo de sistema decimal rigorosamente calcado no modelo teórico precedente. Segundo os especialistas do tibetano[1], o sistema começa por dar um nome particular para cada um dos dez primeiros números:

gcig	gnys	gsum	bzhi	lnga	drug	bdun	brgyad	dgu	bcu
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10.

Para os números de 11 a 19 procede-se por combinações aditivas:

11	bcu-gcig	("dez-um")	(= 10 +1)
12	bcu-gnyis	("dez-dois")	(= 10 + 2)
13	bcu-gsum	("dez-três")	(= 10 + 3)
14	bcu-bzhi	("dez-quatro")	(= 10 + 4)
15	bcu-lnga	("dez-cinco")	(= 10 + 5)
16	bcu-drug	("dez-seis")	(= 10 + 6)
17	bcu-bdun	("dez-sete")	(= 10 + 7)
18	bcu-brgyad	("dez-oito")	(= 10 + 8)
19	bcu-dgu	("dez-nove")	(= 10 + 9)

E, para as dezenas, opera-se por combinações multiplicativas:

20	gnyis-bcu	("dois-dez")	(= 2 × 10)
30	gsum-bcu	("três-dez")	(= 3 × 10)
40	bzhi-bcu	("quatro-dez")	(= 4 × 10)
50	lnga-bcu	("cinco-dez")	(= 5 × 10)
60	drug-bcu	("seis-dez")	(= 6 × 10)
70	bdun-bcu	("sete-dez")	(= 7 × 10)
80	brgyad-bcu	("oito-dez")	(= 8 × 10)
90	dgu-bcu	("nove-dez")	(= 9 × 10)

Para cem (= 10^2) emprega-se a palavra *brgya*, e para os múltiplos correspondentes utiliza-se o mesmo princípio:

200	gnyis-brgya	("dois-cem")	(= 2 × 100)
300	gsum-brgya	("três-cem")	(= 3 × 100)
400	zh-brgya	("quatro-cem")	(= 4 × 100)
500	ng-brgya	("cinco-cem")	(= 5 × 100)
600	drug-brgya	("seis-cem")	(= 6 × 100)
700	bdun-brgya	("sete-cem")	(= 7 × 100)
800	brgyad-brgya	("oito-cem")	(= 8 × 100)
900	dgu-brgya	("nove-cem")	(= 9 × 100)

Existe, em seguida, um nome particular para mil, para dois mil, e assim por diante. Donde uma indicação muito simples dos números intermediários:

21	gnyis-bcu	rtsa	gcig	560	lnga-brgya	rtsa	drug-bcu
	("dois-dez	e	um")		("cinco-cem	e	seis-dez")
	(= 2 × 10	+	1)		(= 5 × 100	+	6 × 10).

[1] Ver M. Lalou, Bibliografia, tomo II. Ver Também S.C. Das, *An Introduction to the grammar of the Tibetan Language*, 1915, reimpressão Motilal Banarsidass, Delhi, 1983; H. Bruce Hannah, *A Grammar of the Tibetan language*, Calcutta, 1912, reimpressão Motilal Banarsidass, Delhi, 1985. (Comunicação pessoal: Florence e Hélène Béquignon.)

O sistema numeral da língua mongol

É igualmente decimal, mas apresenta uma ligeira diferença com respeito ao sistema precedente.

Segundo L. Hambis, ele dá às unidades e à dezena os seguintes nomes:

1	nigän	6	jirγu'an
2	qoyar	7	dolo'an
3	γurban	8	naiman
4	dörbän	9	yisün
5	tabun	10	arban

E procede normalmente para os números de onde a dezenove:

11	arban nigän	("dez-um")
12	arban qoyar	("dez-dois")
...	....	....

A formação das dezenas faz-se, em contrapartida, de uma maneira diferente: os nomes apresentam-se não mais sob a forma de combinações analíticas do tipo dois-dez, três-dez, etc., mas sob a forma de palavras derivando dos nomes das unidades correspondentes segundo uma desinência particular:

20	qorin	(derivado de qoyar = 2)
30	γucin	(derivado de γurban = 3)
40	döcin	(derivado de dörbän = 4)
50	tabin	(derivado de tabun = 5)
60	jirin	(derivado de jirγu'an = 6)
70	dalan	(derivado de dolo'an = 7)
80	nayan	(derivado de naiman = 8)
90	jarin	(derivado de yisün = 9)

A partir da centena, a composição dos nomes de número faz-se, contudo, regularmente segundo o princípio definido mais acima:

100	ja'un	("cem")
200	qoyar ja'un	("dois-cem")
300	gurban ja'un	("três-cem")
400	dörbän ja'un	("quatro-cem")
.....	....	....
1.000	mingγan	("mil")
2.000	qoyar mingγan	("dois mil")
3.000	γurban mingγan	("três mil")
......	....	....
10.000	tümän	("miríade")
20.000	qoyar tümän	("duas miríades")
......	....	....

20541	qoyar tümän	tabun ja'un	döcin	nigän
	("duas miríades	cinco-cem	quarenta	um")
	(= 2 × 10.000 +	5 × 100 +	40 +	1).

A numeração turca arcaica

Trata-se agora da numeração oral revelada pelas inscrições turcas da Mongólia do século VIII de nossa era. Esta apresenta uma notável particularidade.

Eis, segundo A.-M. von Gabain, os principais nomes de número. Para os nove primeiros, diz-se:

1	bir
2	iki
3	üc
4	tört
5	beš
6	altï
7	yeti
8	säkiz
9	tokuz.

Para as dezenas, emprega-se, em seguida, a série:

10	on
20	yegirmi
30	otuz
40	kïrk
50	ällig
60	altmïš
70	yetmiš
80	säkiz on
90	tokuz on

Notar-se-á de passagem que as dezenas de 20 a 50 não parecem ter relação etimológica evidente com as unidades correspondentes. Mas *altmïš* (= 60) e *yetmiš* (= 70) derivam respectivamente de *altï* (= 6) e *yeti* (= 7) pela adjunção da terminação *mïš* (escrita também *miš*). 80 e 90 derivam também dos nomes de 8 e 9, mas por combinações analíticas com o nome do número dez, seus nomes se decompondo, com efeito, sob as formas "8 dezenas" e "9 dezenas".

Quanto ao nome do número 50, ele provavelmente faça referência a um antigo procedimento de contagem nos dedos: *ällig* deriva com efeito de *äl* ou *älig*, "a mão". (Notemos de passagem que na Turquia conta-se sucessivamente, mediante o polegar, a extremidade do mínimo, o anular, o médio e o indicador, e atinge-se assim o número 4; para cinco, eleva-se o polegar; para além, abaixa-se o polegar, depois endireita-se sucessivamente o indicador, o médio, o anular e o mínimo, de sorte que, em dez, todos os dedos dessa mão se encontrarão estendidos. Esse procedimento é o vestígio de um outro mais antigo que prolongava a série até a cinqüentena estendendo sucessivamente cada dedo da outra mão a cada dezena contada. Nessas condições, uma primeira mão com dedos estendidos significava dez unidades, enquanto que a outra na mesma posição indicava cinqüenta.)

O sistema atribui, em seguida, à centena o nome particular *yüz*, depois procede por multiplicações para os nomes dos múltiplos correspondentes:

100	yüz	
200	iki yüz	(= 2 × 100)
300	üc yüz	(= 3 × 100)
400	tört yüz	(= 4 × 100)

500	beš yüz	(= 5 × 100)
600	altï yüz	(= 6 × 100)
700	yeti yüz	(= 7 × 100)
800	säkiz yüz	(= 8 × 100)
900	tokuz yüz	(= 9 × 100).

O nome do milhar é *bïng* (palavra que, em certos dialetos turcos, significa além disso "uma quantidade muito grande"). Donde a expressão dos múltiplos de mil por combinações analíticas do mesmo gênero:

1.000	bïng	
2.000	iki bïng	(= 2 × 1.000)
3.000	üc bïng	(= 3 × 1.000)
4.000	tört bïng	(= 4 × 1.000)
5.000	beš bïng	(= 5 × 1.000)
6.000	altï bïng	(= 6 × 1.000)
7.000	yeti bïng	(= 7 × 1.000)
8.000	säkiz bïng	(= 8 × 1.000)
9.000	tokuz bïng	(= 9 × 1.000).

Esse sistema não tem nada de extraordinário com relação aos precedentes a não ser pela maneira com que são enunciados, de 11 a 99, os números que compreendem, ao mesmo tempo, um múltiplo da unidade e um múltiplo da dezena. Nesses casos, com efeito, menciona-se inicialmente a unidade, depois não a dezena que ultrapassou mas a dezena imediatamente superior, por uma espécie de "conta prospectiva".

Assim:

11	bir yegirmi	(literalmente: "um, vinte")
12	iki yegirmi	(literalmente: "dois, vinte")
13	üc yegirmi	(literalmente: "três, vinte")
14	tört yegirmi	(literalmente: "quatro, vinte")
21	bir otuz	(literalmente: "um, trinta")
22	iki otuz	(literalmente: "dois, trinta")
53	üc altmïš	(literalmente: "três sessenta")
65	beš yetmiš	(literalmente: "cinco, setenta")
78	säkiz säkiz on	(literalmente: "oito, oitenta")
87	yeti tokuz on	(literalmente: "sete, noventa")
99	tokuz yüz	(literalmente: "nove, cem")

Não se trata de uma aplicação da regra multiplicativa nem da regra subtrativa, mas antes do seguinte princípio ordinal:

para	11	"a primeira unidade antes de 20"
	12	"a segunda unidade antes de 20"
	13	"a terceira unidade antes de 20"
	14	"a quarta unidade antes de 20"
	15	"a quinta unidade antes de 20"
	21	"a primeira unidade antes de 30"
	22	"a segunda unidade antes de 30"
	23	"a terceira unidade antes de 30"

53	"a terceira unidade antes de 60"
65	"a quinta unidade antes de 70"
78	"a oitava unidade antes de 80"
87	"a sétima unidade antes de 90"
99	"a nona unidade antes de 100".

Uma tal conta por antecipação não deixa de evocar um fato germânico que se conservou até nossos dias no enunciado das horas: em alemão, "nove e quinze", por exemplo, diz-se *viertel zehn* (literalmente: "um quarto, dez", isto é, o primeiro quarto de hora antes das dez horas) e "oito e meia" *halb neun* (literalmente: "metade, nove", isto é, "a meia hora antes da badalada das 9 horas") etc.

Assinalemos, contudo, que, por volta do século X de nossa era — sem nenhuma dúvida sob a influência cultural chinesa, que foi muito forte entre os antigos turcos de hábitat oriental —, procedeu-se a uma "racionalização" dessa singular maneira de contar. Modificação que aliás se viu aparecer em primeiro lugar entre os uigurs, muito ligados desde sempre à civilização chinesa.

Mediante a palavra turca *artuk*, que quer dizer "ultrapassagem", formaram-se, com efeito, as expressões:

11	on artukï bir	("10 ultrapassado por 1")
23	yegirmi artukï üc	("20 ultrapassado por 3")
53	ällig artukï üc	("50 ultrapassado por 3")
65	altmïš artukï beš	("60 ultrapassado por 5")
78	yetmiš artukï säkiz	("70 ultrapassado por 8")
87	säkiz on artukï yeti	("80 ultrapassado por 7")
99	tokuz on artukï tokuz	("90 ultrapassado por 9").

Donde as simplificações seguintes ainda em uso em nossos dias:

11	on bir	(= 10 + 1)
23	yegirmi üc	(= 20 + 3)
53	ällig üc	(= 50 + 3)
65	altmïš beš	(= 60 + 5)
78	yetmiš säkiz	(= 70 + 8)
87	säkiz on yeti	(= 80 + 7)
99	tokuz on tokuz	(= 90 + 9).

A numeração oral sânscrita

Passemos agora à numeração de língua sânscrita[1], cuja importância será para nós essencial sob vários pontos de vista; enquanto sistema enumerativo pertencendo a uma língua antiga de

[1] O *sânscrito* é a língua clássica da Índia do Norte. Deriva dos antigos idiomas indo-europeus que invasores ocidentais introduziram no vale do Ganges, por fim do II milênio antes de nossa era. A forma primitiva dessa língua (que pertence ao grupo indo-europeu) foi-nos transmitida pelos textos védicos. Sua forma definitiva foi constituída por volta do século V a. C, notadamente graças à obra do gramático indiano Pânini, que fixou suas regras de base. O sânscrito (que foi e permanece a língua sagrada do bramanismo) foi usado não apenas na Índia, mas também nas civilizações fortemente indianizadas do sudoeste asiático (Camboja, Champa, Java, etc.). Seu uso prolongou-se na Índia até nossa época como língua literária escrita, onde ocupa ainda um lugar permanente entre os eruditos e os meios literários de falares diferentes.

origem indo-européia ela serve, freqüentemente de referência na pesquisa das filiações para os nomes de número dessa família lingüística (ver mais abaixo); enquanto numeração integrada a uma língua científica e técnica muito precisa, veremos também o papel fundamental desempenhado por ela na história da ciência indiana, e, em particular, naquela de nossa numeração escrita de posição.

Nessa língua, os nomes dos dez primeiros números são os seguintes (cf. L. Renou):

1	eka
2	dvau, dva, dve, dvi
3	trayas, tisras, tri
4	catvaras, catasras, catvari, catur
5	pañca
6	sat
7	sapta
8	astau, asta
9	nava
10	dasa.

Os números de 11 a 19 são nomeados, em seguida, pela justaposição do nome das unidades e da dezena:

11	eka-dasa	"um-dez"	(= 1 + 10)
12	dva-dasa	"dois-dez"	(= 2 + 10)
13	tri-dasa	"três-dez"	(= 3 + 10)
14	catvari-dasa	"quatro-dez"	(= 4 + 10)
15	pañca-dasa	"cinco-dez"	(= 5 + 10)
16	sat-dasa	"seis-dez"	(= 6 + 10)
17	sapta-dasa	"sete-dez"	(= 7 + 10)
18	asta-dasa	"oito-dez"	(= 8 + 10)
19	náva-dasa	"nove-dez"	(= 9 + 10).

Para as dezenas seguintes, o sânscrito atribui um nome de aparência particular:

20	vimsati
30	trimsati
40	catvarimsati
50	pañcâsat
60	sasti
70	sapti
80	asiti
90	návati.

De uma maneira geral os nomes das dezenas superiores a dez formam-se mediante um derivado do nome da dezena, colocado no plural e precedido do nome das unidades correspondentes.

Para cem, diz-se *satam* ou *sata*, e, para as outras centenas, procede-se regularmente segundo a regra clássica:

100	satam, sata	
200	dvisata	(= 2 × 100)
300	trisata	(= 3 × 100)

400	catursata	(= 4 × 100)
500	pañcasata	(= 5 × 100)
.....	....	....

Para 1.000 emprega-se a palavra *sahásram* ou *sahásra*, que se põe, em seguida, em combinação analítica sucessivamente com os nomes das unidades, das dezenas e das centenas para exprimir os milhares e as dezenas e as centenas de mil:

1.000	sahasra	
2.000	dvisahasra	(= 2 × 1.000)
3.000	trisahasra	(= 3 × 1.000)
....	....	....
10.000	dasasahasra	(= 10 × 1.000)
20.000	vimsatsahasra	(= 20 × 1.000)
30.000	trimsatsahasra	(= 30 × 1.000)
....	....	....
100.000	satasahasra	(= 100 × 1.000)
200.000	dvisatasahasra	(= 200 × 1.000)
300.000	trisatasahasra	(= 300 × 1.000)
....		....

Donde a expressão dos números intermediários:

4.769:	nava,	sasti,	saptasata	ca	catursahasra
	("nove	sessenta	sete centos	e	quatro mil")
	(= 9 +	60 +	7 × 100	+	4 × 1000).

O sistema sânscrito é, portanto, decimal, mas o enunciado dos números é feito nele ao contrário de nossa maneira de exprimi-los: começa-se sempre pelas unidades mais fracas e prossegue-se na ordem das potências ascendentes de dez.

OS INDO-EUROPEUS

O termo "indo-europeu" aplica-se à família das línguas faladas na maior parte da Europa, uma grande porção da Ásia ocidental e em quase toda a América atual.

O hábitat primitivo dos povos que pertencem a essa família lingüística deu lugar a diversas hipóteses: depois de ter sido fixado (erroneamente) na Ásia central (Pamir, Turquestão), as conjecturas oscilam, hoje, entre as planícies da Alemanha do Norte, do Elba ao Vístula e as estepes russas, do Danúbio ao Ural. Mas as provas fornecidas até agora não parecem ainda totalmente convincentes.

Pôde-se, contudo, representar a unidade indo-européia como aquela de numerosas tribos espalhadas num vasto território mas tendo pontos comuns: prática da agricultura, da caça e da criação; estrutura social (patriarcado, hierarquia de sacerdotes, de trabalhadores e de guerreiros etc.); e uma religião caracterizada pelo culto dos ancestrais e a adoração dos astros. Mas não sabemos praticamente nada da origem dessas populações que só conheceram a escrita numa época relativamente recente.

O período de vida comum dos indo-europeus remonta ao III milênio a. C.

A partir do início do milênio seguinte estes se dispersaram, em seguida, e é assim que apareceram, por infiltrações progressivas estendendo-se por cerca de um milhão de anos: os *arianos* na Índia; os *cassitas*, os *hititas* e os *lídios* na Ásia Menor; os *aqueus*, os *dórios*, os *minóicos* e os *helenos* na Grécia; depois os *celtas* na Europa central; e os *povos itálicos* na península do mesmo nome. Novas migrações tiveram lugar no fim do Império Romano para desaguar, do século IV ao VI da nossa era, na instalação dos *germanos* na Europa ocidental (Gamkrelidze e Ivanov; A. Martinet).

Estendendo-se assim sobre uma área geográfica considerável, a esfera lingüística indo-européia compreende um certo número de grupos dialetais que nos são geralmente conhecidos pelos textos de datas muito variáveis, mas nenhum dos quais remonta além de 2.000 antes da nossa era. Segundo a classificação tradicional, esses grupos repartem-se da seguinte maneira:

1º) O *grupo indo-ariano*, compreendendo o *védico*, o *sânscrito* clássico e seus derivados modernos, que se subdividem em cinco tipos:
— as línguas do tipo *ocidental (sindhi, gujrati, landa, mahratte, rajasthani etc.);*
— as do grupo *central (panjabi, pahari, hindi etc.);*
— as do tipo *oriental (bengali, bihari, oriya etc.);*
— as línguas do tipo *meridional (cingalês);*
— as línguas ditas "ciganas".

2º) O *grupo iraniano*, que compreende o *velho persa* (falado na época de Dario e Xerxes), o *avéstico* (língua de Zoroastro), o *meda*, o *cítico* e numerosos falares medievais e modernos do mundo iraniano (*sogdiano, pehlevi, persa, dialetos cáspios, curdo, osseta* do Cáucaso, *afegão, balutchi* etc.).

3º) O grupo que compreende o *anatólio* do antigo Império hitita (*nesita* e *luvita*), bem como o *lício* e o *lídio*.

4º) O grupo *tocariano*, composto de dois dialetos (o *agneano* e o *kutcheano*). Foi falado por um povo de origem indo-européia, estabelecido no Turquestão chinês entre os séculos V e X de nossa era, mas desaparecido na Idade Média sob forte pressão do chinês e das migrações turco-mongóis. Esse grupo apresenta o aspecto de uma língua indo-européia de tipo antigo, aparentada do hitita e das línguas ocidentais (*grego, latim, celta, germânico*); assim, reveste de uma grande importância para os lingüistas, para quem servem freqüentemente de referência nas pesquisas de filiações para as palavras de origem indo-européia.

5º) O *armênio*, repartido em duas categorias:
— o armênio *ocidental* (falado na Turquia),
— o armênio *oriental* (falado na Armênia soviética).

6º) O *grupo helênico*, que compreende: o *dórico*, o *aqueu* (arcado-cipriota), o *eólio*, o *creto-minóico*, o *creto-micênico*, o grego homérico, o *grego jônico-ático*, o *koiné* (grego falado na época helenística e romana), o *grego moderno* etc.

7º) O *grupo itálico*, representado durante a Antigüidade pelo *osco*, o *latim* e o *úmbrio* e hoje em dia pelas línguas românicas (*italiano, espanhol, português, provençal, catalão, francês, romeno, sardo, dálmata, reto-romano* etc.).

8º) O *grupo das línguas celtas*, que se subdivide em duas categorias:
— as línguas celtas *continentais* (entre elas o *gaulês);*
— as línguas celtas *insulares*, dentre as quais se distinguem as que derivam do *britônico (bretão, galês e córnico)* e as que saíram do *gaélico (irlandês, manês e gaélico da Escócia).*

9º) O *grupo das línguas germânicas*, subdividido em três categorias:
— as do tipo *oriental*, que compreendem o *gótico*;
— as do tipo *nórdico*, que compreendem o *velho islandês*, o *norueguês*, o *sueco* e o *dinamarquês;*
— as do tipo *central* ou *ocidental*: *alto* e *baixo alemães* (antigos, médios e modernos), *neerlandês, frisão, velho saxão, anglo-saxão* (ou *velho inglês*), *inglês moderno* e *anglo-americano*.

10º) O *grupo eslavo*, do velho eslavo às línguas modernas, que se repartem em três categorias:
— as línguas eslavas *orientais* (*bielorruso, russo e ucraniano*);
— as línguas eslavas *meridionais (esloveno, servo-croata, búlgaro, etc.);*
— as línguas eslavas *ocidentais (tcheco, eslovaco, polonês, lekhita, sorabo, polabo, kachubo* etc.).

11º) O *grupo das línguas bálticas*, composto do *balto*, do *letão*, do *lituano* e do *velho prussiano*.

12º) O *grupo albanês*, que inclui os dialetos *tosco, guegue* etc.

13º) O *grupo traco-frígio*, conhecido nos Balcãs (*trácio, macedônio*) e na Ásia Menor (*frígio*).

14º) E, enfim, um resíduo composto do *vêneto* e do *ilírio*, conhecidos na Dalmácia.

Os sistemas de origem indo-européia

Mas o sânscrito é apenas um caso particular de uma família lingüística muito mais vasta: a das línguas ditas *indo-européias*, que utilizaram e continuam a utilizar o sistema decimal. (Ver Brugmann; Delamarre; Gamkrelidze & Ivanov; Meillet; Meillet & Cohen; e Szemerényi.)

Essas numerações dão inicialmente um nome individual para cada uma das nove unidades simples, bem como para cada uma das potências de dez, e procedem, em seguida, como os sistemas que acabamos de analisar, por simples combinações dessas palavras.

Observa-se, contudo, que algumas dentre elas introduzem nomes suplementares, algumas não tendo, parece, nenhuma relação etimológica aparente com os precedentes.

Assim, nas palavras alemãs *elf* ("onze") e *zwölf* ("doze"), bem como nas palavras inglesas *eleven* e *twelve*, não se sabe imediatamente a relação que existe entre o nome da dezena (*zehn* em alemão e *ten* em inglês) com os das unidades correspondentes, enquanto que os nomes de números que seguem são formados regularmente nessas línguas:

	ALEMÃO		INGLÊS	
13	dreizehn	(= drei + zehn)	thirteen	(= three + teen)
14	vierzehn	(= vier + zehn)	fourteen	(= four + teen)
15	fünfzehn	(= fünf + zehn)	fifteen	(= five + teen)
16	sechzehn	(= sechs + zehn)	sixteen	(= six + teen)
17	siebzehn	(= sieben + zehn)	seventeen	(= seven + teen)
18	achtzehn	(= acht + zehn)	eighteen	(= eight + teen)
19	neunzehn	(= neun + zehn)	nineteen	(= nine + teen).

Em contrapartida, compreende-se facilmente a origem das palavras francesas *onze, douze, treize, quatroze, quinze e seize*. Como seus homólogos espanhóis (*once, doce, trece, catorce e quince*) ou italianos (*undici, dodici, tredici, quattordici, quindici e sedici*), essas palavras nada mais são do que as contrações das expressões latinas correspondentes que foram geralmente construídas por combinações analíticas começando por unidades.

11	undecim	("um-dez")	(= 1 + 10)
12	duodecim	("dois-dez")	(= 2 + 10)
13	tredecim	("três-dez")	(= 3 + 10)
14	quattuor-decim	("quatro-dez")	(= 4 + 10)
15	quindecim	("cinco-dez")	(= 5 + 10)
16	sedecim	("seis-dez")	(= 6 + 10)
17	septendecim	("sete-dez")	(= 7 + 10)
18	octodecim	("oito-dez")	(= 8 + 10)
19	undeviginti	("um antes de vinte")	

E como foi necessário evitar toda confusão com combinações analíticas semelhantes mas fundadas no princípio multiplicativo, preferiu-se atribuir às dezenas, a partir de trinta, os nomes que derivam das unidades correspondentes segundo a terminação *-ginta*:

30	triginta	70	septuaginta
40	quadraginta	80	octoginta
50	quinquaginta	90	nonaginta.
60	sexaginta		

Palavras das quais derivam, evidentemente, seus homólogos nas línguas italiana, espanhola e francesa:

	ITALIANO	ESPANHOL	FRANCÊS
30	trenta	treinta	trente
40	quaranta	cuarenta	quarante
50	cinquanta	cincuenta	cinquante
60	sessanta	sesenta	soixante
70	settanta	setenta	septante*
80	ottanta	ochenta	octante*
90	novanta	noventa	nonante*.

As palavras francesas marcadas com um asterisco não são, contudo, empregadas na França; pertencem sobretudo aos falares helvético e belga. No país dos gauleses, empregam-se antes as expressões irregulares *soixante-diz, quatre-vingt* e *quatre-vingt-dix*.

Em contrapartida, uma tal irregularidade não existe nem em inglês nem em alemão, por exemplo. Além disso, nessas línguas o nome de *vinte* (respectivamente *twenty* e *zwanzig*) deriva de um velho dual germânico do nome de dez. Quanto às outras dezenas elas se dizem:

	INGLÊS	ALEMÃO
30	thirty	dreißig
40	fourty	vierzig
50	fifty	fünfzig
60	sixty	sechzig
70	seventy	sibzig
80	eighty	achtzig
90	ninety	neunzig.

Mas então, por que a palavra francesa *vinte* e seus equivalentes italiano e espanhol (*venti e veinte)* são formados de maneira aparentemente independente? *A priori* se explica tão pouco a razão de sua formação quanto do seu próprio original latino (*viginti*), que não parece ter relação nem com *duo*, "dois", nem com *decem* "dez", palavras que se esperaria encontrar conformemente ao princípio de combinação analítica das dezenas, segundo a base decimal, isto é, segundo um protótipo do gênero *decem-duo*, "dez-dois" (= 10 × 2).

Trata-se de uma "ilha vigesimal" no seio do sistema? A resposta é não, pois essa irregularidade é apenas aparente...

Quando se aborda a questão numa escala muito mais ampla se é surpreendido pela notável estabilidade que apresentam os nomes de número pertencentes à família lingüística indo-européia. Uma estabilidade tanto mais espantosa que mesmo as línguas cujo vocabulário ordinário foi mais contaminado pelos empréstimos estrangeiros conservaram rigorosamente a mesma estrutura na sua numeração falada (fig. 2.4).

De fato, as numerações orais usadas na maior parte da Europa, uma boa fração da Ásia ocidental e em quase toda a parte na América têm um sistema de origem comum; provêm de seus fundos comuns: o sistema empregado há muito tempo pelas *antigas populações indo-européias*.

Pode-se, com efeito, provar que o nome sânscrito *eka*, o avéstico *aeva* e o tcheco *jeden*, que exprimem o número "um", têm exatamente a mesma estrutura lingüística que o grego *hén*, o latim *unus*, o alemão *eins* ou o sueco *en*. Igualmente, a coisa poderia surpreender à primeira vista, a palavra armênia *erku*, "dois", é bem aparentada do sânscrito *dva*, do grego *dúo*, do francês *dois*, do inglês *two* e do alemão *zwei*. Igualmente ainda a palavra armênia *erekh* ("três"), que não apresenta, contudo, a mesma morfologia que o avéstico *trî*, o latim *três*, o inglês *three* ou o germânico *drei*, provém da mesma origem. E ainda que as palavras armênias *tasn* e tocariana *säk* para dizer "dez" pareçam muito distantes das palavras *déka* (grego), *decem* (latim), *diez* (espanhol), *dek* (bretão), *deset* (tcheco) ou *zehn* (alemão), elas também derivam de um mesmo protótipo.

Eis, aliás, esses dez protótipos sob sua forma cardinal presumida inicialmente (assinalada por um asterisco), tal como os lingüistas as reconstituíram com base num estudo comparativo muito aprofundado das línguas antigas e modernas e das quais o tempo e as viagens consideravelmente diversificaram as morfologias, segundo regras lingüísticas bem conhecidas (deslizes fonéticos etc.).

1	*oi-no, *oi-ko, *oi-wo	5	*pénkwe, *kwenkwe
2	*dwo, *dwu, *dwoi	6	*seks, * sweks
3	*tri (com seus derivados: *treyes, *tisores)	7	*septm
		8	*okto, *oktu
4	*kwetwores, *kwetesres, *kwetwor	9	*néwn
		10	*dékm

Evidentemente, perdemos qualquer traço do sentido concreto inicial desses diversos vocábulos. É preciso, contudo, notar que as línguas indo-européias testemunham o tempo longínquo em que o homem, não sabendo conceber número superior a dez, exprimia as quantidades superiores por um vocábulo querendo dizer alguma coisa como "muito", vestígio da época em que a progressão dos números tinha marcado um primeiro tempo de parada em *dois*.

Primeiro testemunho dessa limitação primitiva: a distinção gramatical que algumas línguas fazem entre o *singular*, o *dual* e o *plural*: do latim *dualis*, "dobro", o dual, em certas gramáticas, é um gênero empregado nas declinações e conjugações para designar duas pessoas, dois animais ou duas coisas. Assim, em grego antigo *ho lukos* significava "o lobo", *tó luko*, "os dois lobos" e *hoi lukoi* "os lobos"[1].

Outro traço do mesmo fato: na língua francesa há uma aproximação evidente entre a palavra *trois*, o advérbio *très* (que marca, para um adjetivo ou um advérbio, uma intensidade levada ao seu mais alto grau) e a preposição de origem latina *trans*, que significa notadamente "para além". No velho francês o termo *très* era, aliás, empregado como preposição, tendo o sentido de "até", enquanto o verbo *transir* significava "trespassar" (propriamente: ir além). Em latim, a palavra *tres* ("três") e o prefixo *trans* tinham certamente o mesmo radical e a palavra *ter* servia não apenas para marcar o sentido de "três vezes" mas também a idéia de uma certa pluralidade.

Em inglês, a palavra *thrice* tem também dois significados: "três vezes" e "vários". E as palavras seguintes têm visivelmente a mesma raiz etimológica: *three* ("três"), *throng* (que, enquanto nome, significa "multidão, afluência, barafunda" e, enquanto verbo, "atravancar, encher"), *through* ("para além, através") e *trans* (no verbo *to transcend*, "ir além do que se pode conceber, ultrapassar os limites de"). O velho termo saxão *thria*, "três" (ancestral da palavra inglesa *three*), possuía de resto uma raiz comum com *throp*, "obstrução", que se encontra na mesma raiz em frâncico (língua dos antigos francos, aparentada ao saxão e às línguas germânicas ocidentais).

Esses termos são, portanto, todos provenientes de uma palavra indo-européia comum. Uma palavra de que derivam, de um lado, nosso advérbio francês *trop* e seu homólogo italiano *troppo*, no sentido de "muito, mais do que é necessário" e, de outro lado, o termo latino *troppus* ("rebanho, bando"), que deu origem às palavras francesas *troupe* e *troupeau*, bem como ao italiano *truppa* e ao espanhol *tropa* (no sentido militar) e cujos primos germânicos se encontram na palavra inglesa *troop* e na alemã *Trupp*.

Na noite dos tempos, o número *três (tri)* foi, assim, o sinônimo da pluralidade, da multidão, da massa, da obstrução, do para além, do mais alto grau etc. Constituiu, portanto, uma espécie de limite impossível de conceber ou precisar...

Retornando à série original dos nomes de números indo-europeus, uma vez formada, esta se estabilizou ao longo das eras para não sofrer nenhuma alteração fundamental exceto as evoluções paralelas, mais ou menos aceleradas, que conheceram as diversas línguas que pertencem a essa família e exceptuando-se também as múltiplas migrações ou infiltrações milenares de povos provenientes das velhas tribos indo-européias. Isso se compreende facilmente, pois uma série de nomes de número constitui um vocabulário estável por excelência, portanto pouco suscetível de ser submetido a um remanejamento; a renovação versou, ao contrário, sobre o vocabulário ordinário.

Não nos cabe desenvolver aqui todos os aspectos da questão, o que depende de estudos puramente lingüísticos. Digamos somente, para fechar a rubrica, que o sistema original foi estritamente decimal e que os indo-europeus procediam, então, para os números intermediários, por combinações analíticas ou ainda por derivações gramaticais. Compreende-se doravante a razão do que acreditamos serem hoje irregularidades para o que diz respeito a certos idiomas derivados da língua original desses povos: aquela, por exemplo, do nome francês, espanhol, italiano, ou mesmo latino, do número vinte. Para ter uma explicação disso é preciso voltar-se

---

[1] Em árabe moderno emprega-se também a forma *rajulun* para "um homem", *rajulâni* para "dois homens" e *rijâlun* para "homens". Notar-se-á também que nessa língua os nomes dos números "um" e "dois" são adjetivos, mas a partir de "três" todas as quantidades são expressas por palavras que têm um caráter nominal.

para a numeração sânscrita, herdeira direta de sua maneira de contar. Nessa língua, 20 diz-se *vimsati*, que deriva de *visati* (=*dvi-dasáti* = "duas dezenas"); o termo é visivelmente aparentado da palavra latina *viginti*, que deu por sua vez o francês *vingt*, o italiano *venti* e o espanhol *veinte*. Mas uma tal combinação não se encontra somente em sânscrito; é encontrada também em bom número de línguas indo-européias. Exemplos: em avéstico, 20 se diz *visaiti*, que deriva de *bae*, "dois", e *dása* (= 10), "dez"; em tocariano A, 2 se diz *wu*, 10, *säk*, donde *wi-säki* = 2 × 10 =*wiki*, nome do número 20 nessa língua...

NOMES DO NÚMERO 1

Protótipos	*oi-no *oi-ko *oi-wo
Sânscrito	eka
Avéstico	aeva
Grego	hén
Velho latim	oinos oinom
Latim	unus unum
Italiano	uno
Espanhol	uno
Francês	un
Português	um
Romeno	uno
Velho irlandês	oen
Irlandês	oin
Bretão	eun
Gaélico	un
Gaulês	un
Gótico	ain (-s)
Neerlandês	een
Velho islandês	einn
Sueco	en
Dinamarquês	en
Velho saxão	en
Anglo-saxão	en
Inglês	one
Velho alto alemão	ein (-s)
Alemão	ein
Velho eslavo	inu
Russo	odin
Tcheco	jeden
Polonês	jeden
Lituano	vienas
Báltico	vienes

Fig. 2.4 A

NOMES DO NÚMERO 2

Protótipos	*dwo * dwu *dwoi
Sânscrito	dvau dva, dvi
Avéstico	bae
Hitita	ta
Tocariano A	wu we
Armênio	erku
Grego	dúo
Latim Espanhol Francês Romeno	duo duae dos deux doi
Velho irlandês Gaulês Irlandês Bretão Gaélico	dáu dó dou dwy dau da diou dow
Gótico Neerlandês Velho islandês Sueco Dinamarquês Velho saxão Anglo-saxão Inglês Velho alto alemão Alemão	twai twa twee tveir twa to twene twegen two zwene zwei
Velho eslavo Russo Polonês	duva duve dva dwa
Albanês Lituano	dy, dyj dù, dvi

Fig. 2.4 B

NOMES DO NÚMERO 3

Protótipos	*treyes *tisores *tri
Sânscrito	trayas tisras, tri
Avéstico	thrayo tisro tri
Hitita	tri
Tocariano B	trai
Armênio	erekh
Grego	treis
Osco Latim Italiano Espanhol Francês Romeno	trís tres tria tre tres trois trei
Velho irlandês Gaulês	téoir trí tri teir
Gótico Neerlandês Velho islandês Sueco Velho saxão Anglo-saxão Inglês Velho alto alemão Alemão	*threis* thrija drie prir tre thria thri three dri drei
Velho eslavo Russo Polonês	trije, tri tri trzy
Albanês	tre, tri
Lituano Báltico	trys trys

Fig. 2.4 C

NOMES DO NÚMERO 4

Protótipos	*kwetwores *kwetesres *kwetwor

Sânscrito	catvaras catasras catvari catur
Avéstico	cathwaro
Tocariano A Tocariano B	stwar stwer
Armênio	corkh
Grego (antigo)	téttares téssares tétores
Osco Latim Italiano Espanhol Francês Romeno	pettiur petora quattuor quattro cuatro quatre patru
Velho irlandês Bretão Gaulês Gaélico	cethir cethoir pevar petwar peswar
Gótico Velho saxão Anglo-saxão Inglês Velho islandês Islandês Dinamarquês Sueco Velho alto alemão Alemão	fidwor fiuwar foewer four fjorer fjorir fire fyra vier vier
Velho eslavo Russo Polonês	cetyre cetyre cztery
Báltico Lituano	keturi keturi

Fig. 2.4 D

NOMES DO NÚMERO 5

Protótipos	*pénkwe *kwenkwe

Sânscrito	pañca
Avéstico	panca
Hitita	panta
Tocariano A Tocariano B	päñ pis
Armênio	hing
Grego	pénte
Latim Espanhol Francês Português Romeno	quinque cinco cinq cinco cinci
Velho irlandês Irlandês Gaulês Bretão	cóic coic pimp pemp
Gótico Neerlandês Velho Saxão Anglo-saxão Inglês Velho islandês Islandês Sueco Dinamarquês Velho alto alemão Alemão	fimf vijf fif fif five fimm fimm fem fem finf fünf
Velho eslavo Tcheco Russo Polonês	peti pèt piat' piec
Albanês	pesë
Báltico Lituano	penki penki

Fig. 2.4 E

NOMES DO NÚMERO 6

Protótipos	*seks *sweks

Sânscrito	sat
Avéstico	xšvaš
Tocariano A	säk
Armênio	vec
Grego (antigo) (moderno)	wéks héx
Latim Italiano Espanhol Português Francês Romeno	sex sei seis seis six shase
Velho irlandês Irlandês Gaélico Gaulês Bretão	sé se whe c'hwec'h c'houec'h
Gótico Velho saxão Neerlandês Inglês Anglo-Saxão Velho islandês Islandês Sueco Dinamarquês Velho alto alemão Alemão	saihs sehs zes six six sex sex sex seks sehs sechs
Velho eslavo Tcheco Russo Polonês	šesti sest chest' szesc
Albanês	giashtë
Báltico Lituano	šeši sesi

Fig. 2.4. F

NOMES DO NÚMERO 7

Protótipos	*septm

Sânscrito	sapta
Avéstico	*hapta*
Hitita	sipta
Tocariano A	spät
Armênio	ewhtn
Grego	heptá
Latim Italiano Espanhol Francês Português Romeno	septem sette siete sept sete shapte
Velho irlandês Irlandês Gaulês Gaélico Bretão	secht secht seith seyth seiz
Gótico Velho saxão Neerlandês Inglês Velho islandês Islandês Sueco Dinamarquês Velho alto alemão Alemão	sibun sibun zeven seven siau sjö sju syv siben sieben
Velho eslavo Tcheco Russo Polonês	sedmi sedm sem' siedem
Báltico Lituano	septyni septyni

Fig. 2.4 G

NOMES DO NÚMERO 8

Protótipos	*okto *oktu
Sânscrito	ast'á astau
Avéstico	asta
Tocariano B	okt
Armênio	uth
Grego	okto
Latim	octo
Italiano	otto
Espanhol	ocho
Francês	huit
Português	oito
Romeno	opt
Velho irlandês	ocht
Irlandês	ocht
Gaélico	eath
Bretão	eiz
Gaulês	wyth
Gótico	ahtau
Velho saxão	ahto
Neerlandês	acht
Anglo-Saxão	eahta
Inglês	eight
Velho islandês	atta
Islandês	atta
Sueco	atta
Dinamarquês	otte
Velho alto alemão	ahto
Alemão	acht
Velho eslavo	osmi
Tcheco	osm
Russo	vosem'
Polonês	osiem
Báltico	astuoni
Lituano	aštuoni

Fig. 2.4 H

NOMES DO NÚMERO 9

Protótipos	*néwn
Sânscrito	náva
Avéstico	nava
Tocariano A	ñu
Tocariano B	ñu
Armênio	inn
Grego	en-néa
Latim	novem
Italiano	nove
Espanhol	nueve
Francês	neuf
Português	nove
Romeno	noue
Velho irlandês	nóin
Irlandês	nói
Gaélico	naw
Gaulês	naw
Bretão	nao
Gótico	nium
Velho saxão	nigun
Anglo-Saxão	nigon
Neerlandês	negon
Inglês	nine
Velho islandês	nio
Islandês	níu
Sueco	nio
Dinamarquês	ni
Velho alto alemão	niun
Alemão	neun
Tcheco	devet
Russo	deviat'
Polonês	dziewiec
Albanês	nëndë
Velho Prussiano	newints
Báltico	devyni
Lituano	devyni

Fig. 2.4 I

NOMES DO NÚMERO 10

Protótipos	*dékm
Sânscrito	dása
Avéstico	dasa
Tocariano A	säk
Tocariano B	sak
Armênio	tasn
Grego	déka
Latim	decem
Italiano	dieci
Espanhol	diez
Francês	dix
Português	dez
Romeno	zece
Velho irlandês	deich
Irlandês	deich
Gaélico	dek
Bretão	dek
Gaulês	dec

Gótico	taikun
Neerlandês	tien
Velho saxão	techan
Anglo-Saxão	tyn
Inglês	ten
Velho islandês	tio
Islandês	tíu
Sueco	tio
Dinamarquês	ti
Velho alto alemão	zehan
Alemão	zehn
Velho eslavo	deseti
Tcheco	deset
Russo	desiat'
Polonês	dziesiec
Albanês	dietë
Báltico	deshimt
Lituano	desimt

Fig. 2.4 J

	LATIM	ITALIANO	FRANCÊS	ESPANHOL	ROMENO
1	unus	uno	un	uno	uno
2	duo	due	deux	dos	doi
3	tres	tre	trois	tres	trei
4	quattuor	quattro	quatre	quatro	patru
5	quinque	cinque	cinq	cinco	cinci
6	sex	sei	six	seis	shase
7	septem	sette	sept	siete	shapte
8	octo	otto	huit	ocho	opt
9	novem	nove	neuf	nueve	noue
10	*decem*	*dieci*	*dix*	*diez*	*zece*
11	undecim	undici	onze	once	un spree zece
12	duodecim	dodici	douze	doce	doi spree zece
20	viginti	venti	vingt	veinte	doua-zeci
30	triginta	trenta	trente	treinta	trei-zeci
40	quadraginta	quaranta	quarante	cuarenta	patru-zeci
50	quinquaginta	cinquanta	cinquante	cincuenta	cinci-zeci
60	sexaginta	sessanta	soixante	sesenta	shase-zeci
70	septuaginta	settanta	soixante-dix	setenta	shapte-zeci
80	octoginta	ottanta	quatre-vingts	ochenta	opt-zeci
90	nonaginta	novanta	quatre-vingts-dix	noventa	noua-zeci
100	centum	cento	cent	ciento	o suta
1.000	mille	mille	mille	mil	o mie

Fig. 2.5 A

	GÓTICO	ALTO ALEMÃO		ANGLO-SAXÃO	INGLÊS
		ANTIGO	MODERNO		
1	ains	ein	eins	an	one
2	twa	zwene	zwei	twegen	two
3	þreis	dri	drei	þri	three
4	fidwoor	vier	vier	feower	four
5	fimf	fünf	fünf	fif	five
6	saíhs	sehs	sechs	six	six
7	sibun	siben	sieben	seofou	seven
8	ahtaú	ahte	acht	eahta	eight
9	niun	niun	neun	nigon	nine
10	taíhun	zehan	zehn	tyn	ten
11	ain-lif	einlif	elf	endleofan	eleven
12	twa-lif	zwelif	zwölf	twelf	twelve
20	twai-tigjus	zwein-zug	zwanzig	twentig	twenty
30	þreo-tigjus	driz-zug	dreißig	þritig	thirty
40	fidwor-tigjus	fior-zug	vierzig	feowertig	forty
50	fimf-tigjus	finf-zug	fünfzig	fiftig	fifty
60	saíhs	sehs-zug	sechzig	sixtig	sixty
70	sibunt-ehund	sibun-zo	siebzig	hund-seofontig	seventy
80	ahtaút-ehund	ahto-zo	achtzig	hund-eahtatig	eighty
90	niunt-ehund	niun-zo	neunzig	hund-nigontig	ninety
100	taíhun-taíhund	zehan-zo	hundert	hund-teontig	hundred
1.000	þusundi	dusunt; tusent	tausend	þusund	thousand

Fig. 2.5 B - *A decimalidade das numerações de origem indo-européia.*

As outras soluções do problema da base

Nem todas as civilizações resolveram o problema da base da mesma maneira. Noutras palavras, a dezena não é a única base à qual o homem se referiu ao longo das eras.

Certos povos habituaram-se assim a agrupar os seres e os objetos por pacotes de cinco.

Um exemplo: a língua *api* das Novas Hébridas, em que os cinco primeiros números recebem nomes individuais:

tai	para 1	
lua	para 2	
tolu	para 3	
vari	para 4	
e *luna*	para 5	(literalmente: "a mão")

e que dá, em seguida, nomes compostos aos números de cinco a dez:

otai	para 6	(literalmente: "o novo um")
olua	para 7	(literalmente: "o novo dois")
otolu	para 8	(literalmente: "o novo três")
ovari	para 9	(literalmente: "o novo quatro")
e *lualuna*	para 10	(literalmente: "as duas mãos").

Essa última palavra comporta-se como uma nova unidade de conta:

para 11, diz-se:	*lualuna tai*	$(= 2 \times 5 + 1)$
para 12, diz-se:	*lualuna lua*	$(= 2 \times 5 + 2)$
para 13, diz-se:	*lualuna tolu*	$(= 2 \times 5 + 3)$
para 14, diz-se:	*lualuna vari*	$(= 2 \times 5 + 4)$
para 15, diz-se:	*toluluna*	$(= 3 \times 5)$
para 16, diz-se:	*toluluna tai*	$(= 3 \times 5 + 1)$
para 17, diz-se:	*toluluna lua*	$(= 3 \times 5 + 2)$

e assim por diante (cf. T. Dantzig).

Entre as línguas que se utilizam da base 5 ou que conservaram traços mais ou menos evidentes dessa maneira de contar, pode-se citar: na América do Norte, as línguas *caraíba* e *arawak*; na América do Sul, o *guarani*; na Oceania, o *api* ou o *huailu*; na África, o *peul*, o *wolof*, o *serere*, certas línguas *mande* (o *dan*), *krou* (o *bete*) ou *voltaicas* (o *kulango*); e na Ásia, o *khmer* (cf. M. Malherbe; F.-A. Pott).

Outros povos preferiram adotar uma base vigesimal contando os seres e as coisas por vintenas ou grupos de vinte.

Isso foi o caso, por exemplo, dos *tamana* do Orenoco (ao pé do planalto das Guianas, na Venezuela), dos *esquimós* da Groenlândia, dos *ainu* (no Japão), bem como dos *zapotecas* e dos *maias*, cujo calendário comportava "meses" de 20 dias e cuja cronologia envolvia ciclos de 20 anos, de 400 anos ($= 20^2$), de 8.000 anos ($= 20^3$), de 160.000 anos ($= 20^4$), de 3.200.000 anos ($=20^5$) e mesmo de 64.000.000 anos ($= 20^6$).

Como todos os povos da América central pré-colombiana, os *astecas* e os *mixtecas* mediam o tempo e contavam as coisas da mesma maneira, como testemunham os numerosos documentos que deixaram aos conquistadores. Assim, os diversos produtos coletados pelos funcionários astecas junto aos povos tornados servos pela guerra eram quantificados à maneira vigesimal:

"A título de exemplos", explica J. Soustelle, "*Toluca* devia fornecer duas vezes ao ano 400 ($=20 \times 20$) cargas de peças de algodão, 400 cargas de casacos em *ixtle* decorados, 1.200 ($=3 \times 20^2$) cargas de peças de tecido de *ixtle* branco... *Quahuacan* dava quatro vezes por ano 3.600 ($=9 \times 20^2$) pranchas e toras, duas vezes por ano 800 ($=2 \times 20^2$) cargas de peças de algodão e igual número de tecido de *ixtle*... *Quauhnahuac* contribuía para o tesouro imperial versando duas vezes por ano 3.200 ($=8 \times 20^2$) cargas de casacos de algodão, 400 cargas de vestes, 400 cargas de vestidos femininos, 2.000 ($=5 \times 20^2$) vasos em cerâmica, 8.000 ($=20^3$) ramos de "papel"... *Tlalcozauhtitlan* só fornecia 800 cargas de tecido de algodão, 200 ($=10 \times 20$) jarras de mel e uma vestimenta de luxo, mas também 20 bolas de *Tecozauitl*, espécie de pó amarelo claro de que os elegantes do México se serviam como maquiagem para o rosto. *Tuxtepec*, enviando aos calpixque (isto é, aos funcionários imperiais) tecidos e vestidos, dava sobretudo 16.000 ($=2 \times 20^3$) bolas de borracha, 24.000 ($=3 \times 20^2$) buquês de plumas de papagaio, 80 ($=4 \times 20$) buquês de quetzal..." (Listas pertencentes ao *Codex Mendoza*).

A própria língua asteca é testemunha disso (cf. F.-A. Pott):

1 : ce	11 : matlactli-on-ce	(10 + 1)
2 : ome	12 : matlactli-on-ome	(10 + 2)
3 : yey	13 : matlactli-on-yey	(10 + 3)
4 : naui	14 : matlactli-on-naui	(10 + 4)
5 : chica ou macuilli	15 : caxtulli	
6 : chica-ce (5 + 1)	16 : caxtulli-on-ce	(15 + 1)

7 : chic-ome (5 + 2)		17 : caxtulli-on-ome	(15 + 2)
8 : chicu-ey (5 + 3)		18 : caxtulli-on-yey	(15 + 3)
9 : chic-naui (5 + 4)		19 : caxtulli-on-naui	(15 + 4)
10 : matlactli		20 : cem-poualli	(1 × 20) ("uma vintena")
30 : cem-poualli-on-matlactli	(20 + 10)		
40 : ome-poualli	(2 × 20)		
50 : ome-poualli-on-matlactli	(2 × 20 + 10)		
. . . . . .	. . . . . .		
100 : macuil-poualli	(5 × 20)		
200 : matlactli-poualli	(10 × 20)		
300 : caxtulli-poualli	(15 × 20)		
400 : cen-tzuntli	(1 × 400) ("uma quatrocentena")		
800 : ome-tzuntli	(2 × 400)		
1.200 : yey-tzuntli	(3 × 400)		
. . . . . .	. . . . . .		
8.000 : cen-xiquipilli	(1 × 8.000) ("um oito-milhar")		

Fig. 2.6

Fora da América e da Europa, uma multidão de povos procedem ainda seguindo essa base. Pode-se citar os *malinkê* do Alto Senegal e da Guiné, os *banda* da África central, os *yebu* e os *yorubá* do Alto Senegal e da Nigéria etc.

Os *yebu* contam da seguinte maneira (cf. C. Zaslavsky):

1	otu	
2	abuo	
3	ato	
4	ano	
5	iso	
6	isii	
7	asaa	
8	asato	
9	toolu	
10	iri	
20	ohu	
30	ohu na iri	(= 20 + 10)
40	ohu abuo	(= 20 × 2)
50	ohu abuo na iri	(= 20 × 2 + 10)
60	ohu ato	(= 20 × 3)
....	....	....
100	ohu iso	(= 20 × 5)
200	ohu iri	(= 20 × 10)
....	....	....
400	nnu	(= 20^2)
8.000	nnu khuru ohu	(= 20^3 = "400 encontra 20")
160.000	nnu khuru nnu	(= 20^4 = "400 encontra 400").

Os *yorubá*, por sua vez, procedem de uma maneira inteiramente notável, seguindo um princípio ao mesmo tempo aditivo e subtrativo (cf. C. Zaslavsky):

1	ookan	
2	eeji	
3	eeta	
4	eerin	
5	aarun	
6	eeta	
7	eeje	
8	eejo	
9	eesan	
10	eewaa	
11	ookan laa	[= 1 + 10]
	(*laa*: de *le ewa*, "acrescentado a 10")	
12	eeji laa	[= 2 + 10]
13	eeta laa	[= 3 + 10]
14	eerin laa	[= 4 + 10]
15	eedogun	[= 20 - 5]
	(*eedogun*: de *aarun din ogun*, "5 tirado de 20")	
16	erin din logun	[= 20 - 4]
17	eeta din logun	[= 20 - 3]
18	eeji din logun	[= 20 - 2]
19	ookan din logun	[= 20 - 1]
20	ogun	
21	ookan le loogun	[= 1 + 20]
25	eedogbon	[= 30 - 5]
30	ogbon	
35	aarun din logoji	[= (20 × 2) - 5]
40	logoji	[= 20 × 2]
50	aadota	[= (20 × 3) - 10]
60	ogota	[= 20 × 3]
100	ogorun	[= 20 × 5]
105	aarun din laadota	[= (20 × 5) - 10 - 5]
200	igba	
300	oodunrun	[= 20 × (20 - 5)]
400	irinwo	
2.000	egbewa	[= (20 × 10) × 10]
4.000	egbaaji	[= 2.000 × 2]
20.000	egbaawaa	[= 2.000 × 10]
40.000	egbaawaa lonan meji	[= (2.000 × 10) × 2]
1.000.000	egbeegberun	(literalmente: "mil vezes mil").

A origem desse curioso sistema vigesimal explica-se pelo uso constante entre os yorubá de uma moeda que consistia em conchas (as *cauries*), que se arranjam sempre em pacotes de 5, de 20, de 200 etc.

"Os nomes de número", explica Mann, que observou esse povo, "apresentam-se ao espírito dos yorubá com dois significados ao mesmo tempo: inicialmente o número e em seguida a coisa que os yorubá contam principalmente, as *cauries*. Os outros objetos só são contados em comparação com um número igual de *cauries*..." Noutras palavras, a numeração yorubá versou sempre sobre a tradição das velhas enumerações puramente cardinais, repousando no princípio de emparelhamento.

Diversas línguas contemporâneas também guardaram traços evidentes da mesma base. É assim com a língua khmer, que comporta traços de combinações antigas a partir de um velho nome particular para 20 e que tinha outrora, segundo F.-A. Pott, um nome especial *(slik)* para dizer 400 (= 20 × 20).

E o fato se encontra também num certo número de línguas indo-européias.

Assim, as expressões inglesas *one score*, *two scores*, *three scores* (ou *threescore*), *four scores* (ou *fourscore*) etc., significam respectivamente 20, 40, 60, 80 etc.

Shakespeare freqüentemente usou essas expressões, por exemplo, nas *Alegres Comadres de Windsor:*

[...] *as easy as a cannon will shoot point-blank twelve scores...* ("tão facilmente quanto um canhão acertaria um alvo a 240"=12 escores) (ato III, cena 2).

Ou ainda em seu *Henrique IV*:

[...] *I'll procure this fat rogue a charge of foot; and I know, his death will be a march of twelve scores...* ("darei a este maroto gordo um emprego na infantaria; e estou certo de que não resistirá a uma marcha de 240") (ato II, cena 4).

E sabe-se que o presidente Abraham Lincoln, em Gettysburg, começou um pronunciamento pela expressão: *Four score and seven years ago...* ("87 anos atrás...").

Notemos que o substantivo *score* designava inicialmente o conjunto correspondente a um entalhe na vara que serve para as contas, portanto esse termo significa igualmente "incisão, arranhão, entalhe, estria, risco, marco, ardósia, conta, marca" (Harrap's).

O mesmo tipo de expressão encontra-se na mesma época do outro lado da Mancha. Em Molière, por exemplo, pode-se ler no ato III, cena 4 do *Burguês Fidalgo*:

"... dado a vós uma vez duzentas moedas.

— É verdade

— Outra vez *seis-vintes*.

— Sim.

— E outra vez cem quarenta."

O emprego das formas análogas a nosso *quatre-vingts* foi de resto suficientemente freqüente em velho francês: para 60, 120 e 140, dizia-se correntemente *trois-vingts, six-vints e sept-vingts. E* compreende-se por um lado que um corpo de 220 sargentos da Ville de Paris tenha sido nomeado o *Corps des Onze-Vingts* e, por outro lado, que o hospital, construído sob Luís IX, em Paris, para alojar 300 veteranos cegos, tenha levado (e ainda leve) o nome curioso de *Hôpital des Quinze-Vingts.*

Esses fatos se aproximam do dinamarquês, em que 60 e 80 se dizem respectivamente *tresindstyve* e *firsindstyve*, isto é: "três vezes vinte" e "quatro vezes vinte", e em que, curiosamente, os números 50, 70 e 90 se dizem respectivamente *halvtresindstyve* (literalmente: "metade de três vintenas") e *halvfemsindstyve* (literalmente: "metade de cinco vintenas"), o *halv* preposto ("metade") querendo dizer que só é preciso reter a metade do múltiplo de vinte citado (cf. A. Martinet). Trata-se de um cômputo prospectivo, de que já descobrimos um exemplo entre os antigos turcos:

50 = 3 × 20 — *a metade desta 3ª vintena* = 3 × 20 - 10
70 = 4 × 20 — *a metade desta 4ª vintena* = 4 × 20 - 10
90 = 5 × 20 — *a metade desta 5ª vintena* = 5 × 20 - 10

Traços ainda mais evidentes de um sistema vigesimal existem entre os *povos celtas* (*bretões, gauleses, irlandeses*) (fig. 2.7). Em irlandês, por exemplo, empregam-se as palavras abaixo para exprimir as dezenas superiores ou iguais a 20, mesmo se o sistema (seguindo a decimalidade original, comum a todas as línguas indo-européias) atribui uma palavra particular para cem e outra para mil:

20	*fiche*	("vinte")
30	*deich ar fiche*	("dez e vinte")
40	*da fiche*	("dois-vinte")
50	*deich ar da fiche*	("dez e dois-vinte")

Eis, portanto, povos (os indo-europeus) que vieram instalar-se há muito tempo nas regiões que vão da Escandinávia até o norte da Espanha e da Inglaterra e Irlanda até o leste da França (para ater-se apenas a essas regiões em que se descobriu traços evidentes da base 20). Nesses lugares, eles encontraram populações indígenas que usavam contas fundadas na base 20. E, embora dispondo de uma numeração originalmente fundada na base 10, sofreram uma tal influência dela que adotaram a conta vigesimal ao menos até 99, isto é, para os números mais correntes.

GRUPO DAS NUMERAÇÕES CELTAS						
	IRLANDÊS		GAULÊS		BRETÃO	
1	oin		un		cun	
2	da		dau		diou	
3	tri		tri		tri	
4	cethir		petwar		pevar	
5	coic		pimp		pemp	
6	se		chwe		chouech	
7	secht		seith		seiz	
8	ocht		wyth		eiz	
9	noi		naw		nao	
10	deich		dec deg		dek	
11	oin deec	1+10	un ar dec	1+10	unnek	1+10
12	da deec	2+10	dou ar dec	2+10	daou-zek	2+10
13	tri deec	3+10	tri ar dec	3+10	tri-zek	3+10
14	cethir deec	4+10	petwar ar dec	4+10	pevar-zek	4+10
15	coic deec	5+10	hymthec	5+10	pem-zek	5+10
16	se deec	6+10	un ar hymthec	6+10	choue-zek	6+10
17	secht deec	7+10	dou ar hymthec	7+10	seit-zek	7+10
18	ocht deec	8+10	tri ar hymthec(1)	8+10	eiz-zek(2)	8+10
19	noi deec	9+10	pedwar ar hymthec	9+10	naou-zek	9+10
20	fiche	20	ugeint	20	ugent	20
30	deich ar fiche	10+20	dec ar ugeint	10+20	tregont	
40	da fiche	2×20	de-ugeint	2×20	daou-ugent	2×20
50	deich ar da fiche	10+(2×20)	dec ar de-ugeint	10+(2×20)	hanter-kant	½ 100
60	tri fiche	3×20	tri-ugeint	3×20	tri-ugent	3×20
70	deich ar tri fiche	10+(3×20)	dec ar tri-ugeint	10+(3×20)	dek ha tri-ugent	10+(3×20)
80	cithri fiche	4×20	pedwar-ugeint	4×20	pevar-ugent	4×20
90	deich ar ceithri fiche	10+(4×20)	dec ar pedwar-ugeint	10+(4×20)	dek ha pevar-ugent	10+(4×20)
100	*cet*		*cant*		*kant*	
1.000	*mile*		*mil*		*mil*	
			(1) ou "*deu naw*" (2 × 9)		(2) ou "*tri-(ch)ouech*" (3 × 6).	

Fig. 2.7

Tal é a explicação, na minha opinião plausível (embora ainda hipotética, uma vez que se perdeu qualquer traço dessas línguas indígenas da Europa pré-indo-européia), que se pode dar dos vestígios atuais europeus dessas contas vigesimais hoje desaparecidas. Uma hipótese que me parece ainda mais fundada pelo fato de que os *bascos* contam ainda seguindo essa base (ao menos até 99).

Eis os principais detalhes, tal como me foram comunicados por M. Duboué, um dos meus leitores. De 1 até 20 os números são ditos (cf. J. Allières):

1	*bat*		
2	*bi*	(variante *biga, bida*)	
3	*hiru*	(variante *hirur*)	
4	*lau*	(variante *laur*)	
5	*bost*	(variante *bortz*)	
6	*sei*		
7	*zazpi*		
8	*zortzi*		
9	*bederatzi*		
10	*hamar*		
11	*hamaika*	(variante *hameka*)	irregular
12	*hamabi*		(= 10 + 2)
13	*hamahiru*		(= 10 + 3)
14	*hamalau*		(= 10 + 4)
15	*hamabost*		(= 10 + 5)
16	*hamasei*		(= 10 + 6)
17	*hamazazpi*		(= 10 + 7)
18	*hamazortzi*		(= 10 + 8)
19	*hemeretzi*		(= 10 + 9)
20	*hogei*		

Em lugar de terem saído de combinações analíticas da palavra *hamar* (= 10) e das unidades correspondentes (ou ainda de uma desinência gramatical acrescentada sucessivamente aos nomes das unidades decimais), os múltiplos da dezena são formados, para além de 20, a partir de *hogei* (= 20):

30	*hogeitabat*	(= 20 + 10)
40	*berrogei*	(= 2 × 20)
50	*berrogeitamar*	(= 2 × 20 + 10)
60	*hirurogei*	(= 3 × 20)
70	*hirurogeitamar*	(= 3 × 20 + 10)
80	*laurogei*	(= 4 × 20)
90	*laurogeitamar*	(= 4 × 20 + 10).

Mas em lugar de possuir um nome particular para 400 (=20^2), 8.000 (=20^3) etc., o sistema dá nomes especiais aos números cem e mil (que se dizem respectivamente *ehun* e *mila*) e comporta-se, a partir daí, como um sistema decimal.

Um mistério plana ainda em torno do *basco* (falado hoje por uma população composta de cerca de 200.000 indivíduos que vivem no sudoeste da França e um pouco mais do triplo vivendo no noroeste da Espanha), já que a língua não é de origem indo-européia. Pode-se, contudo, pensar que os *bascos* usaram inicialmente um sistema decimal e que este foi "contaminado" pela base vinte, como aconteceu, sem dúvida, para bom número de povos indo-europeus. A menos que a própria numeração basca tenha sido vigesimal inicialmente e que tenha adquirido uma certa decimalidade como conseqüência do contato com os povos indo-europeus (um ponto cujo nome basco *milla,* visivelmente de origem indo-européia, poderia reforçar, e talvez também a palavra *ehun,* que pode ser aproximada de *hundred* e de *hundert*). Contudo, isso são apenas hipóteses as quais nada vem confirmar no momento.

Dez, a base mais difundida da História

Mas os sistemas precedentes não foram muito difundidos ao longo da história. A base dez, em contrapartida, teve uma fortuna absolutamente excepcional.

Entre os povos que a utilizaram ou que a utilizam ainda, citemos (em ordem alfabética):

— os *amoritas* (semitas originários do noroeste da Mesopotâmia, que fundaram por volta de 1900 a. C. a cidade de Babilônia e, em seguida, a primeira dinastia babilônica);
— os *árabes*, antes e depois do nascimento do Islã;
— os *aramaicos* (semitas que, a partir da segunda metade do II milênio a. C., viveram como nômades através do Oriente Médio e alguns dos quais viveram na Síria e no norte da Mesopotâmia);
— os *assírios* (que viveram na Mesopotâmia desde o início do II milênio a. C. até o início da segunda metade do primeiro milênio a. C., na região delimitada pelo Tigre e pelo Grande Zab);
— os *bamums* da República dos Camarões;
— os *baulés* da Costa do Marfim;
— os *berberes* (população branca estabelecida desde a Alta Antigüidade na África do Norte);
— os *cham* (que formaram no fim do século II d. C. o reino do Champa numa grande parte da região indochinesa que se estende ao leste da cadeia anamita);
— os *chineses*, desde suas origens;
— os *egípcios*, desde suas origens;
— os *elamitas* (que ocuparam o Cuzistão no sudoeste do planalto iraniano desde o fim do IV milênio a. C.);
— os *etruscos* (provenientes provavelmente da Ásia Menor e instalados na Toscana desde a segunda metade do século VII a. C.);
— os *gurmanchês* do Alto Volta;
— os *gregos,* desde a época heróica;
— os *hebreus*, antes e depois do exílio;
— os *hititas* (que viveram na Anatólia desde o início do II milênio a. C.);
— os *incas* (que viveram dos séculos XII ao XVI no Peru, no Equador e na Bolívia, na América do Sul);
— os habitantes da Índia do Norte, bem como os do Sul;
— os *indusianos* (representadas da civilização que floresceu na região do Indo por volta de 2.200 a. C.);
— os *lícios* (que viveram na Ásia Menor durante a primeira metade do primeiro milênio a. C.);
— os *malaios*;
— os *manchus*;
— os *minóicos* (representantes da civilização que floresceu em Creta durante o II milênio a. C.);
— os *mongóis*;
— os *núbios* (que viveram desde a época dos faraós do Egito no nordeste da África);
— os *persas;*

— os *fenícios;*
— os *romanos;*
— os *tibetanos;*
— os *ugaritanos* (que ocuparam a região de Ras Shamra na Síria do Norte durante o II milênio a. C.);
— os *urarteus* (que viveram na Armênia por volta do século VII a. C.); etc.

Nos tempos presentes, essa base é empregada por uma multidão de línguas, entre as quais figuram o chinês, o japonês, o coreano, as línguas tibeto-birmanesas (tibetano, birmanês, dialetos himalaicos etc.), as línguas thai (laociano, siamês, vietnamita etc.), as línguas do tipo môn-khmer (cambojano, kha etc.), as línguas altaicas (turco, mongol, manchu, tunguse etc.), as línguas uralianas (finlandês, húngaro etc.), as línguas dravídicas (brahoui, tamil, malaialam, kannara, tulu, telugu etc.), as línguas indo-arianas (sindhi, gujrati, mahratti, hindi, penjabi, bêngali, oriya, singalês etc.), as línguas iranianas (persa, pahlevi, curdo, afegão etc.), o armênio, o grego, as línguas de origem latina (italiano, espanhol, francês, catalão, provençal, português, romeno, dálmata etc.), as línguas de origem germânica (alemão, neerlandês, norueguês, dinamarquês, sueco, islandês, inglês etc.), o albanês, as línguas eslavas (russo, esloveno, servo-croata, polonês, tcheco, eslovaco, báltico etc.), o indonésio, o javanês, o malaio, o batak, o malgache, as línguas polinésias (havaiano, samoano, marquisiano, taitiano etc.), o núbio do Sudão, o bamum da República dos Camarões, o gurmanchê do Alto Volta, o baulê da Costa do Marfim e ainda muitas outras.

Essas listas, evidentemente longe da conta exata, bastarão para mostrar (se houver necessidade) o quanto foi considerável o sucesso dessa base desde o passado mais longínquo.

Vantagens e inconvenientes da base dez

A esfera etno-histórico-geográfica do uso do sistema decimal é, portanto, considerável; a base dez é a mais difundida da História e sua adoção é hoje quase universal.

É por causa de suas vantagens práticas ou matemáticas? Certamente não.

A base decimal com certeza apresenta uma vantagem muito nítida sobre bases tão extensas quanto a *sessentena*, a *trintena* ou a *vintena*. Corresponde, com efeito, a uma ordem de grandeza satisfatória para a memória humana, já que *os nomes de número ou os símbolos de base que exige são relativamente pouco numerosos e uma tabela de adição, bem como uma tabela de multiplicação, pode sem dificuldade ser aprendida de cor.* Em contrapartida, as coisas se dão com muito mais dificuldade nos outros casos. Numa base grande, com certeza se terá uma representação numérica mais reduzida, mas imagine a grande dificuldade de um aluno tendo de memorizar uma tabela operatória comportando 60×60 entradas, por exemplo!

Com bases tão pequenas quanto *dois* ou *três*, a tabela da multiplicação ou da adição é, em contrapartida, bem mais restrita que na base dez, uma vez que estas têm, nesse caso, apenas 2×3 ou 3×3 entradas. Essas bases exigem, por outro lado, *esforços de representação ou de enunciação consideráveis*, que a base dez permite evitar.

Se nossa numeração oral tivesse sido fundada na base dois, por exemplo, teria possuído inicialmente uma palavra para exprimir a unidade e outra para a base (que se teria então nomeado a duidade):

um	dois
1	2.

Teria igualmente possuído uma palavra particular para cada uma das potências de dois: algo como *quatr*[1] (para duas duidades), *oit* (para duas duidades de duidades), *dezesei* (para duas duidades vezes duas duidades) e assim por diante. Por combinações analíticas, os números da seqüência regular teriam, então, recebido nomes sucessivos, semelhantes àqueles que se seguem:

1	um	
2	dois	(a base ou "*duidade*")
3	dois-um	(uma *duidade e um*)
4	quatr	(a *quatrena)*
5	quatr-um	(uma *quatrena e um*)
6	quatr dois	(uma *quatrena e uma duidade*)
7	quatr dois-um	(uma *quatrena, uma duidade* e *um)*
8	oit	(uma "oitena")
9	oit-um	(uma *oitena* e *um*)
10	oit dois	(uma *oitena* e *uma duidade*)
11	oit dois-um	(uma *oitena, uma duidade* e *um*)
12	oit quatr	(uma *oitena* e *uma quatrena*)
13	oit quatr-um	(uma *oitena, uma quatrena e um*)
14	oit quatr dois	(uma *oitena, uma quatrena e uma duidade*)
15	oit quatr dois-um	(uma *oitena, uma quatrena, uma duidade* e *um*)
16	sei	(a "dezeseina")
17	sei-um	(uma *dezeseina* e *um*)

e assim por diante.

Se nossa numeração escrita de posição tivesse sido fundada nessa base, teria possuído apenas duas cifras: 0 e 1. O número *dois*, que teria constituído então sua base, seria escrito: 10 ("1 duidade e 0 unidades"); o número *três*, 11 ("1 duidade e 1 unidade"); o número *quatro*, 100 ("uma quatrena, 0 duidades e 0 unidades); e assim por diante, como mostra o quadro seguinte:

3	11	$(= 1 \times 2 + 1)$
4	100	$(= 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0)$
5	101	$(= 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1)$
6	110	$(= 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0)$
7	111	$(= 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1)$
8	1000	$(= 1 \times 2^3 + 0 + 2^2 + 0 \times 2 + 0)$
9	1001	$(= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1)$
10	1010	$(= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0)$
11	1011	$(= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1)$
12	1100	$(= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0)$
13	1101	$(= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1)$
14	1110	$(= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0)$
15	1111	$(= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1)$
16	10000	$(= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0)$
17	10001	$(= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1)$
......	....	....

Fig. 2.8

[1] N. do T.: O original possui *catr*, *uit* e *sez* respectivamente no lugar de *quatr, oit* e *dezesei.*

Enquanto em nossa numeração escrita decimal o número *dois mil e quatrocentos e cinqüenta e dois* se escreve com somente quatro algarismos (2.452), este se exprimiria no sistema binário (que nada mais é do que aquele dos informáticos) mediante doze algarismos:

100110010000

$$(= 1 \times 2^{11} + 0 \times 2^{10} + 0 \times 2^{9} + 1 \times 2^{8} + 1 \times 2^{7} + 0 \times 2^{6} + 0 \times 2^{5} + 1 \times 2^{4} + 0 \times 2^{3} + 0 \times 2^{2} + 0 \times 2 + 0)$$

Se tais numerações estivessem hoje no uso corrente, imagine quanto uma fofoqueira teria prazer em desdobrar sinais ou palavras para explicar a soma que seu vizinho teria para dar ao fisco!

Mas, desses pontos de vista, vários outros números teriam também dado conta do recado, e sem dúvida melhor ainda do que a dezena.

Não haveria nenhum inconveniente em mudar de "escala" e contar numa outra base. E bases tais como *sete, onze, doze* ou mesmo *treze* forneceriam ordens de grandeza tão satisfatórias para a memória humana quanto a *dezena*. Quanto às operações aritméticas, poder-se-ia executá-las facilmente nesses sistemas segundo técnicas inteiramente análogas às que praticamos hoje na base decimal.

Mas ser-nos-ia necessário perder o hábito de privilegiar a dezena e suas potências, pois os nomes ou os símbolos correspondentes se tornariam tão inúteis num sistema em que se contaria por *dúzias* ou *potências de doze* quanto naquele em que as coisas seriam enumeradas por *onzenas* e *potências de onze*.

E se um dia procedêssemos a uma reforma completa de nossos sistemas de numeração e confiássemos essa tarefa a um grupo de especialistas provenientes do mundo inteiro, assitiríamos provavelmente a uma interminável querela de especialistas, opondo, como sempre, o prático e o teórico.

— É de uma base matematicamente satisfatória que precisamos hoje em dia — diria um.

— Os melhores sistemas — responderia outro — são aqueles cuja base comporta um máximo de divisores. E dessas bases, a dúzia parece-me a melhor adaptada, levando em conta a limitação da memória humana. Eu não lhe diria nada de novo afirmando que essa base foi freqüentemente empregada nos sistemas comerciais de outrora. E você sabe tão bem quanto eu que possuímos como testemunha disso a *dúzia* e a *grosa* (=uma dúzia de dúzias) e que as guardamos ainda para ovos ou ostras, por exemplo. Enquanto que nossa base dez só é múltipla de dois e cinco, esse número é divisível ao mesmo tempo por 2, 3, 4 e 6. Ora, é aí que reside justamente o grande interesse do sistema duodecimal. Pense nos aritméticos e nos comerciantes, que estariam muito satisfeitos em possuir um tal modo de conta e de cálculo; dessa base poderiam de uma só vez pegar muito facilmente a metade, o terço, o quarto e mesmo o sexto. E essas frações são tão naturais e de um uso tão corrente que caímos nela sem querer. E não é tudo! Sonhe também com as múltiplas vantagens que se poderiam tirar daí para os cálculos relativos às divisões do tempo: um ano comportaria em meses um número igual à base; um dia valeria em horas o dobro desta base; uma hora corresponderia, em minutos, a cinco vezes essa mesma base e um minuto valeria o mesmo em segundos. Pense igualmente na comodidade de que se poderiam aproveitar os geômetras, que teriam de medir os arcos e os ângulos em graus valendo cinco vezes a base em minutos, e em minutos valendo o mesmo em segundos. A medida do círculo inteiro seria trinta vezes a base doze, o que daria para o ângulo raso uma medida múltipla de quinze vezes essa base. Eu sonharia, enfim, com os astrônomos que poderiam medir a eclíptica segundo uma divisão em trinta partes iguais a essa mesma base...

— Não são mais considerações desse gênero que têm a prioridade na época em que vivemos — retorquiria o teórico. Claro que não tenho exemplo histórico para oferecer-lhe como apoio do que vou propor-lhe. Mas o tempo que escoou fez amadurecer suficientemente os espíritos para que meus propósitos estejam em curso. O principal interesse de uma numeração escrita, todo mundo está de acordo, é permitir a seus usuários uma representação simples e não ambígua dos números. Digo de todos os números, sejam inteiros ou fracionários, racionais ou não. O que nos é preciso adotar, portanto, é uma numeração tendo por base um número que não têm outro divisor estrito que ele mesmo. Noutras palavras, uma numeração fundada no número primo. Quero como exemplo apenas a numeração de base onze. Esta seria bem mais vantajosa do que as bases dez e doze, visto que as frações nela seriam geralmente irredutíveis; num tal sistema, teriam apenas uma só e única representação. Um exemplo: o número que representamos no nosso atual sistema decimal pela notação 0,68 corresponde ao mesmo tempo às frações 68/100, 34/50 e 17/25. Essas frações representam, claro, o mesmo valor, mas há igualmente uma ambigüidade na representação. Numa numeração tendo por base sete ou onze (ou que, mais geralmente, seria fundada numa base igual a um número primeiro), tais ambigüidades desapareceriam completamente, a irredutibilidade engendraria a unicidade das representações. Você imaginará facilmente as vantagens matemáticas que então se tirariam dessa reforma...

Não sendo um número primo e só possuindo dois divisores, a base decimal não encontraria, portanto, nenhum membro dessa comissão para defendê-la!

A base doze, em contrapartida, teve realmente seus partidários e encontra por vezes ainda alguns espíritos prontos para assegurar sua defesa. Assim, em 1955, J. Essig, um inspetor geral das Finanças, tentou impor uma reforma nesse sentido, chegando a estabelecer a substituição por uma metrologia duodecimal do nosso sistema métrico decimal. Vã tentativa, na verdade!

Pensar que se poderia voltar atrás para modificar agora a base de nossas numerações orais ou escritas é pura utopia. O hábito de contar por dezenas está de tal forma ancorado em nossas tradições que a escolha dessa unidade de conta se mostra indestrutível. O que havia de melhor a fazer era reformar as divisões estranhas e incômodas dos antigos sistemas de pesos e medidas, para substituí-los definitivamente por um sistema mais homogêneo, perfeitamente adaptado à numeração decimal. É justamente o que se fez na época da Revolução Francesa, quando a Convenção criou o sistema métrico e o impôs pelas leis do 18 germinal, ano III (8 de abril de 1795) e do 19 frimário, ano VIII (19 de dezembro de 1799)...

HISTÓRIA DO SISTEMA MÉTRICO

Até a véspera da Revolução, os sistemas de medidas na Europa eram muito complexos e heterogêneos, variando de uma região à outra. Quanto aos padrões correspondentes, cuja escolha e definição eram a prerrogativa dos príncipes e senhores, estes eram representados mediante objetos particulares, totalmente arbitrários. Desde o fim do século XVII, com os progressos notórios da ciência experimental e uma compreensão cada vez maior das propriedades do mundo físico, os cientistas engajaram-se na via da pesquisa de sistemas estáveis e coerentes, fundados em padrões de medida ao mesmo tempo permanentes, inalteráveis e universais. O desenvolvimento do comércio no século XVIII fez sentir, em seguida, a necessidade de medidas idênticas em todo o reino, bem como a uniformização do sistema de pesos e medidas. E foi assim que se chegou, no fim do século das Luzes, ao estabelecimento do sistema métrico; um sistema metrológico totalmente coerente, fundado na base dez (e portanto em perfeita harmonia com a estrutura da numeração decimal de posição de origem indiana, levada para a Europa pelos árabes), e que a Revolução Francesa ofereceu "a todos os tempos e a todos os povos, para sua maior vantagem". Conhece-se o fantástico progresso que resultou daí no domínio das aplicações, em razão da perfeita adaptação do sistema ao cálculo numérico e da grande simplificação que foi implicada nas operações de todas as espécies.

Por volta de 1660. Com a finalidade de unificar as medidas de tempo e comprimento e para poder comparar os diferentes padrões materiais de comprimento então em uso no mundo, a Royal Society of London propôs escolher como unidade de comprimento aquela de um pêndulo que batesse um segundo. A idéia seria retomada pelo abade Jean Picard (*Mesure de la Terre* [*Medida da Terra*], 1671), pelo holandês Christian Huygens (1673) e depois pelo francês La Condamine, o inglês John Miller e o americano Jefferson.

1670. O abade Gabriel Mouton sugere a escolha do minuto sexagesimal do meridiano (o 1/1000 da milha marinha) como unidade de comprimento. Mas essa unidade (que corresponde a aproximadamente 1,85 m) é grande demais para ser prática.

1672. Richer descobre que o pêndulo batendo o segundo é mais curto em Cayenne que em Paris. Conseqüência: em razão da variação da medida dos batimentos do pêndulo que se produz de um lugar ao outro segundo a atração terrestre, a escolha do lugar dessa medida apresentará grandes dificuldades. O que, no fim das contas, fará abortar a idéia de uma tal unidade.

1758. Nas suas *Observations sur les principes métaphysiques de la géométrie* [*Observações sobre os princípios metafísicos da geometria*], Louis Dupuy sugere unificar as medidas de comprimento e peso adotando o princípio da pesagem de um volume de água medido em unidades de comprimento.

1790, 8 de maio. Sobre proposição de Talleyrand, a Constituinte pronuncia-se pela criação de um sistema de medidas estável, uniforme e simples. Ela confia seu estudo a uma comissão da Academia de Ciências (compreendendo Lagrange, Laplace e Monge para a mecânica celeste, Borda para a física e os cálculos de navegação e Lavoisier para a química). A unidade de base escolhida é então a medida do pêndulo batendo o segundo.

1791, 26 de maio. A comissão decide abandonar o princípio do pêndulo e leva a Constituinte a escolher como unidade de comprimento a décima-milionésima parte do quarto do meridiano terrestre, que se pode estabelecer sobre a forma mesma do globo terrestre medindo-se a distância que liga o pólo ao equador. Sobre proposição de Charles Borda, que apelou à etimologia grega, essa unidade adotou o nome de *metro*.

A tarefa dos trabalhos dessa comissão passou a ser a de ligar convencionalmente entre si as unidades escolhidas, de sorte que, da unidade de comprimento, se pudesse determinar as outras, com exceção da unidade de tempo. Decidiu-se então escolher por unidade de superfície (o are) a de um quadrado tendo por lado um múltiplo da unidade de comprimento (o decâmetro), e por unidade de peso (o quilograma), o peso de um volume unitário (o litro) de água pura à temperatura do gelo fundente, corrigido dos efeitos de latitude e de pressão. Faltava apenas efetuar a medida necessária à elaboração do sistema assim fundado sobre o metro; uma medida que apresentava ainda mais interesse pelo fato de que a teoria do físico e matemático inglês Isaac Newton fazia aparecer a Terra como um elipsóide achatado nos dois pólos.

1792. Inícios da "expedição do meridiano". Decide-se ligar Dunquerque a Barcelona por uma fila de triângulos geodésicos, orientados mediante miras angulares facilitadas pelo círculo repetidor de Borda e precisadas por algumas bases medidas com exatidão. Sob a direção dos astrônomos Delambre e Méchain, uma equipe é encarregada das triangulações, outra do estabelecimento de padrões em platina e outra da redação de manuais de utilização. Entre os numerosos participantes desse empreendimento (que só veria seu termo no final do ano de 1799), nota-se a presença dos físicos Coulomb, Haüy, Hassenfratz e Borda, bem como dos matemáticos Monge, Lagrange e Laplace.

1793, 1 de agosto. Decreto instituindo a decimalização das avaliações monetárias e das medidas de comprimento, superfície, volume e peso; todos os múltiplos e submúltiplos de uma mesma unidade de medida seriam doravante potências de 10. Solapando as medidas então em uso (fundadas o mais freqüentemente numa divisão por 12), essa adoção obrigaria de uma vez a forjar novas palavras, mas ofereceria a possibilidade de uma maior coerência e de uma maior precisão nos cálculos.

1795, 7 de abril. Lei do 18 germinal, ano III, que organiza o sistema métrico, dá a primeira definição do metro enquanto fração do meridiano terrestre e fixa a nomenclatura atual das unidades (decímetro, centímetro, milímetro; are, deciare, centiare; grama, decigrama, centigrama, quilograma; franco, centavo etc.).

9 de junho. O construtor Lenoir executa o primeiro padrão métrico legal com base nas medidas efetuadas por La Caille da distância entre o pólo e o equador: 5.129.070 toesas de Paris (em 1799, Delambre e Méchain obterão um resultado ligeiramente diferente — e menos exato, de fato: 5.130.740 toesas).

25 de junho. Criação do instituto de pesos e medidas de Paris.

1799. Reunião, em Paris, da primeira conferência internacional para debater a questão de uma adoção universal do sistema métrico. Mas o sistema é então julgado revolucionário demais para conduzir as nações da época a "pensar metricamente".

22 de junho. Os protótipos do metro e do quilograma definidos são constituídos em platina e depositados nos Arquivos Nacionais.

10 de dezembro. Lei do 19 frimário, ano VIII, que fixa os padrões definitivos, dá a segunda definição de metro (medida do padrão dos Arquivos, ou seja, 3 pés e 11,296 linhas da toesa de Paris) e torna teoricamente obrigatório o uso do sistema métrico (o que não ocorrerá sem dificuldades em razão dos hábitos, fortemente ancorados, de medir em unidades dos antigos sistemas).

1840, 1 de janeiro. Tendo em conta o progresso do ensino primário, a lei do 4 de abril de 1837, que entra em vigor esse dia, torna definitivamente obrigatório o uso do sistema métrico.

1875. Criação, em Sèvres, da Agência Internacional de Pesos e Medidas, que realizará o padrão métrico internacional em platina irídia.

1876, 22 de abril. Depósito do padrão métrico internacional no Pavilhão de Breteuil, em Sèvres, que a França cede ao Comitê Internacional de Pesos e Medidas, dotando-o do privilégio de extra-territorialidade.

1889. Conferência geral (internacional) dos pesos e medidas em Paris, que fixa a terceira definição do metro, não mais seguindo um comprimento do meridiano, mas como a medida da distância, a uma temperatura de 0° C, dos eixos de três traços medianos traçados no padrão métrico internacional em platina irídia.

Anos 1950. A invenção do laser permitirá progressos muito importantes em ótica e em física atômica, depois em metrologia.

Os trabalhos da mecânica do século XX, confirmados nesse ponto por medidas efetuadas durante esses anos mediante relógios de quartzo e relógios atômicos, desembocaram na descoberta das variações da duração do dia, marcando assim o fim da unidade de tempo fundada na rotação terrestre.

1960, 14 de outubro. Quarta definição do metro enquanto padrão ótico (de uma precisão 100 vezes maior do que aquela do padrão de 1889): o metro é igual a 1.650.763,73 vezes o comprimento de onda no vácuo da radiação emitida pelo criptônio de massa atômica 86, um dos isótopos do criptônio natural.

1983, 20 de outubro. A 17ª conferência geral dos pesos e medidas fixa a quinta definição do metro, apoiando-se na velocidade da luz no vácuo (299.792.458 m/s); é o comprimento da trajetória percorrida pela luz no vácuo durante uma duração de 1/299.792.458 de segundo. O segundo, por sua vez, é definido como a duração de 9.192.631.770 períodos da radiação correspondente à transição entre os dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133. A mesma conferência fixará as denominações das outras cinco unidades de base (quilograma, ampère, kelvin, mol e candela), bem como as normas do sistema internacional (SI) atual[1].

[1] As informações deste quadro devem-se à gentileza de Jean Dhombres, Presidente da Sociedade Francesa de História da Ciência.

A origem da base dez

Mas, então, de onde vem a base dez?

Alguns autores, para quem a *Década* teria constituído "um paradigma para o todo", acreditaram poder explicar esse fato por uma intervenção da Providência:

"Como o todo era uma multiplicidade ilimitada, dizia um deles, era necessário uma Ordem... Ora, era na Década que preexistia um equilíbrio natural entre o conjunto e seus elementos... É por isso que, de acordo com sua Razão, o Deus criador, arranjando com arte, serviu-se da Década como de um cânon para o todo... E é por isso que as coisas do céu à terra têm para os conjuntos e as partes suas relações de concordância, baseadas nela e ordenadas segundo ela... Portanto, ela serve de medida para o todo como um esquadro e um nível na mão do Ordenador... O número dez é, com efeito, o mais perfeito de todos. É de acordo com essa idéia que foram estabelecidas as divisões e as formas das extremidades de nossas mãos e nossos pés... E é com boa razão e conforme à natureza divina que, sem premeditação nenhuma, reencontramo-nos com os homens de todos os países para contar seguindo este número perfeito..."

O autor da citação nada mais é do que Nicômaco de Gerasa, o neopitagórico originário da Judéia que viveu no século II de nossa era e cuja *Introdução aritmética*, várias vezes traduzida e comentada, inspiraria toda a Idade Média Ocidental.

A indulgência deve vigorar quando se evoca um espírito que viveu num tempo em que uma certa filosofia mística que atribuía aos números um caráter sagrado, para não dizer divino, reinava como déspota absoluta. Um tempo em que se acreditava em particular que o número dez "é mãe de tudo, o primeiro nascido, o que não desvia jamais e que detém a chave de todas as coisas", para retomar apenas os temas de uma certa oração pitagórica endereçada aos "deuses-números".

Tudo ocorre, claro, de outra maneira quando estão em questão autores contemporâneos que, iluminação e sobretudo charlatanice o exigem, continuam incessantemente a exortar idéias semelhantes na sua literatura bem característica.

Nos dois casos trata-se de uma curiosa maneira de erigir em harmonia preestabelecida um fato devido simplesmente à evolução psicológica dos mamíferos! E isso não ocorre sem evocar essa reflexão célebre de Joseph Prudhomme: "Admira, meu filho, a Sabedoria divina, que fez passar os rios exatamente no meio das cidades!"

Na verdade, tendo a humanidade aprendido a contar com seus dez dedos, essa preferência quase geral pelos agrupamentos de dez foi comandada por este "acidente da natureza" que é a anatomia de nossas mãos. E o problema nem mesmo é de natureza lingüística.

Pode-se imaginar, para convencer-se disso, um clã que, por razões religiosas, por exemplo, está temporariamente submetido à interdição da fala. Apronta-se para enumerar um rebanho de bisões.

Quando passa o primeiro animal, um primeiro homem levanta um dedo. Depois, levanta outro, quando passa o segundo animal, e assim sucessivamente, até o décimo bisão.

Nesse momento, um segundo homem, que tem os olhos constantemente fixados nas mãos do primeiro, levanta seu primeiro dedo, enquanto seu colega baixa os seus. Eis, portanto, a primeira dezena recenseada. Quando passa o décimo primeiro animal, o primeiro homem (o das unidades) levanta de novo seu primeiro dedo. No décimo segundo, levanta um outro dedo e procede assim até a passagem do vigésimo animal.

O homem das dezenas mantém seu primeiro dedo levantado até o momento em que o décimo dedo de seu colega se levanta por sua vez. Eleva, então, seu segundo dedo, enquanto o primeiro homem baixa mais uma vez os seus.

Na passagem do centésimo bisão, um terceiro ajudante entre em jogo e levanta seu primeiro dedo desde que os dois outros baixam os seus; seus dedos marcarão, portanto, as centenas da mesma maneira. E com a passagem do 627º animal, o homem das unidades terá sete dedos levantados, o das dezenas dois dedos e o das centenas seis dedos (fig. 2.9).

A enumeração assim efetuada sem que nenhuma palavra seja pronunciada prova, portanto, que são sem dúvida os dez dedos que impuseram ao homem a idéia dos agrupamentos por pacotes de dez. E é por isso que esta base ocupa nas numerações um lugar, de alguma forma, inexpugnável.

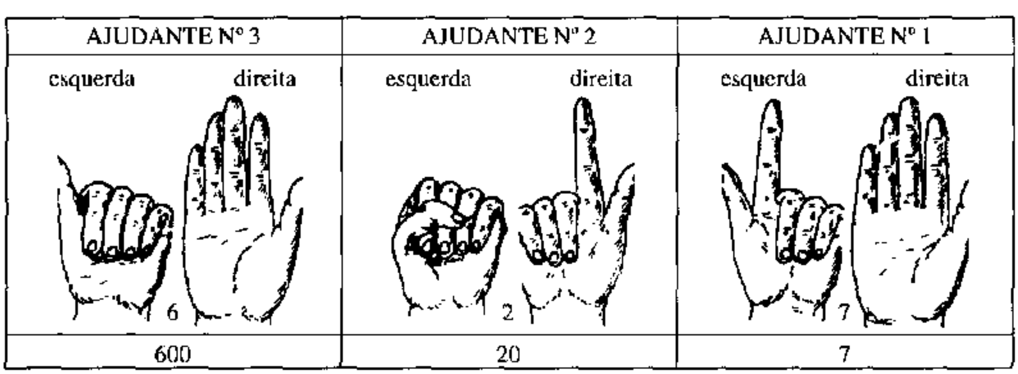


Fig. 2.9

Se a natureza tivesse dado seis dedos a cada mão, a maioria das numerações da história teriam sido fundadas na base doze. Se, em contrapartida, a evolução natural deste órgão tivesse desaguado, na linha humana, numa redução do número de dedos de cada mão a quatro, por exemplo (como na rã), nossas tradições de contagem e nossos sistemas de numeração seriam hoje fundados na base oito.

A origem das outras bases

A razão da adoção da base 20 por certas culturas nos é fornecida pela idéia fundamental contida no quadro da fig. 2.6, concernente à numeração asteca. Assim, nessa língua:
— os cinco primeiros nomes de número podem ser associados aos cinco dedos de uma mão;
— os cinco seguintes, aos cinco dedos da outra;
— os cinco outros, ainda, aos cinco artelhos de um pé;
— e os cinco últimos, aos cinco artelhos do outro pé.

1 polegar direito
2 indicador direito (= 1 + 1)
3 médio direito (= 1 + 2)
4 anular direito (= 1 + 3)
5 mínimo direito (= 1 + 4)
6 mínimo esquerdo (= 5 + 1)
7 anular esquerdo (= 5 + 2)
8 médio esquerdo (= 5 + 3)
9 indicador esquerdo (= 5 + 4)
10 polegar esquerdo (= 5 + 5)
11 pequeno artelho direito (= 10 + 1)
12 artelho seguinte (= 10 + 2)
13 artelho seguinte (= 10 + 3)
14 artelho seguinte (= 10 + 4)
15 grande artelho direito (= 10 + 5)
16 grande artelho esquerdo (= 15 + 1)
17 artelho seguinte (= 15 + 2)
18 artelho seguinte (= 15 + 3)
19 artelho seguinte (= 15 + 4)
20 pequeno artelho esquerdo (= 15 + 5)

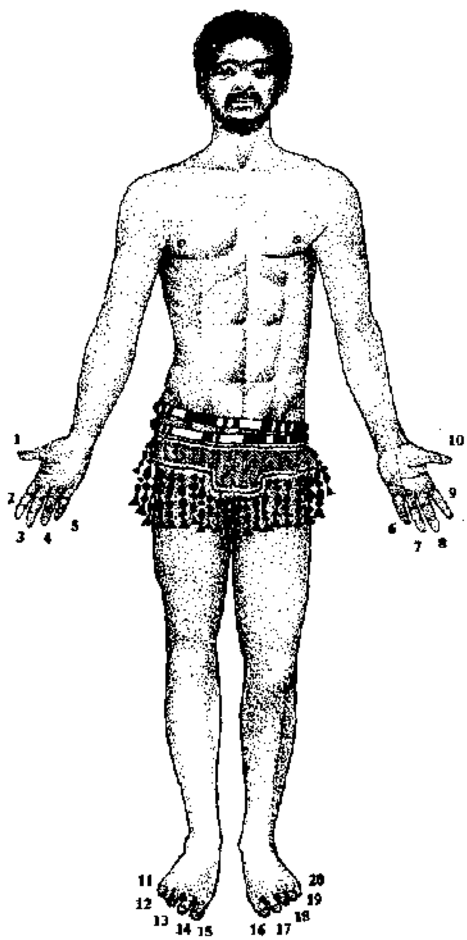


Fig. 2.10

De modo que no último dedo do pé a vintena seja atingida (fig. 2.10).

Essa aproximação evidentemente não é fortuita: certos povos se deram conta de que se dobrando um pouco era possível contar também com os artelhos, e adotaram a base 20.

Fato notável, os esquimós da Groenlândia (bem como os tamana do Orenoco) empregam, para o número 53, uma expressão que significava, literalmente:

"do homem terceiro, três no primeiro pé".

Segundo C. Zaslavsky, os banda da África central exprimem ainda o número 20 dizendo algo como "dobrar um homem", entendendo-se por isso que quando um indivíduo flexiona as pernas, a contagem dos dedos de suas mãos e pés salta imediatamente aos olhos de um observador. Em certos dialetos maias, a expressão *hun uinic*, que quer dizer 20, significa também "um homem". Os malinkê do Alto Senegal, por sua vez, exprimem os números 20 e 40 através das palavras que significam, respectivamente, "um homem completo" e "uma colcha": charmosa alusão à voluptuosa reunião de dedos e artelhos de um casal esticado sobre uma mesma colcha.

Não há dúvida nessas condições: *o emprego do sistema vigesimal tira sua origem do hábito de contar com os dez dedos e os dez artelhos...*

A origem da base cinco é igualmente antropomórfica; *essa maneira de contar encontrou sua razão de ser em muitos casos entre os povos que aprenderam a contar numa só mão.*

A técnica digital abaixo (cujos traços são encontrados em diversas regiões da África e da Oceania e que vários comerciantes indianos da região de Bombaim empregam ainda em nossos dias para diversas destinações) nos dá, em todo caso, uma idéia muito nítida da maneira pela qual esta conta manual primitiva, ultrapassada ulteriormente por um esforço intelectual, deu nascimento a uma elaboração superior. Conta-se inicialmente as cinco primeiras unidades pela extensão sucessiva dos dedos da mão esquerda. Uma vez atingido esse número, eleva-se, em seguida, o polegar direito, depois continua-se a contar até dez, estendendo-se novamente os dedos da mão esquerda, depois do que se eleva o indicador direito para registrar as unidades suplementares assim consideradas. Dessa forma pode-se contar até 25. E além isso, pode-se mesmo prolongar a operação até 30, retornando uma vez mais aos dedos da mão esquerda tornada novamente livre (fig. 2.11).

Fig. 2.11 - *Técnica digital quinária (base 5).*

Mas isso evidentemente não resolve a questão fundamental: *por que a base cinco, a mais natural em suma, pela natureza mesma das coisas, sugerida e mesmo imposta ao homem desde que aprende a contar, não foi universalmente adotada?* Noutras palavras, aprendendo a contar, o ser humano não foi conduzido inevitavelmente à base cinco? Por que então subir até dez ou vinte ou mesmo até sessenta (como foi o caso dos sumérios, que teremos a ocasião de evocar)? Mais enigmática ainda é a questão de saber porque os povos que sabem contar com a ajuda de seus dedos, não apenas até cinco mas bem além disso, desceram até *quatro* para fazer dele a base de seu sistema de numeração.

Para M. Conant, que se debruçou atentamente sobre a questão, depois de ter reunido os sistemas em uso numa multidão de sociedades diferentes no mundo, eis aí um mistério que ele não se gaba de ter solucionado.

"Mas é um enigma artificial", responde justamente L. Lévy-Bruhl. "Supõe-se, formulando-o, que espíritos individuais, semelhantes aos nossos [isto é, tendo os hábitos mentais e familiares com as operações lógicas de nossas sociedades "civilizadas"], fizeram um sistema de numeração tendo em vista estas operações e que acreditaram escolher, para esse sistema, a base mais de acordo com a sua experiência. Ora, essa suposição é gratuita. *Na verdade, as numerações, como as línguas das quais não devem ser separadas, são fenômenos sociais que dependem da mentalidade coletiva*. Em cada sociedade essa mentalidade é estreitamente solidária ao tipo desta sociedade e de suas intuições..."

Mas como então considerar uma certa base como mais "natural" do que uma outra? "Cada base adotada", prossegue L. Lévy-Bruhl, "tem, na verdade, sua razão de ser nas representações coletivas do grupo social em que a constatamos."

Para compreender tal fato é preciso voltar-se para as sociedades "primitivas" contemporâneas em que, como se viu, as enumerações são cardinais, portanto quase puramente concretas; evidentemente, não se pode falar entre eles de um sistema de numeração, uma vez que não há conhecimento abstrato dos números; não há nem mesmo base. Desse modo, "a sucessão dos movimentos que vai do pequeno dedo da mão esquerda ao pequeno dedo da mão direita (fig. 1.30, 1.31, 1.32), percorrendo sucessivamente os dedos da mão esquerda e depois subindo pelo pulso, cotovelo etc., para descer novamente na ordem inversa pelo lado direito do corpo, não tem tempo forte ou fraco. Ela não pára mais na parte do corpo que corresponde a 2, 5 ou 10 do que em qualquer outra. Assim, Haddon tem razão ao dizer que as palavras pronunciadas [pelos "primitivos"] são nomes das partes do corpo e não nomes de número. Estes só aparecem quando uma periodicidade regular começa a ritmar a série... O estudo dos "conceitos manuais" é muito instrutivo nesse ponto. Eis, por exemplo, como conta um *dene-dindjiê* (Canadá):

"Estendendo a mão (sempre a esquerda), com a palma virada na direção do rosto, ele dobra o dedo mínimo, dizendo:

um: *o começo está dobrado,*
ou: *no começo.*

"Dobra em seguida o anular, dizendo:

dois: *está dobrado de novo.*

"Dobra o dedo médio e acrescenta:

quatro: *nada mais há do que este.*

"Abre então a mão e diz:

cinco:	*está em ordem na mão.*
ou:	*numa mão,*
ou ainda:	*minha mão.*

"O índio, tendo então sua mão esquerda estendida e três dedos reunidos, separa deles o polegar e o indicador, ao qual ele aproxima o polegar da mão direita e diz:

seis:	*há três deles de cada lado,*
ou:	*três por três.*

"Une quatro dedos da mão esquerda, aproxima do polegar esquerdo isolado o polegar e o indicador da mão direita e diz:

sete:	*de um lado há quatro deles,*
ou ainda:	*há ainda três deles dobrados,*
ou ainda:	*três de cada lado e a ponta no meio.*

"Justapõe os três dedos da mão direita ao polegar isolado da mão esquerda e, obtendo assim duas seções de quatro dedos, diz:

oito:	*quatro sobre quatro,*
ou ainda:	*quatro de cada lado.*

"Mostrando então o mínimo da mão direita, que é o único que permaneceu dobrado, diz:

nove:	*há ainda um deles em baixo,*
ou:	*falta ainda um,*
ou:	*o pequeno dedo gira embaixo.*

"Enfim, batendo as mãos e justapondo-as, o índio diz:

dez:	*está preenchido de cada lado,*
ou:	*está contado, é uma conta.*

"Depois recomeça o mesmo manejo, dizendo: *um dobrado mais um, ou um dobrado mais um; um dobrado mais dois; um dobrado mais três*; etc." (Petitot).

Comenta L. Lévy-Bruhl:O dene-dindjiê, servindo-se apenas dos dedos de suas mãos para contar, de modo algum tem idéia de uma base quinária. Não diz, como vemos freqüentemente em outros lugares, que seis é um *segundo um*; sete é um *segundo dois;* oito é um *segundo três*; etc. Diz, ao contrário: seis é *três mais três,* retornando à mão cujos dedos esgotou e separando-os para acrescentar dois deles ao polegar da outra mão. Isto que prova que contando cinco, "acabando uma mão", não marcou um tempo mais forte do que contando quatro ou seis. Portanto, nesse caso e nos outros, extremamente freqüentes, que se assemelham a ele, não é no próprio modo de contar, nem nos movimentos realizados que encontramos a periodicidade, isto é, o que será a base do sistema dos números... [A mentalidade "primitiva"] é mística, orientada de forma diferente da nossa. É, portanto, freqüentemente indiferente aos caracteres objetivos [que nos são] os mais manifestos. Preocupa-se, ao contrário, com propriedades misteriosas e secretas dos seres. Por exemplo, pode acontecer que a base quatro e o sistema de numeração quaternária provenham do fato de que o "conjunto-número" dos quatro pontos cardeais e dos quatro ventos, das quatro cores, dos quatro animais etc., que participam desses quatro pontos, desempenhem um papel capital nas representações coletivas da sociedade em questão [1]. Não temos, portanto, de adivinhar, por um esforço de sagacidade psicológica, por que essa base pôde ser escolhida pelos homens que contavam, contudo, com os cinco dedos de sua mão. Lá onde a encontramos ela não foi escolhida. Preexistia a si mesma, como os números preexistiam também no longo período em que eram indiferenciados e em que os "conjuntos-números" detinham o lugar da numeração propriamente dita. O erro é imaginar o "espírito humano" construindo os números para contar, pois, ao contrário, os homens contam inicialmente, penosamente e com grande ônus, antes de conceber os números como tais."

Naturalmente, a periodicidade da série numérica regeu-se por vezes, mesmo freqüentemente, pelos cinco dedos de uma mão. Mas então, por que os povos que adotaram a base cinco se limitaram assim? Não se sabe. Ainda que se possa imaginar, como sugere T. Dantzig, homens que, por causa do perigo permanente que os espreita no seu meio imediato, não se separam jamais de sua arma. Se precisam contar, posicionam a arma sob o braço, o esquerdo em geral, para contar com a mão esquerda, servindo-se da direita como referência. (Este último ponto poderia explicar, pela mesma ocasião, porque os destros se servem quase universalmente de sua mão esquerda para contar, e os canhotos fazem o inverso).

Ocorre sempre que as bases de numeração muito freqüentemente se impuseram ao espírito humano por razões que não têm estritamente nada a ver com a comodidade das contas ou dos cálculos, e isso por vezes mesmo sem que o uso de uma aritmética abstrata tenha intervindo...

---

[1] Esta explicação evidentemente não é a única. Pode-se, com efeito, imaginar (mesmo se isso não for atestado) uma conta que se faz com uma única mão, com a ajuda do polegar para tocar sucessivamente o indicador, o médio, o anular e o mínimo; recomeçando a operação, considera-se o número 5 como um 'novo um', 6 como 'um novo dois' e assim sucessivamente. Donde advém uma série regular ritmada a 4, isto é, fundada na base quatro. Uma outra razão poderia remeter-se à lei psicológica fundamental descoberta no capítulo 1, a saber, que as faculdades da percepção direta dos números são limitadas a 4; pode-se, portanto, supor que, uma vez adquirida a faculdade da contagem, certos homens tenham continuado (já vimos isso) a contar agrupando visualmente em quatro os seres e os objetos de seu redor — outra plausível origem da série quaternária.

CAPÍTULO III

A Mão, Primeira "Máquina de Contar"

Maravilha de mobilidade e de eficácia, a mão é certamente o mais antigo e difundido dos auxiliares de contas e de cálculo empregados pelos povos no curso das eras.

Desde Aristófanes até Plutarco, os autores gregos fazem alusão a ela. E essa frase de Cícero testemunha que a prática era igualmente muito corrente em Roma: *tuos digitos novi*, "conheço tua habilidade de calcular com os dedos" (*Epistulae ad Atticum* [Epístola a Ático], V, 21, 13).

Sêneca, o filósofo, escrevia igualmente numa de suas *Epístolas* (LXXXVII): "A avareza ensinou-me a contar e a pôr meus dedos à disposição de minha paixão."

Um pouco mais tarde, Tertuliano declamava no seu *Discurso apologético*:

"Mas, durante esse tempo, é preciso permanecer de pé envolto por uma grande quantidade de papéis e gesticulando os dedos para exprimir os números."

Quintiliano fez coro com isso também: "O conhecimento dos números, diz na sua *Instituição oratória* (livro I), não é apenas necessário para o orador mas para qualquer um que tenha os primeiros elementos das letras; fez-se freqüentemente uso disso na tribuna e um advogado que hesita sobre um produto ou que somente mostra a incerteza ou a falta de jeito na maneira de contar com seus dedos dá logo má opinião de seu talento." O célebre retórico latino fazia assim alusão a um gestual numérico bem preciso, de uso então muito corrente entre os habitantes da cidade eterna e que exigia de seus utilizadores uma perfeita destreza (fig. 3.13).

Quanto a Plínio, o Velho, ele conta em sua *História natural* (XVI, trad. Nisard, p. 434) que o rei Numa tinha dedicado ao deus Janus[1] uma estátua mostrando com seus dedos o número de dias do ano.

Mas essa prática não foi o apanágio dos latinos nem dos gregos. Arqueólogos, historiadores, etnólogos e filólogos reencontram seus traços em todas as épocas e em todas as regiões do mundo. Quer se trate da Polinésia, da Oceania, da África, da Europa, do Iraque ou da antiga Mesopotâmia, do Egito faraônico, da terra do Islã, da China ou da Índia, da América pré-colombiana ou de nosso Ocidente medieval.

[1] Janus de duas faces era o deus do Ano, da Idade e do Tempo. A ele foi consagrado o mês de *Janeiro*, primeiro mês do ano romano.

Fig. 3.1 - *A conta digital entre os astecas (México pré-colombiano). Detalhe da pintura mural de Diego Rivera (cena de mercado). Palácio Nacional do México.*

Fig. 3.2 — *Boécio (470-524), filósofo e matemático latino, executando com seus dedos os gestos de uma numeração particular. Segundo uma pintura de Juste de Gand (s. XV). Cf. P. Dedron e J. Itard.*

A mão é portanto, poder-se-ia dizer, a mais antiga "máquina de calcular" de todos os tempos. O que segue mostra como o homem, uma vez que adquiriu largamente o princípio da base, soube consideravelmente estender, ao longo das eras, as espantosas possibilidades numéricas de seus dedos. Certos detalhes são até mesmo reveladores de contatos e influências que não se teria descoberto sem eles...

A primeira maneira de contar com os dedos

O procedimento mais elementar consiste em atribuir um valor inteiro a cada dedo, na ordem de sucessão regular começando pela unidade. Existem várias variantes desse processo:

1. Partindo dos dedos dobrados e estendendo sucessivamente o polegar esquerdo para um, o indicador da mesma mão para dois e assim por diante até o mínimo da mão direita para dez (fig. 3.3 A);
2. Ou ainda, a partir de uma posição estendida dos dedos, dobrando (deixando-os dobrados) o mínimo esquerdo para um, o anular para dois, e assim por diante até o mínimo direito (fig. 3.3 B);
3. Ou também, a partir de uma posição estendida dos dedos e dobrando sucessivamente, de uma maneira ordinal, o mínimo esquerdo para um, o anular para dois e assim por diante até o polegar direito (fig. 3.3 C);
4. Ou, enfim, partindo dos dedos dobrados e começando não pelo polegar nem pelo mínimo, mas pelo indicador (fig. 3.3 D).

Nessa técnica, a atribuição numérica faz-se portanto ora levantando sucessivamente os dedos (e portanto partindo das mãos dobradas), ora abaixando-os uns depois dos outros a partir de uma posição estendida, a ordem desta atribuição efetuando-se seja da direita para a

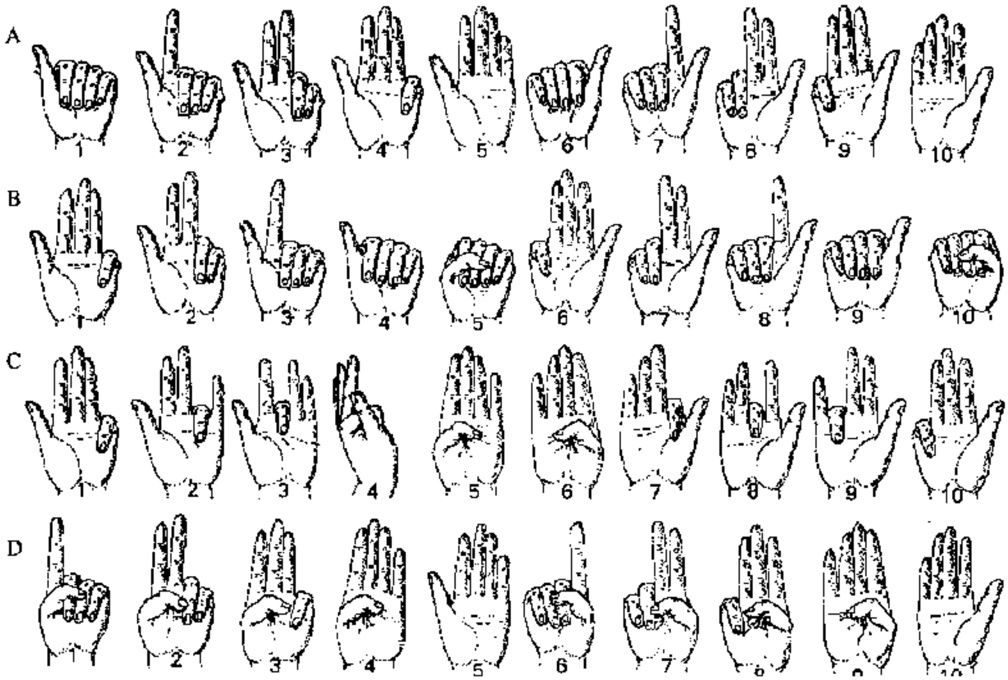


Fig. 3.3 - *Variantes da conta digital elementar.*

esquerda, seja no sentido inverso. Quanto à conta, começa seja pelo polegar, seja pelo mínimo, seja ainda pelo indicador como se faz principalmente na África do Norte [1].

Uma curiosa maneira de comercializar

Um método vizinho pertence a uma tradição muito antiga. Manteve-se muito tempo nos países orientais e parecia ainda suficientemente difundido na Ásia durante a primeira metade deste século.

Trata-se de um procedimento particular de contagem digital empregado pelos negociantes orientais e seus clientes para as negociações comerciais. Estas se efetuam segundo um costume singular que um viajante célebre do século XVIII, o dinamarquês Karsten Niehbur, já havia feito ressoar em sua obra *Descrição sobre a Arábia*:

"Acredito já ter lido em algum lugar, diz ele, que os orientais têm um método particular de concluir um negócio diante de várias pessoas sem que nenhuma saiba o preço estipulado; servem-se ainda muito freqüentemente dessa arte. Temia que alguém me comprasse alguma

---

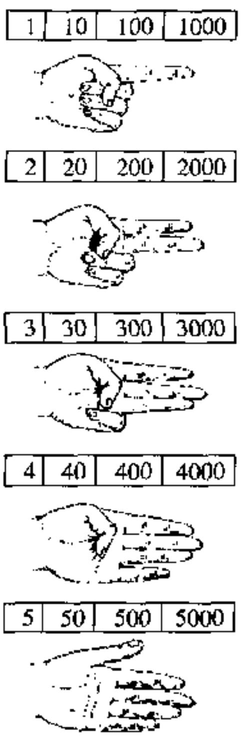
[1] É provável que na época de Maomé os árabes procedessem assim em suas contas correntes. Um *hadith* nos conta, com efeito, que o profeta, querendo indicar a seus discípulos que o mês podia comportar 29 dias, teria mostrado, para isso, "três vezes as mãos abertas, mas a terceira vez dobrando um dedo". De resto, é sempre o indicador que o crente muçulmano levanta para fazer a *Shahadah* ("o Testemunho"), prece pela qual reconhece a unidade de Alá e exprime sua fé no Islã.

coisa dessa maneira, porquanto ela dá ocasião ao corretor ou ao comissionário de enganar, mesmo em sua presença, aquele para o qual ele faz o negócio.

"As duas partes fazem conhecer o que se pede e o que se quer pagar *tocando os dedos ou as juntas da mão*. Para fazer esse negócio cobre-se a mão com o pano de seu casaco, não para fazer um mistério dessa arte mas por causa dos assistentes, para que ignorem a negociação que pode ter lugar..."

a. Para indicar a unidade, um dos contratantes toma o indicador de seu parceiro;
b. Para 2, toma o indicador e o médio reunidos;
c. Para 3, toma o indicador, o médio e o anular reunidos;
d. Para 4, toma a mão, menos o polegar;
e. Para 5, toma a mão inteira;
f. Para 6, toma duas vezes seguidas o indicador, o médio e o anular reunidos (ou seja, 2x3);
g. Para 7, toma inicialmente a mão menos o polegar, depois o indicador, o médio e o anular reunidos (ou seja, 4+3);
h. Para 8, toma duas vezes seguidas a mão menos o polegar (ou seja, 2x4);
i. Para 9, toma inicialmente a mão inteira, depois a mão menos o polegar (ou seja, 5+4).

Em seguida, para 10, 100, 1.000 ou 10.000, toma novamente o indicador de seu parceiro (exatamente como já fez para a unidade); para 20, 200, 2.000 ou 20.000, pressiona o polegar e o indicador reunidos (como para 2); e assim por diante (fig. 3.4). Isso evidentemente não pode criar confusão, já que se trata de um negócio sobre cuja importância os dois contratantes estão, inicialmente, mais ou menos de acordo: um vendedor desejoso de fixar o preço de sua mercadoria em torno de 400 dinares concordará com seu cliente, antes de qualquer negociação, acerca da ordem de grandeza das centenas.



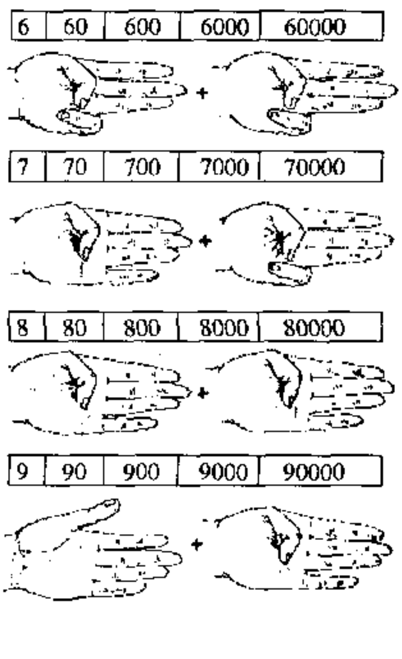


Fig. 3.4 - *Conta digital que serviu outrora às negociações de comerciantes orientais.*

K. Niehbur não diz se já teve a ocasião de assistir a uma tal negociação, mas J.-G Lemoine, durante uma pesquisa que fez sobre esse assunto, encontrou traços dele no início deste século na ilha de Bahrein no golfo Pérsico, região célebre por seu petróleo e suas pescas de pérolas. Eis as informações que recolheu junto a comerciantes de pérolas em Paris que tiveram várias vezes a ocasião de estar em Bahrein e empregar o procedimento em questão com os nacionais da ilha:

"Os dois contratantes, sentados um em face do outro, dão-se a mão direita. Com a mão esquerda seguram, por cima das mãos reunidas, um véu a fim de que seus gestos permaneçam escondidos e o negócio — inclusive as inevitáveis discussões às quais dá lugar — se desenrole efetivamente sem que nenhuma palavra ou enunciação de preço saia da boca do comprador ou do vendedor. A psicologia deste mercado, segundo os que assistiram a ele, é extremamente interessante, porquanto a impassibilidade é a regra e o menor sinal pode ser interpretado para a desvantagem de um dos contratantes."

Sistemas de negociação análogos foram assinalados na costa do mar Vermelho, na Síria, no Iraque, na Arábia e na Índia, bem como em Bengala, na China, na Mongólia e, do outro lado do mundo, na Argélia.

Eis, por exemplo, a maneira pela qual se negociava, ainda por volta dos anos 20, na China e na Mongólia, segundo a descrição de P.-J. Dols, um observador da "vida chinesa na província de Gansu":

"O comprador põe suas mãos nas mangas do vendedor. Conversando, toma o indicador da mão do vendedor, isto é, oferece 10, 100 ou 1.000 francos.

"— Não! diz o outro.

"O comprador toma então o indicador e o dedo médio conjuntamente.

"— É isso, responde o vendedor.

"A compra está concluída, o objeto está vendido por 20 ou 200 francos. Os três dedos tomados em conjunto indicam a soma de 30 (300 ou 3.000). Os quatro dedos a de 40 (400 ou 4.000). Toda a mão tomada do vendedor indica 50 (500 ou 5.000). O polegar e o dedo mínimo conjuntamente, 60 [1]. O polegar na palma do vendedor quer dizer 70. O polegar e o indicador conjuntamente indicam 80 francos. Quando o comprador toca com o polegar e o indicador unidos o primeiro dedo do vendedor, indica a soma de 90."

Falanges para contar

Por que só contar com seus dedos, enquanto a mão comporta falanges e articulações? É o que disseram desde há muito vários povos asiáticos.

Eis, por exemplo, uma técnica que se encontra correntemente na Índia, na Indochina e na China meridional. É praticada em cada uma das duas mãos com a ajuda de um dedo da outra. Cada falange comportando uma unidade, começa-se numa mão pela falange inferior do mínimo para terminar na falange superior do polegar (pode-se também começar com a falange superior do mínimo para terminar na falangeta do polegar). Pode-se portanto ir de 1 a 14 com uma só mão e prosseguir a conta até 28 na outra mão (fig. 3.5).

Um chinês originário da província de Cantão assinalou-me uma utilização prática desse procedimento: para as necessidades da conta correspondente ao ciclo natural da mulher, sua

[1] Notemos, de passagem, a diferença em relação ao sistema médio-oriental.

mãe tinha, parece, o hábito de amarrar consecutivamente, para cada dia de seu ciclo, um barbante em torno de cada uma das 28 falanges consecutivas de suas mãos a partir da falange superior de seu mínimo esquerdo até a falange inferior de seu polegar direito. Isso permitia a ela determinar, no caso das irregularidades, o número de dias de avanço ou atraso que podia eventualmente ter em seu ciclo normal.

Um pouco antes da época de Carlos Magno, um monge anglo-saxão serviu-se de maneira semelhante de suas falanges, mas foi para contas relativas ao tempo. Esse monge é Beda, dito "o Venerável" (673-735), que viveu no mosteiro de São Paulo e São Pedro, na Irlanda, e cuja obra *De ratione temporum* ("Da divisão do tempo") exerceu uma influência considerável sobre a formação intelectual da Europa medieval.

Um de seus métodos dizia respeito à conta dos vinte e oito anos do *ciclo solar*. Fazendo começar a conta por um ano bissexto, Beda começava na falange superior do dedo mínimo e contava horizontalmente indo em vaivém de alto a baixo. Em seguida, depois de ter atingido a falange inferior de seu indicador esquerdo (ou seja, o décimo segundo ano do ciclo solar), prosseguia a conta dos anos procedendo da mesma maneira na mão direita, mas começando esta vez pela falange superior de seu indicador direito (e não por aquela do mínimo da mesma mão). A conta dos quatro últimos anos do ciclo acabava então nas falanges dos dois polegares (fig. 3.6).

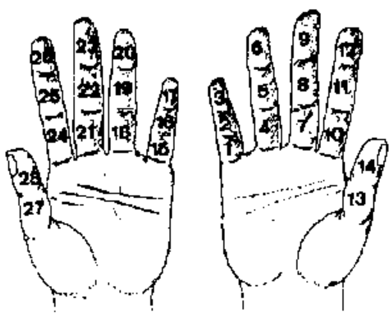


Fig. 3.5 - *Técnica de contagem manual usada na Índia, China e Indochina. Faz intervir em cada mão as quatorze falanges dos dedos.*

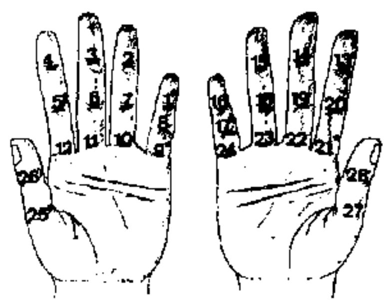


Fig. 3.6 - *Cômputo manual utilizado na Irlanda no século VII por Beda, o Venerável: método que permite considerar os vinte e oito anos consecutivos do ciclo solar do calendário juliano com seus períodos bissextos (o asterisco indica precisamente cada um deles).*

Para contar os *dezenove anos do ciclo lunar* (lapso de tempo no final do qual as fases da Lua devem retornar às mesmas datas), o mesmo monge fazia intervir as quatorze articulações da mão esquerda, bem como as cinco unhas correspondentes. Começando pela base do polegar, atingia o décimo nono ano do ciclo tocando a unha do mínimo (fig. 3.7).

Deve-se precisar que o *cômputo* de Beda, o Venerável, remetia notadamente aos cálculos relativos ao ano solar e fazia intervir os ciclos, lunar ou solar, do calendário juliano com seus períodos bissextos. Tinha por finalidade determinar a *data da Páscoa*, objeto de uma violenta controvérsia na época entre a Igreja de Roma e as Igrejas da Irlanda.

Um outro procedimento de contagem faz-se sobre as juntas dos dedos da mão. Foi usado há muito tempo na Índia do Nordeste e estaria ainda em uso em nossos dias na província de Calcutá (Bengala), bem como na região de Dacca (Bangladesh). Esse procedimento foi assinalado nessas regiões por autores ocidentais dos séculos XVII e XVIII e, notadamente, pelo célebre viajante francês Jean-Baptiste Tavernier (1605-1689) que fez alusão a isso nas suas *Voyages en Turquie, en Perse et aux Indes* [Viagem à Turquia, à Pérsia e às Índias].

Eis a técnica correspondente tal como foi assinalada na região de Bengala por N. Halhed no século XVIII:

"Ainda em nossos dias, escrevia ele na época (1778), os bengaleses servem-se das juntas de seus dedos para calcular, começando pela articulação interior do mínimo e retornando na direção do polegar, cuja barriga conta como uma junta e assim a mão inteira contém o número 15 (fig. 3.8).

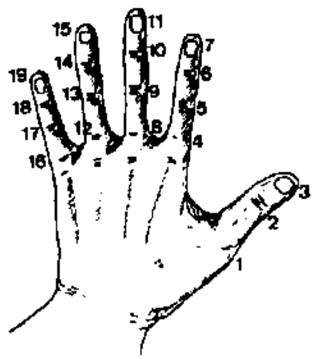


Fig. 3.7 - *Contagem, numa só mão, dos dezenove anos do ciclo lunar, utilizada por Beda.*

Fig. 3.8 - *Técnica de contagem manual (utilizada outrora na Índia e notadamente em Bengala) fazendo intervir as articulações dos dedos (aos quais a barriga do polegar é acrescentada).*

"Dessa maneira de contar nas juntas veio o costume, bem conhecido entre os comerciantes indianos, de fixar todos os preços de compra e venda dando-se as mãos sob um tecido; e então se tocam as diversas articulações segundo querem aumentar ou reduzir suas ofertas mútuas."

Notemos que este sistema dá em cada mão o número de dias do mês hindu (15 dias). Coincidência que, segundo J.-G. Lemoine, não poderia ser fortuita: "O ano hindu (de 360 dias) se compõe de 12 estações (*Nitus*) de 2 'meses' cada uma (*Masas*). Um mês (de 15 dias) representa uma das fases da Lua (*Paksha*), o seguinte uma outra fase. A primeira fase, crescente, chama-se *Rahu*, a segunda, minguante, *Ketu*. Em favor do caráter secundário desta divisão pode-se fazer valer a lenda que declara que na origem (antes do batimento do Oceano), esses dois 'rostos' formavam apenas um Ser, cortado em seguida por Mohini (*Vishnu*). Uma divisão mais primitiva pôde ser simplesmente o mês de 28 dias, tornado mais exato com o progresso astronômico e aproximado da duração real da revolução lunar, ou seja, 29 dias e 12 horas." Essa conjectura encontra-se reforçada, segundo J.-G. Lemoine, "pelo fato de que se encontra igualmente na Índia o sistema de contagem nas 28 falanges" (fig. 3.5 e 3.8).

Convém notar, aliás, que o precedente sistema de contagem manual encontra-se quase em toda a parte no país do Islã (e isso tanto na Ásia quanto na África do Norte). Mas nessas regiões corresponde sobretudo a uma prática religiosa, já que, por tradição, os muçulmanos se servem dela para enumerar os 99 "Atributos magníficos de Alá" [1] ou ainda para contar as eulogias sub-rogatórias (*subha*) que se dizem depois da prece obrigatória.

Eis como a contagem se efetua: toca-se sucessivamente, em cada mão, cada uma das juntas dos dedos, concordando em contar a barriga de cada polegar como uma articulação. Começa-se pela articulação inferior do mínimo esquerdo e, procedendo como acima em Bengala, atinge-se o número 15 tocando a junta superior do polegar esquerdo, depois o número 30 procedendo de mesma maneira na mão direita. Continua-se em seguida a conta até 33 considerando as extremidades respectivas do mínimo, anular e médio da mão direita (fig. 3.9), ou ainda retornando novamente às três articulações consecutivas do indicador direito. Atinge-se o número 99 repetindo três vezes seguidas este procedimento.

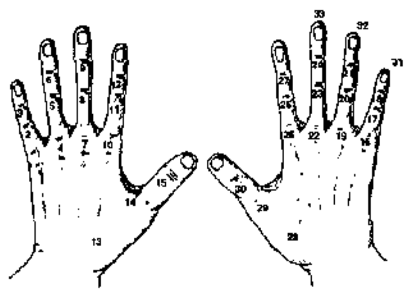


Fig. 3.9 - *Como os muçulmanos servem-se das juntas dos dedos para enumerar os noventa e nove (3 x 33) atributos de Alá e para contar as eulogias sub-rogatórias que são ditas após a prece obrigatória.*

Assinalemos, de passagem, que esta prática religiosa — que os muçulmanos empregam ainda quando não têm um *rosário* a sua disposição — é muito antiga e muito provavelmente deve ter precedido o uso do rosário (ver capítulo 1). É mencionada em alguns relatos contados pela tradição, que mostram o profeta protestando junto a algumas mulheres fiéis contra o uso das pérolas ou pedrinhas na recitação das ladainhas e recomendando a contagem das preces ou louvores a Deus nos dedos (o indicador denotando, segundo I. Godziher, uma desaprovação discreta das autoridades islâmicas do uso do rosário, desde sua aparição por volta do século IX até o século XV da era cristã). Eis, por exemplo, a tradição transmitida a esse respeito por Abu Dawud al Tirmidhi: "O Apóstolo de Alá diz-nos (a nós, mulheres de Medina): *praticai o tasbih, o tahlil e o taqdis e contai esses louvores em vossos dedos, porquanto estes últimos terão de prestar contas.*" Esse encontro entre usos comerciais extremo-orientais com as tradições religiosas islâmicas muito difundidas e muito antigas é, parece, interessante de sublinhar.

A *mourre*: um jogo de dedos

Eis agora, a título de divertimento, um jogo de sociedade muito conhecido em diversos países desde a Antigüidade e que deriva mais ou menos diretamente do hábito de contar nos

[1] Alá tem 99 nomes, declara um *hadith* profético, ou seja, 100 menos um. Aquele que conhecer todos eles entrará no paraíso.

dedos. A língua francesa chama-o de *mourre*. O jogo é muito simples; pratica-se geralmente a dois.

Os dois parceiros mantêm-se face a face com o punho fechado na frente. A um sinal dado, cada jogador deve, ao mesmo tempo que seu adversário, abrir espontaneamente sua mão direita (ou esquerda) e elevar tantos dedos quantos desejar, enunciando um número de 1 a 10 [1]. Aquele que enunciar um número igual ao total dos dedos mostrados por um e pelo outro dos dois jogadores marcará um ponto. Se, por exemplo, o jogador A mostra 3 dedos dizendo "cinco", enquanto o jogador B mostra 2 dedos enunciando o número "seis", é o jogador A que marca um ponto já que o número dos dedos levantados é 3+2=5.

Esse jogo não apela apenas às leis do acaso mas também às qualidades do jogador, de quem exige vivacidade, atenção, intuição e observação.

Esse jogo sendo suficientemente particular e muito antigo, pareceu-nos interessante seguir seu traço colocando-nos num contexto ao mesmo tempo histórico e etnográfico, pois as precisões que se seguirão podem implicar contatos e influências que importa examinar mais de perto.

Assinalemos, para começar, que o jogo da *mourre* parece ainda suficientemente popular na Itália (onde é conhecido sob o nome de *morra*) e que se pratica por vezes ainda no sudeste da França, no País Basco espanhol, em Portugal, bem como na África do Norte (ao menos no Marrocos). Eu mesmo pratiquei-o com alguns amigos de infância em Marrakesh sob a forma de um sorteio (análogo ao *par-ou-ímpar*). Colocávamo-nos a dois, face a face. Um dos dois parceiros, tendo as mãos atrás das costas, devia em seguida apresentar a seu adversário uma de suas mãos com um certo número de dedos estendidos enquanto este enunciava simultaneamente um número de 1 a 5. Se esse número correspondia exatamente ao número de dedos levantados por seu parceiro, ele era designado pela sorte; no caso contrário, o adversário é que o era.

Na China e na Mongólia o mesmo jogo é conhecido desde há muito — sob o nome de *hua quan*, significando alguma coisa como "fazer disputar-se os punhos" e conta atualmente, segundo J. Needham, entre os divertimentos mais apreciados da boa sociedade chinesa. P. Perny, que assinalava que este jogo estava muito em voga na China no século passado, explicava: "Se os convivas estão ligados entre si por amizade, o senhor da refeição propõe fazer uma parte do jogo de *mourre*: *quig hua quan* [2] (literalmente: 'Por favor, façamos com que os punhos disputem'). Se a oferta é aceita: 'Sr. Fulano será o regulador do jogo...' O senhor, por polidez, começa com um dos hóspedes. Pouco depois cede o lugar a um de seus convivas... Aquele que perde é condenado a beber, cada vez, uma taça de chá."

J.-G. Lemoine conta que "para complicar o jogo, em lugar de criar algarismos os jogadores chineses devem encontrar e dizer o começo de uma citação célebre que se refere ao nome do número correspondente", o que, em francês, daria mais ou menos:

1. *Um* tens vale mais do que dois o terás (ou ainda: *Um* homem morto não tem nem parentes nem amigos), para *1*;
2. *Dois* avisos valem mais do que um, para *2*;
3. *Quatro* olhos vêem melhor do que dois, para *4*;

---

[1] O jogo evidentemente pode ser praticado numa mão ou em duas; neste último caso, o número enunciado por cada jogador pode estar compreendido entre 1 e 20.

[2] Para evitar qualquer confusão, as palavras chinesas serão todas transcritas (inclusive nas citações) no sistema *pinyin*, atualmente adotado e generalizado na China Popular.

4. *Seis* pés de terra bastam para o maior homem (ou: *Se* juventude soubesse, se velhice pudesse), para *6*;
5. *Esta* cauda não é deste gato, para *7*; etc. *.

Durante a Renascença, notadamente na França e na Itália, o jogo da *mourre* conheceu um grande favor entre os pajens, os lacaios, os valetes e os serventes que o praticavam freqüentemente para divertir-se nas horas vagas. Assim, em seu *Pantagruel* (livro IV, cap. XVI), Rabelais escrevia: "Os pajens jogavam a *mourre* num belo peteleco!" e Malherbe, nas suas *Cartas* (II, 10): "Vagar pelos caminhos como esses lacaios que se enviam ao vinho e que se divertem jogando a *mourre*!"

Quinze séculos antes o mesmo jogo foi conhecido em Roma (fig. 3.10) onde fazia as delícias da plebe com o nome de *micatio* ou de *micare e digitis* (literalmente: "o jogo do levantar dos dedos"). Cícero conta que para designar um *homem além de qualquer suspeita* tinha-se o costume de dizer: "É um homem com o qual podeis jogar a *micatio* no escuro!" (*Dignus est, quicumque intenebris mices*). Esse provérbio, que Cícero declarava "fora de uso pela idade", mostra a que ponto o jogo da *mourre* era antigo e popular entre os antigos romanos.

Fig. 3.10 - *Representação do jogo da* mourre *num dos estuques da Farnesina, em Roma. DAGR, p. 1.889.*

"Por vezes, assinala G. Lafaye, quando duas pessoas estavam em litígio, concordavam em resolver a questão duvidosa com uma partida de *morra*, como hoje se tira o palitinho ou cara ou coroa. Esse procedimento era até mesmo usado nas compras e vendas quando não se podia pôr-se de acordo de outra maneira. Uma inscrição do século IV (*C.I.L.*, VI, 1770) conservou-nos um edito do prefeito de Roma que proibiu sua prática nos mercados públicos."

* N. do T.: Trata-se de citações ou provérbios franceses cuja primeira palavra é ou igual ou tem o mesmo som que os respectivos números. "*Un tiens vaut mieux que deux tu l'auras*" eqüivale ao nosso "mais vale um pássaro na mão do que dois voando"; "*un homme mort n'a ni parents ni amis*", é, muito *grosso modo*, "desta vida nada se leva"; "*deux avis valent mieux qu'un*" eqüivale aproximadamente a "prevenido vale por dois"; "*quatre yeux voient mieux que deux*", a "duas cabeças pensam melhor do que uma"; "*six pieds de terre suffisent ao plus grand homme*" a "todos são iguais sob sete palmos de terra"; "*si jeunesse savait, si vieillesse pouvait*" a "se a juventude soubesse e a velhice pudesse" e "*cette queue n'est pas de ce chat*" a "as aparências enganam".

O mesmo jogo foi igualmente praticado pelos gregos das épocas heróicas, tal como o mostram os vasos e monumentos helênicos (fig. 3.11). É a bela Helena, diz a lenda, quem inventou a *mourre* para jogar com seu amante Páris.

Fig. 3.11 - *O jogo da* mourre *entre os gregos. À esquerda: vaso pintado da coleção Lambert em Paris. À direita: vaso pintado do Museu de Munique. DAGR, p. 1889-1890.*

Mais antigamente ainda, os egípcios conheceram um jogo semelhante na época dos faraós. Sabemos disso notadamente pelas duas pinturas funerárias egípcias reproduzidas abaixo.

A primeira provém de uma tumba situada em Béni-Hassan e data do Médio Império (séculos XXI-XVII a.C.). Reproduz duas cenas em que figuram quatro homens agachados dois a dois e face a face. Uma delas mostra-nos um dos dois jogadores apresentando suas duas mãos diante dos olhos de seu parceiro, uma mão escondendo os dedos estendidos do outro, enquanto o outro jogador mantém seu punho fechado face a seu adversário; a outra cena mostra-nos dois outros jogadores executando gestos mais ou menos semelhantes; mas o primeiro estende suas duas mãos à altura da mão de seu competidor (e não mais na direção da fronte do último). As legendas hieroglíficas que acompanham cada uma dessas duas cenas confirmam essa restituição. Eis a tradução que nos deu J. Yoyotte de cada um desses textos hieroglíficos (fig. 3.12 A):

1ª legenda: "mostrar (ou dar) o *íp* sobre a fronte";

2ª legenda: "mostrar (ou dar) o *íp* sobre a mão".

A palavra egípcia *íp* significa "contar, calcular"; trata-se portanto indubitavelmente do jogo de sociedade de que falamos.

A segunda pintura, que provém de Tebas e data da época do rei Psammético I no século VII a. C. — copiada, segundo J. Leclant, num modelo do Médio Império —, representa, também, quatro homens agachados dois a dois, face a face, mostrando mutuamente as mãos com um certo número de dedos nitidamente estendidos e outros dobrados (fig. 3.12 B).

O jogo da *mourre* e suas variantes correspondem portanto bem, no Egito faraônico, a uma tradição que remonta ao menos até o Médio Império.

Na Terra do Islã, enfim, o jogo da *mourre* é conhecido com o nome de *mukharaja* (literalmente: "o que faz sair"). É ainda praticado no início deste século na sua forma clássica, nas regiões interioranas da Arábia, Síria e Iraque [1].

---

[1] O padre Anastácio de Bagdá assinalava igualmente que esse jogo praticava-se sob diversas outras formas e para outros usos:

- a *muqara'a*, espécie de tiragem da sorte (análogo ao nosso "par ou ímpar") utilizada para a partilha de uma ou várias coisas entre as pessoas;
- a *musahama*, que servia de partilha a uma herança ou à repartição dos benefícios numa sociedade que compreendia associados;
- a *munahada*, utilizada para a repartição de um butim.

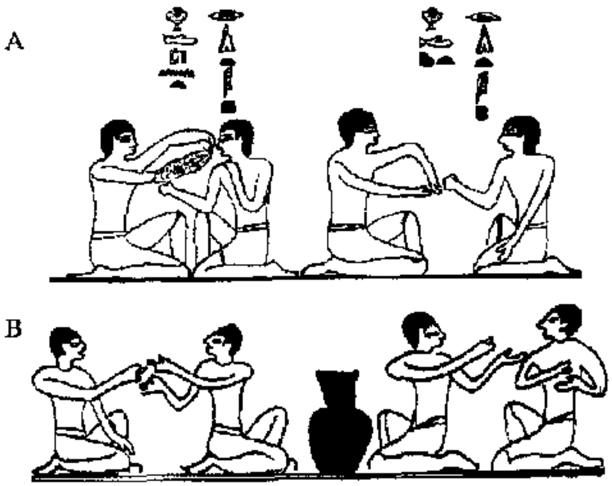


Fig. 3.12 - *O jogo da* mourre *em duas pinturas funerárias egípcias.*
No alto: tumba nº 15 de Beni-Hassam (Médio Império). Cf. P.-E. Newberry, ASE, tomo II (1893), pl. VII. Embaixo: tumba tebana nº 36 (tumba de Aba; XXVIª dinastia). Cf. Wilkinson, vol. II, p. 55 (fig. 307). [Ver também a foto nº 9.037 de S. Schott no Instituto de Egiptologia de Göttingen.]

Mas desde a época antiga a *mukharaja* foi sobretudo um rito divinatório nos países muçulmanos, o que engendrou sua interdição por razões religiosas (a adivinhação sendo proscrita tanto pelo Alcorão quanto pela Bíblia): não se tratava mais de um jogo, mas de uma coisa grave e séria que representava o destino. Um tratado árabe da adivinhação, citado por G. Weil, faz assim intervir:

1º) "Quadros circulares do universo" (em árabe: *Za'irjat al'alam*) cujos setores correspondem às estrelas associadas cada uma a um número;

2º) Quadros com colunas comportando outros números, que supostamente dão a resposta à questão colocada pelo consulente da sorte, a ligação entre os números dos "quadros circulares do universo" e aqueles dos quadros de colunas sendo obtida pela *mukharaja*.

Uma antiga contagem à maneira dos surdos-mudos

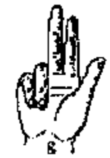
Passemos agora sem transição a uma numeração manual mais elaborada que os sistemas precedentes. Foi praticada pelos povos latinos desde a Antigüidade até uma época recente e está igualmente bem atestada no Oriente Próximo em que parece ter persistido por mais tempo.

Trata-se de um procedimento análogo, de alguma forma, aos métodos de expressão manual dos surdos-mudos. Com a ajuda de gestos executados com uma mão ou com as duas ao mesmo tempo, esse método permitia figurar todos os números, de 1 a 9.999.

Duas descrições nos dão seu mecanismo completo. Serão encontradas reproduzidas uma face à outra no quadro a seguir (fig. 3.13).

A primeira, redigida em latim e traduzida por J. -G. Lemoine, data do século VII de nossa era. É a que o monge irlandês Beda, "o Venerável" deixou na sua obra *De ratione temporum* ("Da divisão do tempo"), no capítulo intitulado "*De computo vel loquela digitorum*" ("Da maneira de contar e de falar mediante dedos").

DESCRIÇÃO OCIDENTAL	DESCRIÇÃO ORIENTAL
Texto (traduzido do latim por J.-G Lemoine) de Beda, o Venerável, monge anglo-saxão do século VII.	Texto (traduzido do persa por Sylvestre de Sacy) figurando num dicionário persa do século XVI.
A. UNIDADES	
 1 "Quando dizes 'um', dobrando o mínimo esquerdo, o colocas na articulação média da palma"	"Para o número 1 é preciso baixar o mínimo"  1
 2 "Dizendo 'dois', dobras o seguinte colocando-o no mesmo lugar"	"Para o número 2 é preciso juntar o anular e o mínimo"  2
 3 "Quando dizes 'três' dobras da mesma maneira o terceiro"	"Para o número 3, juntar aos dois dedos precedentes o do meio"  3
 4 "Quando dizes 'quatro', levantas do mesmo lugar o dedo mínimo"	"Para o número 4, levantar o mínimo (os outros dedos permanecem na posição precedentemente indicada)"  4
 5 "Dizendo 'cinco' levantas igualmente o segundo dedo"	"Para o número 5, levantar também o anular"  5
 6 "Quando dizes 'seis', levantas da mesma forma o terceiro, só que fixas aquele que é chamado o medicinal (o anular) no meio da palma"	"Para o número 6, levantar o dedo do meio, deixando o anular baixado (de maneira que a ponta desse dedo esteja no meio da palma da mão)"  6
 7 "Dizendo 'sete', levantas todos os outros dedos, contudo, o mínimo apenas é colocado na raiz da palma, bem próximo desta"	"Para o número 7, levanta-se também o anular, mas baixa-se o mínimo (de modo que a sua extremidade se inclina fortemente na direção do pulso)"  7

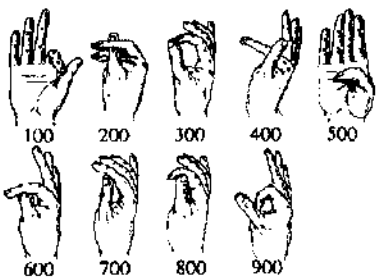
A. Unidades (cont.)	
 8 “Quando dizes ‘oito’, fazes a mesma coisa com o medicinal”	“Para o número 8 é preciso fazer a mesma coisa com o anular”  8
 9 “Dizendo ‘nove’ acrescentas ao mesmo lugar o impudico (o dedo do meio)”	“Para o número 9, fazer igualmente a mesma coisa com o médio”  9
B. Dezenas	
 10 “Quando dizes ‘dez’ colocas a unha do indicador na articulação mediana do polegar”	“Para 10, a unha do indicador da mão direita é aplicada na primeira articulação do polegar (começando pelo alto), de sorte que o intervalo deixado entre os dedos se assemelhe a um círculo”  10
 20 “Com ‘vinte’ colocas a extremidade do polegar apertada entre o indicador e o impudico (o médio)”	“Para 20, a parte da falange inferior do indicador do lado do médio é passada pela convexidade da unha do polegar (de forma que pareça que a ponta do polegar está apertada entre as raízes do indicador e do dedo médio, sem que contudo o dedo do meio contribua em nada para a indicação do número, porquanto as variações de posição deste dedo devem continuar a figurar as seguintes. A reunião da unha do polegar com a borda da falange inferior do indicador exprime sozinha e por si mesma o número 20)”  20
 30 “Com ‘trinta’ juntas num doce abraço o indicador e o polegar”	“Para 30, manter o polegar direito e colocar a extremidade da ponta do indicador sobre a unha, de sorte que da disposição do polegar com a do indicador resulte uma figura semelhante a um arco com sua corda (se, para facilitar essa posição, se sentisse a necessidade de curvar o polegar, a figura não perderia em nada o número em questão e não resultaria daí nenhuma confusão)”  30

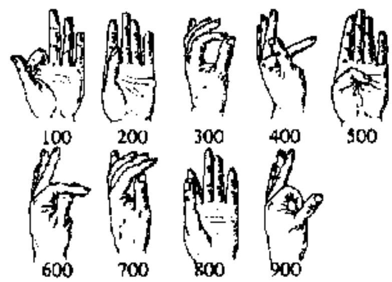
B. Dezenas (cont.)

 40	"Com 'quarenta', colocas o interior do polegar no lado ou no dorso do indicador, os dois dedos estando elevados"	"Para 40 coloca-se a parte interior da ponta do polegar no dorso da falange interior do indicador, de forma a não deixar nenhum intervalo entre o polegar e a borda da palma da mão"	 40
 50	"Com 'cinqüenta' inclinarás o polegar na direção da palma, a falange extrema baixada, como na forma da letra grega Γ"	"Para 50 é preciso manter o indicador reto e elevado, mas curvar o polegar e colocá-lo na palma da mão diante do indicador"	 50
 60	"Com 'sessenta', o polegar estando curvado como precedentemente, o indicador envolve exatamente a parte que se encontra diante da unha"	"Para 60 mantém-se o polegar curvado e coloca-se a parte interior da segunda falange do indicador na convexidade da unha do polegar"	 60
 70	"Com 'setenta', o indicador estando como acima, isto é, envolvendo estreitamente a convexidade da unha do polegar, este terá a unha elevada através da articulação mediana do indicador"	"Para 70, o polegar estando reto, apóia-se a parte interior da primeira falange do indicador na extremidade da unha do polegar, de modo que a convexidade dessa unha fique inteiramente descoberta"	 70
 80	"Com 'oitenta', o indicador estando como acima inflexionado, o polegar reto, colocarás a unha deste (do polegar) na articulação mediana aplicada ao indicador [1]"	"Para 80 é preciso manter o polegar reto e colocar a extremidade da ponta do indicador na convexidade da primeira articulação [1]"	 80
 90	"Com 'noventa', fixarás a unha do indicador na raiz do polegar"	"Para 90, coloca-se a unha do indicador na articulação da segunda falange do polegar (tal como para 10 é preciso colocar na articulação da primeira falange)"	 90

[1] Notemos, de passagem, a divergência entre os dois textos.

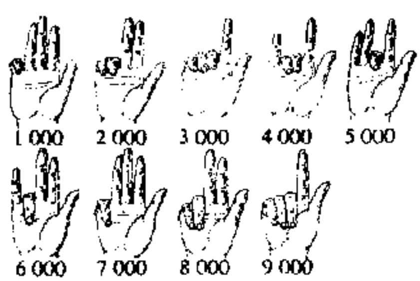
C. CENTENAS E MILHARES





"Quando dizes 'cem', farás na mão direita como 'dez' na mão esquerda; 200 será na mão direita como 20 na esquerda; 300 na direita como 30 na esquerda; 400 na mão direita como 40 na esquerda; etc. até 900"

"Se se tem bem presentes ao espírito essas 18 figuras, a saber, as 9 combinações dos dedos mínimo, anular e médio, bem como as 9 combinações do polegar e do indicador, compreender-se-á facilmente que o que na mão direita serve de sinal para as unidades de 1 a 9 indica na mão esquerda o mesmo número de 1.000 a 9.000; e também o que na mão direita serve de sinal para as dezenas, de 10 a 90, indica na mão esquerda as centenas, de 100 a 900"



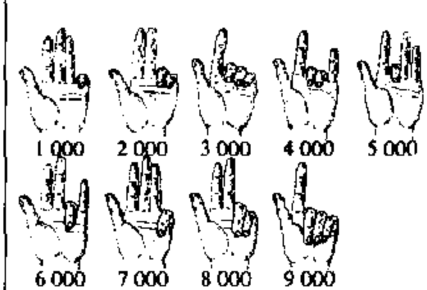


Fig. 3.13

A segunda por sua vez é a que dá o *Farhangi Djihangiri*, dicionário persa do século XVI, traduzido e comentado em francês por Sylvestre de Sacy. A coincidência de dois sistemas escritos com nove séculos de intervalo, em regiões do mundo tão distantes uma da outra quanto a Irlanda e a Pérsia, é muito impressionante.

Esses dois textos mostram como, com uma primeira mão (a esquerda, para os ocidentais e a direita para os orientais) se utilizava separadamente o dedo mínimo, o anular e o médio para representar as unidades simples, depois seja o polegar, seja o indicador, sejam os dois, para as dezenas. Na outra mão representavam-se então as centenas e os milhares por gestos respectivamente simétricos às dezenas e às unidades.

Os dois textos dão em seguida a representação dos números além de 10.000.

Segundo a descrição oriental: "Para indicar 10.000, reúne-se a extremidade do polegar com a extremidade do indicador e uma porção de sua segunda falange (de sorte que a unha do indicador esteja frente a frente da unha do polegar e a extremidade de um novamente com a extremidade do outro)."

Por sua vez, Beda explica: "Para indicar 10.000, colocas no meio do peito a mão esquerda colocada de costas, os dedos estando flexionados atrás (sobre seu dorso) na direção do pescoço."

Há portanto uma divergência manifesta a partir desse ponto.

Para fazermos uma idéia dos gestos para além desse estágio prossigamos com este último:

"Para indicar 20.000 colocas no peito a mão esquerda largamente aberta;

"Para indicar 30.000 a mesma mão está colocada à direita e de perfil, o polegar virado na direção da cartilagem do meio do peito;

"Dizendo 40.000 invertes a mesma mão para baixo na direção do umbigo;

"Dizendo 50.000 colocas no umbigo o polegar da mesma mão, esta estando na mesma posição;

"Dizendo 60.000 tocas o fêmur esquerdo com essa mão sempre virada para baixo;

"Dizendo 70.000 tocas o mesmo lugar, mas com a mão virada de costas;

"Dizendo 80.000 pegas o fêmur com a mão;

"Para 90.000 com a mesma mão esquerda pegas os rins, o polegar virado na direção das partes genitais."

Beda prossegue assinalando que os mesmos gestos reproduzidos na parte direita do corpo, com a mão direita, dão as figurações dos números de 100.000 a 900.000 e explica, para terminar, que o gesto do milhão é obtido cruzando as duas mãos com os dedos uns nos outros...

Quando a História se conta nos dedos

Esse gestual é muito antigo. Provavelmente conhecido desde a mais alta Antigüidade, esteve em vigor durante muito tempo tanto no Ocidente como no Oriente, onde subsistiu até uma época muito recente.

Os habitantes do Egito faraônico parecem tê-lo empregado desde o Antigo Império (séculos XXVIII-XXIII a.C.).

Fig. 3.14 - *Uma contagem digital particular num monumento egípcio do Antigo Império (Vª dinastia: século XXVI a.C.). Mastaba D2 em Saqqara. Ver. L. Borchardt [2], nº 1.534 A, pr. 48.*

É, em todo caso, o que parecem revelar várias pinturas funerárias da época. A da figura 3.14, por exemplo, mostra, assim, partindo da direita na direção da esquerda, três contadores gesticulando números em seus dedos seguindo a técnica precedente (o primeiro à direita indicando, parece, a dezena ou a centena, o quarto o número 6 ou 6.000, e o sexto o número 7 ou 7.000).

A tradição, com a qual alguns autores orientais e ocidentais fazem coro, designa, aliás muito claramente, o Egito como o lugar de origem desse sistema de contagem.

C. Pellat cita a propósito dois manuscritos árabes: um conservado na universidade de Túnis (sob o número 6. 403) e o outro encontrando-se na biblioteca dos Waqfs de Bagdad (sob a referência *Majami'*7071/9). No primeiro, um comentador indica o assunto da conta manual em questão: "Tal é o sistema dos coptas do Egito"; o segundo por sua vez leva um título que deixa entender muito nitidamente que o gestual é de origem egípcia [1].

Citemos ainda uma *qasida* [2] atribuída a al Mawsili al Hanbali, que descreve "o sistema convencional dos coptas do Egito, relativo à maneira de exprimir os números dispondo os dedos segundo as modalidades particulares".

E o testemunho de Ibn al Maghribi, que declarou: "Veja! Sigo nesse sentido as pegadas de cada sábio: fui levado pelo espírito a escrever algo sobre essa ciência e a compor uma *poesia Ragaz* que será nomeada *Tábua da memória*, encerrando a ciência da contagem dos coptas."

Acrescentemos para terminar esta conclusão de Juan Perez de Moya, que ele tira no seu *Tratado de mathematicas* [Tratado de matemáticas] (Alcalá de Henares, 1573): "Essa maneira de contar não se sabe quem inventou, mas como os egípcios eram amigos de poucas palavras (como diz Théodoret), é deles que ela deve provir."

Essa maneira de contar é igualmente atestada na Grécia antiga, como o prova essa alusão de Plutarco que, nas suas *Vidas dos homens ilustres* (trad. Ricard., Paris, 1836, III, 514), faz com que Orontes, genro de Artaxerxes, rei da Pérsia, diga: "Tal como nos cálculos, os dedos daqueles que contam valem algumas vezes dez mil e tantas vezes a unidade, assim também os favoritos dos reis podem ser ou tudo ou quase nada."

É encontrada também entre os romanos.

Sabe-se disso inicialmente graças a uma multidão de *tessaras numéricas*, exumadas em sítios arqueológicos em diversas províncias do Império — particularmente no solo egípcio — e remontando na sua maioria ao início da era cristã (fig. 3.15). São pequenas peças de osso ou marfim que representam cada uma uma certa soma de dinheiro e que os preceptores romanos deram aos contribuintes à guisa de "recibo": comportam geralmente, numa face, uma das figuras digitais do sistema precedente e, na outra, a formulação em cifras romanas do valor correspondente [3].

Sabemos disso também graças ao testemunho de vários autores latinos.

Uma alusão precisa nos é dada pelo poeta Juvenal (cerca de 55-135 d.C.) na Xª de suas *Sátiras*, em que disse de Nestor, o rei legendário de Pilos que passa por ter vivido mais de um século:

"Feliz Nestor que, tendo passado a centena, conta já os anos na mão direita!"

---

[1] *Tratado sobre a conta mediante as mãos à maneira copta* (Manzuma fi hisab al yad bi l Qibtiya).

[2] Poema que faz o elogio de uma personalidade ou de uma família nobre da qual o autor solicitava o apoio ou subsídios.

[3] Assinalemos, de passagem, que os valores figurando nas tessaras numéricas do Império romano jamais ultrapassaram, parece, o número 15.

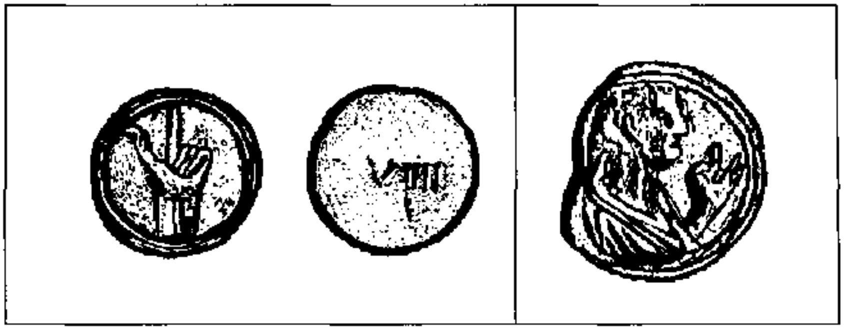


Fig. 3.15 - *Tessara numérica romana do século I d.C.*

A tessara da esquerda dá, numa face, a representação do número 9 mediante um procedimento particular de contagem manual e, na outra, o valor correspondente em algarismos romanos. British Museum.

A tessara da direita representa um homem executando nos seus dedos da mão esquerda o gesto correspondente ao número 15 segundo o mesmo procedimento de contagem. Gabinete de Medalhas, Biblioteca Nacional, Paris. Referência tessara nº 316. Cf. W. Frohner.

Apreendemos tanto melhor seu significado pelo fato de que sabemos que os romanos contavam as unidades e dezenas na mão esquerda e as centenas e os milhares na direita.

Outro testemunho é o de Apuleio (cerca de 125-170), escritor, romancista e filósofo da província romana de Numídia (atuais Argélia e Tunísia). Numa passagem da sua *Apologia* (trad. Nisard) em que defende sua própria causa, Apuleio tinha, com efeito, desposado uma rica viúva, uma certa Aemilia Pudentilla e tinha sido acusado de ter recorrido à magia para seduzir essa mulher. Defendeu-se então diante do procônsul Claudius Maximus em presença de Emilianus, seu principal acusador, que tinha declarado com descortesia que Aemilia tinha sessenta anos de idade, quando na verdade tinha apenas quarenta. Ei-lo interpelando seu principal acusador:

"Tu ousas, Emilianus, engrossar a verdadeira cifra [da idade de Aemilia] com a metade; ou melhor, com um terço? Dizendo trinta para dez pôde-se acreditar que o erro que cometeste vinha de um gesto mal exprimido de teus dedos que tinhas mantido abertos em lugar de mostrá-los curvados (fig. 3.16). Mas quarenta é o número mais fácil de indicar já que é expresso pela mão aberta! E quando o aumentas com a metade não é um erro de gesto: a menos que dês a Pudentilla trinta anos e que tenhas dobrado os anos consulares por causa dos dois cônsules."

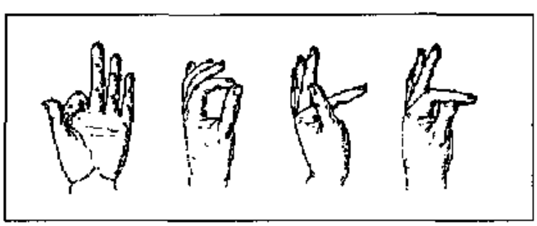


Fig. 3.16

Citemos ainda São Jerônimo, filólogo latino que viveu na época de Santo Agostinho que, no seu *Tratado da Sentença evangélica,* diz:

"Cem, sessenta e trinta, frutos de uma mesma semente numa mesma terra. Trinta corresponde às bodas, porquanto a conjunção dos dedos abraçando-se como num doce beijo representa o marido e a esposa. Sessenta figura os viúvos que estão numa situação de angústia e de atribulação... E o gesto para cem (leitor, peço-te, presta uma atenção diligente), transferido da esquerda para a direita nos mesmos dedos (...) exprime na direita a coroa da virgindade." (fig. 3.17).

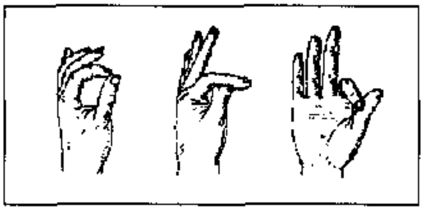


Fig. 3.17

Outro testemunho ainda: o do patriarca São Cirilo de Alexandria (376-444) que, no seu *Liber de computo* [Livro de contas] nos dá a mais antiga descrição do sistema em questão (cap. CXXXVIII, intitulado "De Flexibus digitorum" [Da dobragem dos dedos], III, 135). Essa descrição corresponde exatamente a uma passagem de uma enciclopédia espanhola do século VI, o *Liber etymologiarum*, produzido por uma gigantesca compilação estabelecida pelo bispo Isidoro de Sevilha (570-636), na qual Beda, o Venerável, se inspirará no século VII para elaborar seu célebre capítulo intitulado "De computo vel loquela digitorum".

Notemos de passagem que uma das múltiplas razões da popularidade dessa numeração manual residiu em seu caráter secreto, isto é, misterioso: "Com efeito, diz J.-G. Lemoine, que magnífico meio, para um espião enviado a um campo inimigo a fim de saber a força numérica do adversário, de informar de longe um general mediante um simples gesto ou uma atitude aparentemente negligente." Beda, o Venerável, dá-nos uma explicação e um exemplo de um tal meio de comunicação silenciosa: "Uma espécie de linguagem manual (*manualis loquela*), diz, pode ser imaginada pelo cômputo que venho de notar, tanto para se exercer o espírito quanto para divertir-se." E, depois de ter estabelecido uma correspondência entre as letras latinas e os números inteiros, acrescenta:

"Para dizer a um amigo *Caute age* [= preste atenção!] em presença de pessoas indiscretas ou perigosas, faça com os dedos (os gestos sucessivos abaixo) (fig. 3.18):

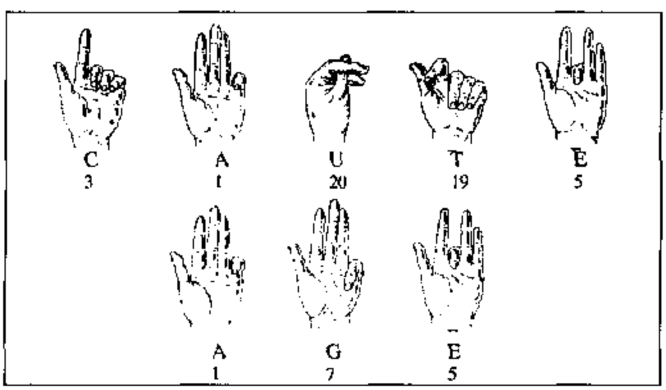


Fig. 3.18

"Se queres ser mais secreto ainda, podem até mesmo enviar-lhe esses números por escrito."

Depois da queda do Império Romano, o mesmo sistema de contagem manual viveu uma voga inteiramente excepcional no Ocidente até o fim da Idade Média (fig. 3.19 a 3.21). Constituiu mesmo um dos mais notáveis instrumentos pedagógicos do ensino medieval [1].

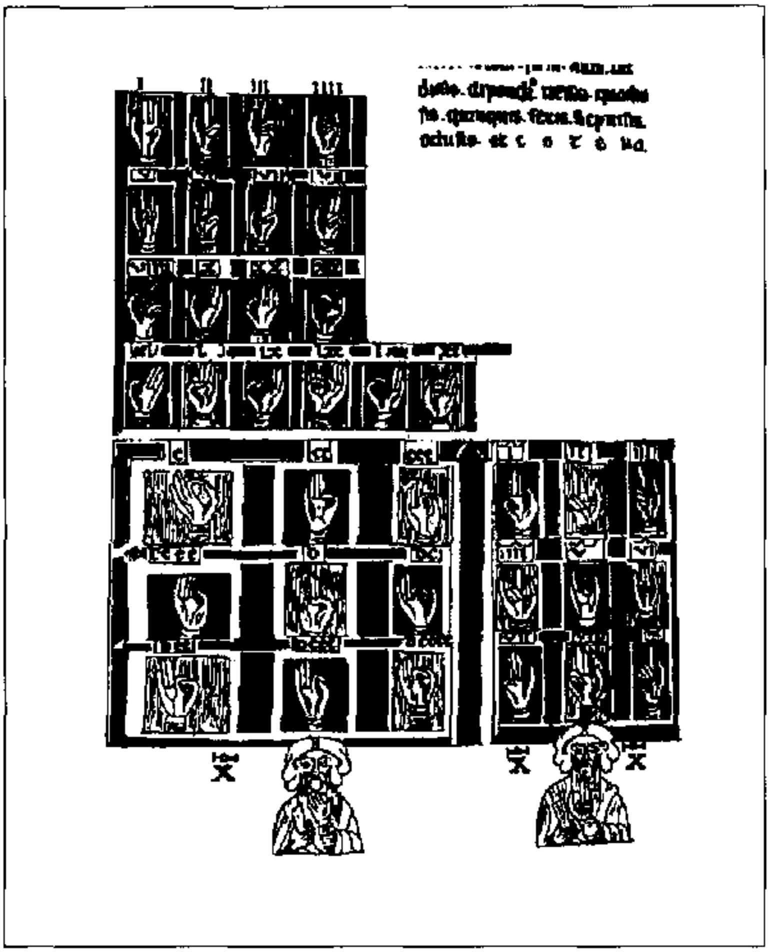


Fig. 3.19 - *O sistema da figura 3.13 num manuscrito do teólogo ibérico Rabano Mauro (780-856). Códex Alcobacense 394, fol. 251 V. Biblioteca Nacional de Lisboa. Ref. R. Burnam, I, pr. XIV.*

[1] A contagem digital, tal como o explicava o *De computo*... de Beda, constituía, com efeito, um dos mais notáveis instrumentos pedagógicos do ensino do *Quadrivium* na Idade Média. Lembremos que o *Quadrivium* — composto de aritmética, geometria, astronomia e música teórica — constituía, com o *Trivium* — composto de gramática, dialética e retórica — o conjunto das Sete Artes liberais da ordem escolar medieval.

Fig. 3.20 - *O mesmo sistema num manuscrito espanhol de 1130. Detalhe de um códex proveniente da Catalunha (provavelmente de Santa Maria de Ripoll). Biblioteca Nacional de Madri,* Codex matritensis *A19, fol. 3V. Ref. R. Burnam; III, pr. XLIII.*

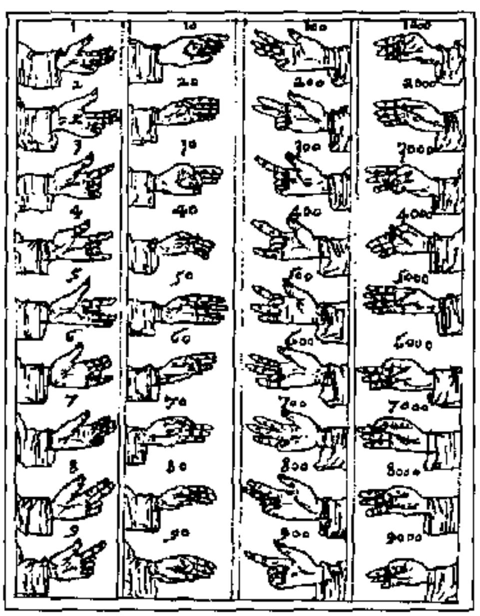


Fig. 3.21 - *A mesma conta manual ainda numa obra de matemática, publicada em Veneza em 1494. Extraído da obra de Luca Pacioli, intitulada* Summa de Arithmetica, Geometrica, proportioni e proportionalita.

E não faz quatrocentos anos seu uso era tão difundido entre os eruditos europeus que um manual de aritmética só era julgado completo se comportava explicações detalhadas sobre ele (fig. 3.22). É apenas com a maior difusão do cálculo escrito com a ajuda de algarismos "arábicos" que essa aritmética manual perdeu definitivamente sua importância.

Fig. 3.22 - *O mesmo gestual numa obra de aritmética publicada na Alemanha em 1727. Jacob Leupold,* Theatrum Arithmetico-Geometricum.

Na Terra do Islã a fortuna dessa mesma "dactilonomia" foi ao menos tão grande quanto no Ocidente. A tradição (de que fazem coro certo número de autores árabes e persas) parece atestar seu uso desde a época antiga. Vários testemunhos isolados o certificam, em todo caso. Assim, desde os primeiros séculos da Hégira, poetas árabes e persas fazem uma alusão sutil e velada à *falta de generosidade de um personagem* dizendo que sua mão faz 93. No sistema manual em questão esse número é figurado, com efeito, por uma mão fechada (fig. 3.23), símbolo universal da avareza.

93

Fig. 3.23 - *O número 93 é figurado na dactilonomia arábico-persa fixando a unha do indicador direito na articulação da segunda falange do polegar (representação de 90) e abaixando o médio, o anular e o mínimo (representação de 3), o que dá quase uma mão fechada.*

Citemos o poeta Yahya Ibn Nawfal al Yamani (século VII da era cristã):

"Noventa seguido de três, cuja conta um homem duro [avaro] representa mediante um punho cerrado prestes a bater, não é mais pão duro do que teus presentes, ó Yazid."

Citemos igualmente os três versos seguintes, atribuídos ao gramático Khalîl Ibn Ahmad (morto em 786), um dos fundadores da poesia árabe:

"Vossas mãos não são criadas para a generosidade e a avareza delas é notória: uma delas é 3.900 [1], e a outra é isolada da generosidade como 100 ao qual faltaria 7." (fig. 3.23).

E Abu'l Kassim Firdusi (cerca de 940-1020), um dos grandes poetas persas, querendo ironizar a grande avareza do sultão Mahmud o Gaznévida, que o recompensou bem mal por seu *Shah Nameh* ("Livro dos reis"):

"A mão do rei Mahmud, de augusta origem, é nove vezes nove e três vezes quatro" (fig. 3.23).

Encontramos freqüentes alusões ainda em outros poetas da região.

Assim, o poeta persa Anwari (morto em 1189 ou 1191) que, dirigindo-se numa de suas *qasida*, ao Grande Vizir Nizam al Mulk, fez a este último o elogio de sua habilidade em matéria de contas: "Dobravas já o mínimo de tua mão esquerda com a idade em que as crianças chupam ainda seu polegar", exprimindo assim que o Grande Vizir já sabia contar ao menos até mil desde sua mais tenra idade (fig. 3.13 C). Igualmente um ditado do poeta persa Abu'l Majîd Sanayî (morto em 1160), significando que repetindo duas vezes o mesmo ato na vida pode-se diminuir seu valor: "O que exprime 200 com a mão esquerda, com a mão direita não conta (mais do que) 20." (fig. 3.24).

E o poeta Khaqani (1106-1200):

"Se pudesse contar as revoluções da roda do céu, enumerá-las-ia com a mão esquerda [tão numerosas elas são]." (fig. 3.13 C).

Do mesmo poeta:

"Matas teu amante com a espada afiada de teus olhares tantas vezes quantas podes contar com tua mão esquerda (isto é, centenas e milhares de vezes)."

Do poeta Anwari, que já citamos:

"Uma noite, na qual o serviço que realizava junto a ti tinha lavado o rosto de minha fortuna com a água da benevolência, deste-me esse número [o número 50] que, na mão direita, obtém-se quando o polegar procura curvar seu dorso sobre ele." (fig. 3.25).

Citemos igualmente os versos seguintes, compostos por Al Farazdaq (morto em 728 da era cristã), em que o autor faz alusão, segundo um de seus comentadores, à figura digital constituída pela aproximação do polegar e do indicador para exprimir o número 30:

"Flagramos o chefe da tribo inteira enquanto que teu pai cata seus piolhos atrás de sua asna;

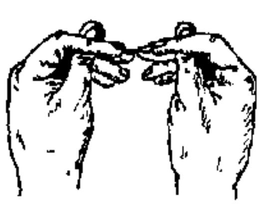


Fig. 3.24

Fig. 3.25

Fig. 3.26

[1] A figura correspondente é obtida tomando a simétrica daquela de 93 (fig. 3.23).

"Seus dedos, formando um número, perto dos testículos, esmagam piolhos na situação mais baixa em que possa encontrar-se o mais humilde dos homens." (fig. 3.26).

Da mesma forma uma citação de Ibn Sa'ad (morto por volta de 850 da era cristã) que, segundo G. Levi della Vida, é uma das mais antigas menções datadas desse procedimento na Terra do Islã: "O *célebre companheiro de Maomé, Hudaifa Ibn al Yaman, figurou o anúncio* do assassinato do califa 'Otman, como se costumou indicar o número 10, e suspirou: 'Isso faz no Islã um buraco [*análogo a esse gesto*], que uma montanha mal seria capaz de preencher." (fig. 3.27).

Num poema atribuído a Al Mawsili al Hanbali, lemos ainda isto:

"Se fazes subir o polegar sobre o indicador, escuta bem, como alguém que pega uma flecha, é 60." (fig. 3.28).

E nesses versos atribuídos a um certo Abu'l Hassan 'Ali, conhecido pelo patronímico de Ibn al Maghribi:

"Faz subir o indicador na garupa do polegar, para 60, como o arqueiro pega uma flecha" (fig. 3.28);

"Assimila 70, figurando-o, ao gesto de alguém que dá um peteleco a um dinar para verificá-lo" (fig. 3.29).


10

Fig. 3.27


60

Fig. 3.28


70

Fig. 3.29


53

Fig. 3.30

Citemos também Ahmad al Barbir al Tarabulusi, um comentarista de textos seculares árabes e persas, relativos à dactilonomia: "Sabes, diz ele a propósito do que ele chama a *conta mediante a contração dos dedos*, que os tradicionalistas precisam dele porque é feita alusão a ele. Ocorre o mesmo com os *fuqaha* [1], porque os juristas o citam [no capítulo sobre] a prece a propósito da pronunciação da profissão de fé [2]; dizem, com efeito, que segundo a regra tradicional, aquele que ora coloca sua mão direita sobre a coxa quando se senta para fazer o *tashahud* [3] e forma o número 53." (fig. 3.31).

[1] Juristas muçulmanos que se ocupam dos direitos sociais e privados de toda a espécie, bem como da regulamentação do culto e das obrigações rituais.

[2] Prece pela qual o crente muçulmano reconhece a unicidade de Alá e exprime sua fé em Maomé, levantando para tanto o indicador e dobrando os outros dedos.

[3] *Idem*, nota 1.

Acrescentemos a essas citações esses versos do poeta Khaqani:

"Qual é essa batalha travada entre Rustem e Bahram? Que cólera, que dissensões agitam esses dois descendentes de famílias ilustres? Sobre seu 90 lutam dia e noite para saber qual dos dois exércitos terá o número 20."

Evidente para as pessoas da época, o significado dessa última passagem parece bastante obscura para um leitor do século XX não familiarizado com as contas digitais antigas e, em particular, com o sistema em questão. Contudo, examinando atentamente os gestos que correspondem aos números de que se trata, compreendemos então que "o 90" (fig. 3.31) provavelmente nada mais é do que uma imagem que o poeta emprega para designar o ânus e, por extensão, o assento [1]; quanto à expressão "ter o número 20 (sobre alguém)", ela parece ter o sentido pejorativo do ato sexual (que, parece, se diz "fazer a pulga", em persa) e, por extensão (nesse contexto militar), o de "ser subjugado" [2].

Portanto, *sobre seus traseiros* [seus 90], *eles lutam dia e noite para saber qual dos dois exércitos será subjugado* [o número 20].

Uma alusão obscena do mesmo gênero encontra-se em Ahmad al Barbir al Tarabulusi. Num de seus comentários, este conta que, para fazer com que seus alunos retivessem corretamente os gestos concernentes aos números 30 e 90, não resistia à tentação de dizer-lhes isto:

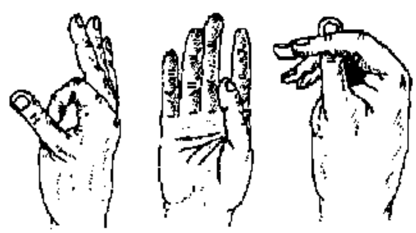


Fig. 3.31

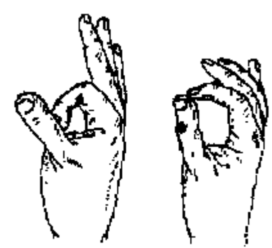


Fig. 3.32

"Um poeta mostrou-se muito sutil dizendo, num epigrama contra um belo adolescente [chamado Khalid]: 'Khalid partia com uma fortuna de 90 dirhams e, na volta, não lhe restava mais do que um terço!'"

Sob seu aspecto aparentemente inocente, essa alusão nada mais era do que um ataque sutil e malvado que significava que o denominado Khalid era homossexual. *O poeta quer dizer*, explica Ahmad al Barbir, *que o Khalid em questão era "estreito" quando partia mas "largo" quando voltava*! (fig. 3.32).

Estes poucos exemplos bastam portanto para medir o quanto a dactilonomia foi de uso corrente para que as sutilezas assim postas em jogo fossem apreciadas pelos leitores da época.

---

[1] O número 90 (em árabe: *tis'un*) teve um emprego como gíria muito freqüente no sentido assim indicado: *Umm al tis'un* ("a Mãe 90") para designar os fundamentos de nossas duas partes carnudas. Eis um outro exemplo nesse verso de Di'bil (morto em 860): "Abu Sa'ad [al-Makhzumi], malgrado sua libertinagem e a fraqueza de seu espírito e de sua religião, se prosterna constantemente, a fronte contra a terra, por causa da serpente que escorrega no seu 90."

[2] *Idem*, nota 3.

Curiosamente, essa maneira de contar ressurgiu na época moderna com o desenvolvimento da informática, em que freqüentemente se fala de *cálculo digital*.

Embora o cálculo em questão não coloque os dedos da mão em ação, existe uma relação evidente, ao menos num plano etimológico, entre essa expressão e o gestual precedente.

Este, como se viu, permitia representar as unidades simples mediante gestos que se referem aos dedos de uma mão e as dezenas mediante gestos que se referem desta vez às articulações dessa mesma mão. É por isso que as palavras *digiti* ("os dedos") e *articuli* ("as articulações") vieram a designar respectivamente, na Idade Média, as unidades simples e as dezenas. Donde, por extensão, para o primeiro termo, o sentido de "signo representando uma qualquer das nove unidades de primeira ordem da numeração decimal".

De *digiti* veio então a palavra inglesa *digit*, no sentido de "algarismo". Donde a expressão *digital calculation*, que significou então o "cálculo mediante algarismos". Desde o desenvolvimento dos computadores o sentido dessa expressão estendeu-se a todo "método de tratamento da informação em que esta é representada por uma grandeza física variável e 'discreta', isto é, composta de unidades fisicamente distintas e exprimível mediante algarismos e diversos outros símbolos". [1]

Como calcular com seus dedos

E como está em questão o *cálculo digital*, a ocasião não pode ser mais propícia para dizer algumas palavras sobre a "informática manual" dos antigos: a mão do homem serviu não apenas para contar mas também para efetuar diversas operações aritméticas.

Conheci um camponês de Auvergne, da região de Saint-Flour, que sabia fazer multiplicações com seus dedos mediante o mero enunciado dos dados com exclusão de qualquer outro artifício material: perpetuava assim uma tradição muito antiga. [2]

Para multiplicar 8 por 9, por exemplo, dobrava numa mão tantos dedos quantas unidades suplementares há em 8 com relação a 5, ou seja, 8 - 5 = 3 dedos, e mantinha os dois outros dedos em posição estendida. Dobrava em seguida na outra mão tantos dedos quantas unidades suplementares há em 9 com respeito a 5, ou seja, 9 - 5= 4 dedos, e mantinha o dedo restante em posição estendida (fig. 3.33). Obtinha então o resultado do produto procurado multiplicando inicialmente por dez (mentalmente, claro) o número dos dedos dobrados nas duas mãos — o que lhe dava: $(3 + 4) \times 10 = 70$ — e acrescentava em seguida esse resultado parcial ao produto dos dedos levantados da primeira mão pelos dedos levantados da outra — isto é: $2 \times 1 = 2$.

---

[1] Para seus códigos, essa ciência e técnica utiliza geralmente duas cifras: os sinais 0 e 1 do *sistema binário*; é o que se chama *bits* (por contração de *binary digits*). Fisicamente, um *bit* ou "algarismo binário" é a menor unidade de informação e pode representar (ou ser representado por) qualquer sistema suscetível de estar em dois estados, contrários ou complementares: sistema lógico de dois valores (verdadeiro ou falso); perfuração num cartão; impulsão numa fita; passagem de uma corrente elétrica num circuito; magnetização etc.

[2] Notemos que se encontram ainda em nossos dias alguns traços desse gênero de procedimento na Índia, no Irã, na Síria, na Sérvia, na Bessarábia, na Valáquia, em Auvergne e na África do Norte. Esse procedimento é igualmente descrito pelo autor iraniano Beha'ad-Din al'Amuli (que viveu de 1547 a 1622 da era cristã e cuja influência foi considerável na Pérsia e na Índia), bem como pelo matemático francês Nicolas Chuquet (1445-1500 aproximadamente) no seu *Triparty en la science des nombres*.

Dessa maneira, terminava portanto corretamente em:

$$8 \times 9 = (3 + 4) \times 10 + (2 \times 1) = 72.$$

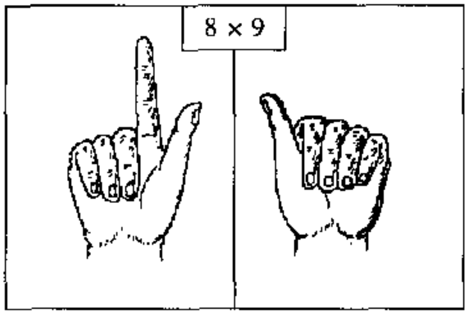


Fig. 3.33

Para multiplicar 9 por 7, dobrava da mesma maneira numa primeira mão tantos dedos quantas unidades suplementares há em 9 com relação a 5, ou seja, 9 - 5 = 4 dedos, e na outra mão tantos dedos quantas unidades suplementares há em 7 com relação a 5, ou seja, 7 - 5 = 2 dedos (fig. 3.34). O resultado é obtido então multiplicando por 10 o número total de dedos dobrados nas duas primeiras mãos — o que dava: $(4 + 2) \times 10 = 60$ — e acrescentando esse resultado parcial ao produto dos dedos levantados de uma pelos dedos levantados da outra — isto é: $1 \times 3 = 3$.

E aí também terminava corretamente em:

$$9 \times 7 = (4 + 2) \times 10 + (1 \times 3) = 63.$$

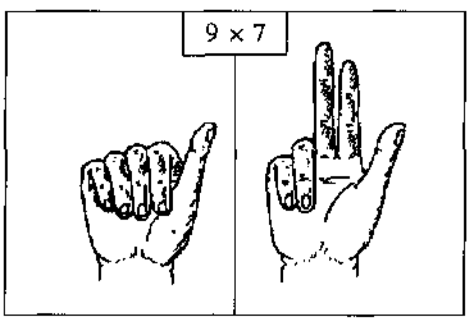
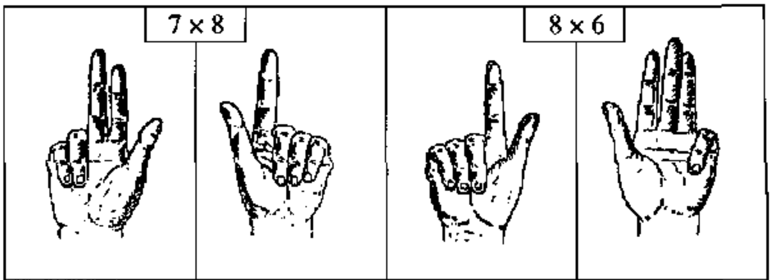


Fig. 3.34

Esse procedimento concreto, que os antigos certamente encontraram de uma maneira empírica, é infalível: *permite efetuar rapidamente as multiplicações de todos os números incluídos entre 5 e 10* (fig. 3.35).



Produto de 7 por 8	Produto de 8 por 6
Dobrar: (7 - 5) dedos de uma mão e (8 - 5) da outra. Resultado: 5 dedos dobrados no total, 3 dedos levantados numa mão e 2 na outra. Portanto: $7 \times 8 = 5 \times 10 + 3 \times 2 = 56$	Dobrar: (8 - 5) dedos de uma mão e (6 - 5) da outra. Resultado: 4 dedos dobrados no total, 2 dedos levantados numa mão e 4 na outra. Portanto: $8 \times 6 = 4 \times 10 + 2 \times 4 = 48$

Fig. 3.35

Eis a justificação matemática para aqueles que a álgebra elementar não derrota. Sejam x e y dois números compreendidos entre 5 e 10, que se trata de multiplicar entre si. Dobremos numa mão tantos dedos quantas unidades suplementares há em x com relação a 5, isto é, (x - 5) dedos e, na outra,tantos dedos quantas unidades suplementares há em y com respeito a 5, isto é, (y - 5) dedos. O número de dedos estendidos na primeira mão é igual a A = 5 - (x - 5), enquanto que o de dedos estendidos na outra mão é de B = 5 - (y - 5).

Quanto ao número total de dedos dobrados nas duas mãos, é igual a:

$$R = (x - 5) + (y - 5).$$

A regra que diz respeito a essa multiplicação digital é justificada portanto pelo fato de que a expressão:

$$(10 \times R) + (A \times B)$$

(produto por dez do número total dos dedos dobrados, acrescentado do produto dos dedos estendidos) corresponde exatamente a:

$$10\ [(x - 5) + (y - 5)] + [5 - (x - 5) \times (5 - (y - 5)] = xy$$

isto é, ao produto procurado.

Por um procedimento vizinho, meu camponês chegava igualmente a multiplicar os números compreendidos entre 10 e 15.

Para multiplicar 14 por 13, por exemplo, dobrava numa mão tantos dedos quantas unidades suplementares há em 14 com relação a 10 (ou seja, 14 - 10 = 4 dedos) e na outra tantos dedos quantas unidades suplementares há em 13 com relação a 10 (ou seja: 13 - 10 = 3 dedos). Obtinha então o produto procurado multiplicando (mentalmente) por dez o número total de dedos dobrados (o que lhe dava (4 + 3) × 10 = 70), depois, acrescentando a isso o produto (igual a 4 × 3 = 12) de dedos dobrados, e enfim adicionando esse resultado parcial a 10 x 10. Chegava então dessa maneira a:

$$14 \times 13 = 10 \times (4 + 3) + (4 \times 3) + 100 = 182.$$

Por outras técnicas semelhantes, chegava mesmo a multiplicar todos os números compreendidos entre 15 e 20, todos aqueles compreendidos entre 20 e 25 e assim por diante.

Essas técnicas (que supõem o conhecimento de cor dos quadrados respectivos de 10, 15, 20, 25, etc.) justificam-se matematicamente pelas fórmulas respectivas abaixo:

— Multiplicação dos números compreendidos entre 10 e 15:

$$10\,[(x - 10) + (y - 10)] + (x - 10) \times (y - 10) + 10^2 = xy \text{ (fig. 3.36);}$$

— Multiplicação dos números compreendidos entre 15 e 20:

$$15\,[(x - 5) + (y - 15)] + (x - 15) \times (y - 15) + 15^2 = xy \text{ (fig. 3.37);}$$

MULTIPLICAÇÃO DIGITAL DOS NÚMEROS COMPREENDIDOS ENTRE 10 E 15

(100, o quadrado de 10, deve ser conhecido de cor)

Exemplo: 12 x 13

Dobrar: (12 - 10) dedos de uma mão e
(12 - 10) dedos da outra.

Resultado: 2 dedos dobrados numa mão e 3 na outra.

Portanto:

12 x 13 = 10 x (2 + 3) + (2 x 3) + 10 x 10 = 156

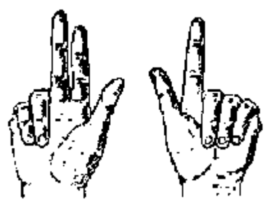


Fig. 3.36

— Multiplicação dos números compreendidos entre 20 e 25:

$$20\,[(x - 20) + (y - 20)] + (x - 20) \times (y - 20) + 20^2 = xy;$$

e assim por diante.

MULTIPLICAÇÃO DIGITAL DOS NÚMEROS COMPREENDIDOS ENTRE 15 E 20

(225, o quadrado de 15, deve ser conhecido de cor)

Exemplo: 18 × 16

Dobrar: (18 - 15) dedos de uma mão e
(16 - 15) dedos da outra.

Resultado: 3 dedos dobrados numa mão e 1 na outra.

Portanto:

15 × (3 + 1) + (3 × 1) + 15 × 15 = 306

Fig. 3.37

Concebe-se assim como, durante vários séculos, homens que não dispunham de nosso cálculo moderno mediante algarismos "arábicos" puderam, graças à sua memória e aos múltiplos recursos dos dedos da mão, dobrar toda sua imaginação para livrar-se do problema...

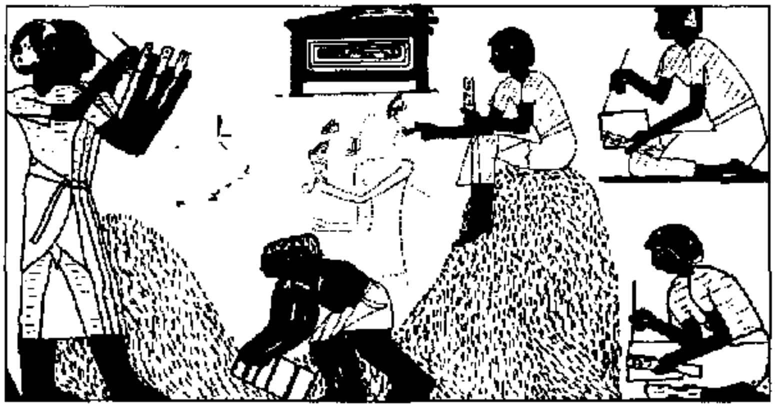


Fig. 3.38- *O cálculo digital numa pintura funerária egípcia do Novo Império. [Fragmento de uma pintura mural que ornamentava a tumba do príncipe Menna em Tebas, que viveu na época da XVIII dinastia, sob o reino de Tutmosis IV, isto é, no fim do século XV a.C.] Seis escribas contábeis vigiam quatro trabalhadores que medem o grão e enchem vasos de trigo de um monte ao outro; à direita, num dos montes de grãos, o chefe escriba efetua operações aritméticas com os dedos e dita os resultados correspondentes aos três escribas da esquerda, que os registram em tabuletas (isso lhes permitirá, na seqüência, recopiar seus principais elementos em papiros estocados entre os arquivos do faraó).*
Tumba tebana nº 69, parede de entrada, 1ª sala à direita.

Como contar com seus dedos até dez bilhões

Terminemos com essa técnica de contagem digital, bem mais extensa e matematicamente mais interessante do que todos os sistemas precedentes. O sistema é atestado ao menos desde o século XVI: é descrito no *Suan fa tong zong*, obra de cálculo publicada em 1593. E. C. Bayley assinala seu uso na China no século passado; manteve-se até nossos dias, tal como me confirmaram dois de meus amigos chineses, um originário de Cantão e o outro de Pequim.

Nesse procedimento manual, cada articulação subjacente a cada falange é subdividida em três partes: juntura da esquerda, juntura do centro e juntura da direita. De modo que cada dedo se encontra associado às nove unidades consecutivas de uma mesma ordem decimal: o mínimo direito às unidades simples, o anular da mesma mão às dezenas, o médio às centenas, o indicador aos milhares e o polegar direito às dezenas de milhares; depois o polegar esquerdo é associado nela às centenas de milhar, o indicador da mesma mão aos milhões, e assim por diante (fig. 3.39).

No mínimo direito conta-se inicialmente de 1 a 3 tocando sucessivamente, do lado esquerdo, as juntas superior, mediana e inferior. Conta-se em seguida de 4 a 6 tocando sucessivamente, do lado central e de baixo para cima, as articulações inferior, mediana e superior.

Conta-se, enfim, de 7 a 9 considerando, do lado esquerdo e de alto a baixo, as juntas superior, mediana e inferior. No mínimo direito procede-se igualmente contando inicialmente de 10 a 30, depois de 40 a 60, e enfim de 70 a 90. Procede-se da mesma maneira no médio direito para contar de 100 a 900. E assim por diante, de tal sorte que na articulação inferior direita do mínimo esquerdo se atinjam os nove bilhões (fig. 3.40).

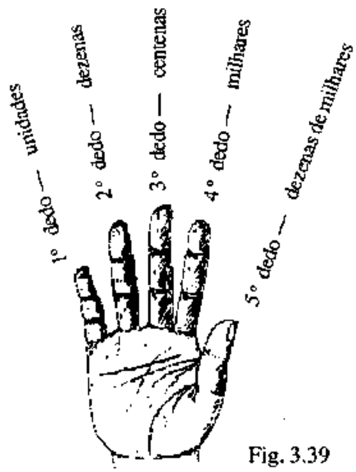


Fig. 3.39

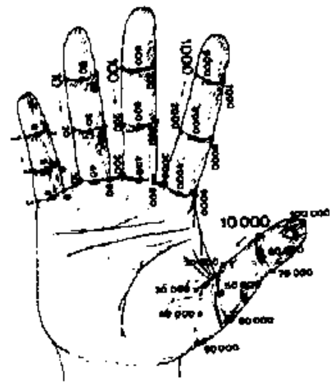


Fig. 3.40

A técnica permite portanto, ao menos em teoria, contar até cem mil numa mão e até dez bilhões nas duas. Eis um belo testemunho da engenhosidade do espírito humano...

A Contabilidade do Homem de Cro-Magnon

O método mais universalmente atestado na história da "contabilidade", e um dos mais velhos também, é o do osso ou do pedaço de madeira entalhado. Aquele mesmo que já devia ter permitido muitas vezes ao homem livrar-se do embaraço na época em que não sabia ainda contar de uma maneira abstrata.

Os primeiros testemunhos arqueológicos conhecidos dessa prática datam do período que os historiadores da pré-história designam habitualmente com o nome de *Aurignaciano* (35.000 a 20.000 a.C.). São, portanto, mais ou menos contemporâneos do homem de *Cro-Magnon*. São numerosos ossos, levando cada um uma ou mais séries de entalhes regularmente espaçados, que foram encontrados na maioria na Europa ocidental (fig. 4.1).

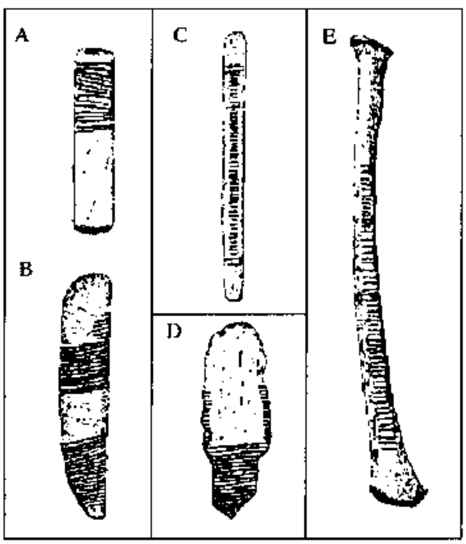


Fig. 4.1 - *Os entalhados do Paleolítico superior. A e C: Aurignaciano (30.000 a 20.000 a.C.). Museu das Antigüidades Nacionais de St-Germain-en-Laye (o osso "C" provém de Saint-Marcel en Indre). B e D: Aurignaciano. Osso proveniente da gruta de Külna (Morávia), na República Tcheca. E: Magdaleniano (19.000 a 12.000 a.C.). Osso proveniente da gruta de Pekarna (Morávia). Cf. J. Jelinek, p. 435-453.*

Entre eles, um rádio de lobo munido de cinqüenta e cinco entalhes, repartidos em duas séries de grupos de cinco. Os arqueólogos descobriram-no em 1937 em Dolni Vestonice, na Tchecoslováquia, entre sedimentos de mais de trinta mil anos de idade. A destinação desses entalhes permanece, claro, ainda enigmática. Mas não há nenhuma dúvida de que esse osso (cujos entalhes foram certamente gravados intencionalmente e não correspondem a nenhuma preocupação estética) constitui um dos mais velhos documentos aritméticos que chegaram até nós. Indica mesmo, muito claramente, que nessa época o ser humano já tinha chegado não somente a conceber os números abstratos, mas também a decompô-los segundo o princípio da base. Senão, porque teria tido o trabalho de repartir esses entalhes de uma maneira tão perfeitamente regular, enquanto a prática do entalhe, considerada apenas pelo ângulo do emparelhamento, só teria dado uma *série contínua de traços*?

O homem a quem esse bastão de osso serviu foi talvez um exímio caçador. Cada vez que matava um animal fazia um risco num osso. E esse osso podia ser diferente para cada tipo de animal: um para os ursos, outro para os cervos, outro ainda para os bisões, etc. Estabelecia assim o estado alimentar do momento. Mas para não ter de recontar cada vez o conjunto dos entalhes correspondentes, tinha tomado o hábito de reparti-los em grupos de cinco, como os dedos da mão (fig. 4.2):

I I I I I	I I I I I	I I I I I	I I I I I ...
$\underbrace{1\,2\,3\,4\,5}$	$\underbrace{6\,7\,8\,9\,10}$	$\underbrace{11 \ldots 15}$	$\underbrace{16 \ldots 20}$
1 mão	2 mãos	3 mãos	4 mãos

Fig. 4.2

Tinha assim, elaborado na base cinco, uma verdadeira *notação gráfica* dos primeiros números inteiros.

Também interessante é esse objeto (fig. 4.3), atualmente conservado no museu da Aquitânia, em Bordeaux, que foi encontrado há alguns decênios em Brassempouy, na Dordogne, num sítio datando do *Magdaleniano* (19.000 a 12.000 a.C.). É um punção em osso de rena, levando um entalhe longitudinal intercalado entre duas séries de entalhes transversais regularmente espaçados, repartidos cada um em dois grupos distintos (3 e 7 traços de um lado, 5 e 9 do outro). Além disso, o entalhe longitudinal, visivelmente mais próximo da série 9-5 do que da série 3-7, parece formar uma "chave", um traço de união de alguma espécie, entre o grupo dos nove e o dos cinco traços.

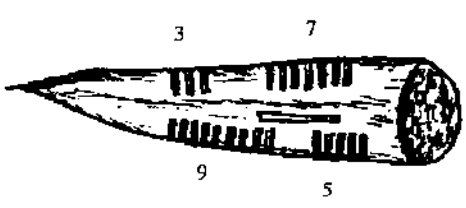


Fig. 4.3 - *Osso entalhado do Magdaleniano (19.000-12.000 a. C.), encontrado em Brassempouy, na Dordogne. Bordeaux, museu de Aquitânia.*

Trata-se do quê? Não seria apenas um simples instrumento, uma arma ou uma ferramenta, que se teria munido desses entalhes apenas para impedir a mão de escorregar? A explicação parece pouco provável. E aliás, de que teria então servido o traço longitudinal que seguramente não foi traçado aí por acaso? E se fosse o caso, por que razão os instrumentos análogos da pré-história, inclusive das épocas ulteriores, geralmente não foram entalhados da mesma maneira?

Na realidade, esse furador também testemunha uma atividade que tem alguma relação, direta ou indireta, com a aritmética.

Em razão da disposição dos números 3, 5, 7 e 9 e da importância que lhes é atribuída por bom número de documentos análogos dessa época, é permitido avançar uma primeira explicação.

Poder-se-ia pensar que o traço longitudinal representou a unidade e que os traços transversais foram associados aos outros números ímpares que são os números primos, à exceção de 9, quadrado de 3.

Esse furador assim entalhado teria então constituído uma espécie de "instrumento aritmético" dando uma representação gráfica dos primeiros números ímpares, bem como um arranjo desses números permitindo encontrar rapidamente algumas propriedades elementares deles (fig. 4.4).

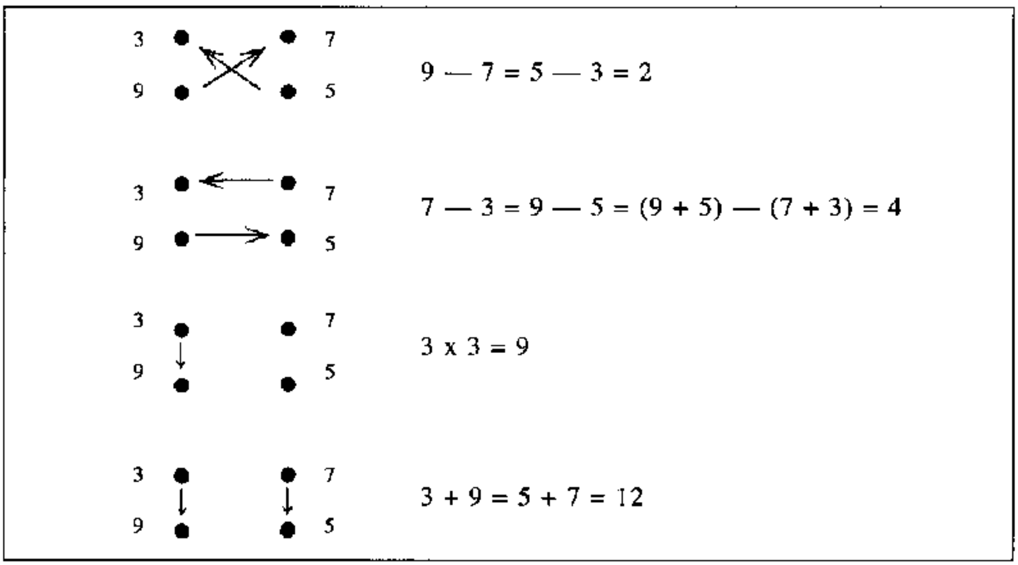


Fig. 4.4 - *Algumas propriedades aritméticas da disposição dos entalhes do osso da figura 4.3.*

Mas enquanto suporte material da representação e da memorização dos números, a prática do entalhe é também uma *prefiguração da contabilidade*. Donde as conjecturas abaixo:

Nosso ancestral longínquo, a quem esse furador pertenceu, usou-o antes para recensear homens, coisas ou animais.

Esse objeto poderia, portanto, ter sido utilizado por um fabricante de instrumentos da época estabelecendo assim o estado de suas próprias ferramentas de trabalho:

$\begin{cases} \text{3 \textit{buris-espátulas} e 7 \textit{facas} (de pedra)} \\ \text{9 \textit{raspadores} e 5 \textit{furadores} (em osso)} \end{cases}$

(o traço longitudinal formando a chave entre os cinco e os nove traços então tendo podido simbolizar, aos olhos desse homem, a *natureza óssea* dos dois últimos tipos de instrumentos).

Ou por um guerreiro estabelecendo da mesma maneira o balanço de suas armas:

3 *canivetes* e 7 *furadores*
9 *lanças com viés simples* e 5 *lanças com base fendida*.

Poderia ter servido também para registrar o número e a espécie dos animais abatidos por um caçador para a contagem de uma comunidade:

3 *bisões* e 7 *búfalos*
9 *renas* e 5 *cervos*

Ou ainda, para estabelecer o estado das reservas alimentares do momento.

Pode-se imaginar também um pastor usando essa prática para notar o número de animais de que tem a guarda, pondo, por exemplo, o gado ovino ou caprino de um lado e os bovinos de outro.

Ou ainda um mensageiro empregando esse furador talhado para transmitir a uma tribo vizinha uma mensagem do gênero:

"Dentro de 3 *luas* e 7 *dias*, nós vos forneceremos
9 *cestos de comida* e 5 *animais de pele*."

Pode-se igualmente pensar num "recibo" ou numa "nota de entrega", ou ainda numa contabilidade resultante de uma troca ou de uma distribuição...

É claro que tudo isso são apenas hipóteses entre tantas outras, o verdadeiro significado desses traços escapando ainda à perspicácia dos intérpretes. Na verdade, a destinação exata desses entalhes permanecerá para sempre desconhecida pois, nesse tipo de notação, as coisas ou os seres diretamente implicados pela operação são indicados apenas por suas quantidades respectivas, mas não pelos sinais específicos que permitem precisar sua natureza.

Nesse estágio, é verdade, a humanidade ignorava ainda a escrita. Mas concretizando dessa maneira a enumeração de tal ou tal tipo de unidades, o possuidor do furador bem como seus contemporâneos e predecessores tinham igualmente inventado os primeiros rudimentos da *contabilidade escrita*: traçavam na realidade *algarismos* no sistema de notação numérica mais rudimentar da história...

Capítulo V

A Prática do Entalhe, ou a Contabilidade dos Iletrados

A prática do entalhe tem ao menos quarenta milênios de idade. Técnica primitiva e sem futuro, pensar-se-á. Primitiva certamente, mas sem futuro seguramente não. Chegou até nós quase sem alteração, através de milhares de anos de evolução, de história e de civilizações. Sem o saber, nossos ancestrais de há mais de trinta mil anos tinham assim realizado a invenção que devia bater um dos recordes de longevidade de todos os tempos. A própria roda não possui essa antigüidade. Só o emprego do fogo pode rivalizar com ela.

Múltiplos entalhes encontrados nas paredes rochosas das grutas pré-históricas ao lado de silhuetas de animais não deixam nenhuma dúvida sobre sua função contábil, e na época moderna a técnica mal mudou.

Assim, próximo a Los Angeles, não faz muito tempo, os trabalhadores indígenas mantinham a contagem do seu tempo de trabalho gravando em pedaços de madeira um entalhe fino para cada jornada, um entalhe mais profundo e grosso para cada semana e uma cruz para cada quinzena de trabalho realizado.

Mencionemos também, como anedota, os caubóis do faroeste americano que usavam essa prática ao ornarem com um entalhe o cano de seu revólver para cada bisão morto. Os temidos "caçadores de prêmios" faziam a mesma coisa para cada bandido abatido. E o pai da célebre Calamity Jane registrava assim, segundo o mesmo método, o número das "moças a casar" de sua cidade.

Do outro lado do mundo, no Laos, mal faz uma centena de anos, utilizava-se correntemente também o mesmo procedimento, como o testemunha esse extrato do relato que o explorador J. Marmand contou em 1879 com respeito a uma população:

"Percebo pela estrada, a alguns passos do começo de um caminho, uma grande barreira feita de bambus e de árvores abatidas, ornada de hexágonos e de buquês de plantas; acima do caminho uma pequena tabuleta balançava, portando em cada uma de suas bordas uma série de entalhes regulares, mas uns grandes e outros pequenos. À direita, uma série de doze pequenos entalhes, uma série de quatro grandes e depois uma série de doze pequenos. Traduza: daqui a doze dias, todo homem que ousar atravessar nossa paliçada será nosso prisioneiro ou então nos pagará quatro búfalos e doze ticais* de resgate. À esquerda, oito grandes entalhes, onze médios e nove pequenos, o que significa: "*Nossa cidade conta com oito homens, onze mulheres e nove crianças*[1]."

---

* N. do T.: Antiga moeda em vigor em Myanmar (Birmânia).

Da mesma forma: "Em Sumatra, os lutsu declaram a guerra enviando um pedaço de madeira marcado com entalhes e acompanhado com uma pluma, um pedaço de carvão e de um peixe. Interprete: atacariam com tantas centenas (ou milhares) de homens quantos entalhes há; seriam tão rápidos quanto o pássaro (donde a pluma), devastariam tudo (donde o carvão), afogariam seus inimigos (donde o peixe)." (J.-G. Février).

Há apenas algumas gerações, os pastores alpinos e húngaros, tal como os pastores celtas, toscanos e dálmatas, tinham o costume de notar o número de cabeças de seus rebanhos gravando tantos traços, entalhes ou cruzes em bastões ou tabuletas de madeira.

Mas entre um certo número deles, o método se tinha particularmente refinado e aperfeiçoado, como explica L. Gerschel:

"Num entalhe da Valáquia morava remontando a 1832, o pastor encarregado de tomar conta das ovelhas de que tinha a guarda tomava o cuidado de distinguir as cabeças leiteiras por uma notação especial: por um lado, os animais estéreis e, por outro, os que só davam a metade da produção normal. Em certas partes dos Alpes suíços, os pastores tinham o costume de colocar em tabuletas de madeira, cuidadosamente trabalhadas e ornadas, diversas informações e, em particular, o número dos animais de que tinham a guarda. Mas notavam separadamente a contagem das vacas, dos animais estéreis, das ovelhas e das cabras...

"Sem dúvida devemos pensar que os pastores de todos os países estão submissos mais ou menos às mesmas realidades — das quais só a notação difere: com essa finalidade, servir-se-á, segundo o lugar, do cordão com nós de múltiplas ramificações que é o *quipu* [cf. capítulo 6], de uma talha ainda primitiva ou de uma prancheta que [na língua alemã] comportará, por exemplo, as menções *Küo* "vacas", *Gallier* "animais estéreis', *Geis* "cabras", gravadas ao lado de autênticos algarismos de talha. Um fato contudo permanece o mesmo: o pastor, responsável pelos animais que pedem para ser cuidados e nutridos, cujo número ele conhece; mas é-lhe igualmente necessário enumerá-los segundo as diversas categorias separando os que dão o leite e os que não o dão, distinguindo segundo sua idade e seu sexo; donde não uma conta simples, mas três ou quatro *contas paralelas* (ou às vezes mais) levadas adiante e que se encontram justapostas no instrumento de contagem."

Fig. 5.1 — *Talhas de pastores suíços do fim do século XVIII, encontradas em Saanen (cantão de Berna, Suíça). Bâle, Museum für Völkerkunde. Cf. M. Gmür.*

Numa palavra, esses pastores tinham assim elaborado um verdadeiro sistema de contabilidade.

[1] Trata-se aí de um uso do entalhe como *marca de interdição*. Uma utilização vizinha foi a da *marca de advertência*, de que J. Harmand assinalou a existência no mesmo lugar em "todas as cidades em que a cólera dizimava e dispersava então".

Outro sobrevivente dos tempos pré-históricos: o imposto, que foi outrora retirado pelos senhores e reis da França aos servos e plebeus, levou o nome de *talha* pela mera razão de que seus coletores tinham o hábito de marcar numa talha em madeira o que dava cada contribuinte.

Curiosamente o mesmo sistema servia ainda no início do século XIX na Inglaterra para certificar o pagamento dos impostos ou ainda para contabilizar as entradas e saídas de dinheiro. Em bastões talhados, entalhes mais ou menos profundos representavam uma libra, dez libras, cem libras, etc., ou ainda submúltiplos dessa unidade monetária (fig. 5.2). E faz apenas cento e oitenta anos, o muito sério ministro britânico das Finanças tinha ainda seus arquivos sob essa forma!

Foi sem dúvida o que levou Charles Dickens (1812-1870) a formular uma violenta crítica contra a burocracia da época e a redigir um panfleto intitulado *A Reforma administrativa*:

"Há alguns séculos, escrevia, uma moda selvagem de contabilidade foi introduzida na Casa das Finanças, fazendo entalhes em bastões de madeira, e mantinham-se neles as contas mais ou menos como Robinson Crusoé na sua ilha mantinha em dia seu calendário. Uma multidão de contadores, mantenedores de livros, atuários nasceram, morreram e a rotina oficial atinha-se a esses bastões entalhados como se fossem os pilares da Constituição: as contas do Ministério das Finanças continuavam a manter-se sobre certos pedaços de madeira de olmo chamados *talhas*[1].

"No reino de Jorge III, vem insuflar um espírito revolucionário: examina-se a questão de saber se, dada a existência das plumas, da tinta, do papel, das ardósias e de seus gizes, continuar-se-ia a teimar nesse costume em desuso e se não se adotaria algum sistema moderno. Mas a burocracia obstinou-se na sua rotina *e os bastões só foram abolidos em 1826*!

"Em 1834 percebeu-se que existiam quantidades consideráveis deles e perguntou-se o que se poderia fazer de bom com esses velhos pedaços de madeira apodrecidos, usados, roídos pelos vermes. Foram colocados em Westminster, e uma certa pessoa inteligente pensou que não se poderia encontrar nada melhor do que distribuí-los aos pobres da vizinhança como madeira para aquecerem-se. Contudo, como não tinham jamais servido para nada, a rotina burocrática exigiu que doravante para nada mais servissem e foi dada ordem de queimá-los secretamente. Correu o boato de que teriam sido queimados num fogão da Câmara dos Lordes. O fogão, cheio desses antigos bastões, pôs fogo no revestimento de madeira e o incêndio se comunicou à Câmara dos Comuns; e os dois palácios foram reduzidos a cinzas. Convocou-se arquitetos para construir outros e estamos atualmente no segundo milhão de taxas!"

Eis bem o famoso conservadorismo britânico, ironizarão alguns. Mas o que pensar então dos franceses e de todos os outros europeus?

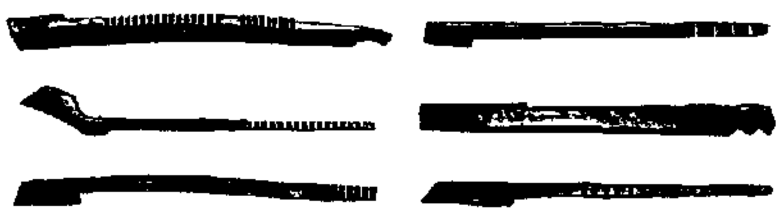


Fig. 5.2 - *Talhas inglesas de contabilidade, século XIII. Londres. Collection Society of Antiquaries.*

[1] O termo inglês *tally* quer dizer ao mesmo tempo "entalhe", "pequeno pedaço de madeira talhada", "concordar", "pôr-se de acordo" e "corresponder". Quanto ao termo *tallyman*, significa propriamente "comerciante a crédito".

Na França, Alemanha, Suíça e em todos os países escandinavos, esses mesmos bastões serviam ainda no início do século passado, nos mercados públicos, como instrumentos de compra a crédito.

Aliás, até o início do século XX na França, e mais recentemente ainda — eu mesmo vi no início dos anos 1970, num pequeno vilarejo situado a algumas dezenas de quilômetros de Dijon —, o mesmo método era correntemente empregado pelos padeiros de província quando aí se vendia o pão a crédito. Dois pequenos pedaços (ou tabuletas) de madeira, chamados *talhas*, dos quais um permanecia na padaria e o outro era devolvido ao devedor, recebiam simultaneamente um entalhe cada vez que um naco de pão era levado pelo cliente. O débito e o pagamento efetuaram-se numa data fixa (uma vez por semana, por exemplo). Nenhuma contestação era possível: as duas talhas possuíam os mesmos entalhes, de mesma dimensão, nos mesmos lugares. O cliente não podia suprimir um entalhe e o padeiro também não podia acrescentar a ela. E se esse se arriscasse a isso, não há dúvida de que a aproximação dos dois pedaços de maneira teria sido suficiente para trazer a fraude à luz (fig. 5.3).

Numa obra intitulada *Michel Rondet*, André Philippe fornece-nos um testemunho bastante significativo a propósito da talha francesa do padeiro de província. A cena desenrola-se em 1869 nas cercanias de Saint-Étienne:

"As mulheres tinham um pedaço de madeira, de vinte centímetros de comprimento aproximadamente, marcado com traços de lima. Todos esses pedaços eram diferentes, uns talhados num galho, outros quadrados, aplainados. O padeiro tinha os pares, enfiados numa correia. Procurava o nome inscrito na cabeça de suas madeiras, adaptava o da cliente; os 'entalhes' correspondiam exatamente, os algarismos romanos I, V, X representando o peso do pão entregue."

Igualmente, René Jouglet relata uma cena que se desenrola em torno de 1900 no Hainaut. "O padeiro ia de porta em porta na sua carriola. Chamava ao longe a empregada. Ela trazia 'sua talha'. Era uma prancheta estreita e longa como o ferro de um cinzel; o padeiro possuía o par. Justapunha-as e, na lombada dos dois, traçava com a serra tantos entalhes quantos pares de seis libras de pães ele dava. Assim, o controle era fácil. O número dos entalhes era o mesmo num e noutro modelo. Era impossível para a empregada apagá-los nos dois ao mesmo tempo; era impossível para o padeiro acrescentá-los."

Fig. 5.3 - *Talhas francesas de padeiros de província, tal como foram empregadas nos pequenos vilarejos.*

Era, portanto, uma forma inesperada de recibo ou fatura, mas também de *cartão de crédito* em madeira, quase tão seguro e eficaz quantos nossos cartões magnéticos de hoje em dia.

Mas os padeiros franceses não obtiveram o monopólio. E por isso mesmo: a prática da dupla talha para conservar todo débito cujo arranjo é deferido até uma data posterior encontra-se em qualquer época e quase por toda a parte no mundo.

O procedimento foi, assim, empregado pelos khâs boloven na Indochina do século passado: "Para seus negócios, explicava J. Harmand, empregavam um sistema análogo àquele de que se serviam os padeiros, entalhando duas tabuletas que cada parte conserva consigo mediante entalhes correspondentes. Mas a complicação desse meio mnemotécnico é infinitamente maior e dificilmente se compreende como se guiam nele. Tudo figura nele, o ou os vendedores, o ou os compradores, as testemunhas, a data da entrega, a natureza dos objetos trocados e seu preço."

A persistência da prática do entalhe numérico até a época moderna esclarece-se, portanto, e justifica-se nessas condições, como explica Lucien Gerschel:

"Da sua estrita materialidade, a talha é empregada para contar porque retém melhor e por mais tempo do que os dedos quando se trata de conservar os resultados parciais sucessivos de uma operação um pouco considerável; é a razão de ser de sua criação, seu emprego primário. Mas uma vez posta em prática, a talha se revela apropriada para outras aplicações: funciona, diremos, como uma *memória*. Ora, pode não apenas conservar resultados parciais até o momento em que o resultado final que se procura seja obtido (e isso nos faz remontar aos tempos longínquos em que os homens ignoravam a aritmética); mas pode também conservar esse resultado final e é nesse último ofício, nesse emprego novo, que seu uso se perpetuou até nós mas então numa função de ordem *econômica*, e não mais simplesmente, materialmente, aritmética."

E nesse emprego novo, o uso da *marca de propriedade* foi um complemento indispensável. Esse sinal simbolizava com efeito um nome próprio. Caracterizava então o indivíduo ao qual estava associado e podia representá-lo juridicamente em qualquer circunstância aos olhos de seus parceiros e concidadãos; podia portanto servir-lhe de "grife" em qualquer ocasião. Algumas leis em vigor na época de Luís XIV puniam como roubo quem quer que apusesse sua marca na coisa de outro com o desejo de apropriar-se dela por esse meio, e como abuso de confiança qualquer pessoa que apusesse a marca de outro com um fim fraudulento.

Com a marca de propriedade, a prática do entalhe sofreu, portanto, um progresso notório: enquanto a talha primitiva comportava apenas indicações numéricas, recebia doravante sinais indicando não apenas números, mas também nomes próprios.

Fig. 5.4 - *Exemplos de marcas de propriedade utilizadas ao longo das épocas: esses sinais convencionais eram escolhidos de uma vez por todas para designar pessoas bem determinadas no seio de uma comunidade.*

Um exemplo mostra-nos sua grande utilidade. O uso refere-se aos cabilas da Argélia, como explica J.-G. Février: "A cabeça do gado imolado às expensas da comunidade é repartida em partes iguais de carne, uma por pessoa ou por grupo de pessoas. Conseqüentemente, cada um remete ao chefe um bastão provido de uma marca; o chefe põe fora de ordem os bastões e depois os passa para seu ajudante que deposita em cada um uma parte de carne; cada um vem em seguida reconhecer sua marca e por conseguinte seu lote. Esse costume tem evidentemente por finalidade assegurar uma repartição eqüitativa."

Símbolo convencional, não apenas criador de direitos mas também gerador de obrigações, a marca de propriedade (cuja invenção remonta verossimilmente às épocas anteriores à descoberta da escrita) constitui um dos precursores de nossas assinaturas atuais. E quando dizemos *assinar* [*signer*], aludimos ao uso muito antigo de cruz ou de sinais análogos enquanto autógrafos, uma vez que esse verbo deriva do latim *signare*, que significa precisamente "por uma cruz, um sinal".

Compreende-se, desde então, que a marca de propriedade tenha permanecido por muito tempo como *a assinatura tradicional dos iletrados*, conjuntamente com a prática do entalhe numérico que constitui, desde tempos imemoriais, *a contabilidade dos que não sabem nem ler nem escrever...*

Mas quem diz assinatura diz contrato: assim, freqüentemente a técnica serviu também para garantir todas as espécies de engajamentos.

A prova: esse uso para o empréstimo de somas de dinheiro, que tinha curso entre os tcheremissos e os tchuvaches da Rússia do século XVIII.

As duas metades de uma talha fendida longitudinalmente recebiam simultaneamente tantos traços, entalhes ou cruzes quantas unidades monetárias contava a soma emprestada. Cada um dos dois contratantes tomava uma delas em seguida e gravava sua marca de propriedade à guisa de assinatura (fig. 5.4). Depois, uma ou duas testemunhas apunham cada uma sua própria marca nas duas pranchetas ao mesmo tempo, certificando assim a troca de suas respectivas talhas. Essas tinham então entre eles tanto valor jurídico quanto, entre nós, os mais fortes contratos de empréstimo por escrito: impossível para cada um dos contratantes modificar fraudulosamente o montante do capital engajado, a indicação deste em "algarismos de talha" sendo rigorosamente a mesma nas duas tabuletas; impossível ao devedor negar sua dívida, já que tinha gravado sua marca de propriedade na talha doravante em posse do credor.

Na China, segundo A. Conrady, os bastões com entalhes constituíram por muito tempo também a forma primitiva dos pactos, convenções e transações. E foi apenas depois da aparição da escrita que esses cederam lugar às "fórmulas escritas" propriamente ditas. A própria escrita chinesa é testemunha disso: o caracter associado à palavra *contrato* é um ideograma formado pela combinação de dois sinais cujos sentidos originais foram respectivamente o bastão entalhado e a faca (fig. 5.5).

契

Fig. 5.5

Os árabes (ou seus ancestrais) tiveram provavelmente o mesmo costume, já que uma etimologia semelhante se encontra na sua língua: o radical do verbo *farada* possui tanto o sentido de "fazer entalhes (numa madeira)" quanto o de "atribuir a alguém sua quota-parte (segundo um contrato ou uma herança)".

Mesmo costume em nosso país, onde os bastões existiram até tornar-se *recibos de entrega*: permitiram por muito tempo certificar que uma ou várias mercadorias tinham efetivamente sido entregues. O muito sério Código Civil (estabelecido sob Napoleão I) precisa-o, aliás, no artigo 1.333: *As talhas correlativas a suas mostras fazem fé entre as pessoas que têm este uso de constatar assim os fornecimentos que fazem ou recebem no varejo.*

Mesmo costume em várias localidades helvéticas e austríacas, onde a prática se tornou uma verdadeira instituição no plano jurídico e social.

Havia inicialmente as *talhas de capitais*, análogas no seu princípio às dos tchuvaches e dos tchemerissos da Rússia, e que diziam respeito às somas que as fundações eclesiásticas e as comunas helvéticas emprestavam aos burgueses.

Havia também as *talhas de leite*: "Em Ulrichen, explica L. Gerschel, uma só grande talha recebia as marcas de propriedade de todos aqueles que entregavam leite, com relação a cada marca a quantidade entregue. Em Tavetsch, segundo Gmür, cada um tinha na sua própria talha cada quantidade de leite de que era devedor, colocada sob a marca de propriedade daquele a quem a devia; em contrapartida, o que figurava sob sua própria marca na talha dos outros designava o que lhe era devido; confrontando as talhas, estabeleciam-se as compensações."

Citemos igualmente as *talhas de toupeiras*: em certas regiões, "as autoridades conservavam as talhas de todos os burgueses com, em cada uma, a marca de propriedade correspondente; um burguês apunha uma toupeira ou ao menos sua cauda, inscrevia-se essa presa na sua conta na talha que levava sua marca de propriedade e, no fim do ano, fazia-se a contagem e pagava-se a cada um o que lhe cabia." (L. Gerschel).

As *talhas de pasto*, por sua vez, continham em face de cada marca de propriedade os direitos à pastagem, repartidos em direitos, semidireitos, quartos de direitos, etc. (Gmür assinala uma talha dessa natureza datando de 1624; é conservada no Schweizerisches Museum für Völkerkunde de Bâle).

Mencionemos também os *Wassertesseln* (ou "madeiras de débito de águas"), que habilitavam seus titulares a servirem-se de água para a irrigação das pradarias durante um lapso de tempo determinado. Com efeito, é preciso lembrar-se que na época a água era um bem raro, assim como um direito feudal, sua propriedade como seus usos só dependendo da boa vontade do senhor. O direito da água numa região era, portanto, ligado à propriedade fundiária de uma rica e poderosa família; podia, contudo, ser alugado ou vendido ou ainda cedido por herança. O pertencer a essa família e o número de membros desta sendo então consignados em pranchetas de madeira mediante entalhes aos quais se acrescentava a marca que representava o emblema da casa, com, por vezes, sinais correspondendo a uma hora, uma meia-hora, vinte minutos, etc. O bailio das águas podia assim conceder direitos eqüitativamente e vigiar a quantidade de água empregada por cada um (fig. 5.6).

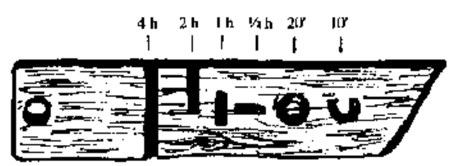


Fig. 5.6 - Uma talha de água proveniente de Wallis, na Suíça. Bâle, Museum für Völkerkunde. Cf. M. Gmür; pr. XXVI.

Citemos também os *Kehrtesseln* ou "talhas de rolagem", que representaram um meio prático de definir, no seio de cada corporação de ofício, a ordem na qual cada um por sua vez devia satisfazer algumas obrigações (como para a guarda da noite, entre os empregados municipais, os porta-estandartes, os guardas florestais, os sacristães, etc.). E enfim as talhas que serviam em particular para regrar facilmente o direito de cada um de utilizar o forno comum.

Desse papel desempenhado outrora pelos bastões entalhados, reencontramos uma singular sobrevivência, de um lado entre os comerciantes de vinho ou os cervejeiros, com o uso das marcas de giz com fins numéricos, que toda a Europa igualmente conheceu outrora e, por outro lado, entre os aviadores das duas últimas guerras. O primeiro exemplo é o da "ardósia" do cervejeiro ou do comerciante de vinho, para quem um traço de giz representa um consumo ainda não acertado. O outro é o dos caçadores aéreos que pintavam sobre sua fuselagem uma silhueta de avião e a dos bombardeiros que reproduziam o desenho de uma bomba ou de uma insígnia para cada missão efetuada sobre o território inimigo.

As técnicas do número conhecem assim, portanto, uma espantosa continuidade em suas evoluções.

Números em Barbantes

Na era do *homem-sabendo-contar*, a mão foi certamente o primeiro suporte concreto da contagem e do cálculo. Mas constituiu apenas um modo fugaz de registro do conceito numérico: respondia bem às necessidades de representação visual dos números, mas seguramente não à necessidade de memorizá-los.

Com a intensificação das comunicações entre as diversas sociedades e por causa do desenvolvimento do artesanato e do comércio, a humanidade, não sabendo ainda "escrever" e querendo manter o balanço de seus bens próprios e verificar o estado de suas atividades econômicas, encontrou-se confrontada com um novo problema: *como guardar duradouramente a lembrança de suas enumerações?*

E como não tinha encontrado no seu berço quem pudesse responder a essa necessidade, teve de fazer uma vez mais um esforço criador.

Quando, no início do século XVI, os conquistadores espanhóis desembarcaram na América do Sul sob o comando de Pizarro, encontraram um vasto império estendendo-se do norte ao sul por aproximadamente 4.000 quilômetros e cobrindo cerca de cem milhões de hectares[1], ocupando os territórios atuais da Bolívia, Equador e Peru. Nessa época, a *civilização dos incas* — cujas origens remontam ao início do século XII — tinha atingido seu apogeu. Esse alto grau de cultura e essa prosperidade pareciam tanto mais espantosos à primeira vista pelo fato de os incas não conhecerem nem a roda, nem a tração animal, nem mesmo a escrita no sentido estrito do termo.

É possível, contudo, explicar essas conquistas pela engenhosidade dos incas em terem arquivos precisos, graças à utilização de um sistema suficientemente complexo e muito elaborado de cordões com nós. Esse dispositivo, chamado *quipu* (da palavra inca que significa "nó"), consistia num cordão principal, de cerca de 60 centímetros de comprimento, ao qual eram atados barbantes multicoloridos, mais finos e reunidos em vários grupos, sendo esses barbantes ligados em intervalos regulares por diferentes espécies de nós (fig. 6.1).

[1] Ou seja, uma superfície equivalente às da França, Bélgica, Luxemburgo, Holanda, Suíça e Itália reunidas.

Fig. 6.1 - *Um* quipu *peruano.*

Qualificados às vezes erroneamente de ábacos, os *quipus* eram, na verdade, lembretes respondendo a diversas necessidades da muito eficaz administração inca. Podiam, com efeito, servir de suporte para a representação de fatos litúrgicos, cronológicos ou estatísticos e servir, na devida ocasião, de calendário ou meio de transmissão de mensagens. Certas cores de cordões exprimiam por convenção objetos sensíveis ou idéias abstratas (o branco, por exemplo, o dinheiro ou a paz; o amarelo, o ouro; o vermelho, o sangue ou a guerra etc.). Os *quipus* foram empregados em particular como meio de contabilidade, ou antes, como modo de numeração concreta: a cor dos barbantes, o número e a posição relativa dos nós, a grossura dos grupos correspondentes, o espaçamento tendo significados numéricos bem precisos (fig. 6.2, 6.3 e 6.4). Serviam para representar os resultados das enumerações mais diversas (que, precisemos, eram efetuadas seguindo um sistema decimal de numeração) e forneciam portanto uma preciosa ferramenta para a estatística: assuntos militares, tributos, avaliações de ceifas, contabilização dos animais sacrificados quando dos imensos abates anuais, recibos de entrega (fig. 6.5), recenseamento de populações, registros de nascimentos e mortos, estabelecimento da base de imposto para tal ou tal unidade administrativa do Império, inventário de recursos em homens e materiais, estabelecimento de arquivos orçamentários etc.

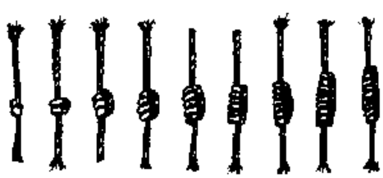


Fig. 6.2 - *Representação das nove unidades num cordão, mediante o método do* quipu *inca.*

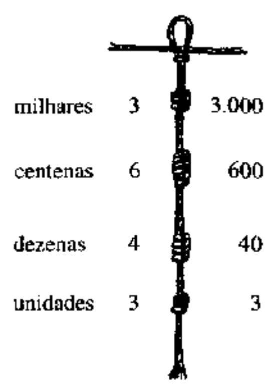
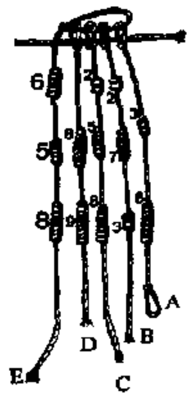


Fig. 6.3 - *Representação, num barbante, do número 3.643, mediante o método do* quipu *peruano.*



A = 38 B = 273 C = 258 D = 89
E = A + B + C + D = 658

Fig. 6.4 - *Interpretação numérica de um feixe de cordões de nós figurando num* quipu *inca: o número 658 do cordão E é igual à soma dos números que figuram nos cordões A, B, C e D. Esse cordão é o primeiro de um* quipu *peruano conservado no American Museum of Natural History de Nova York (Ref. B 8713). Cf. L. Leland Locke.*

"Essa preocupação da estatística", explica A. Métraux, "foi dada como prova do *caráter socialista do Império inca.* Mas não nos deixemos levar pela armadilha do vocabulário. As enumerações da população, repartida em classes de idade, e a avaliação das riquezas produzidas pelo trabalho das corvéias respondiam a necessidades muito simples. Os incas não puderam empreender suas conquistas nem reconstruir seus numerosos palácios e fortalezas sem informarem-se sobre a mão-de-obra disponível e sobre os recursos necessários para a manutenção. O uso de cordões com nós, fundado na numeração decimal, sem dúvida conduziu os incas a repartir os povos de seu império segundo esse mesmo sistema. Num barbante munido de várias referências consecutivas, eqüidistantes umas das outras, representavam-se as unidades simples efetuando tantos nós quantos eram necessários no nível da primeira referência a partir de baixo do barbante pendente. Figuravam-se as dezenas fazendo tantos nós no nível da segunda referência, as centenas fazendo o mesmo no nível da terceira referência e assim por diante. Para representar o número 3.643, por exemplo, eram dados três nós no nível da primeira referência, quatro no nível da segunda, seis no nível da terceira e três no nível da quarta (fig. 6.3).

Cada cidade, aldeia ou distrito do Império inca possuía oficiais reais que, sob o título de *quipucamayocs* ("guardiães dos nós"), tinham por tarefa, por um lado, confeccionar os *quipus* e interpretar-lhes o sentido a todo o momento e, por outro, fornecer ao governo as informações relativas a tal ou tal matéria importante (fig. 6.5). Eram eles que, a cada ano, procediam ao inventário dos diversos produtos coletados na região ou ao recenseamento das diferentes camadas de população, consignando os resultados em cordões com nós com uma regularidade e uma precisão bastante surpreendentes, e transmitiam esses registros à capital.

"Um dos *quipucamayocs*", explica W. H. Prescott, "era encarregado das rendas, dava conta da quantidade de matéria bruta distribuída entre os trabalhadores, de sua qualidade e da quantidade das obras que a mesma supriu e da totalidade das matérias depositadas nas lojas reais. Um outro produzia o registro dos nascimentos e das mortes, os casamentos, o número dos homens em estado de pegar em armas e outros detalhes semelhantes relativos à população do reino. Essas peças eram transmitidas todos os anos à capital, onde eram submetidas à inspeção de oficiais instruídos na arte de decifrar esses sinais. O governo era, assim, provido de uma massa preciosa de informações estatísticas; e os enredos de fios de diversas cores, reunidos e cuidadosamente conservados, constituíam o que se teria podido chamar os arquivos nacionais."

Fig. 6.5 - *Um* quipucamayoc *inca prestando contas a um funcionário imperial e descrevendo o resultado de uma enumeração consignada no* quipu. *Página extraída do* Códex peruano *do cronista Guaman Poma de Ayala (século XVI), cujo original está conservado na Biblioteca Real de Copenhague. Cf. Le Quipucamayoc (p. 335), Ed. do Instituto de Etnologia de Paris, 1936 (reimpressão 1963).*

O *quipu* era ao mesmo tempo tão simples e tão precioso que seu uso persistiu por longo tempo no Peru, na Bolívia e no Equador.

No meio do século passado, notadamente nos altos planaltos peruanos, os pastores consignavam ainda, segundo M. E de Rivero e J. D. de Tchudi, o número de animais de que tinham a guarda mediante *quipus*. Num primeiro feixe, composto de barbantes brancos, notavam o inventário do gado ovino ou caprino, colocando normalmente os cordeiros no primeiro ramo, os carneiros no segundo, as cabras no terceiro, as cabritas no quarto, os bodes no quinto etc. Depois, num segundo feixe, composto, por sua vez, de barbantes verdes, notavam o inventário dos bovinos colocando os touros no primeiro ramo, as vacas leiteiras no segundo, as vacas estéreis no terceiro e depois os bezerros por idade e por sexo... E assim por diante (fig. 6.6).

Ainda hoje, os índios da Bolívia e do Peru servem-se de um sistema análogo: o *chimpu*, descendente direto do *quipu*. Um cordão único dá a conta das unidades (fazendo nele, como no *quipu*, tantos nós quantos são necessários até nove); as dezenas são representadas nele por tantos nós efetuados em dois cordões reunidos, as centenas em três cordões agrupados, os milhares em quatro cordões reunidos e assim por diante. No *chimpu*, o número dos cordões nos quais se efetuam esses nós corresponde, portanto, a uma ordem decimal: seis nós, por exemplo, representam nesse dispositivo o valor 6, 60, 600 ou 6.000, segundo sejam feitos sobre um, dois, três ou quatro barbantes reunidos (fig. 6.7).

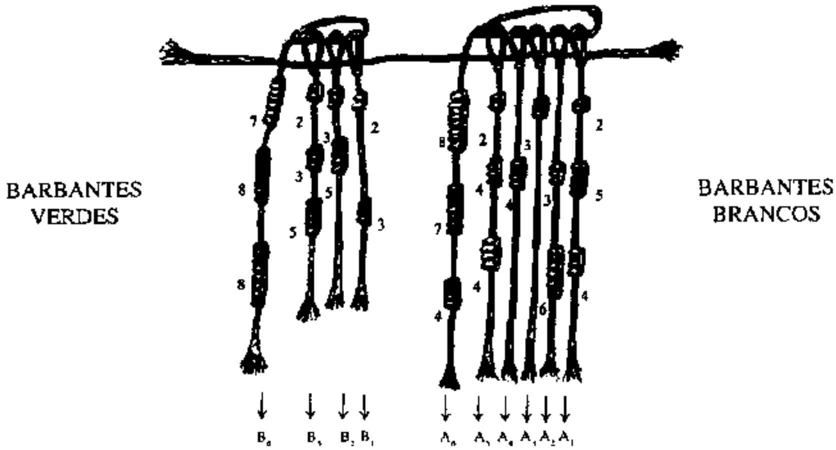


Fig. 6.6 - *Utilização do* quipu *pelos pastores dos altos planaltos peruanos do século passado para estabelecer o inventário de seu gado:*

1) Feixe A (barbantes brancos): inventário do gado pequeno.

A_1 = 254 cordeiros; A2 = 36 carneiros; A3 = 300 cabras;

A4 = 40 cabritas; A5 = 244 bodes; A6 = total = 874 ovinos e caprinos.

2) Feixe B (barbantes verdes): inventário dos bovinos.

B1 = 203 touros; B2 = 350 vacas leiteiras;

B3 = 235 vacas estéreis; B4 = total = 788.

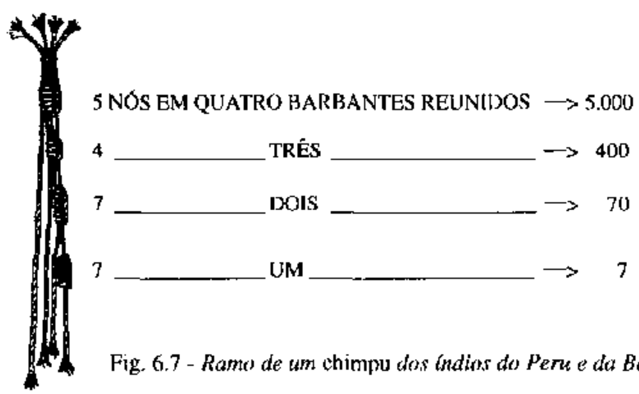


Fig. 6.7 - *Ramo de um* chimpu *dos índios do Peru e da Bolívia.*

Esses sistemas notáveis não são, contudo, o apanágio exclusivo dos incas e das populações da América do Sul. O emprego dos cordões com nós encontra-se, com efeito, desde a Alta Antigüidade nas diferentes regiões.

Heródoto (485-425 a.C.) conta como Dario I, rei da Pérsia (522-486 a.C.), quando de uma de suas expedições militares, confiou a soldados gregos aliados a guarda de uma ponte de importância estratégica vital para suas defesas. Enviou-lhes uma correia comportando sessenta nós e deu-lhes ordem de desfazer um nó a cada dia, dizendo:

— *Se eu não estiver de volta uma vez que tenhais desfeito o último nó, retomai vossos navios e retornai a vossa casa!*

Na Palestina do século II da era cristã, então sob dominação romana, os publicanos (perceptores de imposto) utilizavam à guisa de registro um grande cabo, provavelmente formado pela reunião de vários barbantes. Aliás, o recibo dado a cada contribuinte era um cordão enodado de uma maneira particular.

Entre os árabes, os cordões com nós serviram por muito tempo também, não apenas como procedimento de numeração concreta, mas ainda para os contratos e os recibos ou como sistema de arquivos administrativos. Aliás, a própria língua árabe é testemunha disso: a palavra '*aqd*, que significa literalmente "o nó", tem igualmente o sentido de "contrato", bem como o de qualquer classe de números constituída pelos produtos das nove unidades por uma potência de dez (vários autores árabes falam também do *nó das dezenas*, do *nó das centenas*, do *nó dos milhares* etc.).

Os chineses, sem dúvida, também utilizaram durante muito tempo sistemas análogos de recenseamento, contabilidade e arquivos, nos tempos antigos em que a escrita era ainda desconhecida ou insuficientemente difundida. Segundo a tradição chinesa, o personagem semilegendário Shen Nong, um dos três imperadores encarregados de ter estabelecido os fundamentos da civilização chinesa, teria intervindo na elaboração do sistema de contabilidade em cordões enodados e teria ensinado essa maneira de proceder para fazer as contas e registrar os acontecimentos. Uma alusão a esse método análogo ao dos *quipus* peruanos figura no *Yi jing* ("Livro das transformações"),* obra clássica cuja redação remontaria à segunda metade do primeiro milênio a.C.: "Nas épocas mais antigas, os homens eram governados mediante o sistema dos cordões enodados (*Jie Sheng*)." Menção a ele é feita também no *Dao de jing* ("Clássico da via de sua virtude"), obra elaborada entre o VI e o IV séculos a.C. e atribuída tradicionalmente a Lao Zi.

No Extremo Oriente, aliás, o uso não desapareceu totalmente em nossos dias. É encontrado ainda notadamente nas ilhas Ryû-Kyû, entre o arquipélago japonês e Taiwan: "É com um tal sistema de nós em cordas de palha", explica J.-G. Fevrier, "que, em certos distritos montanhosos da ilha de Okinawa, os trabalhadores fazem a contagem de suas jornadas de trabalho, anotam as somas que lhes são devidas etc. (...) Na cidade de Shuri, os prestamistas a crédito mantêm o registro de suas operações mediante um longo barbante de junco ou de casca, que se divide em dois atando-se nele, no meio, um outro barbante. Os nós da metade superior indicam o mês em que teve lugar o empréstimo; os da metade inferior, o montante do empréstimo. Na ilha de Yaeyama calculava-se e registrava-se por procedimentos análogos o produto das colheitas; por outro lado, cada contribuinte recebia, em lugar de uma 'advertência' que nos endereça o perceptor, um cordão portando os nós, que lhe indicava a soma devida (fig. 6.8)."

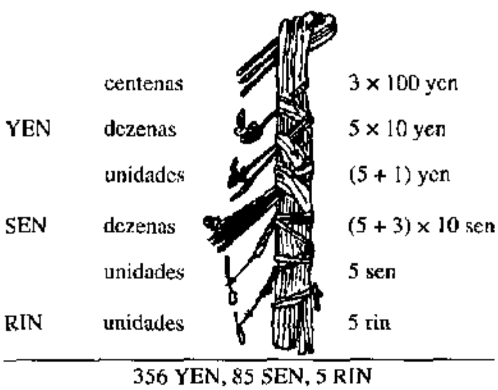


Fig. 6.8 - *Notação de uma soma de dinheiro com a ajuda dos nós do cordão, tal como foi utilizado nas ilhas Ryû-Kyû (notadamente pelos trabalhadores de Okinawa e pelos perceptores de Yaeyama). Aqui, representação da soma de 356 yen, 85 sen e 5 rin (1 yen = 100 sen e 1 sen = 10 rin). Notemos que o número 5 é indicado por um nó efetuado na extremidade do fio de palha que perpassa (ver também cap. 25, fig. 25.9 A e B).*

* N. do T.: Em português a obra recebeu a transliteração fonética de *I Ching*.

A mesma prática encontra-se também nas ilhas Carolinas (perto do Taiti), nas ilhas Havaí, na África ocidental e, em particular, entre os yebu que habitam na Nigéria, no interior de Lagos. Procedimentos análogos podem igualmente ser observados, do outro lado do mundo, entre certos índios da América do Norte, entre os quais figuram os yakima, da parte oriental do estado de Washington, os walapai e havasupai do estado do Arizona, bem como os miwok e os maidu (do norte e sul da Califórnia), sem esquecer os apaches e os zuñi do Novo México.

Desse papel desempenhado outrora pelos barbantes com nós, reencontramos uma singular sobrevivência entre os moageiros alemães do fim do século passado, que usavam um procedimento desse gênero nas suas diversas transações com os padeiros das cidades e das campanhas (fig. 6.9). Ocorre o mesmo para o uso do rosário de nós (correntemente chamado de *rosário de contas e aquele de bastões entalhados), que é comum em várias regiões e que serve* para indicar o número e a natureza das preces. Esse uso encontra-se assim entre os monges tibetanos que, nos seus ofícios rituais, contam as *cento e oito unidades* (o número 108 é considerado por eles como sagrado), cuja cor varia segundo os personagens invocados: barbantes (ou contas) amarelos para os *buddha*; barbantes brancos (ou contas brancas em conchas) para os *bodhisattva*; barbantes vermelhos (ou contas de coral) para *aquele que converteu o Tibete* etc. O mesmo gênero de prática era ainda de uso corrente há apenas algumas dezenas de anos entre certas povoações siberianas: voguls, ostiaks, tunguses, iacutos, etc. É preciso também mencionar a tradição muçulmana, transmitida por Ibn Sa'ad, segundo a qual Fátima, filha do profeta Maomé, tinha o costume de contar os 99 Atributos de Alá, bem como as eulogias sub-rogatórias que são enunciadas segundo a prece obrigatória, com cordões com nós (e não mediante um rosário de contas).

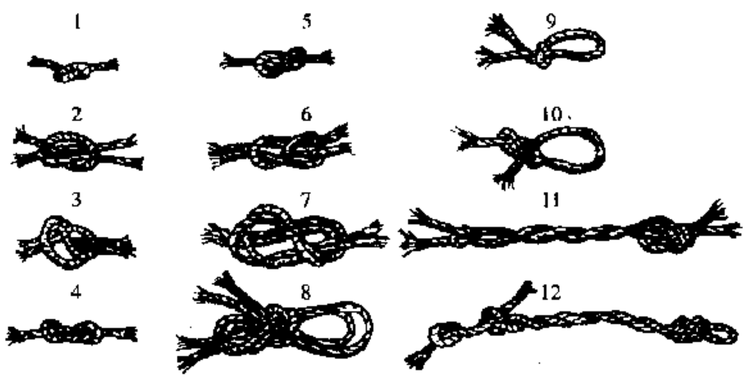


Fig. 6.9 - *Uso dos cordões de nós entre os moendeiros alemães do fim do século XIX para suas transações com os padeiros (aqui, o método empregado em Baden).*

Citemos, enfim, esse uso particular na religião judaica. Em observância literal da Regra (*Êxodo*, XIII, 16; *Deuteronômio* VI, 8 e XI, 18), todo israelita masculino é obrigado, quando da prece da manhã (*Shahrit*), a ajustar em torno de sua cabeça e de seu braço esquerdo fitas chamadas *tefilim*[1] e a carregar em torno de suas costas uma franja chamada *tsitsit* (fig. 6.10). Ora, entre os

[1] As fitas da prece judaica (ou *tefilim*) são faixas de pergaminho contendo textos sagrados — e notadamente o *Shema' Israel* ("Escuta, Israel"), a profissão de fé do povo judaico —, que são encerradas em pequenas caixas e fixadas de uma certa maneira mediante correias. A caixinha da testa leva no exterior a letra hebraica *Shin*; a correia

Fig. 6.10. - *As fitas e a franja da prece judaica.*

filetes que pendem da franja de prece, os quatro cordões extremos são sempre enodados segundo um total correspondendo a um número fixo, igual a 26 na tradição *sefarad* e a 39 na tradição *ashkenaz*[1]. Rezando, os judeus levam dessa maneira o valor numérico do nome de Deus ou o da expressão hebraica exprimindo a unicidade de Deus. Com efeito, segundo um procedimento de avaliação numérica das letras do alfabeto hebraico — procedimento que teremos a ocasião de estudar (ver cap. 17 e 20) — o número 26 corresponde ao valor numérico de YHWH ou *Yahwe* e 39 ao da expressão YHWH *ehad* ("Yahwé é único") (fig. 6.11) [2].

Certos rabinos notam, a esse respeito, que 39 é igualmente o valor da palavra hebraica *Tal* ("o orvalho da manhã") — termo de onde deriva a palavra *Talit* que significa "a veste de prece". Portanto, assinalam, revestindo-se da franja munida de trinta e nove nós, exprime-se sobre si a unicidade de Deus e se é capaz de compreender todas as palavras de Deus "que saem de sua boca como o *orvalho da manhã* escorre sobre a erva".

YHWH "Yahwe"	יהוה 5 6 5 10	26
YHWH EHAD "Yahwe é único"	יהוה אחד 4 8 1 5 6 5 10	39
TAL "O orvalho da manhã"	טל 30 9	39

Fig. 6.11.

da cabeça é enodada seguindo a forma da letra *Dalet* e a do braço esquerdo (a mão do coração) à maneira de *Yod*; isso para formar sobre si o nome *Shadai*, atributo divino que significa "O Todo-Poderoso".

1 O termo hebraico *sefarad* — que designava originalmente a Espanha — corresponde hoje a qualquer manifestação do judaísmo mediterrâneo e, por extensão, a todo judaísmo oriental. A palavra *ashkenaz* (literalmente "a Alemanha") designa atualmente qualquer judeu ou qualquer manifestação judaica da Europa central.

2 Na tradição judaica o nome YHWH é considerado "o único e verdadeiro nome próprio de Deus", esse nome comportando supostamente o caráter eterno de Deus.

Assim, os cordões de nós serviram não apenas como procedimento de numeração concreta, mas ainda como meio mnemotécnico (suporte para um registro, sistema de arquivos administrativos, contratos e recibos, calendários, etc.). E embora não constituam uma "escrita", no sentido em que os lingüistas a entendem, "são assimiláveis a uma escrita pelo fato de que compartilham da função desta: manter a lembrança de um passado histórico, assegurar a perenidade das ligações contratuais entre os membros da sociedade" (V. Alleton).

Capítulo VII

O Número, o Valor, a Moeda

Na época em que os homens viviam em comunidades restritas, tirando da natureza todos os produtos de que tinham necessidade, sem dúvida devia existir muito pouca comunicação entre as diversas sociedades.

Mas com o desenvolvimento do artesanato e da cultura e em razão da desigual repartição dos diversos produtos naturais, a troca comercial mostrou-se pouco a pouco necessária.

O primeiro tipo de troca comercial foi o *escambo*, fórmula segundo a qual se trocam diretamente (e portanto sem a intervenção de uma "moeda" no sentido moderno da palavra) gêneros e mercadorias correspondentes a matérias primas ou a objetos de grande necessidade.

Por vezes, quando se tratava de grupos que entretinham relações pouco amistosas, essas trocas eram feitas sob a forma de um *escambo silencioso*. Uma das duas partes depositava, num lugar previamente estabelecido, as diversas mercadorias com as quais desejava fazer a troca e, no dia seguinte, encontrava em seu lugar (ou ao lado delas) os produtos propostos pelo outro parceiro. Se a troca fosse considerada conveniente levavam-se os produtos, senão retornava-se no dia seguinte para encontrar uma quantidade maior. O mercado podia então durar vários dias ou mesmo terminar sem troca quando as duas partes não podiam encontrar terreno para entendimento.

Cenas como tais puderam ser observadas por exemplo entre os aranda da Austrália, os vedda do Ceilão, os bosquímanos e os pigmeus da África, os botocudos do Brasil, bem como na Sibéria e na Polinésia.

Com a intensificação das comunicações entre os diversos grupos e a importância cada vez maior das transações, a prática do escambo direto tornou-se bem rapidamente um estorvo. Não se podiam mais trocar mercadorias segundo o capricho de tal ou qual indivíduo ou em virtude de um uso consagrado ao preço de intermináveis discussões.

Houve portanto a necessidade de um sistema relativamente estável de avaliações e de equivalências, fundado num princípio (vizinho daquele da base de um sistema de numeração) dando a definição de algumas *unidades* ou *padrões* fixos. Nesse sistema é sempre possível estimar tal ou qual valor, não somente para as operações de caráter econômico mas também (e talvez sobretudo) para a regulamentação de problemas jurídicos importantes como o *preço da noiva*, o *preço do roubo* ou o *preço do sangue* (estimação de bens de consumo de uma "mulher a tomar", do delito do roubo ou do delito de golpes e ferimentos que tenham engendrado a morte de um indivíduo).

Todas as espécies de produtos, matérias ou objetos utilitários serviram nessa ocasião.

A primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica foi o boi. No século VIII a. C., na Ilíada de Homero (XXIII, 705, 749-751 e VI, 236), uma mulher hábil para mil trabalhos é assim avaliada em 4 bois, a armadura em bronze de Glauco em 9 bois e a de Diomedes (que era de ouro) em 100 bois; ademais, numa lista de recompensas, vêem-se suceder-se, na ordem dos valores decrescentes, uma copa de prata cinzelada, um boi e um meio talento de ouro.

E não é por acaso que a palavra latina *pecunia* — de onde derivam nossos termos pecúlio e pecuniário — quer dizer "fortuna, moeda, dinheiro": provém, com efeito, de *pecus*, que significa "gado, rebanho"; além disso, o sentido próprio da palavra *pecunia* corresponde ao "ter em bois". A palavra sânscrita *rupa* (de onde vem "rúpia"), como os termos germânicos *feo* e *vieh* (dos quais é aparentada a palavra inglesa *fee*, "salário"), constituem igualmente uma lembrança do tempo em que as propriedades, os honorários, as oferendas e até mesmo os sacrifícios rituais eram avaliados em cabeças de gado. É, aliás, em bois que se faz ainda a avaliação do dote das moças em certas regiões da África oriental. E compreende-se que o latim *capita*, "cabeças" (donde *decapitar*, "cortar a cabeça"), tenha dado a palavra francesa *capital*. Concebe-se também que a palavra hebraica *keseph* signifique ao mesmo tempo carneiro e dinheiro, e que nessa mesma língua a raiz formada pelas três letras GML sirva para designar tanto o camelo quanto o salário.

Mas nos tempos antigos a operação de escambo, longe de ser um ato simples, devia ser, ao contrário, envolta de formalidades complexas, muito provavelmente ligadas à mística e às práticas mágicas. É em todo caso o que revela a análise etnológica feita nas sociedades "primitivas" contemporâneas, que se viu confirmar por um certo número de descobertas arqueológicas. Pode-se, portanto, supor que nas culturas pastorais a idéia de boi-padrão (moeda de sangue) sucedeu à idéia de "boi de sacrifício", ela mesma ligada ao valor intrínseco estimado do animal.

Até o início do século XX, em certas regiões siberianas, "as compras se faziam ainda pelo escambo de peles de tal ou qual animal de pelame, considerados como unidade monetária; esse sistema foi utilizado pelo governo russo até 1917 para perceber o imposto sobre os indígenas" (L. Hambis).

Em contrapartida, nas ilhas do Pacífico as mercadorias foram estimadas em colares de pérolas ou de conchas. E entre os índios do nordeste da América (os iroqueses e os algonquinos sobretudo), foram avaliadas em enfiadas multicoloridas chamadas *wampums*.

Há ainda pouco tempo os dogons do Mali continuavam a empregar os cauris como principal unidade comercial: "A galinha", explica Ogotemmêli sob a caneta de M. Griaule, "valia três vezes oitenta cauris; a cabra ou o carneiro três vezes oitocentos; o burro quarenta vezes oitocentos; o cavalo oitenta vezes oitocentos; o boi cento e vinte vezes oitocentos. Mas", assinala ele, "não havia sido o *cauri que* tinha servido de moeda de troca nos primeiríssimos tempos. Começou-se por trocar faixas de tecido por animais ou objetos. O tecido era a moeda; a unidade era o palmo da fita de duas vezes oitenta fios de largura. Um carneiro valia assim oito côvados de três palmos... Em seguida, o valor das coisas foi fixado em cauris pelo Nommo Sétimo, senhor da palavra."

Procedia-se igualmente na América central pré-colombiana, com uma diferença apenas de detalhe. Os maias serviam-se assim de algodão, de cacau, de betume, de jade, de cerâmicas, de pérolas de pedras e mesmo de jóias e de ouro. E entre os astecas, "certos gêneros, mercadorias ou objetos serviam normalmente como critérios do valor e do meio de troca: o *quachtli*, pedaço de tecido, com seu múltiplo 'a carga' (20 peças); a semente de cacau, verdadeira 'pequena moeda', com seu múltiplo, o *xiquipilli,* saco contendo ou supondo-se conter 8.000 grãos; pequenos machados de cobre em forma de T; tubos de plumas preenchidos com ouro" (J. Soustelle).

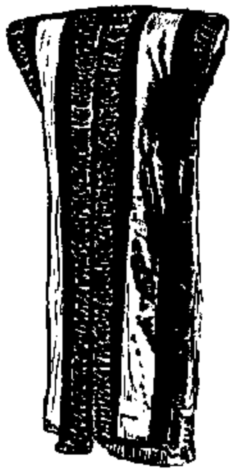


Fig. 7.1 - *Túnica empregada no século XIX pelos membros da tribo dos tyal em Formosa. Contendo um pouco mais de 2.500 fileiras de pedras preciosas (nos lados e dos dois flancos do centro), tais túnicas serviam freqüentemente como moeda de troca no comércio de gado ou para a transação de moças. O possuidor da túnica podia contudo destacar cada uma dessas fileiras e servir-se delas como moeda miúda quando de suas despesas correntes. Nova York, coleção do Museu da Moeda do Chase Manhattan Bank. Cf.* Le grand quid illustré, p. *3999. Robert Laffont, Paris, 1982.*

Na China, o mesmo tipo de economia precedeu igualmente o uso da "moeda" no sentido moderno. Começou-se por trocar gêneros e mercadorias avaliando-os a partir de matérias primas ou objetos de grande necessidade, escolhidos como padrões dentes ou chifres de animais, carapaças de tartaruga, conchas, couros, peles etc. Em seguida, adotou-se como base as estimações das armas e das ferramentas (facas, peles, etc.), que inicialmente foram de pedra, antes de serem de bronze a partir da época da dinastia dos Shang (séculos XVI-XI a. C.).

Tais métodos apresentavam, contudo, sérias dificuldades de aplicação. Assim, à medida que o comércio se desenvolvia, os metais — tanto sob a forma de lingotes brutos, como transformados em ferramentas, objetos de ornamento ou armas — desempenharam um papel cada vez maior nas transações comerciais, vindo a tornar-se no fim das contas a "moeda de troca" preferida dos vendedores e compradores. E as avaliações das diversas mercadorias passaram a ser feitas quantitativamente pelo peso, cada uma delas referindo a uma espécie de peso-padrão relativo a um ou a outro metal.

Fig. 7.2 - *"Faca" de bronze, utilizada na China na época Zhou como unidade de escambo. Peça datando aproximadamente do século X a. C.. Museu de Beijing.*

Fig. 7.3 - *Ponta de lança outrora utilizada como moeda de troca pelas tribos do Congo central. Uma tal ponta permitia, parece, comprar uma ave doméstica, e cinco ou seis dentre elas correspondiam ao preço de um escravo. Coleção do Museu da Moeda do Chase Manhattan Bank, Nova York. Cf.* Le grand quid illustré, *p. 3998. Robert Laffont, Paris, 1982.*

Assim, na época patriarcal da história judaica, "quando Abraão compra a gruta de Macpela, ele pesa quatrocentos siclos de prata a Efron, o Hitita (*Gênesis*, XXIII, 16)[1]. Mais tarde, quando Saul, à procura das burras de seu pai, apela aos ofícios de um "vidente", este determina o preço da consulta em um quarto de siclo de prata (I Samuel IX, 8). É também em siclos de prata que são avaliadas as multas no código da Aliança (Êxodo XXI, 32) e é fixado o imposto de capitação (Êxodo XXX, 12-15)" (A. Negev).

Igualmente no Egito faraônico, os gêneros e as mercadorias foram freqüentemente estimados e pagos em metal (cobre, bronze e, por vezes, ouro ou prata), que se dividia inicialmente em pepitas, em palhetas. A avaliação era feita também sob a forma de lingotes ou de anéis, cujo valor se determinava em seguida pela pesagem. O peso-padrão principal era o *deben*, eqüivalendo a 91 de nossos gramas. Para facilitar certas estimativas mercantis empregavam-se igualmente alguns submúltiplos do *deben* como padrões de valores. Sob o Antigo Império (2780-2280 a. C.), por exemplo, recorreu-se ao *shât*, ou um doze avos do *deben*, que valia portanto 7,60 gramas; sob o Novo Império (1552-1070 a. C.) o *shât* foi substituído pelo *quite*, ou um décimo do *deben*, ou seja, o equivalente a 9,10 gramas.

Um contrato, datando do Antigo Império, oferece-nos uma idéia da maneira pela qual se estimavam os valores com base num desses pesos-padrões. Esse contrato fixa nos seguintes termos o pagamento da locação de um servidor, sendo os valores estimados em *shâts* de bronze:

8 sacos de grãos:	valor 5 shâts;
6 cabras:	valor 3 shâts;
prata:	valor 5 shâts;
Total:	valor 13 shâts.

Outro exemplo: uma conta, datando do Novo Império, em que os bens de consumo são avaliados em *debens*, com o cobre como metal de referência:

Vendido em Hay pelo brigadeiro Nebsmen:
1 boi, ou seja, 120 debens de cobre.
Recebido em troca:
2 potes de banha, ou seja, 60 debens.
5 saiotes de tecido fino, ou seja, 25 debens;
1 vestido de linho meridional, ou seja, 20 debens;
1 couro, ou seja, 15 debens.

Esse exemplo mostra bem como, nos mercados de outrora, os produtos de consumo podiam ser aceitos tão bem quanto o metal como valor de troca comercial. Assim, por este boi tinham sido pagos 120 debens de cobre; mas desta "soma em cobre" nem uma só unidade consistiu realmente em metal, já que 60 *debens* tinham sido pagos com 2 potes de gordura e que os 25 *debens* reatantes tinham sido acertados com a inclusão de 5 saiotes de tecido fino etc.

Não se trata aqui, contudo, de um simples "escambo" no sentido próprio do termo (ou, se se preferir, de uma simples "troca direta"), mas antes de um verdadeiro sistema econômico. A partir de então, graças ao padrão de metal, as mercadorias passaram a não mais ser trocadas ao bel prazer dos contratantes ou segundo usos consagrados freqüentemente arbitrários, mas em função de seu "justo preço".

---

[1] No Antigo Testamento, o siclo (ou *sheqel*) é fixado com um peso equivalente a 11,4 de nossos gramas.

Um exemplo instrutivo é-nos fornecido, na Mesopotâmia, por uma carta datando aproximadamente de 1800 a. C. e figurando entre os Arquivos reais da cidade de Mari, carta que foi endereçada por *Iškhi-Addu*, rei de Qatna, a Išme-Dagan, rei de Êkallâtim. O primeiro reprova vivamente a seu "irmão" só lhe ter enviado uma pequena "soma" de estanho, em contrapartida a dois cavalos de valor várias vezes superior que ele lhe havia feito chegar:

Assim (fala) Iškhi-Addu, seu irmão.

Verdadeiramente isso não se deve dizer! Contudo, agora tenho absolutamente de dizê-lo para aliviar meu coração!

Tinhas-me pedido os dois cavalos que desejavas (e) tos fiz conduzir. E eis que tu me enviaste (somente) vinte minas de estanho!

Não é sem discussão (e) completamente que obtiveste de mim (teu desejo)? (E) tu (ousas) enviar-me este pouco de estanho!...

(Sabe que) o preço destes cavalos, entre nós em Qatna, é de seiscentos (siclos de) prata. E eis que tu me enviaste vinte minas de estanho! Mas aquele que o souber, o que dirá?

Compreendemos ainda mais facilmente essa indignação porque sabemos hoje que o siclo de prata valia na época 3 a 4 minas de estanho.

Não imaginemos, contudo, que, para tais operações já se empregava como modo de pagamento a "prata" no sentido que o entendemos. Não se tratava, com efeito, de uma "moeda" no sentido moderno da palavra (peças de metal reservadas à troca comercial cujo peso e o valor fixos são garantidos por um controle e uma estampa reservados ao Estado). Será preciso esperar o primeiro milênio antes da era cristã para ver surgir — provavelmente entre os lídios — a idéia da "moeda de bom peso e de bom quilate". Até então, tratava-se somente de introduzir nas transações e nos atos jurídicos uma espécie de peso-padrão, unidade de valor à qual o preço de cada uma das mercadorias ou ações consideradas era referido. Partindo desse princípio, tal metal ou tal outro (inicialmente dividido em lingotes, anéis ou objetos diversos, e pesado em seguida com base nessa unidade de valor) podia então servir em toda ocasião como "salário", "multa" ou como "valor de troca".

Para bem imaginarmos um desses mercados da Antigüidade em que as mercadorias eram compradas e vendidas dessa forma, vamos recuar alguns milênios, fixar-nos em alguma parte do Egito faraônico e seguir a reconstituição que dele nos faz G. Maspero:

"Desde de manhã cedo os camponeses chegavam dos campos ao redor em filas intermináveis e instalavam-se em algum lugar reservado a seu uso desde tempos imemoriais. Os carneiros, os gansos, as cabras, os bois de chifres compridos agrupavam-se no centro, esperando o comprador. Os horticultores, os pescadores, os caçadores de pássaros e de gazelas, os ceramistas, os pequenos artesãos agachavam-se sobre os meios-fios e ao longo das casas e apresentavam à curiosidade da clientela suas mercadorias amontoadas em cestos de juncos ou empilhadas sobre tabuleiros baixos, legumes e frutas, pães ou doces assados à noite, carne crua ou acomodada de maneiras diversas, tecidos, perfumes, jóias, todo o necessário e todo o supérfluo da vida diária. A ocasião mostrava-se favorável aos trabalhadores e aos burgueses para aprovisionar-se com melhor preço do que nas lojas abertas permanentemente, e eles tiravam proveito disso segundo seus meios.

"Os compradores levavam consigo algum produto de seu trabalho, uma ferramenta nova, calçados, um tapete, potes de ungüento ou de licor, freqüentemente também filas de cauries e uma pequena caixa cheia de anéis em cobre, prata e mesmo em ouro, do peso de um *deben* [1], que eles se propunham a trocar por aquilo de que tinham necessidade.

[1] G. Maspero emprega o termo *tabnu*, atualmente substituído pela leitura mais exata de *deben*.

"Quando se tratava de um animal de grande porte ou objetos de valor considerável, os debates prolongavam-se, ásperos e tumultuosos: era preciso ficar de acordo não somente sobre a quotidade, mas também sobre a composição do preço e fazer, à guisa de fatura, um verdadeiro inventário em que camas, varas, mel, óleo, picaretas e peças de vestuário figuram como equivalentes de um touro ou de uma burra.

Fig. 7.4 - *Lingote de latão outrora empregado como padrão monetário nos mercados de escravos negros nas costas da África ocidental. Nova York, coleção do Museu da Moeda do Chase Manhattan Bank. Cf.* Le grand quid illustré, *p. 3999. Paris, Robert Laffont, 1982.*

"O pequeno comércio de varejo não exigia tantos cálculos nem tão complicados. Dois burgueses pararam no mesmo instante diante de um fellah que expõe cebolas e trigo num monte [1].

O primeiro parece só possuir como capital de giro dois colares de pérolas de vidro ou de terra esmaltada multicolorida; o segundo brande um leque arredondado com cabo de madeira e um desses abanos triangulares de que se servem os cozinheiros para atiçar o fogo.

"— Eis um belo colar que lhe agradará, grita um, é justamente aquilo de que você precisa; e o outro:

"— Eis um leque e um abano.

"Contudo, o *fellah* não se deixa desconcertar de modo nenhum por esse duplo assalto e, procedendo com método, toma um dos colares a fim de examiná-lo vagarosamente:

"— Deixe-me ver para que eu faça o preço.

"Um pede muito, o outro oferece muito pouco: de concessão em concessão acabarão por pôr-se de acordo e encontrar o número de cebolas ou a medida do grão que responde exatamente ao valor do colar ou do leque.

"Mais adiante, o cliente que adquirir perfume por um par de sandálias e elogia seu bem com toda consciência:

"— Eis, diz ele, um par de sandálias sólidas.

"Mas o comerciante não pensa em calçar-se nesse momento e reclama uma fileira de *cauries* para seus potinhos:

"— Eis algo que é delicioso quando se espalham algumas gotas explica ele com um ar persuasivo.

"Uma mulher coloca sob o nariz de um personagem agachado duas jarras, que contêm provavelmente algum ungüento de sua fabricação:

"— Eis algo muito bom para você se deleitar.

"Atrás desse grupo, dois homens debatem os acordos relativos a um bracelete e um pacote de anzóis; uma mulher, com uma gaiola na mão, discute com um comerciante de colares; uma outra tenta obter um abatimento no preço de um peixe que se tempera diante dela.

[1] Certas cenas descritas aqui são emprestadas de uma pintura funerária egípcia datando do Antigo Império, que se encontrará reproduzida na figura 7.5.

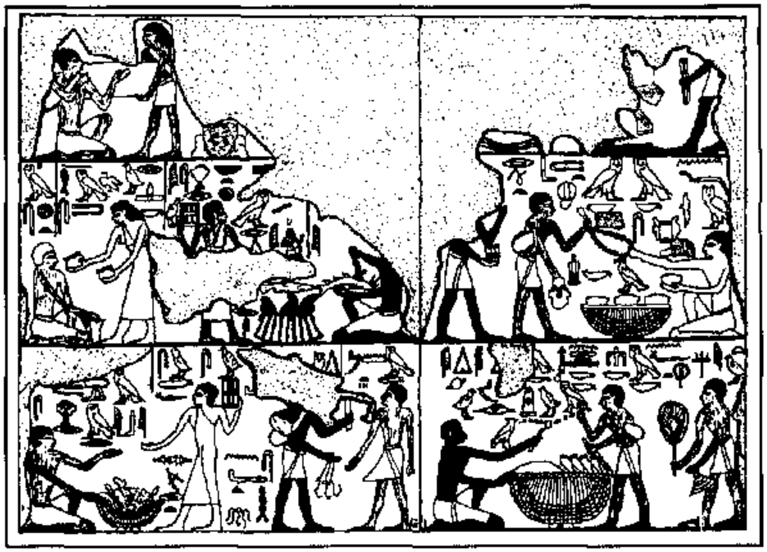


Fig. 7.5 - *Cenas de mercado numa pintura funerária egípcia do Antigo Império. V ou VI dinastia (cerca do século XXV a. C.). Pintura que orna a tumba de Feteka, na extremidade norte da necrópole de Saqqara (entre Abusîr e Saqqara). Cf. K.-R. Lepsius, vol. II, 96 (tumba nº 1). Cf. Porter and Moss, tomo III, parte 1 (p. 351).*

"A troca por metal necessita de duas ou três operações a mais que o escambo ordinário. Os anéis ou as lâminas dobradas que representam o *deben* e seus múltiplos não contêm sempre a quantidade de ouro ou prata regulamentar e são freqüentemente leves demais. É preciso pesá-los em cada transação nova para estimar-lhes o valor real e as partes interessadas não perdem ainda uma ocasião tão boa para discutirem calorosamente: depois de terem, durante um quarto de hora, gritado bastante que a balança funciona mal, que a pesagem foi feita negligentemente, que se deveria recomeçá-la, se entendem por desistência, depois vão embora mais ou menos satisfeitas uma com o outra. Ocorre às vezes que um indivíduo bastante inteligente ou bem pouco escrupuloso falsifica os anéis e mistura aos metais preciosos tanto metal vil quanto podem suportar sem mostrar a fraude. O comerciante honesto que pensa receber em pagamento de um objeto, digamos, oito *debens* de ouro fino, e a quem se passa habilmente oito *debens* de uma liga com aparência do ouro, mas contendo um terço de dinheiro, perde no mesmo instante, sem notar, quase um terço da sua mercadoria. O medo do falso contribuiu por bastante tempo para restringir o emprego de *debens* entre o povo e manteve nos mercados a venda e a compra mediante produtos naturais ou objetos fabricados em casa."

No final das contas, a *moeda de troca* (no sentido moderno do termo) fez sua aparição quando o metal foi fundido em pequenos lingotes ou peças, facilmente manejáveis, de um peso igual e selados com a marca oficial de uma autoridade pública, a única habilitada a certificar "o bom peso e o bom quilate".

A invenção desse sistema ideal de troca comercial situa-se na Grécia e na Anatólia do século VII antes da era cristã [1]. Quem foi o primeiro a ter essa idéia? Alguns pensaram que

[1] Na China, o primeiro uso conhecido de uma "moeda" no sentido atual remonta, parece, à mesma época, ao século VII ou VI a. C. (ou seja, durante o período da dinastia dos Zhou ocidentais).

Fídon, rei de Argos, no Peloponeso, teria introduzido esse novo sistema na sua própria cidade, bem como em Egina, por volta de 650 a. C. Mas a maioria dos especialistas concorda em atribuir a honra dessa invenção à Grécia da Ásia (ou Ásia Menor) e, provavelmente, à Lídia. Como quer que seja, o uso da moeda, em virtude das múltiplas vantagens que comportava, espalhou-se muito rapidamente na Grécia, na Fenícia, em Roma e entre numerosos outros povos. O resto é outra história.

Fig. 7.6 - *Moedas gregas. À esquerda: Tetradracma de prata de Agrigento, cerca de 415 a. C; à direita: Tetradracma de Siracusa; cerca de 310 a. C. Museu de Agrigento.*

Aprendendo a contar abstratamente e a agrupar todas as espécies de elementos seguindo o princípio da base, o homem aprendeu assim a *estimar, avaliar* e *medir* diversas grandezas (pesos, comprimentos, áreas, volumes, capacidades etc.). Aprende igualmente a atingir e conceber números cada vez maiores, antes mesmo de ser capaz de dominar a idéia do infinito. Pôde elaborar também várias técnicas operatórias (mentais, concretas e, mais tarde, escritas) e erguer os primeiros rudimentos de uma aritmética inicialmente prática, antes de tornar-se abstrata e conduzir à álgebra. Foi-lhe também aberta a via para a elaboração de um calendário e de uma astronomia, bem como para o desenvolvimento de uma geometria estruturada inicialmente em medidas de comprimento, áreas e volumes, antes de ser especulativa e axiomática. Numa palavra, a aquisição desses dados fundamentais permitiu pouco a pouco à humanidade tentar medir o mundo, compreendê-lo um pouco melhor, colocar a seu serviço alguns de seus inúmeros segredos e organizar, para desenvolvê-la, sua economia.

Os Algarismos da Civilização Suméria

Há 5.000 anos os sumérios inventavam a escrita

A *escrita*, enquanto sistema permitindo anotar a *linguagem articulada*, é, sem dúvida nenhuma, uma das mais poderosas ferramentas intelectuais do homem moderno, pois:

— responde perfeitamente à *necessidade* (que todo indivíduo experimenta num grupo social avançado) de *representar visualmente* e de *fixar o pensamento humano* (que é fugaz por sua própria essência);

— constitui um notável *meio de expressão e de comunicação durável*, dando a cada um a possibilidade de *conservar um testemunho permanente* de uma ou mais falas ausentes.

Mas é bem mais do que um simples instrumento. "Tornando a fala muda, ela não a guarda apenas, ela realiza, além disso, o pensamento que, até então, permanece num estado de possibilidade. Os traços mais simples desenhados pelo homem na pedra ou no papel não são apenas um meio, também encerram e ressuscitam a todo momento seu pensamento. Para além de um modo de imobilização da linguagem, a escrita é, portanto, uma nova linguagem, muda, claro, mas... que disciplina o pensamento e o organiza, transcrevendo-o... A escrita é não apenas um procedimento destinado a fixar a fala, um meio de expressão permanente, mas também dá diretamente acesso ao mundo das idéias; reproduz bem a linguagem articulada, mas permite ainda apreender o pensamento e fazê-lo atravessar o espaço e o tempo." (C. Higounet).

A escrita, cuja aparição subverteu completamente a existência do ser humano, é portanto uma grande invenção... A primeira escrita conhecida apareceu um pouco antes do fim do IV milênio antes da nossa era, não longe do golfo Arábico-Pérsico, no país de Sumer [1].

Possuímos como testemunhos disso esses inúmeros documentos que um uso muito antigo designa pelo nome de *tabuletas* e que, desde esta época, serviram por assim dizer como "papel" para os habitantes da região. As mais antigas dentre elas (que revelam assim as formas

[1] Situada no território do Iraque, a *Mesopotâmia* (ou "país entre os rios") estendia-se na sua quase-totalidade entre as bacias inferiores dos dois rios gêmeos, o Tigre e o Eufrates. "É essa região do Oriente Próximo, precisa R.-D. Biggs, que foi a verdadeira matriz de onde sairíam as primeiras formas de agricultura, urbanismo e tecnologia." É, em particular, na Baixa Mesopotâmia ou *país de Sumer* que as civilizações ditas mesopotâmicas começaram a desenvolver-se e urbanizar-se no IV milênio a. C. com a aparição dos sumérios, povo não semítico de origem ainda desconhecida.

mais arcaicas dessa escrita) foram descobertas na região de Uruk [1], mais precisamente no nível arqueológico conhecido com a designação de *Uruk IVa* [2]. Trata-se de pequenas placas em argila seca, de forma geralmente retangular e abauladas nas suas duas faces principais (fig. 8.1). Comportam, numa face ou por vezes nas duas, um certo número de marcas em baixo-relevo,

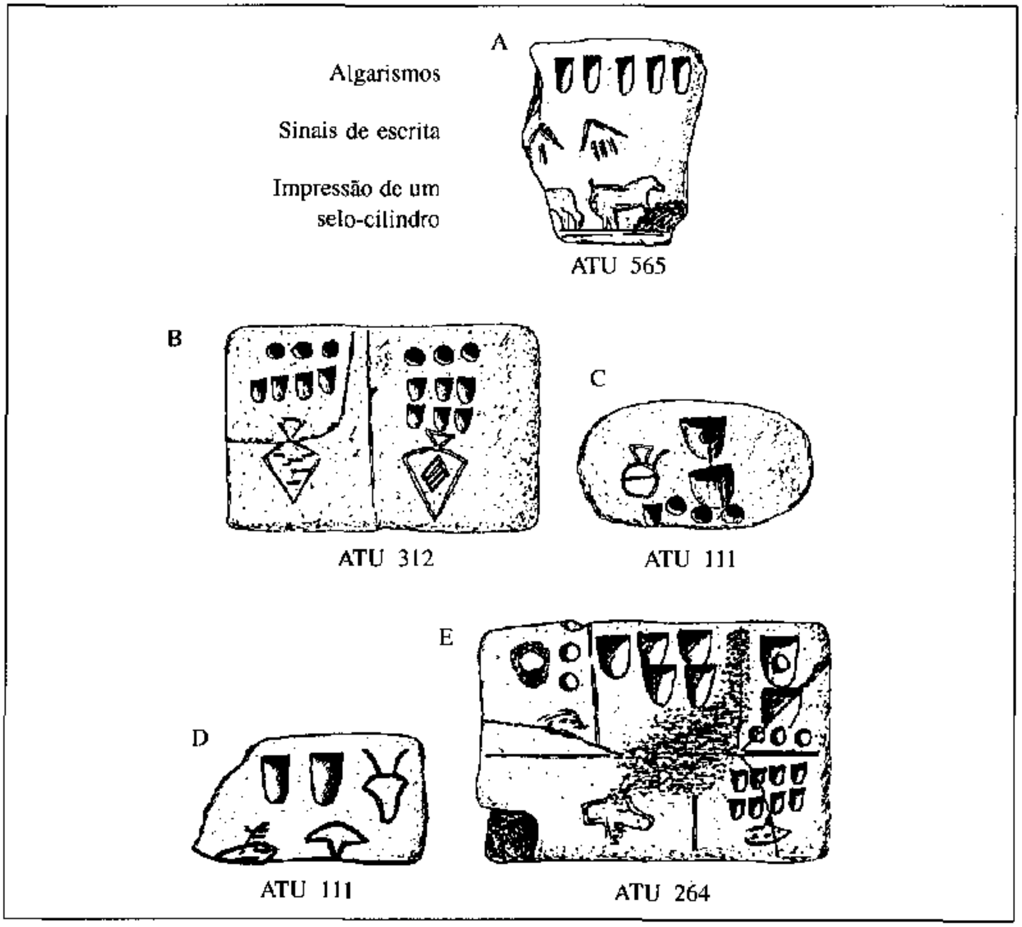


Fig. 8.1 - *Tabuletas sumérias arcaicas. Encontradas em Uruk (no nível IVa), estas figuram entre as primeiras testemunhas conhecidas da escrita suméria. Como o mostra o corte de várias dessas tabuletas em linhas horizontais e verticais delimitando casas contendo algarismos e sinais de escrita, esses documentos (confeccionados já, se se pode dizer, segundo um "modelo standard") revelam um pensamento preciso, analítico, posto em ordem e decomposto em elementos, tal como pode aparecer na linguagem articulada. Iraqi Museum, Bagdad.*

[1] A cidade real suméria de Uruk é situada no sul da Baixa Mesopotâmia no local da região iraquiana de Warka (hoje a 20 Km do norte do Eufrates). Deu seu nome à época presumida das primeiras aparições do povo sumério na região, bem como a da invenção da escrita na Mesopotâmia.

[2] Uruk, a mais conhecida e mais antiga das escavações sumérias, serve de alguma maneira aos especialistas como "padrão cronológico" para essa civilização: uma sondagem muito profunda em certos setores permitiu com efeito descobrir uma série de instalações estratificadas, à qual os arqueólogos se referem para datar aproximativamente suas descobertas (a ordem de sucessão dos diferentes níveis correspondendo, de baixo para cima, às diversas etapas desta civilização).

talhas e formas diversas, conferidas à argila ainda mole do suporte por pressão de uma ferramenta determinada. Nos lados destes últimos encontram-se também um ou vários desenhos mais ou menos esquemáticos (traçados com uma ponta) representando seres ou objetos de todas as espécies. As marcas em baixo-relevo correspondem às diferentes classes de unidades consecutivas da numeração escrita suméria (na sua grafia arcaica); são portanto os mais antigos "algarismos" conhecidos da história (fig. 8.2). Quanto aos desenhos, nada mais são do que os sinais da escrita arcaica do país de Sumer (fig. 8.3). Algumas dessas tabuletas levam além disso motivos simbólicos em relevo: são as impressões de selos cilíndricos, obtidas pela rolagem destes últimos sobre a superfície da argila no sentido do comprimento.

Fig. 8.2 - *Forma dos algarismos sumérios arcaicos.*

A função dessas tabuletas parece portanto ter sido a de anotar diversas quantidades associadas a diferentes espécies de gêneros contabilizadas, tendo esses documentos muito provavelmente constituído atas contábeis correspondendo a provisões, entregas, inventários ou trocas.

Examinemos mais de perto os desenhos contidos nessas tabuletas e tentemos descobrir o caráter primeiro dessa escrita. Algumas dentre elas são muito realistas e reproduziam, em seus traços lineares essenciais, objetos concretos por vezes muito complicados (fig. 8.3). Algumas vezes esses sinais são muito simplificados, mas a esquematização permanece ainda evocadora. Assim, a cabeça de boi, o asno, o porco e o cão são figurados mediante desenhos ainda concretos, embora muito simplificados, reproduzindo a cabeça do animal no lugar do próprio animal.

Mas mais freqüentemente o objeto não é reconhecível, a parte sendo tomada pelo todo e o efeito pela causa, por uma espécie de estilização e de condensado cuja glíptica[1], particularmente, pode oferecer numerosos exemplos. Assim a *mulher* era representada pelo desenho de um triângulo pubiano (fig. 8.3 F) e o verbo *fecundar* pelo desenho do pênis (fig. 8.3 E). De uma maneira geral, esse resumo e essa maneira sutil de simplificar e de relacionar o significante e o significado escapam-nos completamente. Os sinais desse gênero são simples desenhos mais ou menos geométricos e os objetos representados (de que sabemos, por um estudo semântico e paleográfico, a que se ligam) aparentemente nada têm em comum com eles. Tomemos o sinal do carneiro, por exemplo (fig. 8.3 U): o quê está em questão nesse desenho, figurado por um círculo cortado por uma cruz? Trata-se de uma cerca? De uma marca de criador? Ignoramo-lo totalmente.

[1] O termo "glíptica" agrupa habitualmente tudo o que tem traço na argila mole dos motivos gravados em baixo-relevo nos selos sinetes e nos selos cilíndricos (motivos conferidos à argila pela aposição ou o desenrolar do selo).

O que em todo caso surpreende ao ver esses sinais é a notável regularidade de seu traçado que, por um lado, é firme [1], e, por outro lado, comporta apenas muito poucas variantes formais importantes para cada sinal determinado. Se se compara com o número de variantes que aparecerão a partir do período seguinte não se pode impedir de colocar essa fixidez e essa regularidade dos sinais em relação com o próprio original — ou, ao menos, com os inícios bem do começo — da escrita enquanto sistema elaborado, o que supõe, é claro, uma invenção — fundada em numerosas descobertas e práticas precedentes mas trazendo um elemento essencial novo — e uma revolução imposta ou aceita por todos.

É portanto diante de um sistema de sinais gráficos destinados a exprimir pensamentos precisos do falar que nos encontramos. Contudo, não é ainda uma "escrita" no sentido estrito e completo da palavra [2]: encontramo-nos sempre na "pré-história" ou antes na "proto-história" da escrita (noutras palavras, no estágio pictográfico da história da escrita).

Todos esses sinais de que compreendemos ou não o significado são representações visuais de objetos materiais.

Mas não seria necessário concluir daí que esses sinais só podiam denotar objetos materiais. Com efeito, cada objeto concreto podia não apenas ser empregado para as atividades e as ações que implica mas ainda para conceitos vizinhos: a *perna*, por exemplo, para "marchar", "ir" ou "manter-se de pé"; a *mão* para "pegar", "dar" ou "receber" (fig. 8.3 M); o *nascer do sol* para marcar a idéia de "dia", de "luz" ou de "claridade"; o *arado* para "trabalhar", "semear", "trabalhar o solo" (fig. 8.3 N) e, por extensão, para "o que maneja o arado", "o trabalhador" ou "o agricultor" etc.

Podia-se mesmo enriquecer o conteúdo de cada ideograma pelo uso já antigo do simbolismo, ele próprio saído das convenções sociais. Dois traços paralelos traduziam assim a idéia de *amigo* e de *amizade* e dois traços cruzados a de *inimigo* ou de *hostilidade*. Podia-se ainda — trata-se aí de um princípio privilegiado pelos sumérios — alargar as possibilidades de significação dos desenhos combinando dois ou mais entre eles para figurar idéias novas ou realidades dificilmente representáveis. O grupo *boca + pão* marcava assim a idéia de "comer, devorar", o grupo *boca + água* a de "beber", o conjunto *boca + mão* a de "prece" (de acordo com o ritual sumério) e o agregado *olho + água* a da "lágrima".

Também um *ovo* perto de uma *ave* servia para sugerir a ação de "dar a luz", sombreado sob um semicírculo, a da obscuridade caindo da abóbada celeste e, portanto, as idéias de "noite" e de "negro". Enfim, nesse país de baixo planalto em que a montanha era sinônimo de *país estrangeiro* e de *país inimigo* (fig. 8.3 H), o grupo *mulher + montanha* marcava a "mulher estrangeira" (literalmente: "a mulher originária das montanhas") e, por extensão, o "escravo do sexo feminino" ou a "serva" (isso pelo fato de que mulheres eram trazidas do estrangeiro, seja por compra, seja como presa de guerra, para servirem de escravas no país de Sumer). Mesma associação de idéias para o "escravo do sexo masculino", que se designava por um grupo de dois elementos dos quais um representava o *homem* e o outro a *montanha* (fig. 8.4).

---

[1] Isso supõe que os traços se fixaram de uma vez por todas, isto é, que a "escrita" implica a escola e a constituição de um "repertório" de sinais aceitos e reconhecidos por toda a parte.

[2] Se se atém ao sentido estrito da palavra, uma simples "representação visual do pensamento humano mediante sinais materiais não pode ainda ser considerada como uma verdadeira "escrita", referindo-se esta bem mais diretamente à língua falada do que ao próprio pensamento. Para que haja verdadeiramente escrita é preciso que haja além disso *um esforço sistemático para registrar o falar*, já que escrita, como a linguagem, é um sistema e não uma sucessão de acasos ou ocasiões. "A escrita, diz J.-G. Fevrier, é um sistema de comunicação humana mediante sinais convencionais — num sentido bem definido e representando uma linguagem —, sinais tais que sejam capazes de ser emitidos e recebidos, que sejam igualmente compreendidos pelos dois interlocutores e que sejam associados às palavras da língua falada."

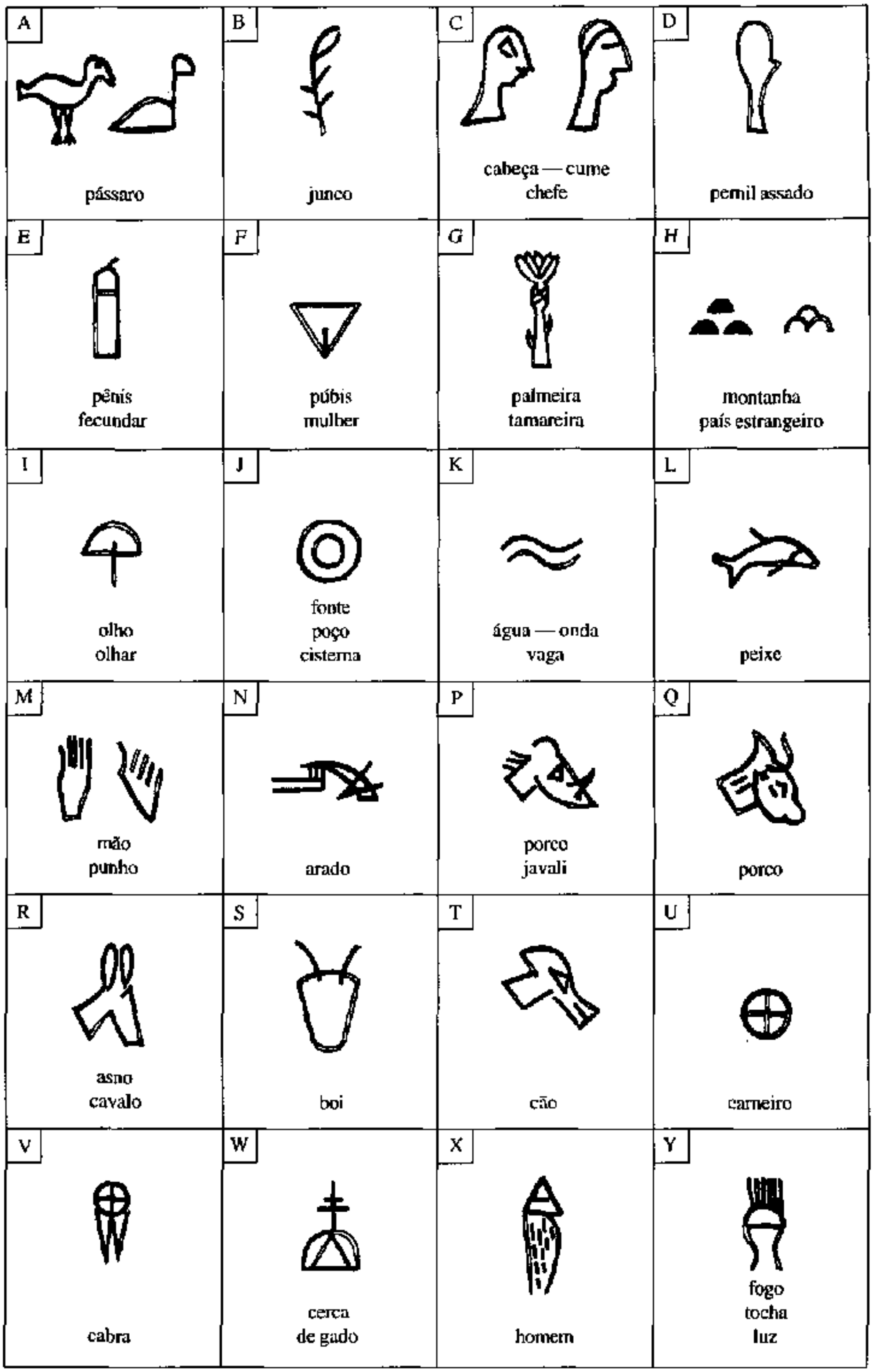


Fig. 8.3 - *Pictogramas da escrita suméria arcaica.*

O sistema picto-ideográfico podia portanto exprimir muito mais o pensamento humano do que a arte e sua expressão puramente visual: tratava-se já de uma tentativa sistemática para exprimir todo o pensamento tal como a língua falada o exprimia e o detalhava. Mas esse sistema era ainda muito imperfeito porque estava muito longe de poder notar, com exatidão e sem ambigüidade, tudo o que exprimia a linguagem articulada. Ainda mais centrado no mundo dos objetos materiais e imediatamente designáveis ou representáveis, supunha, com efeito, um número muito grande de sinais. De fato, estimou-se em dois mil aproximadamente o número de sinais em uso na época inicial da escrita na Mesopotâmia.

Mas essa escrita não era somente difícil de manejar; era igualmente ambígua. Se o *arado*, por exemplo, significava tanto "arado", "trabalhar" quanto "trabalhador", como se podia saber se se tratava de um ou outro desses significados? Em seguida, como marcar, com uma mesma palavra, nuances e precisões importantes que a língua exprime com cuidado e que são necessárias para a perfeita compreensão do pensamento (como as idéias de sexo, de pluralidade e de singularidade, de qualidade, ou ainda como as inúmeras relações entre os objetos no tempo e no espaço)? Enfim, como marcar as múltiplas variações de ações no tempo?

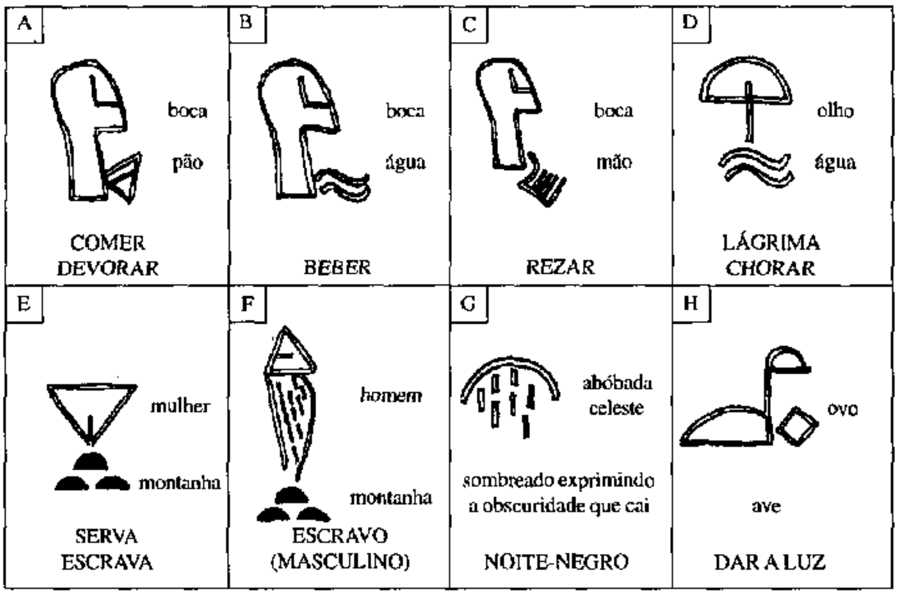


Fig. 8.4 - *Alguns exemplos de composições evocadoras (ou "agregados lógicos"), empregados pela escrita suméria arcaica.*

Essa escrita, que tendia, claro, a tornar a linguagem falada, dela só exprimia o que o podia ser expresso por imagens, isto é, pelas designações essenciais dos objetos e das ações imediatamente representáveis ou sugeríveis. É por isso que a escrita suméria no seu estágio original é e permanecerá sem dúvida para sempre indecifrável.

Consideremos o sinal da *cabeça de boi* que figura numa das casas da tabuleta D da figura 8.1. Trata-se verdadeiramente de uma "cabeça de boi"? Ou antes — e é mais provável

— da representação do boi, da peça de gado grande ou de um de seus produtos (couro, leite, chifre, carne)? Ou ainda de um personagem que teria levado alguma coisa como o nome de "Senhor Oboi" (o que seria então o equivalente de nossas assinaturas)? Além disso, qual é exatamente a operação aqui consignificada: venda, compra, troca ou distribuição? Só os indivíduos imediatamente relacionados a essa operação deviam ser capazes de compreendê-lo inteiramente olhando a tabuleta.

É importante dizer que nesse estágio a escrita suméria era bem mais apropriada para memorizar do que para anotar no sentido próprio do termo; mais para lembrar o que fixava "por escrito" aos que já conheciam seu teor — mas que simplesmente arriscavam esquecer algum dado essencial dela — do que a ensiná-lo aos que jamais teriam tido o menor conhecimento dele.

Esse caráter respondia de resto muito bem às necessidades do momento. Posto à parte o caso de algumas "listas de sinais", todas as tabuletas sumérias arcaicas continham resumos de operações administrativas de redistribuição ou troca, como se viu nos algarismos totalizados no fim do documento (ou atrás dele). Todas essas tabuletas são portanto certamente *peças de contabilidade*.

As *necessidades puramente econômicas*, é certo, desempenharam um papel fundamental nessa história [1]; a aparição dessa escrita foi muito provavelmente suscitada em grande parte pelas necessidades da contabilidade, que conduziram os habitantes do país de Sumer a tomar consciência, desde o fim do IV milênio a. C., do "fôlego" de sua civilização, *ainda exclusivamente oral nessa época*, e a compreender por conseguinte que uma organização do trabalho inteiramente diferente se impunha. "A escrita, explica P. Amiet, é uma invenção de cantadores chamados para fixar operações econômicas excessivamente numerosas e diversas para serem confiadas apenas à memória na sociedade em plena expansão de Sumer. A escrita, acrescenta, é a testemunha de uma transformação radical do modo de vida tradicional, num quadro social e político novo, anunciado pela amplidão das construções da época precedente." E é sem dúvida porque nessa época os templos eram os únicos responsáveis econômicos de todo o país de Sumer, onde a considerável produção constante e sistematizada de *excedente* tinha obrigado a *redistribuições* ao mesmo tempo muito centralizadas e cada vez mais complexas, que se tinha propiciado e inventado a escrita. Ora, a contabilidade é apenas a fixação, por escrito e pela memória, de operações já efetuadas e apenas a colocação em movimento de objetos materiais e pessoas. Segundo J. Bottero, a escrita suméria arcaica respondia exatamente a essa necessidade e essa é a razão pela qual seu caráter primeiro — que marcaria aliás profundamente sua evolução ulterior — era, antes de tudo, o de constituir um auxiliar da memória.

Para tornar-se perfeitamente inteligível e sobretudo para aceder ao posto de "escrita" (no sentido estrito da palavra), isto é, capaz de anotar sem ambigüidade tudo o que a língua exprimia, era necessário por conseguinte que essa picto-ideografia arcaica realizasse progressos importantes, não apenas no sentido da clareza e da precisão mas também no sentido da universalidade.

Essa etapa será transposta a partir de 2800-2.700 a. C., quando a escrita suméria será ligada à língua falada, o meio mais elaborado de analisar e comunicar o real.

---

[1] As razões puramente econômicas são as únicas que explicam a origem dessa descoberta? Não há outras necessidades (religiosas, divinatórias ou mesmo literárias), como a necessidade da correspondência à distância, por exemplo? Alguns pensam assim, embora nenhuma peça arqueológica que tenha vindo até nossos dias traga uma confirmação.

Para tanto têm-se a idéia de utilizar as imagens-sinais não mais pelo valor pictural ou ideográfico direto mas pelo valor fonético correspondente à língua suméria. É então um pouco como nossas adivinhações. Transpondo a situação para o francês, por exemplo: é como se se exprimissem as palavras e as frases por imagens-sinais cuja sucessão de nomes, pronunciados nessa língua, se tornassem pouco a pouco os mesmos sons que as palavras ou frases em questão. Noutras palavras, a passagem de um "francês puramente pictográfico" para um francês fonético operava-se *grosso modo* segundo esse jogo de inteligência que consiste em representar objetos ou personagens cuja leitura fonética fornece as palavras ou as frases que se procura exprimir. A imagem de um *dado* [*dé*] seguida daquela de uma *torre* [*tour*] não se referirá mais nem ao jogo cúbico nem ao edifício; doravante a sucessão exprimirá antes a palavra *desvio* [*détour*: *dé-tour*]. Igualmente, uma cerca [*haie*], dois *tetos* [*deux toits*], uma *serra* [*scie*], uma asa [aile], uma *fronha* [*taie*] (de travesseiro) e *dois ratos* [*deux rats*] exprimirão o provérbio: "ajuda-te que o céu te ajudará" ["*Aide-toi, le ciel t'aidera*".].

Assim, a imagem do forno não mais é empregada nas tabuletas dessa época (2.800-2.700 a. C.) para significar o objeto mas para exprimir antes o som *ne* que é precisamente o nome sumério do "forno". Igualmente a imagem da flecha, cujo nome sumério é *ti*, é utilizada para exprimir o som *ti*; e como a "vida" diz-se também *ti* nessa língua, compreende-se que o objeto sirva igualmente para representá-la. "Utilizar o pictograma da flecha (*ti*) para designar outra coisa que também se dizia *ti* ("a vida")", explica J. Bottero, "era portanto cortar muito bem a relação primeira deste sinal com um objeto (a flecha), para prendê-lo a um fonema (*ti*), isto é, alguma coisa não do domínio da realidade extra-mental, mas da língua falada apenas, e algo de mais universal. Pois se, enquanto pictograma, o sinal da flecha só pode referir-se à coisa "flecha" e, eventualmente, a uma magra constelação de coisas evocáveis por ela (a saber: a arma, o tiro, a caça, etc.), o som *ti* designa com precisão esse fonema que se encontra na linguagem falada e poderá portanto ser empregado sem a menor referência a um objeto material qualquer para marcar somente essa palavra ou essa parte de palavra (como eventualmente em *ti-bi-ra*, "ferreiro"). O sinal portanto não é mais um pictograma (não "pinta" mais nada), mas um *fonograma* (evoca um *fonema*). O sistema gráfico não é mais uma escrita de coisas mas uma *escritura de palavras*; não transmite mais apenas o pensamento, mas a fala e a língua."

Trata-se por conseguinte de um progresso considerável, pois o sistema poderá desde então anotar diversas partículas gramaticais (pronomes, artigos, prefixos, sufixos, etc.), verbos, nomes, frases, bem como todas as nuances e as precisões que é difícil, mesmo impossível, marcar de outra maneira a não ser por esse meio. "Desse modo", acrescenta J. Bottero, "se é necessário doravante conhecer a língua daquele que escreveu para compreender, o sistema é capaz de fixar tudo o que a fala exprime, exatamente como ela o exprime: o sistema não é mais, portanto, exclusivamente reservado para memorizar, lembrar, mas pode também informar e instruir."

Não nos cabe evidentemente descrever aqui as características essenciais da língua para a qual os sumérios elaboraram e desenvolveram seu sistema gráfico depois de terem assim chegado ao fonetismo. Digamos contudo, com J. Bottero, que, malgrado esse progresso notável, a escrita suméria, nascida de uma pictografia mnemotécnica, permaneceu fundamentalmente uma escrita de palavras: um auxiliar da memória erigido em sistema que o fonetismo somente aperfeiçoou mas não transformou radicalmente. (Após a descoberta do fonetismo, os sumérios conservaram com efeito um grande número de seus ideogramas arcaicos, cada um deles continuando a referir-se a uma palavra que designava um ser ou um objeto ou mesmo a várias palavras ligadas por relações de significado mais ou menos sutis, como o simbolismo ou a causalidade).

OS SUMÉRIOS

O país de origem dos sumérios permanece ainda sujeito a controvérsia. Considerou-se que viessem da Ásia Menor mas pareceria antes que entraram na Baixa Mesopotâmia pelo Irã, provindo da Ásia Central. Sua língua, ainda imperfeitamente conhecida, é de caráter aglutinante como as línguas asiânicas (línguas pré-semíticas e pré-indo-européias da Ásia anterior), caucasianas e turco-mongóis. Em todo caso, vieram de uma região montanhosa como o atestam dois elementos que introduzem no sul mesopotâmico: o *ziggurat*, lembrança dos cultos montanheses antigos, e a escultura em pedra numa região (a Mesopotâmia) desprovida de pedra. É durante o *período dito de Uruk*, na segunda metade do IV milênio, que se pode situar com mais probabilidade sua chegada na Mesopotâmia: seja no período de *Uruk IV*, seja na época de *Uruk V*. É possível ainda que se tenham introduzido por pequenas vagas, passando assim despercebidos, arqueologicamente, ao longo de todo o período de Uruk. Parece que essa cidade, cidade do herói épico Gilgamesh, foi o centro primordial da cultura de que eram portadores. É certamente sob seu impulso que se abre o *período pré-sargônico* ou *Dinástico antigo*, que vê um primeiro apogeu da civilização suméria. Três manifestações culturais marcam esses períodos: o desenvolvimento da glíptica, na qual os cilindros gravados com cenas diversas, cheios de animais, cenas de caráter religioso, dominam largamente os sinetes; o desenvolvimento da escultura com relevos em vasos de pedra, animais e personagens em alto relevo, temas tratados com uma grande maestria e uma força que não exclui a elegância, sendo a obra-prima dessa época a cabeça, ou antes a máscara, dita Dama de Warka, impressão de um delicado realismo; enfim, a aparição da escrita que, se não nos dá ainda anais, permite-nos identificar os deuses aos quais são dedicados os templos e conhecer os nomes de certos personagens, em particular os que foram reencontrados nas tumbas reais de Ur. As cidades do país de Sumer, Ur, Uruk, Lagash, Umma, Adab, Mari, Kish, Awan, Akshak, constituem-se em cidades-estados ou, como diz Falkenstein, em cidades-templos que lutam permanentemente para exercer uma hegemonia que chegam a assumir mais ou menos cada uma por sua vez. Até a *Dinastia Arcaica II* não se encontram palácios em parte alguma, pois o rei era na realidade um sacerdote, vigário do deus, que vivia no recinto mesmo do templo, o *Gir-Par*, de que parece que se tem um exemplo num edifício de Nippur. Esse rei-sacerdote leva o título de EN, "Senhor"; é apenas na *Dinastia Arcaica II* que aparece o título de rei, *Lugal*, e ao mesmo tempo o palácio, testemunhas da separação entre Estado e sacerdotes e da aparição de uma monarquia militar. O primeiro palácio conhecido é o do tell A de Kish, e o primeiro personagem que levou o título de Lugal é precisamente um rei de Kish, Mebaragesi (por volta de 2.700).

Os mobiliários das tumbas de Ur, datando dos séculos seguintes, revelam o alto grau de civilização material ao qual então chegaram os sumérios. Os metalurgistas adquiriram uma grande maestria de sua arte e a estatuária produziu belas obras em alto relevo. Assiste-se paralelamente a um desenvolvimento do urbanismo e das construções monumentais: templo oval de Khafaje, templo quadrado de Tell Asmar, templo de Ishtar em Mari, templo de Inanna em Nippur.

A expansão das cidades sumérias parou bruscamente no século XXIV pela formação do Império semita de *Acádia*. Mas os *acádios* assimilam a cultura suméria e a difundem para além de Sumer. Tribos bárbaras descidas das montanhas vizinhas, Lullubi e Guti, põem fim ao império acádio e devastam as províncias até que o rei de Uruk, Utu-Hegal, derrube por volta de 2.120 o poder dos Guti e capture seu rei, Tiriqan. Abre-se então uma época de renascimento sumério com a hegemonia de Lagash e sobretudo de Ur. No início do II milênio, os sumérios dominaram ainda com as dinastias de Isin e de Larsa, mas depois do triunfo da Babilônia sob Hammurabi, Sumer desaparece politicamente, embora a língua suméria se torne uma língua sacerdotal e numerosos elementos de sua civilização, assimilados pelos semitas babilônios, sobrevivam através da cultura mesopotâmica da Babilônia.

(Artigo extraído do *Dicionário de Arqueologia*, de Guy Rachet.)

O sistema sexagesimal

Passemos agora sem transição ao domínio propriamente numérico. Em vez de contar por dezenas, centenas e milhares, os sumérios tinham preferido optar pela *base 60*, agrupando assim os seres e as coisas por sessentenas e potências de sessenta.

Nossa própria cultura visivelmente guardou o traço de uma tal base já que a utilizamos ainda para exprimir a medida do tempo em horas, minutos e segundos, ou a dos arcos e ângulos em graus, minutos e segundos.

Assim, quando nos é pedido para acertar um relógio de quartzo em

9; 08; 43,

sabemos que se trata de 9 horas, 8 minutos e 43 segundos, duração do tempo passado desde a meia-noite, que se pode exprimir em segundos da maneira seguinte:

$$9 \times 60^2 + 8 \times 60 + 43 = 32.923 \text{ s}.$$

Igualmente, quando um oficial da marinha precisa a seus homens a latitude de um lugar dando uma informação do tipo:

25°, 36', 07'',

cada um sabe que o lugar em questão se encontra a:

$$25 \times 60^2 + 36 \times 60 + 7 = 92.167''$$

do equador.

Tal princípio constituiu entre os gregos, depois entre os árabes, um sistema erudito de numeração usado pelos astrônomos. Contudo, salvo raras e tardias exceções, esse sistema só foi empregado, desde os gregos, para exprimir frações.

Mas numa mais alta época, como revelaram as escavações feitas na Mesopotâmia, surgiram dois sistemas de numeração inteiramente à parte, servindo para exprimir tanto as frações quanto os inteiros:

— o sistema erudito dos matemáticos e astrônomos da Babilônia, que só foi empregado nos textos de caráter "científico" (e o qual os gregos herdam antes de legá-lo a nós por intermédio dos árabes);
— e o outro, ainda mais antigo, que estará em questão a seguir, que constituiu para os sumérios, predecessores dos babilônios, o modo comum e exclusivo de numeração...

A numeração oral suméria

A sessentena, considerada enquanto base de um sistema de numeração, constitui certamente um número muito elevado sobrecarregando consideravelmente a memória pois exige — teoricamente, ao menos — o conhecimento de sessenta palavras ou sinais diferentes para traduzir os números de 1 a 60. Mas os sumérios superaram a dificuldade admitindo a dezena como unidade auxiliar que descarregava a memória, isto é, como patamar intermediário entre as diferentes unidades sexagesimais (1, 60, 60^2, 60^3 etc.).

Abstração feita de certas variantes, os nomes sumérios dos dez primeiros números são os seguintes (cf. A. Deimel, A. Falkenstein, M.-A. Powell):

1	geš (ou aš ou diš)	6	àš
2	min	7	imin
3	eš	8	ussu
4	limmu	9	ilimmu
5	iá	10	u

Fig. 8.5 A

O sistema dá, em seguida, um nome a cada múltiplo de dez inferior ou igual a sessenta, tomando portanto até lá uma forma decimal:

10	u	30	ušu	50	ninnû
20	niš	40	nišmin (ou nimin ou nin)	60	geš (ou gešta)

Fig. 8.5 B

Posto à parte o caso da vintena (*niš* parecendo independente de *min* = 2 e de *u* = 10), tais nomes são com efeito palavras compostas.

O nome de 30 é assim formado combinando o nome do número 3 com o da dezena (o asterisco indicando abaixo a restituição da palavra intermediária):

30= *ušu* < **ešu* = *eš.u* = 3x10.

O nome da quarentena deriva igualmente da composição do nome de 20 com o de 2:

40 = *nišmin* = *niš.min* = 20x2.

(As outras variantes são apenas diferentes formas contractas de *nišmin*: 40 = *nin* < *ni.(-m).in* = *ni.(-š).min* < *nišmin*.)

Quanto ao nome do número 50, ele provém da seguinte combinação:

50 = *ninnû* < **nimnu* = *niminu* = *nimin.u* = 40 +10.

Para retomar a expressão de F. Thureau-Dangin, os nomes sumérios dos números 20, 40 e 50 aparecem portanto como uma espécie de "ilha vigesimal" no sistema.

Observar-se-á, aliás, que o nome da sessentena (*geš*) é idêntico ao da unidade. É sem dúvida porque os sumérios concebiam esse nome como a grande unidade. Notemos, contudo, que, para evitar qualquer ambiguidade, por vezes esse número foi designado por *gešta*.

Com a sessentena, um patamar é atingido nessa numeração falada e os múltiplos de sessenta são expressos até 600 tratando 60 como uma nova unidade:

60	geš		360	geš-àš	(=60×6)
120	geš-min	(=60×2)	420	geš-imin	(=60×7)
180	geš-eš	(=60×3)	480	geš-ussu	(=60×8)
240	geš-limmu	(=60×4)	540	geš-ilimmu	(=60×9)
300	geš-iá	(=60×5)	600	geš-u	(=60×10)

Fig. 8.5 C

Um novo patamar é atingido com 600, que se comporta como uma nova unidade na expressão de seus múltiplos até 3.000:

600	geš-u		2.400	geš-u-limmu	(=600×4)
1.200	geš-u-min	(=600×2)	3.000	geš-u-iá	(=600×5)
1.800	geš-u-eš	(=600×3)	3.600	šàr	(=60^2)

Fig. 8.5 D

O número 3.600 ou "sessentena de sessentenas" (que marca assim um novo patamar) recebe em seguida um nome independente e comporta-se por sua vez como uma nova unidade:

šàr	3.600	(=60^2)	šàr-aš	21.600	(=3.600×6)
šàr-min	7.200	(=3.600×2)	šàr-imin	25.200	(=3.600×7)
šàr-eš	10.800	(=3.600×3)	šàr-ussu	28.800	(=3.600×8)
šàr-limmu	14.400	(=3.600×4)	šàr-ilimu	32.400	(=3.600×9)
šàr-iá	18.000	(=3.600×5)	šàr-u	36.000	(=3.600×10)

Fig. 8.5 E

Os números 36.000, 216.000, 12.960.000 etc., constituem em seguida novos patamares e procede-se como acima:

36.000	šàr-u	(=60^2×10)	144.000	šàr-u-limmu	(=36.000×4)
72.000	šàr-u-min	(=36.000×2)	180.000	šàr-u-ià	(=36.000×5)
108.000	šàr-u-eš	(=36.000×3)	216.000	šargal	(=60^3)
			(literalmente: "o grande 3.600")		

Fig. 8.5 F

216.000	šàrgal	(=60^3)	1.296.000	šàrgal-aš	(=216.000×6)
432.000	šàrgal-min	(=216.000×2)	1.512.000	šàrgal-imin	(=216.000×7)
.....			.....		
1.080.000	šàrgal-ià	(=216.000×5)	2.160.000	šàrgal-u	(=216.000×10)

Fig. 8.5 G

2.160.000 šàrgal-u (=60^3×10) 4.320.000 šàrgal-u-min (=2.160.000×2) 6.480.000 šàrgal-u-es (=2.160.000×3)	8.640.000 šàrgal-u-limmu (=2.160.000×4) 10.800.000 šàrgal-u-iá (=2.160.000×5)
12.960.000 šàrgal-su-nu-tag (=60^4) ("unidade superior ao grande *šar*")	

Fig. 8.5 H

Da numeração oral à numeração escrita

Quando começaram a utilizar uma notação numérica (isso ocorreu, lembremos, por volta de 3.200 a. C.), atribuíram um sinal gráfico especial a cada uma das unidades seguintes:

1; 10; 60; 600 (=60×10); 3.600 (=60^2); 36.000 (=60^2×10), ou seja, a cada um dos termos da progressão arranjada da maneira seguinte:

1
10
10×6
(10×6)×10
(10×6×10)×6
(10×6×10×6)×10

Reproduziram portanto assim os nomes das diferentes unidades de sua numeração oral que, como acabamos de ver, *repousava na base 60 e comportava patamares sucessivos, construídos alternativamente nas bases auxiliares 6 e 10* (fig. 8.6).

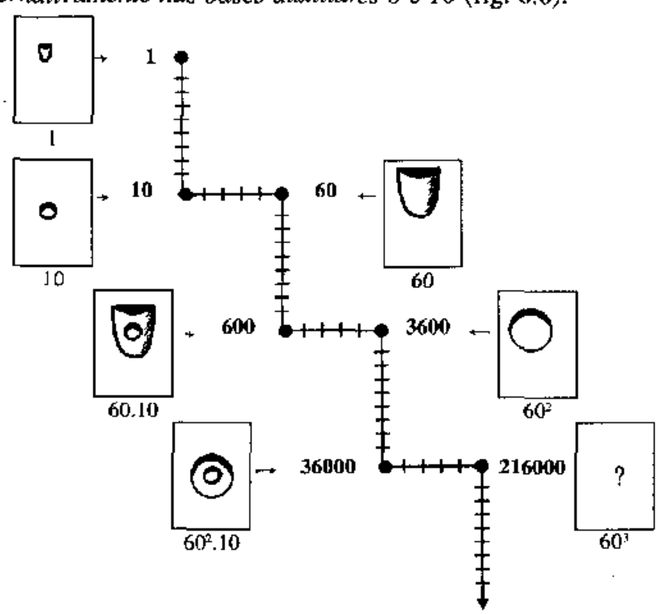


Fig. 8.6 - *A estrutura da numeração suméria: um sistema sexagesimal construído nas bases alternadas 10 e 6 (portanto, pondo em ação alternativamente dois divisores complementares da base: 10x6=60).*

As diversas formas dos algarismos sumérios

Nas épocas arcaicas, a unidade simples era representada por um entalhe fino (por vezes alongado), a dezena por uma *impressão circular de pequeno diâmetro*, a sessentena por um *entalhe grosso*, o número 600 (=60×10) por uma *combinação dos dois algarismos precedentes*, o número 3.600 (=60^2) por uma *grande impressão circular* e o número 36.000 (=3.600×10) por *essa última munida de uma pequena impressão circular* (fig. 8.2 e 8.6).

No início, esses algarismos foram impressos em tabuletas segundo a orientação seguinte:

Fig. 8.7.

Mas a partir do século XXVII a. C. aproximadamente, esses sofreram uma *rotação de 90º* no sentido anti-horário. Os sinais não circulares encontraram-se então doravante dirigidos não mais para baixo mas para a direita:

Fig. 8.8

Com o desenvolvimento da grafia dita "cuneiforme" esses algarismos assumiram em seguida um aspecto inteiramente diferente, adquirindo desde então uma forma angulosa com traços bem mais acentuados:

— a unidade simples foi doravante representada por um *pequeno prego vertical* (no lugar de um entalhe cilíndrico de pequena dimensão);
— a dezena por uma *viga* (no lugar de um pequeno entalhe circular);
— a sessentena por um *prego vertical de maior dimensão* (em lugar de um entalhe grosso);
— o número 600 por uma *viga vertical do tipo precedente, associada a uma viga* (no lugar de um entalhe grosso munido de um pequeno entalhe circular);
— o número 3.600 por um *polígono formado pela reunião de quatro pregos* (em lugar de um grande círculo);
— o número 36.000 por um *polígono do tipo precedente, munido de uma viga* (em lugar de um grande círculo munido de um pequeno entalhe circular);
— e enfim o número 216.000 (o cubo de 60, para o qual a notação cuneiforme introduz um algarismo particular) *combinando o polígono de 3.600 com o prego da sessentena* (fig. 8.9).

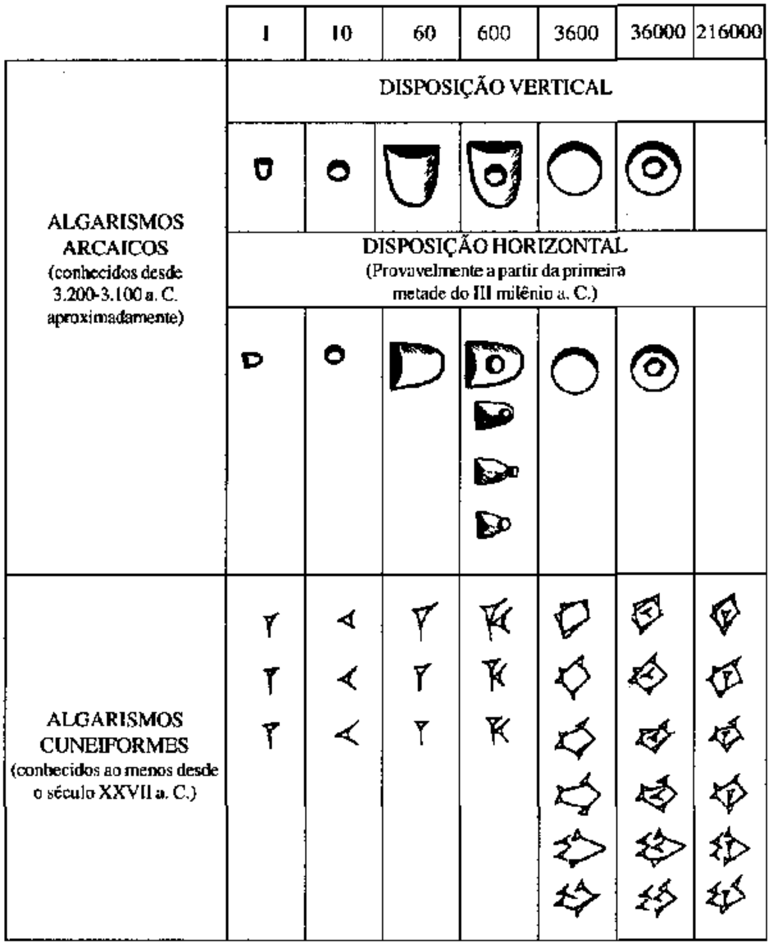


Fig. 8.9 - *Evolução gráfica dos algarismos de origem suméria. A passagem dos algarismos arcaicos aos algarismos cuneiformes corresponde a uma evolução puramente formal, resultando da substituição do velho cálamo concebido numa de suas extremidades como um estilete cilíndrico e talhado em ponta do outro lado pelo cálamo talhado como uma de nossas réguas chatas; um tipo novo de instrumento que conduziu portanto a decompor as curvas e depois a substituí-las por "pregos" ou "vigas" (ver quadro abaixo). Ref. Deimel; Labat.*

A ARGILA: "PAPEL" DOS MESOPOTÂMICOS

Na Mesopotâmia, a pedra é rara, a madeira, o couro e o pergaminho são de conservação difícil e o solo é aluvial. Os povos da região tomaram portanto no lugar a única matéria prima a sua disposição para exprimir o pensamento humano ou transcrever a linguagem articulada: a *argila*. Uma matéria prima cujos primeiros usos apareceram na época antiga com a modelagem das figurinhas, a cerâmica e a glíptica [1], e que dominarão em

[1] Um exame atento dos documentos arqueológicos permite supor que o uso desse material já não tinha mais segredo para os habitantes da Mesopotâmia no IV milênio a. C. Trata-se aí de um ponto importante para a

seguida com uma grande inteligência, em particular para anotar e transmitir durante perto de três mil anos mais de uma dúzia de línguas [2]. Ao ponto de que se dirá desses povos que constituíram antes de tudo *civilizações da argila* (tomando emprestada a expressão de J. Nougayrol).

Já que toda originalidade das grafias mesopotâmicas dizem respeito precisamente a esse material e às técnicas correspondentes, é, portanto, interessante deter-se nisso por um instante. As considerações que seguem permitirão melhor apreender a evolução, puramente formal, dos algarismos e sinais de escrita de origem suméria.

Vimos que nas épocas arcaicas os algarismos sumérios eram marcas em baixo-relevo de talhas e formas diversas (fig. 8.2) enquanto que os sinais da escrita eram verdadeiros desenhos representando seres e objetos de todas as espécies (fig. 8.3). No estágio original houve portanto uma diferença técnica fundamental entre a realização de uns e a realização dos outros; como os motivos dos selos cilíndricos ou selos-sinetes, os sinais de numeração foram com efeito *impressos*, enquanto que os sinais da escrita eram *traçados*.

Os sumérios empregaram para tanto uma haste de junco (ou talvez também uma vareta de osso ou de marfim) da qual uma extremidade (servindo portanto para imprimir os algarismos) tinha a forma de um estilete cilíndrico e a outra (destinada a traçar os desenhos) talhada em ponta à maneira de nossas penas (fig. 8.10).

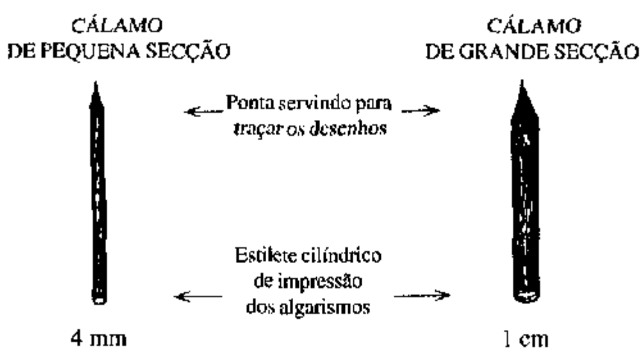


Fig. 8.10 - *Reconstituição dos instrumentos de escrita dos escribas sumérios (épocas arcaicas).*

história das escritas da região, esse emprego implicando a plena consciência das possibilidades da argila. Pois o caráter, provavelmente religioso e certamente simbólico, dos motivos representados nos vasos e nos selos, sua recorrência e sua estilização sistemáticos sem dúvida habituaram os espíritos não apenas a exprimir um certo número de pensamentos mas ainda a resumir estes últimos em traços cada vez mais simples e condensados.

[2] Na alvorada do III milênio a. C., quando da aparição da escrita suméria, o emprego da argila como suporte de "tabuletas" destinadas a levar sinais convencionais já está generalizado na região. Esse ponto é igualmente importante, pois permite compreender uma das razões que fizeram a escrita suméria passar a sua fase sistemática: comparada às dificuldades e às lentidões da escultura, gravura e pintura, a facilidade do trabalho sobre argila mole (matéria bem mais fácil de manipular do que a madeira, a matéria óssea ou a pedra e isso tanto para a gravura talhada ou em relevo quanto para a modelagem ou o recorte) é certamente a razão de sua universalidade na Mesopotâmia.

O desenho dos pictogramas era executado enfiando essa ponta de maneira suficientemente profunda na argila ainda fresca das tabuletas (fig. 8.11). Para os traços, enfiava-se a mesma ponta e depois puxava-se cada uma delas num plano paralelo à superfície até o comprimento desejado: o que, naturalmente, tornava freqüentemente o sulco "tremido" e engendrava "rebarbas" de cada lado por causa da maciez do material.

Fig. 8.11 - *Traçado (com a ponta) dos pictogramas arcaicos na argila ainda mole das tabuletas sumérias.*

Quanto aos algarismos, os sumérios realizavam-nos conferindo à argila úmida a impressão da *secção circular* do instrumento pressionando este num ângulo dado com relação à superfície da tabuleta. Empregavam para tanto dois cálamos de secções circulares diferentes (respectivamente 4 mm e 1 cm aproximadamente: fig. 8.10). O traço que obtinham então na argila mole era, segundo a inclinação dada ao estilete, uma impressão circular ou um entalhe cuja dimensão variava evidentemente em função do diâmetro da secção do cálamo empregado (fig. 8.12):

— uma impressão circular de pequeno ou de grande diâmetro enfiando o cálamo adequado perpendicularmente à superfície da argila;
— e um entalhe fino ou grosso apoiando o estilete em questão num ângulo de 30 a 45° com relação à superfície, essa impressão tornando-se cada vez mais comprida à medida que o ângulo de inclinação diminui.

Por que a escrita suméria mudou de sentido de leitura?

Nas épocas mais antigas, os sinais da escrita suméria eram traçados em tabuletas de argila na posição natural dos seres ou dos objetos que se supunha representarem (vasos de pé, vegetais retos, seres vivos na posição vertical etc.). Igualmente os algarismos não circulares eram impressos na posição vertical (mantendo para isso o cálamo obliquamente para baixo).

Esses sinais e algarismos eram dispostos, de uma maneira geral, em tabuletas em duas ou mais faixas horizontais que eram elas mesmas subdivididas em várias casas consecutivas (fig. 8.1, tabuleta E). E no interior de cada uma dessas casas os algarismos eram situados geralmente em cima a partir da direita, enquanto que os desenhos-sinais eram colocados bem em baixo.

Ora, se examinamos atentamente a disposição dos algarismos e desenhos que figuram numa das tabuletas do período dito de Uruk (aproximadamente 3.100 a. C.), constatamos sem dificuldade que, quando uma casa está incompleta, o vazio encontra-se sempre situado à esquerda da casa correspondente (ver a 2ª casa em cima da tabuleta da fig. 8.14).

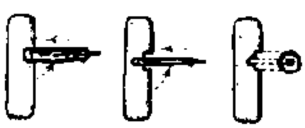
OPERAÇÕES		RESULTADOS
	Cálamo de pequena secção apoiado num ângulo de 45º	 entalhe fino
	Cálamo de pequena secção apoiado perpendicularmente	 pequena impressão circular
	Cálamo de grande secção apoiado num ângulo de 45º.	 entalhe grosso
	(I): cálamo de grande secção apoiado num ângulo de 45º. (II): cálamo de pequena secção apoiado perpendicularmente.	 entalhe grosso munido de um pequeno furo
	Cálamo de pequena secção apoiado perpendicularmente.	 grande impressão circular
	(I): cálamo de grande secção apoiado perpendicularmente. (II): cálamo de pequena secção apoiado perpendicularmente.	 grande impressão circular munida de um pequeno furo

Fig. 8.12 - *Impressão (com estilete) dos algarismos arcaicos em argila mole das tabuletas sumérias.*

Isso prova que os escribas das épocas bem iniciais escreviam da direita para a esquerda partindo de cima para baixo, os algarismos não circulares sendo impressos verticalmente e os pictogramas traçados na sua posição natural. Noutras palavras, nas épocas arcaicas a escrita suméria era lida da direita para a esquerda e de cima para baixo. Essa disposição prolongou-se por muito tempo nas inscrições lapidares mesopotâmicas. É encontrada notadamente na *Estela dos abutres* (em que o texto é disposto em bandas horizontais e em casas que se sucedem da direita para a esquerda e são lidas de cima para baixo), no famoso *Código de Hammurábi* (cuja inscrição, que é lida igualmente da direita para a esquerda, é disposta em colunas consecutivas), bem como em várias lendas posteriores ao século XVII a. C.

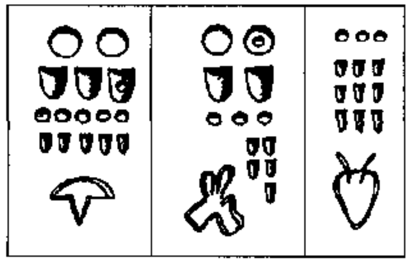


Fig. 8.13

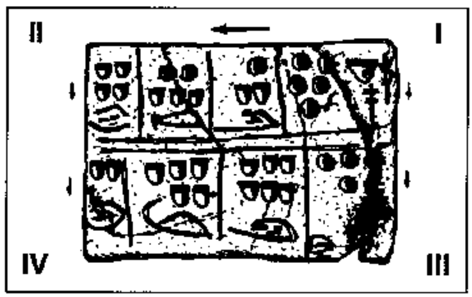


Fig. 8.14- *Tabuleta suméria proveniente de Uruk e datando de por volta de 3.100 a. C. Iraqi Museum, Bagdá, Ref. ATU, 279.*

Tudo ocorre diferentemente, contudo, nas tabuletas de argila, isto é, nas inscrições de uso corrente. A partir de por volta do século XXVII a. C. os sinais da escrita e os algarismos não-circulares sofreram, com efeito, uma rotação de 90° no sentido anti-horário.

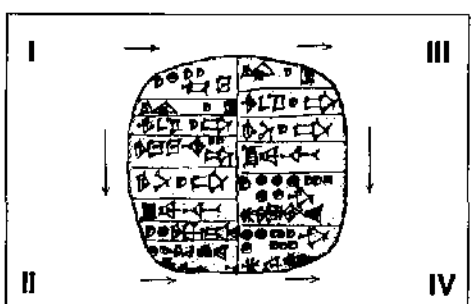


Fig. 8.15 - *Tabuleta suméria (Tello, época agadeana, aproximadamente 3.500 a. C. B. N. Gabinete de Medalhas (ref. CMH 870 F). Cf. H. de Genouillac, pr. IX.*

Para assegurarmo-nos disso consideremos a tabuleta da figura 8.15 e observemo-la no sentido "de I para II" indicado pela grande flecha depois de ter feito com que cada uma delas sofresse uma rotação de 90º para a esquerda (ou, se se preferir, um quarto de volta no sentido horário, o sentido I-II sendo feito então na horizontal da direita para a esquerda). É então fácil notar que, quando uma casa está incompleta, o vazio encontra-se agora embaixo (e não mais à esquerda da fileira). O que quer dizer que, restabelecendo o sentido I-II na posição vertical dada pela figura 8.15, esse vazio encontra-se sempre à direita da casa.

Segundo C. Higounet essa rotação seria devida a uma mudança de orientação na escrituração das tabuletas: "A escrituração à mão, obliquamente, das primeiras tabuletas de pequenas dimensões, explica ele, permitia o traçado de objetos e favorecia sua disposição em colunas de cima para baixo. Mas com tabuletas maiores que os escribas precisaram colocar diante de si e que inclinaram em ângulo reto o desenho dos sinais torna-se horizontal e a escrita em linha da esquerda para a direita."

Como quer que seja, os seres e os objetos figurados, bem como os algarismos não-circulares apareceram desde então deitados um quarto de volta para a direita com relação a sua posição inicial (fig. 8.16) e, "assim invertidos, tornavam-se menos expressivos e, portanto, mais suscetíveis de se prestarem a uma certa sistematização." (R. Labat).

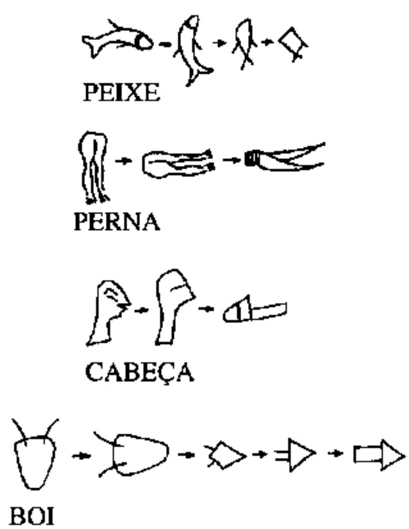


Fig. 8.16 - *Rotação de um quarto de volta (no sentido anti-horário) dos sinais e algarismos da escrita suméria.*

O nascimento dos sinais cuneiformes

A transformação radical sofrida pelos caracteres sumérios desde a época pré-sargônica (2.700-2.600 a. C.) é simplesmente devida a uma mudança de ferramenta.

A técnica do traçado com a ponta sobre argila mole dos sinais da escrita suméria transformou-se, com efeito, quando se teve a idéia de estender à escrita um procedimento bem mais simples e certamente mais cômodo, que foi descoberto antigamente com os sinetes e que se emprega desde o início da história da escrita para os algarismos: o procedimento da "impressão" sobre argila. Em lugar de utilizar a ponta para traçar as linhas mais ou menos complicadas de um sinal pictográfico dado, preferir-se-á doravante o emprego de uma haste de caniço (ou de uma vara de osso ou de marfim) talhada de maneira a que seu bico formasse uma linha reta (e não mais um círculo ou um ponto). E é essa mesma linha que se imprimia na argila fresca para realizar de uma vez só e sem rebarba um certo segmento de reta, o que exigia por conseguinte muito menos tempo do que um traçado com ponta.

Não é preciso dizer que esse novo estilo de cálamo deu lugar a uma forma inteiramente diferente de caracteres, com traços mais acentuados e caracterizados por um aspecto anguloso: os sinais que se diz *cuneiformes* (do latim *cuneus*, "cunha") (fig. 8.17).

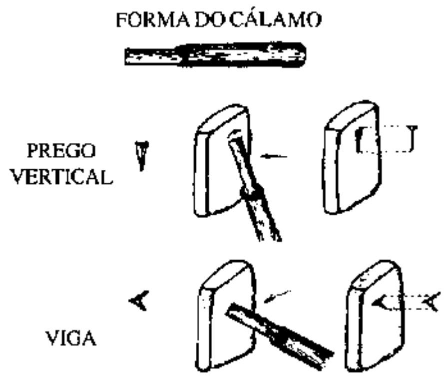


Fig. 8.17- *Impressão dos sinais cuneiformes em argila mole; obtinha-se o "prego" vertical por exemplo apoiando-se ligeiramente na argila um dos ângulos retos da linha do bico do cálamo (esse prego tornando-se mais comprido apoiando-se mais fortemente).*

Mas, em razão do caráter anguloso das impressões conferidas à argila por tal cálamo, foi-se naturalmente conduzido a estilizar mais a forma dos diversos sinais, as curvas encontrando-se decompostas e substituídas por tantos pequenos segmentos de reta quantos necessários, reduzindo assim a grafia a um conjunto de linhas interrompidas. Nessa nova forma da escrita suméria o círculo, por exemplo, tornou-se um polígono e as curvas foram substituídas pelas linhas poligonais (fig. 8.18).

Essa modificação, contudo, não foi feita de uma vez só: ainda ausente por volta de 2.850 a. C. aparece nas tabuletas arcaicas de *Ur* (2.700-2.600 a. C.), bem como nas de Fara (Šuruppak) em que a maioria dos sinais são feitos unicamente de traços impressos, enquanto que várias outras tabuletas da mesma época conservam as linhas arredondadas do antigo traçado.

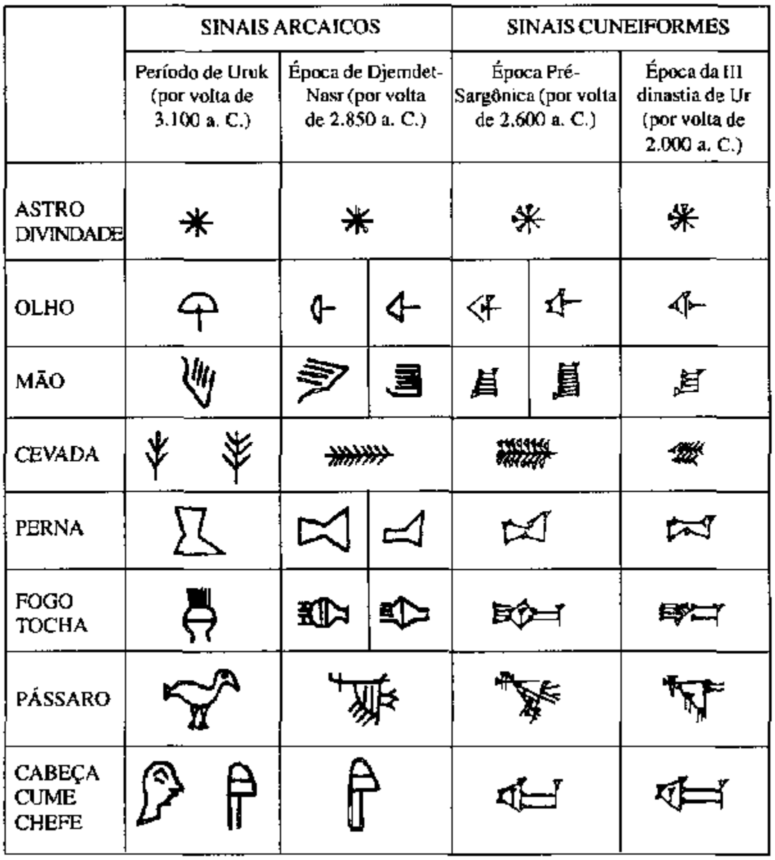


Fig. 8.18

No início dessa evolução formal, os sinais permaneceram contudo muito complicados porque se queria guardar o máximo possível o traçado linear primitivo e porque a maioria dos elementos procurava ainda silhuetar um objeto concreto. Mas uma longa aprendizagem permite (a partir do fim do III milênio a. C.) guardar em cada sinal somente os elementos essenciais e executar por conseguinte os traços e sinais bem mais rapidamente do que antes.

Eis porque os sinais da escrita suméria vieram finalmente a perder toda sua semelhança com os objetos reais que foram inicialmente encarregados de representar...

O princípio da numeração escrita suméria

A partir desses algarismos de base figuraram-se portanto os nove primeiros números inteiros repetindo o sinal da unidade tantas vezes quantas era necessário, os números 20, 30, 40 e 50 repetindo tantas vezes o algarismo da dezena, os números 120, 180, 240 etc., reproduzindo tantas vezes o sinal da sessentena, e assim por diante.

De uma maneira geral o sistema repousava no princípio aditivo, e representava-se um número desejado repetindo, no interior de cada ordem de unidades, um algarismo correspondendo a tantas vezes quantas fossem necessárias.

Uma tabuleta contábil datando do fim do IV milênio a. C. dá-nos assim a escrita do número 691 sob a forma (fig. 8.1, tab. C):

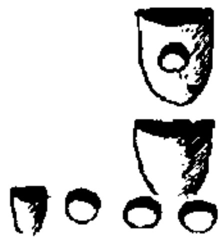


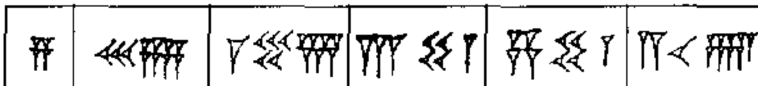
Fig. 8.19

Numa tabuleta de Šuruppak que data aproximadamente de 2.650 a. C. encontra-se igualmente o número 164.571, anotado da maneira seguinte (fig. 8.20 e fig. 12.1):

36.000	reproduzido 4 vezes	=	36.000 × 4	=	144.000
3.600	reproduzido 5 vezes	=	3.600 × 5	=	18.000
600	reproduzido 4 vezes	=	600 × 4	=	2.400
60	reproduzido 2 vezes	=	60 × 2	=	120
10	reproduzido 5 vezes	=	10 × 5	=	50
1	reproduzido 1 vez	=		=	1
					164.571

Fig. 8.20

Numa tabuleta datando da II dinastia de Ur (aproximadamente 2.000 a. C.) e proveniente de um entreposto de Drehem (Patesi d'Ašnunak), encontra-se igualmente as seguintes menções numéricas (fig. 8.21):



	30 8	60 50 7	180 40 1	240 40 1	120 10 9
4	38	117	221	281	139

Fig. 8.21 A

TRADUÇÃO

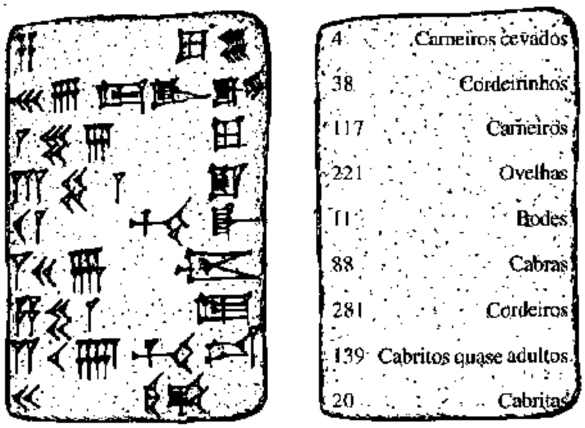
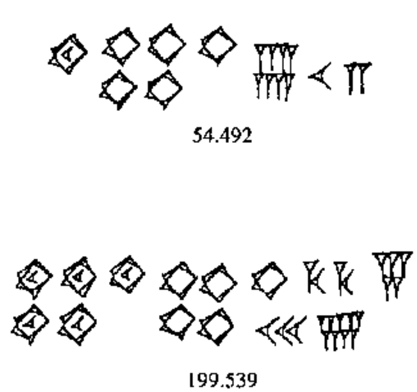


Fig. 8.21 - *Tabuleta suméria de 2.000 a. C. aproximadamente onde vê-se uma lista do gado mediante sinais e algarismos cuneiformes. Tradução: Dominique Charpin. Ref. H. de Genouillac, pr. V, tabul. 4691 F.*

Igualmente, enfim, numa tabuleta contemporânea da precedente mas proveniente de uma escavação clandestina em Tello, encontramos os números 54.492 e 199.539 assim expressos por algarismos cuneiformes:



36.000	reproduzido 1 vez	=	36.000
3.600	reproduzido 5 vezes	=	18.000
60	reproduzido 8 vezes	=	480
10	reproduzido 1 vez	=	10
1	reproduzido 2 vezes	=	2
			54.492
36.000	reproduzido 5 vezes	=	180.000
3.600	reproduzido 5 vezes	=	18.000
600	reproduzido 2 vezes	=	1.200
60	reproduzido 5 vezes	=	300
10	reproduzido 3 vezes	=	30
1	reproduzido 9 vezes	=	9
			199.539

Fig. 8.22. - *Ref. G.-A. Barton, part. I, tabul. Hlb 24, pr. 16.*

Deve-se notar, de passagem, a maneira pela qual os sumérios agrupavam os algarismos idênticos a fim de poder discernir numa única e rápida olhada os valores das reuniões no interior de cada ordem de unidades. Para ater-nos apenas à representação das nove primeiras unidades, esses agrupamentos correspondiam:

— no início, a uma *repartição diádica* tendo por eixo geralmente a representação no sentido visual do par e do ímpar (fig. 8.23);

— e, mais tardiamente, a uma *repartição ternária* fazendo com que o número três desempenhasse um papel privilegiado (fig. 8.24).

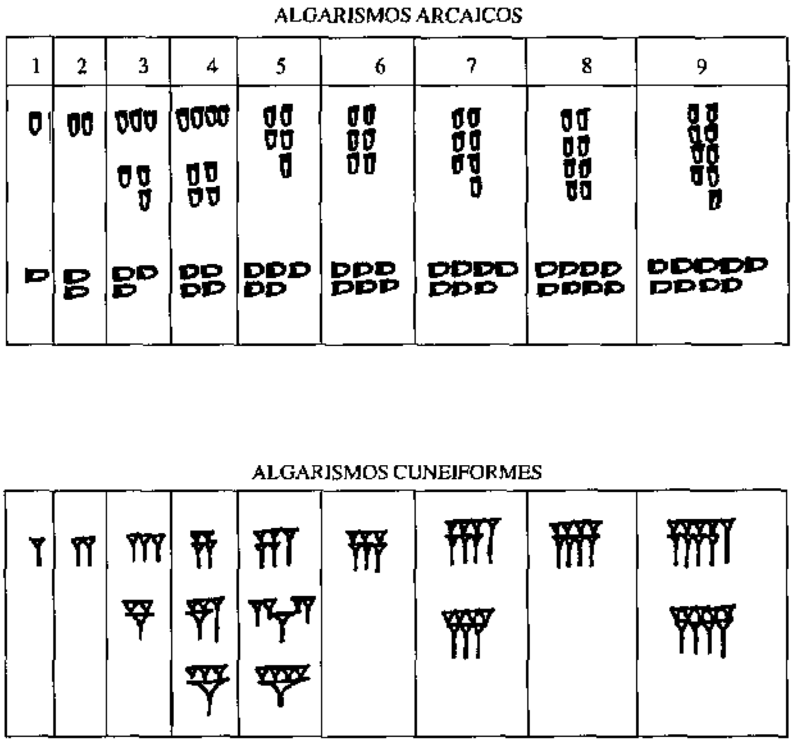


Fig. 8.23 - *Princípio diádico de representação das nove unidades.*

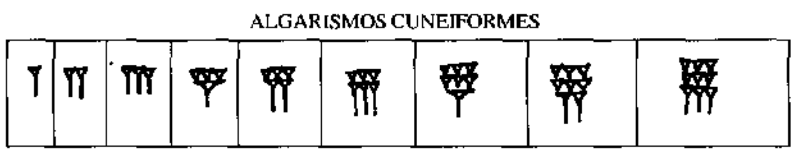


Fig. 8.24 - *Princípio ternário de representação das nove unidades.*

A numeração suméria exigia assim repetições por vezes desmedidas de sinais idênticos já que repousava, no essencial, no princípio de justaposição dos algarismos pela simples adição de valores: assim, para anotar o número 3.599 era necessário pôr em ação 26 algarismos!

É por isso que os escribas de Sumer, com a preocupação de simplificação, freqüentemente fizeram uso do método subtrativo, anotando números tais como 9, 18, 38, 57, 2.360 e 3.110 sob a forma:

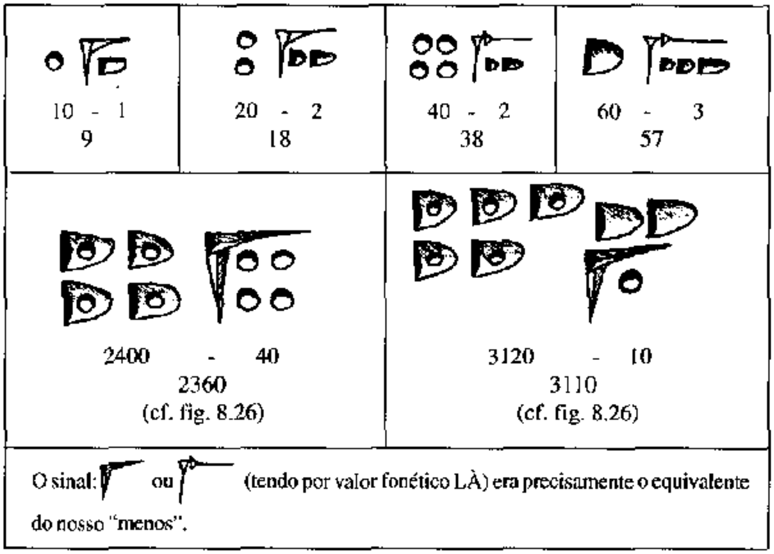


Fig. 8.25

Fig. 8.26 - *Tabuleta suméria de Šuruppak (Fara). 2.650 a. C. Museu de Istambul. Ref. R. Jestin, pr. LXXXIV, tab. 242 F.*

Notar-se-á, aliás, que a partir da época pré-sargônica (2.600 aproximadamente a. C.) vêem-se aparecer algumas irregularidades na notação cuneiforme dos números. Fora o uso desse princípio subtrativo, encontra-se com efeito para os múltiplos de 36.000 a notação seguinte em lugar daquela que consiste em repetir esse algarismo uma, duas, três, quatro ou cinco vezes:

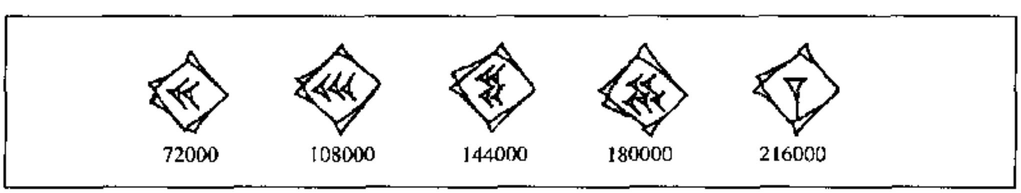


Fig. 8.27 - *Ref. A. Deimel.*

Essas formas respondem visivelmente às fórmulas aritméticas abaixo:

72.000 =	3.600 × 20	(em vez de 36.000 + 36.000)
108.000 =	3.600 × 30	(em vez de 36.000 + 36.000 +36.000)
144.000 =	3.600 × 40	(em vez de 36.000 + 36.000 +36.000 + 36.000).
180.000 =	3.600 × 50	(em vez de 36.000 + 36.000 + 36.000 +36.000 + 36.000).

Operando dessa maneira, os sumérios portanto não fizeram nada diferente do que o que chamaríamos hoje um "pôr um fator em evidência". Notando que o próprio sinal para 36.000 era composto daqueles de 3.600 e de 10, colocavam assim, da sua maneira, o número 3.600 em evidência, passando portanto para 144.000, por exemplo, da forma:

$$(3.600 \times 10) + (3.600 \times 10) + (3.600 \times 10) + (3.600 \times 10)$$

à forma mais simples:

$$3.600 \times (10 + 10 + 10 + 10).$$

Uma outra particularidade da notação cuneiforme reside na representação dos números 70 e 600, todos os dois figurados pela combinação do algarismo da sessentena (o grande prego vertical) com aquele da dezena (a viga). A notação era manifestamente ambígua pelo fato de que no caso de 70 a combinação repousava no princípio aditivo enquanto que no outro caso repousava no princípio da multiplicação. Ambigüidade que, precisemo-lo, não existia na notação arcaica:

60 + 10
70

Fig. 8.28 A

60 × 10

ou

60 × 10
600

Fig. 8.28 B

Os sumérios souberam contudo deixar de lado qualquer confusão:

— separando muito nitidamente o prego da viga, no caso da representação de 70 (fig. 8.29 A);
— unindo o prego com a viga de maneira a formar um grupo indivisível, no caso da representação de 600 (fig. 8.29 B):

60 + 10
70

Fig. 8.29

60 X 10
600

Fig. 8.29 B

Outra dificuldade: a representação cuneiforme dos números 61, 62, 63 etc.

Num primeiro estágio, o número 1 sendo representado por um pequeno prego e 60 por um prego de tamanho maior, a ambigüidade evidentemente não existia:

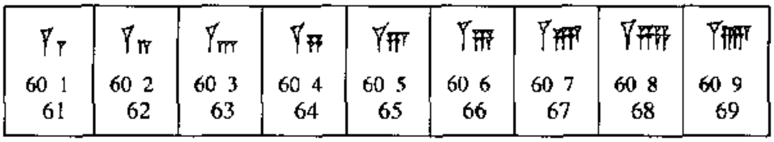


Fig. 8.30

Mas num segundo estágio, quando a sessentena e a unidade foram ambas figuradas por um mesmo prego vertical, foi muito difícil distinguir 2 de 61 e 3 de 62, por exemplo:

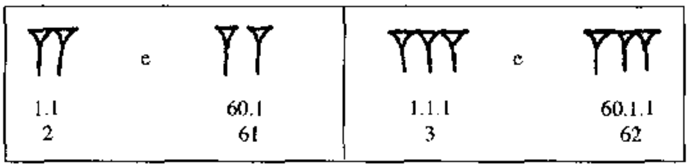


Fig. 8. 31

Assim, teve-se a idéia de separar muito nitidamente por um espaço os algarismos das unidades dos da sessentena.

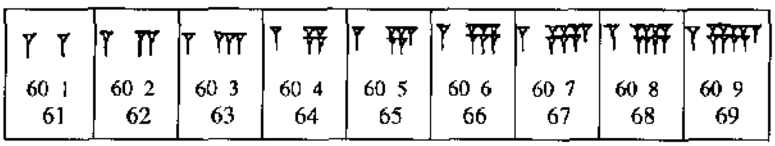


Fig. 8.32

Essa dificuldade particular da notação cuneiforme sexagesimal estava contudo na origem de uma simplificação muito interessante à qual retornaremos no capítulo 13.

Assinalemos, para terminar, que os caracteres cuneiformes (que foram conhecidos ao menos desde o século XXVII antes de nossa era) coabitaram por muito tempo com os sinais da numeração arcaica (fig. 8.9). Assim, em certas tabuletas contemporâneas dos reis da dinastia de Agade (segunda metade do III milênio) viu-se aparecerem algarismos cuneiformes ao lado de seus homólogos arcaicos para marcar, pareceria, uma distinção entre as pessoas recenseadas, os primeiros designando pessoas de um alto nível social e os outros escravos ou indivíduos pertencendo ao comum (Comunicação pessoal do Sr. Lambert.)

Definitivamente os algarismos da antiga grafia só foram suplantados pelos algarismos cuneiformes a partir da III dinastia de Ur (2.100-2.000 a. C.).

Capítulo IX

A Enigmática Base Sessenta

Os sumérios são os únicos da história a terem inventado e utilizado um *sistema sexagesimal*. Do ponto de vista exclusivamente técnico, essa importante descoberta constitui incontestavelmente um dos méritos imperecíveis de sua cultura. Essa profunda originalidade tem sido *um dos maiores enigmas da história da aritmética*, uma vez que nunca se explicou a razão que presidiu, entre eles, a escolha de uma base tão elevada. Claro, desde a Antigüidade grega uma multidão de autores debruçou-se sobre a questão para emitir diversas hipóteses, mas nenhuma parece determinante hoje em dia. Antes de tentar ver mais claramente isso, examinemos, portanto, inicialmente o estado atual do problema.

A hipótese de Teão de Alexandria

A primeira hipótese foi formulada no século IV a. C. por um comentador dos textos de Ptolomeu: o grego Teão de Alexandria que sustentou, com efeito, que o número 60 foi escolhido "pelo fato de que, entre todos os que tinham mais divisores" e "sendo o mais baixo", este último "é o mais cômodo para utilizar de todos dos números". A mesma opinião foi expressa quatorze séculos mais tarde pelo matemático inglês John Wallis (1616-1703) nos seus *Opera mathematica*, depois retomada em 1910 sob uma forma um pouco remanejada por Löfler, que afirmou que o sistema tinha "nascido nas escolas sacerdotais em que se teria reconhecido que 60 tem a propriedade de ter por fatores os seis primeiros números inteiros".

A hipótese de Formaleoni e de Cantor

Uma outra idéia foi emitida em 1789 pelo veneziano Formaleoni e depois retomada em 1880 por Moritz Cantor. Segundo eles, o sistema tiraria sua origem de considerações puramente "naturais": o número dos dias do ano, arredondado para 360, teria feito nascer a divisão do círculo em 360 graus. E como a corda do sextante (isto é, 1/6 do círculo) é igual ao raio correspondente, esse número teria engendrado a divisão do círculo em seis partes iguais: o que teria desde então privilegiado a sessentena como unidade de contagem.

A hipótese de Lehmann-Haupt

Em 1889, Lehmann-Haupt acreditou encontrar a origem da base 60 na relação entre o *danna*, a "hora" suméria (que valia duas de nossas horas) e o diâmetro aparente do sol, expressos os dois em unidades de tempo valendo, cada uma, dois de nossos minutos atuais.

A hipótese de Neugebauer

Uma outra hipótese foi emitida em 1927 por O. Neugebauer, segundo o qual a escolha dessa base teria sido de *origem metrológica* [1]. É-nos resumida nestes termos por O. Becker e J.-E. Hofmann: essa numeração seria "nascida da existência lado a lado e depois finalmente da fusão de séries de medidas decimais, independentes na origem (como na linguagem) e possuiria símbolos particulares para 1, 10, 100, como no Egito, aos quais se acrescentavam as "frações naturais": 1/2, 1/3, 2/3. A necessidade de fundir essas séries apresentou-se particularmente para a medida dos pesos que correspondia a uma medida dos preços. Sendo a distância existente entre os sistemas de medida considerável demais para que se pudesse fazer desaparecê-la pela identificação, procedeu-se a uma conexão que deu uma seqüência contínua e harmoniosa quando os elementos mais elevados desse grupo de valores (B) se tornaram múltiplos inteiros daqueles do grupo inferior (A). Os dois grupos apresentavam a estrutura 1/1, 1/2, 2/3, 1, 2, 3, ..., 10, e a relação entre as duas unidades fundamentais de (A) e de (B) devia permitir a divisão por dois e por três, o que introduzia o fator 6. Assim, partindo da estrutura decimal do sistema de numeração original termina-se no número 60 como elemento fundamental do novo sistema". Na verdade, como diz F. Thureau-Dangin, essa proposição, que situa a questão num plano puramente teórico, "não pode ser exata se se trata do sistema metrológico propriamente dito" já que é "certo que o sistema sexagesimal só penetrou na metrologia porque já existia na numeração".

Outras suposições

Estimou-se também que os mesopotâmicos "chegaram ao número 60 multiplicando 5, número dos planetas (Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter, Saturno) por 12, número dos meses e múltiplo de 6" (D. Boorstin).

Outra conjectura foi proposta em 1910 por E. Hoppe que tinha começado por contestar a explicação de Neugebauer colocando a sua própria na base precedente: segundo ele, ter-se-ia inicialmente reconhecido que o número 30 respondia largamente ao que se procurava mas que se teria feito sua escolha pela sessentena após ter constatado que esse número possuía a vantagem suplementar de ser divisível por 4. Hoppe formulou em seguida essa outra hipótese de ordem geométrica: segundo ele, o sistema precisou estar em relação com a divisão do círculo em 6 ângulos iguais e não mais em 4 ângulos retos. Noutras palavras, o *triângulo equilátero*, que teria portanto assim sido adotado como figura fundamental, teria servido para medir as diferenças de direção no plano; a partir da divisão decimal do ângulo dado por essa figura (ângulo de 60 graus, 1/10 dos quais vale portanto 6 graus), ter-se-ia então procedido a

---

[1] *Metrologia*: ciência das medidas (comprimentos, superfícies, volumes, capacidades, pesos etc.).

uma divisão do plano em 60 partes iguais (e, por conseguinte, a uma divisão sexagesimal do círculo): donde, segundo essa conjectura, o nascimento da numeração de base sessenta.

Mas com tais explicações o assirólogo Kewitsch objetou com razão que "nem a astronomia, nem a geometria podem dar conta de um sistema de numeração". Essas especulações são, com efeito, excessivamente teóricas para nortear-nos. Supõem, ademais, que o abstrato precedeu o concreto, estimando assim que a geometria e a astronomia tinham sido inicialmente ciências elaboradas antes de dar lugar às ciências aplicadas: o que certamente não foi o caso como testemunham numerosos documentos históricos que chegaram até nós.

Essas explicações, aliás, me fazem pensar em um certo professor de matemática que, no seu ímpeto inteiramente louvável, queria sempre referir seu curso à história dessa ciência. Mas o conhecimento do passado fazia falta de tal forma a esse homem que quando se punha a explicar-nos as origens de alguma coisa freqüentemente tomava o fim pelo começo. Conjeturou-nos um dia que a geometria abstrata tinha nascido bem antes da geometria utilitária, já que, segundo ele, a "natureza das coisas" tinha sempre feito a teoria passar à frente da prática (!) E como foi-lhe necessário passar de sua teoria à verificação, acreditou poder sustentar seu propósito referindo-se apenas às grandes realizações arquiteturais da civilização egípcia, testemunhando, segundo seus pontos de vista, o grande saber matemático dos arquitetos egípcios [1]. Ao que devia ter sublinhado com ironia (mas na época não pensei em dar essa resposta) que o jardineiro que realizou uma elipse pela primeira vez na história certamente deveria ter passado num doutorado em *teoria das cônicas* para poder fazê-lo simplesmente mediante um barbante e três balizas! Como se vê, a grande inteligência de um lado não impede necessariamente a grande ingenuidade de outro...

É contudo permitido pensar (terminando com a anedota) que é em particular graças a suas propriedades aritméticas, geométricas e astronômicas que a base 60 foi mantida até nossos dias para medir o tempo, os arcos e os ângulos.

A hipótese de Kewitsch

Outra explicação avançada: "A escolha da base sessenta, explicava Kewitsch em 1904, deve ter resultado da conjunção de dois povos, um dos quais teria trazido o sistema decimal e o outro um sistema construído sobre o número 6 e procedendo de um modo especial de numeração com os dedos."

---

[1] Claro, os conhecimentos matemáticos dos mestres arquitetos egípcios pareciam muito menos rudimentares do que se diz freqüentemente. Mas para não serem bobos, permaneceram igualmente muito empíricos, os verdadeiros começos da "especulação" matemática não sendo, parece, anteriores às reflexões dos matemáticos da Grécia antiga. De fato, é por causa das cheias regulares do Nilo que os egípcios se confrontaram desde o começo com problemas geométricos. Tanto quanto sua aritmética, sua geometria parecia visar fins práticos e utilitários, tratando-se antes de tudo para eles de medir figuras simples que permitiam reconstituir as formas da realidade (superfícies para os campos e volumes para os edifícios e as pirâmides). Mas isso não os impediu de modo algum de elaborar planos e elevações com relações relativamente simples e elaborar magnificamente seus canteiros manejando somente o fio de prumo, o esquadro, a corda, o côvado, a vara de medida de ângulos e uma espécie de luneta elementar. Conheceram para fazer isso um grande número de "receitas", estabelecidas não pela "demonstração" mas essencialmente por vias tateantes e empíricas. Um exemplo: para realizar um ângulo de 90 graus reuniam três pedaços de corda medindo respectivamente 2, 3 e 4 unidades de comprimento; fixando os nós no solo com pinos, obtinham assim um esquadro perfeito. A receita, descoberta desde a noite dos tempos, só se torna um verdadeiro "teorema", isto é, uma proposição resultante de uma cadeia ininterrupta de proposições já adquiridas, a partir da época de um certo Pitágoras (de que, aliás, leva seu nome): respondia ao fato de que num triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos lados do ângulo reto; assim, um triângulo cujos lados medem 3, 4 e 5 unidades de comprimento é retângulo e possui um ângulo reto ($3^2+4^2=9+16=25=5^2$).

Há talvez aí alguns pontos de detalhe muito interessantes aos quais retornarei em um instante. Mas em si mesma a hipótese deve ser rejeitada pois "a existência de um sistema de numeração cuja base seria 6 é um postulado sem nenhum fundamento histórico" (F. Thureau-Dangin).

A base doze

Mas se, no curso da história, a base 6 não foi atestada enquanto elemento gerador de um sistema original (ela certamente o é entre os sumérios mas somente em sistemas criados *a posteriori*), a *contagem duodecimal*, por sua vez, o foi muito bem. Nossa cultura (não por acaso) manteve-a para a contagem de ovos e de ostras, por exemplo, e possui como suas testemunhas a *dúzia* e a *grosa* (doze dúzias).

Sabe-se que na véspera da Revolução Francesa os povos europeus estimavam ainda seus valores monetários em *sols tournois* conversíveis em 12 *deniers tournois* e mediam os comprimentos em *pés, polegadas, linhas* e *pontos*, 1 pé valendo 12 polegadas, 1 polegada 12 linhas e 1 linha 12 pontos. Sabe-se também que os romanos empregaram um sistema fracionário fundado na divisão dos *As*, unidade aritmética, monetária e ponderal, repartida em doze subunidades chamadas *onças*.

Quanto aos sumérios e aos assírio-babilônios, conhece-se o papel preponderante que fizeram essa base desempenhar, bem como seus múltiplos e divisores, na medida das distâncias, superfícies, volumes, capacidades e pesos, como aliás o testemunham as unidades de medida abaixo, utilizadas entre outras desde a época antiga:

1 *ninda*	=	12 côvados	(medida de comprimento)
1 *ninni* (nível)	=	10×12 *aunes* (braça) *	(medida de comprimento)
1 *šu*	=	2/12 avos de côvado	(medida de comprimento)
1 *gín* (siclo)	=	3×12 *šu*	(medida de peso)
1 *bùr*	=	150×12 *sar*	(medida de superfície)
1 *sar*	=	12×12 côvados-quadrados	(medida de superfície)
1 *gur*	=	25×12 *sìla*	(medida de capacidade)
1 *pi*	=	3×12 *sìla*	(medida de capacidade)
1 *baneš*	=	3×6 *sìla*	(medida de capacidade)
1 *bán*	=	6 *sìla*	(medida de capacidade)

(Lembremos que 1 siclo = 8,416g; 1 *sar* = 35,29 cm^2; 1 *sìla* = 842 ml.)

Sabe-se além disso que os mesopotâmicos subdividiam o dia em 12 partes iguais (chamadas *danna*), eqüivalendo cada uma a duas de nossas horas e utilizavam para o círculo, bem como para a eclíptica e o zodíaco, uma divisão em 12 setores de 30 graus cada um.

Melhor: nas tabuletas arcaicas descobertas em Uruk (publicadas recentemente por Green e Nissen, depois decifradas por Damerov e Englund), constatou-se a existência de várias notações numéricas, paralelas portanto ao sistema clássico (fig. 8.9), entre as quais se observará a seguinte, utilizada para exprimir as medidas de comprimento (fig. 9.2):

---

* N. do T.: *aune* (braça): antiga medida de comprimento eqüivalendo a 1,18 cm.

Numa palavra, a base 12 poderia muito bem ter desempenhado um papel fundamental na constituição do sistema.

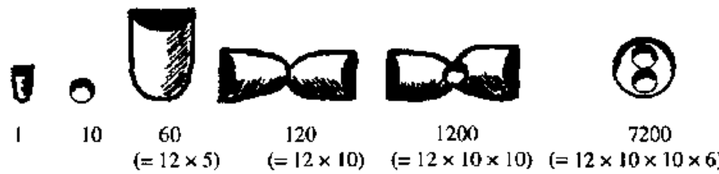


Fig. 9.1

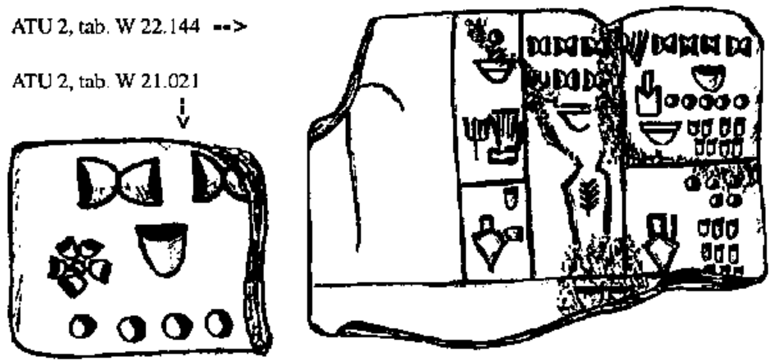


Fig. 9.2 - *Tabuletas sumérias arcaicas encontradas em Uruk revelando a existência de uma notação numérica diferente do sistema clássico. (Numerosas tabuletas como estas provam mesmo que os sumérios tiveram vários sistemas paralelos.) Data: 3000 aproximadamente a. C. Bagdad, Iraqi Museum. Ref. P. Damerov & R.-K. Englund.*

Uma hipótese sedutora

Ora, conhece-se também a importância do papel atribuído pelos sumérios à *base dez*, ao lado da precedente: viu-se mais acima, com efeito, que os aritméticos do país de Sumer o fizeram intervir como unidade auxiliar descarregando a memória num sistema de enumeração que necessitava teoricamente do conhecimento de 60 palavras ou símbolos diferentes.

E o fato parece tanto mais interessante pelo fato de que se sabe que o nome sumério do número dez, que se dizia *u*, significava precisamente "os dedos": donde a tentação de ver nele *a priori* um vestígio da contagem primitiva mediante dez dedos.

Retomando a hipótese de Kewitsch, mas fundamentando-a diferentemente, poder-se-ia portanto pensar que a escolha da base sessenta pôde resultar de uma elaboração científica, na seqüência da conjunção de dois povos, um dos quais teria levado o sistema decimal e o outro um sistema construído na base doze.

Sessenta é, com efeito, o mínimo múltiplo comum de 10 e 12 e corresponde ao mesmo tempo ao menor inteiro que possui como divisores os seis primeiros números.

Em uma sociedade que praticava desde então, segundo esta hipótese, ao mesmo tempo uma contagem por dúzias e uma contagem por dezenas (que se teria tornado então secundária), os aritméticos já tendo chegado a um estágio intelectual avançado (como o prova, de resto, o que nos restou de seus trabalhos) teriam portanto combinado suas bases segundo as propriedades do *Mínimo Múltiplo Comum* (MMC) para formar um ciclo científico de sessenta unidades representando uma grande comodidade para os cálculos. Donde a elaboração de um sistema de numeração numa base igual a esse número.

Teríamos portanto aí uma explicação inteiramente sedutora e, depois de tudo, provável.

Mas na minha opinião a hipótese não poderia estar de acordo com a realidade histórica pois supõe assim uma elaboração científica e portanto esforços intelectuais excessivos para "colar" numa explicação das origens.

Não esqueçamos com efeito que a maioria das bases histórica ou etnologicamente atestadas foram geralmente impostas por razões que estritamente nada tinham a ver com uma comodidade qualquer da numeração ou do cálculo e que sua escolha foi feita muito freqüentemente sem mesmo a intervenção de uma estrutura, nem mesmo de um conhecimento abstrato dos números (ver capítulo 2).

A origem da base: razões místicas?

A escolha teria sido imposta por *razões místicas e religiosas?* Têm-se a tentação de respondê-lo pela afirmativa pois sabe-se que desde a alta época suméria os números sagrados desempenharam um importante papel na Mesopotâmia e que a matemática se inseriu nessa mística do número.

Parece com efeito "que, como para a astrologia, não se pode dissociar a mística do número e a matemática, uma tendo solicitado a outra. O fato de ter, desde o início do III milênio a. C., atribuído o número 50 ao templo do deus de Lagash, filho do deus da Terra de que possui as características, prova que desde a alta época se tinha já desenvolvido o lado "especulativo" do número. Com os acádios a simbólica do número entra no pensamento babilônio como um elemento essencial do Nome e do Indivíduo ou da Obra e, ao lado do papel científico que vão ser chamados a desempenhar, os números se inserem na organização do mundo tal como a conceberam os mesopotâmicos. Nota-se que o *Šar* ou *Šaros* (3.600) é representado na escrita cuneiforme por um sinal que era originalmente um *círculo*, que pouco a pouco se deformou (fig. 8.9); significa também: o Todo, a Totalidade, o Cosmos (*Céu-Terra-Abismo*). Na cosmogonia, duas entidades primordiais, a totalidade de cima ou "celeste" (*An.Šar*) e a totalidade de baixo ou "terrestre" (*Ki-Šar*), uniram-se para dar nascimento aos deuses primitivos. Por outro lado, o círculo perfeito (360°) é dividido em graus, do qual o 1/360 é a unidade (=1). Em sumério, o grau é lido *Geš*. Ora, servir-se-á do número 1 [ou antes do algarismo associado a esse número] para representar o homem e determinar assim os nomes das funções masculinas. Se tomamos a unidade superior 60 (o sextante), perceber-se-á que haverá também o som *Geš* (fig. 8.5). Essa unidade superior é o número atribuído ao deus de cima, o Céu, cujo nome é lido, na seqüência do ideograma que o define enquanto divindade e enquanto Céu: *An(u)*, que se escreve com uma espécie de asterisco ou de estrela. O deus celeste, 60, é o pai do deus da Terra, 50; o deus do Abismo é 40, a fração 2/3 de 60. O deus-Lua é 30 (supôs-se que esse número lhe foi atribuído por causa do número de 30 dias do mês — mas sem nenhuma certeza). O Sol recebe o número 20, que será também o número determinativo de "rei"..." (M. Rutten). Acrescentemos que o número da deusa Ishtar, o planeta Vênus, filha do deus do Céu, é igual a 15.

Não seria portanto por causa da adoração devotada a *Anu*, grande deus celeste igual a 60, que esse número se impôs ao espírito místico dos sumérios?

Na Austrália, na África, na América e na Ásia conhecem-se, claro, várias culturas cuja numeração (quatro sendo o caso mais freqüente) se impôs por razões místicas. Mas o sistema é, aqui, bem mais elaborado, implicando com efeito um perfeito conhecimento dos números abstratos para que se possa admitir a explicação. E de fato o problema seria posto de ponta cabeça por esse ângulo: essa teologia suméria provavelmente não remonta às origens; é antes porque a sessentena já era a grande unidade do sistema sumério que a doutrina se desenvolveu e atribuiu nessa base o número 60 a Anu, deus do Céu, e os outros na seqüência.

A origem provável do sistema sexagesimal

Donde viria então a base sessenta? Na minha opinião, a hipótese seguinte é inteiramente plausível.

Embora se disponha de poucas informações a esse respeito, a hipótese supõe inicialmente a existência (mais do que provável) de uma e mesmo de várias *populações indígenas* bem antes da dominação suméria na Baixa Mesopotâmia. Repousa também no fato (perfeitamente estabelecido) de que *os sumérios foram de origem estrangeira*, sua vinda para a região foi feita, com toda probabilidade, ao longo do IV milênio a. C. Mesmo se não se sabe grande coisa dessa população indígena, e embora se ignore tudo (ou quase) dos laços culturais anteriores dos sumérios (estes, parece, romperam todas as pontes com seu hábitat de origem), pode-se legitimamente supor que essas duas culturas, antes de constituir a simbiose que se sabe, tinham sistemas de contagem diferentes, ambos distintos do sistema sexagesimal, um repousando na base cinco e o outro na base doze.

Retomemos os nomes de número da língua suméria. São suficientemente significativos, ao menos no que diz respeito à base 5.

Nessa numeração falada, viu-se, os dez primeiros números são [1]:

---

[1] Notar-se-á de passagem que o termo da unidade significava também "homem", "macho" e "membro viril". Talvez se tivesse desejado exprimir dessa forma a supremacia que o homem exercia então sobre a mulher. Mas "um" é também o símbolo do homem de pé, a verticalidade constituindo um dos caracteres específicos da espécie humana. O um é igualmente si mesmo no seio de um grupo social e sua própria solidão face à morte e às responsabilidades da vida. É também o homem ativo associado à obra da criação. É, enfim, o símbolo do falo ereto, que distingue o homem da mulher e confere ao macho sua posição julgada dominante quando do ato sexual: um ponto que encontrará sua confirmação durante toda a história das escritas cuneiformes mesopotâmicas, na utilização do prego vertical da unidade como determinativo das funções masculinas. O termo do par tinha igualmente como sentido figurado a "mulher". Sem dúvida havia aí uma alusão à evidente dualidade do masculino e do feminino, com todas suas manifestações de oposição, complementaridade, rivalidade, conflito ou antagonismo. A explicação poderia ater-se também ao fato de que a mulher, quando põe no mundo um bebê, opera uma espécie de "desdobramento" característico. Quanto ao terceiro nome de número, ele possuía também o sentido da "pluralidade" e servia normalmente como sufixo verbal que marcava o plural, um pouquinho como o "s" francês. (Conhece-se aliás essa "ortografia" atestada nas inscrições do Egito faraônico, bem como nas do antigo Império hitita: consistia em repetir três vezes um mesmo hieróglifo ou ainda em acrescentar três pequenos traços verticais à imagem correspondente; era não apenas para figurar três exemplares do ser ou do objeto assim representado, mas também e sobretudo para indicar-lhe o plural. Sabe-se também que em chinês antigo exprimia-se a idéia de "floresta" repetindo três vezes o pictograma de uma "árvore", enquanto que a idéia de "multidão" era figurada pela reprodução da imagem de um ser humano em três exemplares.)

O sentido dos três primeiros nomes de número é, portanto, um eloqüente vestígio das origens: temos aí uma sobrevivência do tempo em que os homens estavam ainda no conhecimento mais rudimentar de sua noção de número, a que se limita a um e dois, e que se contenta em exprimir as quantidades superiores por um termo querendo dizer algo como "muito" (ver capítulo 1).

geš	min	eš	limmu	iá	àš	imin	ussu	ilimmu	u
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Ora, descobre-se nisso traços incontestáveis da base 5, os nomes dos números 6, 7 e 9 trazendo visivelmente o testemunho de uma decomposição anterior seguindo essa base (mesmo se o nome do número 8 aparentemente não mais apresenta essa característica):

5	iá			
6	àš	=	à.š < (i-)à.š = iá.š < iá.(ge-)š = iá.geš	= 5 + 1
7	imin	=	i.min < i(á-).min = iá.min	= 5 + 2
8	ussu	=	?	
9	ilimmu	=	i.limmu < i(á-).limmu = iá.limmu	= 5 + 4

Noutras palavras, a numeração suméria levava consigo o traço de um sistema quinário desaparecido. Pode-se portanto pensar que um dos dois povos em questão praticava uma contagem desse tipo e que, na seqüência de um contato entre eles, a escolha da base sessenta tinha sido o resultado de uma combinação da base 12 e da base 5.

Ora, como já se viu, a origem da base 5 é antropomórfica (ver capítulo 2): encontrou sua razão de ser entre os povos que aprenderam a contar numa mão e a prolongar a série dos números servindo-se da outra mão como orientação.

Interroga-se ainda, contudo, sobre a origem da base doze. Na minha opinião há grandes chances de que esta também tenha sido manual.

Cada dedo tem, com efeito, três falanges (ou articulações) e como as do polegar são excluídas (já que é precisamente esse dedo que efetua a operação), é portanto possível contar de 1 a 12 utilizando os dedos de uma única mão: basta para tanto apoiar o polegar, sucessivamente, em cada uma das três falanges (ou articulações) dos quatro dedos opostos da mesma mão (fig. 9.3):

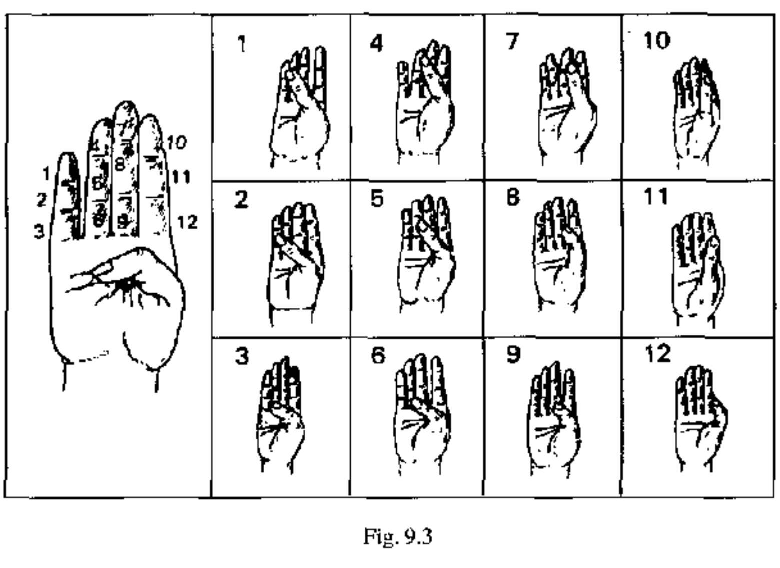


Fig. 9.3

Retomando a cada vez a técnica desde seu início, pode-se em seguida contar de 13 a 24, depois de 25 a 36 e assim por diante. É importante dizer que com um procedimento desse tipo a dezena impõe-se como a base de um sistema de numeração.

A conjectura é certamente difícil de verificar, mas um tal procedimento de contagem nas falanges existe hoje: é ainda usado no Egito, Síria, Iraque, Irã, Afeganistão, Paquistão, bem como em certas regiões da Índia. Também os sumérios poderiam muito bem tê-lo empregado desde a alta época.

Mas como explicar então que o *u*, o nome sumério do número dez, tenha sido privilegiado ao ponto de significar os (dez) "dedos", enquanto que na numeração oral não se encontra nenhum traço de uma contagem duodecimal: para 12, dizia-se com efeito *u-min* (=10+2); portanto, não se empregava uma palavra particular.

Na verdade, penso que a língua suméria não levava nela nem o traço da base doze nem mesmo o da base decimal. Noutras palavras, a meu ver, o nome de dez não era o vestígio de uma numeração decimal desaparecida; devia constituir antes a transposição moldada, nessa língua, do resultado de uma constatação comum à humanidade inteira quanto à anatomia e ao número dos dedos de nossas duas mãos reunidas.

A hipótese, em todo caso, apresenta sobre todas as outras essa vantagem nítida de sugerir naturalmente uma explicação bem concreta para a origem misteriosa da base 60. Pois a idéia de contar com os dedos, ultrapassada por um esforço intelectual (que se torna no fundo inteiramente "natural", uma vez adquirido o princípio da base), abriu muitas vezes a via a elaborações aritméticas de um nível muito superior ao sistema rudimentar (já nos demos conta disso no capítulo 3).

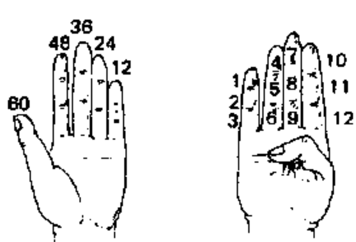
Partindo daí, a origem da base 60 poderia portanto ter sido ligada ao sistema de contagem manual seguinte, ainda utilizado em nossos dias no Oriente Próximo e na península indochinesa.

Graças a essa técnica digital, com efeito, a sessentena apareceria certamente como uma base principal, e os números 12 e 5 como bases auxiliares. É praticada da maneira seguinte:

Na mão direita, conta-se de 1 a 12 apoiando o polegar sucessivamente em cada uma das três falanges dos quatro dedos opostos. Erigindo a dúzia com essa mão, dobra-se então o mínimo esquerdo. Volta-se em seguida à primeira mão e prossegue-se a contagem de 13 a 24 repetindo a técnica. Depois, uma vez atingido o número 24, dobra-se o anular esquerdo e continua-se a contar da mesma maneira de 25 a 36 com a mão direita. Abaixa-se em seguida o médio esquerdo e procede-se igualmente até 48, em que se dobra o indicador esquerdo. Recomeçando a operação pelas doze unidades seguintes, atinge-se então a sessentena dobrando o último dedo da mão esquerda (fig. 9.4).

MÃO ESQUERDA	MÃO DIREITA

Contagem dos dedos, cada um valendo uma dezena



Contagem das falanges pelo polegar oposto, cada uma tendo valor de unidade.

Fig. 9.4

A hipótese pode desde então ser formulada da maneira seguinte: na seqüência de uma simbiose entre duas culturas diferentes, uma praticando uma contagem digital de base 5 e a outra um sistema de contagem das doze falanges de uma mão pelo polegar oposto, a base 60 ter-se-ia imposto como grande unidade de contagem graças à combinação dos dois sistemas manuais.

E como o número 60 constituía igualmente uma base elevada, os aritméticos procuraram portanto uma espécie de intermediário para compensar as dificuldades impostas pelas limitações da memória humana. A base sendo pequena demais com relação a 60 e exigindo na mesma ocasião esforços de representação consideráveis demais, decidiu-se na seqüência adotar como unidade auxiliar, descarregando a memória, a que a natureza oferecia ao homem desde sempre e cuja ordem de grandeza é a mais satisfatória desses pontos de vista: a dezena. Ter-se-ia podido tomar para isso a base 12, que seguramente teria oferecido vantagens mais numerosas ainda do que 10. Não foi feito provavelmente para não desorientar completamente as populações locais, para quem 10, duplo dos cinco dedos de uma mão, era mais natural do que 12.

E como 6 não é outra coisa senão o coeficiente pelo qual é necessário multiplicar dez para obter a sessentena o sistema, pela força das coisas, ou antes propriedades do universos dos números, tomou então a forma de um compromisso entre 6 e 10, tornadas depois as bases auxiliares e alternadas da numeração sexagesimal suméria. Pôde-se constatar também, mas em seguida, que a base assim construída possuía propriedades aritméticas conferindo-lhe numerosas vantagens práticas, sem falar das propriedades geométricas e astronômicas, observadas na medida do domínio do instrumento sexagesimal e do avanço nessas ciências. Um sistema provido de vantagens de tal forma numerosas aos olhos dos continuadores que estes chegaram mesmo a atribuir a suas principais unidades os próprios nomes das divindades da religião suméria...

Tal é a explicação mais provável, na minha opinião, que se pode dar à base sessenta. Conviria igualmente considerá-la com precaução, a afirmação não repousando, no meu conhecimento, em nenhuma prova arqueológica nem em testemunho. Mas se fosse verdadeira traria assim uma confirmação à origem antropomórfica das outras bases históricas (5, 10 e 20) e viria reforçar por conseguinte a importância do papel tido pelos dedos na história dos números e dos sistemas de numeração...

Os Precursores da Contabilidade Escrita em Elam e na Mesopotâmia

O uso da argila, como vimos, já era antigo no IV milênio a. C., não somente como material de construção, mas também e sobretudo *como matéria prima para a expressão do pensamento humano*. E nessa época já não havia segredo para os habitantes da Mesopotâmia, que a utilizavam então correntemente na fabricação de potes, em cerâmica ou ainda para modelar estatuetas, compor argamassa, modelar tijolos, confeccionar selos, fabricar pérolas e jóias etc. Portanto, é razoável supor que os habitantes do país de Sumer, para representar e manipular os números, muito antes da aparição de sua escrita e de sua notação numérica, tenham-se servido da argila também para fabricar objetos com formas e tamanhos os mais diversos, atribuindo a cada um deles um valor convencional.

Das pedras aos cálculos

Uma tal aritmética concreta que, como vamos ver, certamente existiu na região, só pode ter derivado do método arcaico do "monte de pedras" empregado com fins numéricos.

Universalmente verificado, esse método sabidamente desempenhou um papel muito importante na história da aritmética — ainda mais notável pelo fato de que foram as pedras que permitiram ao homem iniciar-se na arte de efetuar operações.

E quando dizemos "cálculo", a própria palavra nos remete ao procedimento vindo do fundo das eras. Tendo aparecido na língua francesa desde o século XV (Nicolas Chuquet, 1484), a palavra provém do latim *calculus* (plural: *calculi*), que quer dizer "pedra" e, por extensão, "bola", "ficha" e "peão". Constituindo um derivado de *calx, calcis*, o próprio termo latino é sem dúvida um empréstimo do grego antigo *khaliks*, que significava "pedra" ou ainda "pedra de cal" (a menos que *khaliks, calx e calcis* tenham sido empréstimos independentes de uma língua mediterrânea que ignoramos). Essa etimologia, em todo caso, não explica somente a acepção médica atual dos "cálculos" (concreções minerais que se depositam na vesícula biliar e no sistema urinário); aponta também a origem comum das palavras francesas *chaux* [cal] e *calcaire* [calcário].

Como os gregos e os romanos ensinavam seus filhos a contar e a efetuar cálculos com o auxílio de pedrinhas, bolas, fichas, peões e até mesmo pedras de cal, a palavra veio finalmente a designar qualquer uma das operações aritméticas elementares (adição, subtração, multiplicação, divisão etc.).

Uma etimologia semelhante é encontrada de resto na língua grega: a expressão *pséphos tithénai* quer dizer "colocar pedras" e portanto "fazer uma conta", enquanto *pséphos* significa ao mesmo tempo "número" e "pedra". Um fenômeno paralelo é encontrado também na língua árabe, em que a palavra *haswa*, que quer dizer "pedra", possui o mesmo radical que *ihsâ'*, que significa ao um só tempo "enumeração" e "*estatística*".

Entretanto, o método do monte de pedras era inicialmente bastante primitivo, pois, assim como a prática mais rudimentar do entalhe, marcava ainda por assim dizer o "grau zero" da técnica de expressão numérica. Fornecia um procedimento de enumeração cardinal, sem exigir memória nem conhecimento abstrato, e baseando-se apenas no princípio da correspondência unidade por unidade (ver capítulo 1).

Mas desde que aprendeu a contar abstratamente, o homem revelou-se suficientemente ágil para permitir todas as espécies de progresso. Não faz muito tempo, em certas aldeias africanas o método era ainda usada para recensear as moças em idade de se casar (ou enumerar os jovens aptos a portar armas). Quando atingiam a idade requerida, cada uma confiava um pequeno anel metálico à "casamenteira" da aldeia, que o enfiava numa correia com outros objetos semelhantes. Depois, pouco antes da cerimônia, cada futura esposa recuperava seu anel, e o que restava permitia avaliar facilmente o número das "moças para casar" no momento. Eis, portanto, uma maneira bem prática de efetuar uma subtração quando não se sabe calcular por meios como os nossos.

Na Abissínia (atual Etiópia), os guerreiros faziam o mesmo quando partem em expedição: na partida, cada soldado deposita uma pedra num monte e, na volta, cada sobrevivente retira uma. Graças às pedras restantes era possível conhecer o número exato das perdas sofridas no combate. E é exatamente o que se pode ver no início do filme *Ivã, o Terrível* de Eisenstein, que reconstitui a história de Ivan Vassilievitch (Ivã IV), czar da Rússia no século XVI: antes de *partir para sitiar a cidade de Kazan, cada soldado do exército imperial deposita uma pequena* peça metálica numa bandeja.

Mas ao longo do tempo o homem percebeu que o procedimento era limitado e não podia satisfazer as necessidades quotidianas cada vez maiores. Para contar até mil, por exemplo, era necessário reunir mil pedras!

Com a aquisição do princípio da base de um sistema de numeração, pôde-se pôr à prova a imaginação.

Certas culturas imaginaram substituir as pedras habituais por pedras de dimensão variada, atribuindo-lhes, segundo seus tamanhos respectivos, ordens de unidades diferentes. Assim, usando uma numeração decimal, pôde-se representar desde então a unidade por uma pequena pedra, a dezena por uma pedra um pouco maior, a centena por uma pedra grande, o milhar por uma pedra ainda maior e assim por diante. E para imaginar os outros números, bastava repetir essas "pedras-padrões" tantas vezes quantas fosse necessário.

Tratava-se de um método prático, mas ainda insuficiente: como encontrar duas pedras exatamente do mesmo tamanho formato?, Em certas culturas, o problema que veio somar-se a outro mais crucial, ligado à natureza do solo: como proceder quando uma região não dispõe de pedras?

Aperfeiçoou-se o sistema com o emprego de terracota, bem mais cômoda para confeccionar esse tipo de padrão de contagem. E foi justamente o que se produziu no país de Elam e na Mesopotâmia nas épocas arcaicas que precederam a invenção da escrita e a notação *numérica*...

As "fichas" das culturas mesolíticas e neolíticas do Oriente Próximo

A prova: objetos de tamanhos e formas geométricas diversas (cones, discos, esferas, bastonetes, tetraedros, cilindros, etc.) (fig. 10.1) foram descobertos aos milhares em vários sítios arqueológicos do Oriente Próximo, desde a Anatólia até o vale do Indo e do mar Cáspio

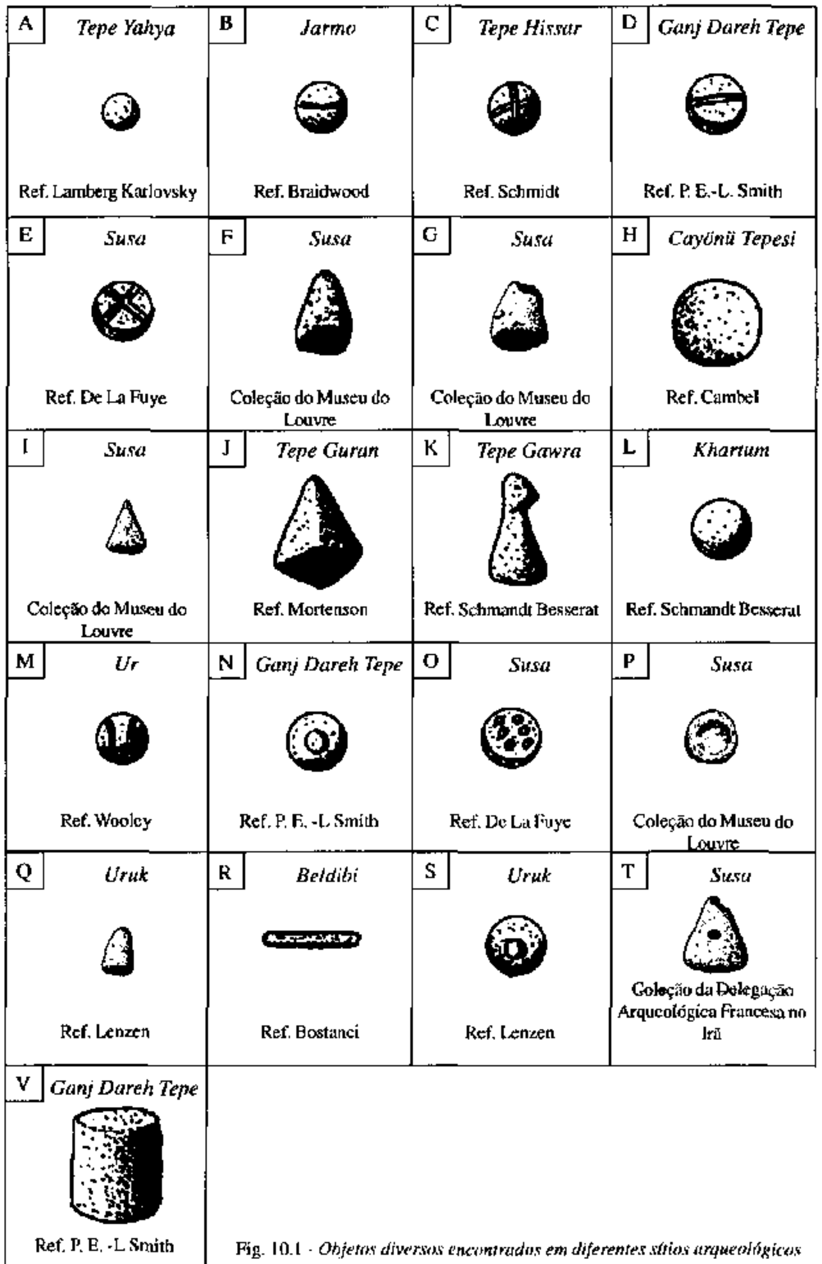


Fig. 10.1 - *Objetos diversos encontrados em diferentes sítios arqueológicos (lista evidentemente não limitada a todos os níveis).*

ao Sudão (fig. 10.2). Designaremos doravante tais objetos pelo nome geral de "fichas" [*jetons*] (sem contudo dar necessariamente a esse termo a conotação numérica de sua etimologia).

Certas fichas apresentam traços paralelos, cruzes e outros motivos semelhantes (fig. 10.1 B, C, D, E, M, O). Outras são ornadas com motivos esculpidos representando claramente seres e objetos diversos (cântaros, cabeças de boi, cabeças de cão etc.) (fig. 10.1 K). Outras, enfim, não trazem grafismos nem motivos (fig. 10.1 A, F, G, H, I, J, L, N, P, Q, R, S, T, U, V).

			NATUREZA DOS OBJETOS ENCONTRADOS					
Milênios a. C	Sítios Arqueológicos	País	Cilindros	Discos	Esferas	Cones (tamanhos diversos)	Bastonetes	Urnas ocas de contabilidade
IX	Beldibi	*Anatólia*	*	*	*	*	*	
	Tepe Asiab	*Mesopotâmia*	*	*	*	*	*	
	Ganj Dareh Tepe	*Irã*	*	*	*	*	*	
IX-VIII	Khartum	*Sudão*	*	*	*			
VIII	Cayönü Tepesi	*Anatólia*	*	*	*	*	*	
VIII-VI	Jericó	*Palestina*			*	*		
VII-VI	Tell Ramad	*Síria*	*	*	*	*		
	Ghoraife	*Síria*		*	*	*		
	Suberde	*Anatólia*	*		*	*	*	
	Jarmo	*Mesopotâmia*	*	*	*	*	*	
	Tepe Guran	*Irã*		*	*	*		
	Anau	*Irã*		*	*	*		
VI	Tell As Sawwan	*Mesopotâmia*			*	*		
	Can Hasan	*Anatólia*		*	*	*		
	Tell Arpachiyah	*Mesopotâmia*			*	*		
VI-V	Chaga Sefid	*Irã*	*	*	*	*	*	
	Tal-i-Iblis	*Irã*		*	*	*		
IV	Tepe Yahya	*Irã*		*	*	*		*
	Habuba Kabira	*Síria*		*	*	*		*
	Warka (Uruk)	*Mesopotâmia*	*	*	*	*		*
	Susa	*Irã*	*	*	*	*	*	*
	Chogha Mish	*Irã*	*	*	*	*		*
	Ninive	*Mesopotâmia*						*
IV-III	Tall-i-Malyan	*Irã*	*		*	*		*
	Tepe Gawra	*Irã*	*			*		
III	Jemdet Nasr	*Mesopotâmia*	*	*		*		
	Kish	*Mesopotâmia*	*	*	*	*		
	Tello	*Mesopotâmia*	*	*	*	*		
	Fara	*Mesopotâmia*	*	*	*	*		
III-II	Tepe Hissar	*Irã*		*	*	*		
II	Meggiddo	*Palestina*	*					
	Nuzi	*Mesopotâmia*						*

Fig. 10.2 - *Sítios arqueológicos do Oriente Próximo em que foram encontrados vários objetos em argila, de tamanhos e formas diversos, utilizados outrora para efetuar diversas operações de cálculo e de contabilização.* Ref. Aboul-Souf; Amiet; Bordaz; Bostanci; Braidwood; Cambel; De Contenson; Coon; French; Hole; De La Fuye; Langsdorf; Lenzen; Mackay; Moore; Mortenson; Perrot; Pumpelly; Schmandt-Besserat; Speiser; R.-C. Thompson; Tobler; Wooley.

As mais antigas fichas conhecidas provêm de Beldibi (Anatólia), Tepe Asiab (Mesopotâmia), Ganj Dareh Tepe (Irã), Khartum (Sudão), Jericó (Palestina) e Abu Hureyra (Síria); remontam ao período que vai do IX ao VII milênio a. C. Os mais recentes datam do II milênio antes de nossa era e provêm dos sítios de Tepe Hissar (Irã), Meggido (Palestina) e Nuzi (Mesopotâmia).

A maioria dessas fichas foi encontrada diretamente no solo, espalhadas a esmo. Já outras foram encontradas no interior (ou na proximidade imediata) de recipientes de argila vazios.

Estas só são atestadas a partir do IV milênio; encontrou-se várias centenas delas em Tepe Yahya (Irã), Habuba Kabira (Síria), Uruk (Mesopotâmia), Susa (Irã), Chogha Mis (Irã), Nínive (Mesopotâmia), Tall i Malyan (Irã) e Nuzi (Mesopotâmia).

UMA INTERPRETAÇÃO CONTESTÁVEL

Segundo Denise Schmandt-Besserat (que reuniu e estudou uma importante documentação sobre o assunto), tais fichas teriam figurado, para as culturas do Oriente Próximo do IX ao II milênio antes de nossa era, símbolos materiais representando em "pictogramas" de três dimensões a natureza dos diversos gêneros e mercadorias que eram objeto na época de transações comerciais.

Noutras palavras, segundo essa hipótese,esses objetos teriam sido moldados de modo que a simbolizar gêneros contabilizados, dando-lhes o aspecto real ou simplificado dos seres e das coisas implicadas (esferas, cabeças de gado etc.), "com eventualmente pontos ou entalhes para indicar seu número nas séries assim contadas globalmente (por exemplo, 2 × 5 pontos colocados numa plaqueta retangular e 2 × 3 pontos num objeto representando uma cabeça de gado)" (P. Amiet).

A *idéia é evidentemente sedutora: se um dia for comprovada, revelará a existência* de um sistema simbólico de contabilidade muito elaborado nas épocas mais recuadas da história do Oriente Próximo.

Ainda é necessário provar que houve de fato a necessidade de uma contabilidade tão elaborada e que as condições foram favoráveis ao desenvolvimento, naquele lugar, de uma economia relativamente avançada repousando num tal sistema.

Trata-se apenas de uma simples conjectura, que não recebeu até hoje confirmação.

Mas D. Schmandt-Besserat manteve essa conjectura para sustentar que "esse sistema de representação em três dimensões" teve, na sua origem, pictogramas e ideogramas da escrita suméria.

Seu argumento repousa, na verdade, na descoberta de objetos muito numerosos em forma de disco, esfera, cone, cilindro e retângulo, que apresentam exatamente os mesmos motivos (cruzes, traços paralelos, círculos concêntricos etc.) que os encontrados nas tabuletas sumérias da época de Uruk enquanto representações simbólicas: o círculo contendo a cruz designando o carneiro; quatro linhas paralelas representando a "vestimenta" etc. (fig. 10.3).

Conclusão de D. Schmandt-Besserat: os sinais da escrita suméria constituíram, em suma, as réplicas fiéis, em duas dimensões, dessas diversas representações em relevo.

Na verdade, tais afirmações, fundadas numa área geográfica tão vasta e, mais ainda, num período de vários milênios, supõem uma uniformidade total das tradições e dos sistemas numa região que, entretanto, é conhecida pela extrema complexidade.

Em particular, a origem dos pictogramas sumérios é explicada extensivamente pela forma dos objetos encontrados em Beldibi, Jericó, Khartum e Tepe Asiab e que remontam ao IV, VI e mesmo ao IX milênios.

Desnecessário dizer que o raciocínio é enganoso, uma vez que repousa essencialmente em elementos que provavelmente jamais tiveram relação com a cultura do país de Sumer[1].

Forma das fichas	Sinais sumérios	SIGNIFICADO DOS PICTOGRAMAS (sentido estabelecido)
		urna, pote, vaso
		banha, óleo, gordura
		carneiro
		pão, alimento
		couro
		vestimenta

Fig. 10.3 - *Aproximação operada por D. Schmandt-Besserat entre a forma de certas figuras e o que se supõe corresponder a elas na escrita suméria.*

Não obstante, a idéia não deve ser rejeitada, com a ressalva de se abordar a questão em bases bem mais seguras — estudando-se as peças não em bloco nem sobre um lapso de tempo tão vasto quanto nove milênios, mas antes caso a caso, sítio por sítio, isto é, tomando-se o cuidado de restringir cada dado a um período e a uma área geográfica bem determinadas.

A própria conclusão requer mais precauções: se tal representação esculpida enquanto "sistema" foi de fato um dia estabelecida nessas culturas, sem dúvida não constituiu uma unidade partilhada por todas as regiões, mas vários sistemas diferentes. E se tais filiações foram confirmadas na civilização suméria, a explicação da passagem de um sistema ao outro só é válida para alguns signos particulares.

Entretanto, mesmo se não tiverem constituído um sistema, essas representações em relevo certamente significaram algo para seus criadores e seus utilizadores: saíram de um *simbolismo* já então antigo, atestado em numerosos exemplos de cerâmica pintada e glíptica.

Vista por esse ângulo, a idéia torna-se interessante, oferecendo mesmo perspectivas totalmente novas: pode representar um *estágio evolutivo intermediário, talvez um dos últimos, entre a expressão puramente simbólica do pensamento humano e a notação propriamente formal da linguagem articulada...*

[1] Para uma crítica mais fundamentada, ver S.-J. Liebermann [1].

Peças com destinações múltiplas

Na verdade, a variedade desses objetos é tão grande, seu campo geográfico tão vasto e seu domínio cronológico tão extenso que *é difícil pensar que constituíram um sistema único.*

Pois mesmo se nos colocamos numa época determinada, esses diversos objetos evidentemente não tiveram todos a mesma destinação.

Levando em conta o grau de cultura atingido pelos homens nessa época, porém, pode-se fazer algumas suposições plausíveis.

Assim, certas fichas perfuradas no centro e descobertas reunidas em colares, provavelmente constituíram *objetos de indumentária.*

Pode-se supor também que esses colares foram *rosários de caráter religioso* que, engrenados ficha após ficha, deviam permitir aos sacerdotes da época invocar uma após a outra as principais divindades (ver capítulo 1).

Outras, munidas de cabeças de animais, constituíam sem dúvida a *amuletos: supersticiosos, os homens que os levavam deviam então atribuir-lhes virtudes protetoras como* as de espantar os malefícios, as doenças, os acidentes etc.

E como a argila oferece uma ampla versatilidade de empregos, pode-se conjeturar também que bom número dentre elas constituíram *peões para jogar.*

Das peças aos "calculi"

Mas as peças que nos interessam mais (e cuja interpretação não deixa nenhuma dúvida) *são os pequenos objetos de tamanhos e formas diversas encontrados nas urnas.*

Utilizadas ao menos desde a segunda metade do IV milênio a. C. como meio de registro concreto para diversas operações de contabilização nas sociedades então em plena expansão de Sumer e de Elam [1], estes objetos foram usados não apenas como peças de contagem, mas também como ferramentas de cálculo para fazer adições, subtrações, multiplicações e mesmo divisões. Os assírios e os babilônios deram-lhes o nome de *abnu* (plural: *abnâti*, literalmente, "pedra, objeto de pedra, nó, granizo, peça de contagem") (R. Labat, nº 229).

E muito antes deles, os sumérios tinham-nos designado pelo nome de *imna* (literalmente: "pedra de argila") (cf. S.-J. Liebermann [1]). Por essas razões e por causa da etimologia latina, daremos a essas peças o nome de *calculi.* E para evitar qualquer confusão com as outras "fichas" de destinação ainda desconhecida, reservaremos o uso desse termo exclusivamente àqueles encontrados nas bolhas ou ao menos em suas imediações.

Os cálculos mesopotâmicos: origem formal dos algarismos sumérios

Ao examinamos pela primeira vez os algarismos sumérios arcaicos, vemo-nos habilitados a não somente admitir a existência anterior de um sistema de contagem e de cálculo concretos, mas também a postular para os mesmos uma origem puramente formal. Pois, nos diferentes grafismos que se ligam a eles (fig. 8.2), reconhecemos certos *calculi*, que devem ter sido simplesmente "recopiados" numa das tabuletas de argila, uma vez inventada a escrita — a

---

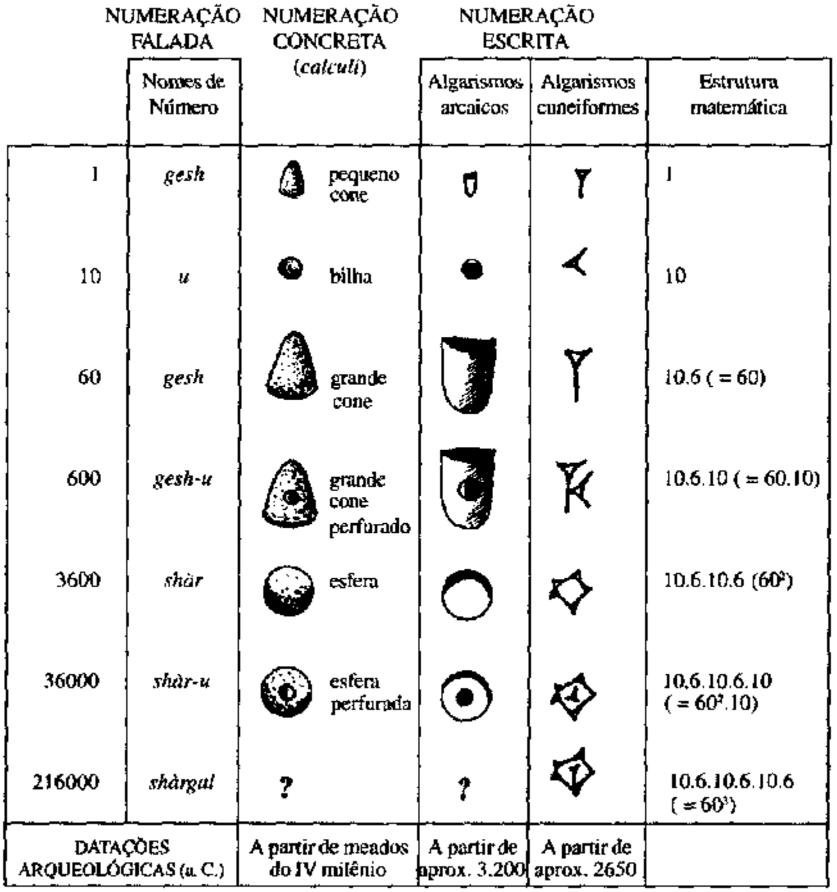
[1] País vizinho da Mesopotâmia, que abrangia a zona ocidental do planalto iraniano e uma planície situada no prolongamento ao leste do país de Sumer.

saber, um pequeno cone, uma bilha, um grande cone, um grande cone perfurado, uma esfera e, enfim, uma esfera perfurada (fig. 10.4).

Noutras palavras, expondo a coisa ao inverso:

— o entalhe fino da unidade constituía a réplica fiel, em duas dimensões, de um pequeno cone de argila;
— a pequena impressão circular da dezena, a de uma bilha;
— o entalhe grosso de 60, a de um grande cone;
— o entalhe grosso munido de um pequeno furo (algarismo 600), a de um grande cone perfurado;
— a grande impressão circular (= 3.600), a de uma esfera;
— e, enfim, a grande impressão circular munida de um pequeno furo (= 36.000), a de uma esfera perfurada;

Uma tal hipótese parece tão evidente que se poderia admiti-la mesmo quando nenhuma outra prova fosse encontrada. Mas, como veremos, as peças arqueológicas existem e os testemunhos são muito numerosos.



	NUMERAÇÃO FALADA	NUMERAÇÃO CONCRETA (*calculi*)	NUMERAÇÃO ESCRITA		
	Nomes de Número		Algarismos arcaicos	Algarismos cuneiformes	Estrutura matemática
1	*gesh*	pequeno cone			1
10	*u*	bilha			10
60	*gesh*	grande cone			10.6 (= 60)
600	*gesh-u*	grande cone perfurado			10.6.10 (= 60.10)
3600	*shàr*	esfera			10.6.10.6 (60^2)
36000	*shàr-u*	esfera perfurada			10.6.10.6.10 (= 60^2.10)
216000	*shàrgal*	?	?		10.6.10.6.10.6 (= 60^3)
DATAÇÕES ARQUEOLÓGICAS (a. C.)		A partir de meados do IV milênio	A partir de aprox. 3.200	A partir de aprox. 2650	

Fig. 10.4 - *Nomes de número, algarismos e* calculi *da civilização suméria. Esses* calculi *foram encontrados em um número significativo de sítios mesopotâmicos (Uruk, Nínive, Jemdet, Nasr, Kiš, Ur, Tello, Šuruppak, etc.).* Ref. Lenzen; S.-J. Liebermann [1]; Mackay; Schmandt-Besserat; R.-C. Thompsom; Wooley.

A urna do palácio de Nuzi

Os *calculi* mesopotâmios foram identificados pela primeira vez em 1928-1929, quando a equipe americana de pesquisas orientais de Bagdá exumou ruínas do palácio de Nuzi[1] e encontrou uma urna de argila oca e de forma ovóide, contendo "alguma coisa" no interior e apresentando na face externa uma inscrição cuneiforme (em língua acádia), cuja tradução é esta (fig. 10.5):

Objetos (*abnâti*) correspondendo a carneiros e cabras:
21 ovelhas que já tiveram filhotes;
6 cordeiros fêmeas;
8 bodes adultos;
4 cordeiros machos;
6 cabras que já tiveram filhotes;
1 bode;
[2] cabritas.

Total da enumeração: 48 animais. No interior da urna encontraram-se exatamente 48 pequenos objetos de terracota em forma de pequenas esferas, que foram em seguida perdidas por descuido. Portanto, era lógico supor que essas fichas tinham outrora servido para enumerar o gado, malgrado a dificuldade de distinguir as nuances por um tal sistema de contagem.

Fig. 10.5 - *Urna ovóide oca descoberta nas ruínas do palácio de Nuzi. Dimensões: 46mm x62mm x 50mm. Data: aproximadamente XV século a. C. Harvard Semitic Museum, Cambridge, Massachusetts (SMN 1854) (Ref. A.-L. Oppenheim).*

Os especialistas sem dúvida não teriam atribuído importância à descoberta se um acontecimento imprevisto não tivesse chamado sua atenção para a função inicial do objeto: Relata G. Guitel: "Um ajudante da expedição foi enviado ao mercado para comprar galinhas; por inabilidade, quando de seu retorno, as galinhas foram colocadas no galinheiro antes de serem contadas. Ora, o servo era totalmente inculto, e sequer sabia contar. Era incapaz de dizer quantas galinhas haviam sido compradas. Não teríamos podido reembolsar-lhe a compra se ele não tivesse reunido um certo número de pedras, a fim de simbolizar o número de galinhas, explicou ele."

Sem o saber, um autóctone totalmente inculto acabara de reconstituir os procedimentos de alguns pastores, talvez tão incultos como ele, que viveram 3.500 anos antes naquela mesma terra...

[1] Sítio urbano mesopotâmio do meio do II milênio a. C. na região de Kirkuk, no sudoeste de Mossul, no Iraque.

Trinta anos mais tarde, A.-L. Oppenheim, da universidade de Chicago, debruçou-se sobre a questão. Após analisar minuciosamente as diferentes descobertas arqueológicas feitas naquele sítio, constatou, com base nos próprios textos das tabuletas de Nuzi, a existência de um sistema de registro que usava, para operações de contabilidade, objetos diversos chamados *abnû* (*calculi*). Esses textos (que mencionam claramente o "depósito" desses *calculi*, sua "transferência", bem como sua "retirada") revelaram a existência de um duplo sistema de contabilidade: "Além dos minuciosos anais dos escribas em caracteres cuneiformes", explica D. Schmandt-Besserat, "a administração do palácio de Nuzi tinha contas paralelas tangíveis. É possível, assim, que um *calculus*[1] determinado representasse cada um dos animais de rebanho do palácio. Na primavera, época dos nascimentos, acrescentava-se o número adequado de novos *calculi*; da mesma forma, retirava-se os *calculi* correspondentes aos animais abatidos. Talvez se deslocassem as fichas de uma seção à outra quando os animais mudavam de rebanho ou de pastagem, ou por ocasião da tosquia dos carneiros."

Retornando à urna, pode-se supor nessas condições que ela tenha sido confeccionada por um contador da antiga cidade de Nuzi, pelo qual passavam todos os pastores antes de levarem ao campo os rebanhos do palácio. Enquanto os pastores eram provavelmente incultos, esse homem (ao menos a partir de uma certa época) sabia contar, ler e escrever. *Detentor do grande privilégio do Saber, ele era provavelmente um sacerdote, talvez também um dos administradores dos bens do palácio*. A prova disso é que o termo acádio para "sacerdote" (*sangu*) corresponde a "administrador da economia do templo", e essa palavra é transcrita pelos mesmo caracter cuneiforme que o verbo *manû*, que significava "contar" (R. Labat, nº 314).

No momento da partida, o funcionário confeccionava esferas de terracota em número igual ao das cabeças do rebanho, as quais ele introduzia então em um invólucro de argila. Após a urna ser fechada, cobria sua superfície com uma inscrição cuneiforme mencionando detalhadamente o estado do rebanho, antes de gravar sua própria assinatura. Na volta do pastor, bastava quebrar a urna e proceder, na presença deste, a contagem dos carneiros por meio dos *calculi* que tinham sido encerrados nela. Nenhuma contestação era então permitida nessas condições: a inscrição e a assinatura constituíam uma garantia para os senhores do palácio, enquanto os *calculi* davam ao pastor toda a segurança desejada...

A descoberta de uma tabuleta oblonga, semelhante na forma à urna ovóide, nas próprias ruínas do palácio de Nuzi, numa camada superior (correspondendo por conseguinte a um período mais recente), veio a reforçar a hipótese de Oppenheim.

Menos de sete anos após a publicação do relatório de Oppenheim, P. Amiet, então curador-chefe do departamento de antigüidades orientais do museu do Louvre, não só confirmou a hipótese em Susa [2] como apontou a existência de um sistema melhor concebido do que o precedente. Desde as escavações empreendidas a partir de 1880 pela antiga missão arqueológica francesa no Irã, o museu possuía nas suas gavetas mais de sessenta dessas urnas de argila. Tais documentos até então só tinham atraído a atenção dos especialistas pelas impressões de sinetes cilíndricos que ornavam a maioria deles (fig. 10.10).

Várias dessas urnas tinham sido quebradas quando de sua transferência para Paris; outras já foram encontradas danificadas nas próprias escavações. Mas algumas permaneceram intactas. Um fato notável, revelado por exames de raio X, é que elas continham também

[1] O autor da citação emprega o termo "ficha" [*jeton*].

[2] Inicialmente capital do país de Elam e posteriormente, sob a égide de Dario, capital administrativa do Império Persa, a cidade de Susa situava-se cerca de 300 km a leste do país de Sumer, no sudoeste do atual Irã.

calculi, mas não mais de um único tipo uniforme. Quando abriu-se cuidadosamente uma das extremidades de algumas delas, encontraram-se discos, cones, esferas e bastonetes (fig. 10.6)

Fig. 10.6 - *Esquema de uma urna contábil intacta, tal como se pôde percebê-la numa fotografia de raio X.*

E como os documentos provinham de um sítio datado de aproximadamente 3.300 a. C., a descoberta revelou que o sistema já existia em Elam aproximadamente 2.000 anos antes de Nuzi, sob uma forma muito mais elaborada que a das "esferas-unidades" do sistema precedente, cujo princípio era no fundo o da correspondência elemento a elemento. Noutras palavras, esse sistema contábil sobreviveu durante dois milênios mas sofreu uma regressão, passando de um sistema fundado no princípio da base a um outro fundado num método muito rudimentar, puramente cardinal.

Supôs-se com razão que o sistema contábil susiano consistia em materializar os números por diversos *calculi*, que simbolizavam valores numéricos tanto por sua quantidade como por suas formas e proporções respectivas, sendo cada um associado, por conseguinte, a uma ordem de unidades em relação a um sistema de numeração (um bastonete para *uma unidade de primeira ordem*, uma esfera para *uma unidade de segunda ordem*, um disco para uma *unidade de terceira ordem* e assim por diante).

Posteriormente, a hipótese de Oppenheim e a tese de Amiet foram confirmadas, tendo sido esta última confrontada com outras descobertas arqueológicas, realizadas recentemente nos sítios iranianos de Tepe Yahya, Chogha Mish, Tall-i-Malyan, Shahdad etc. As pesquisas praticadas no território iraquiano (Uruk, Nínive, Jemdet Nasr, Kish, Tello, Fara etc.) e no território sírio (Habuba Kabira) (fig. 10.2) provaram inclusive que durante o IV milênio a. C. o sistema não constituía o apanágio da cultura elamita, tendo sido usada uma contabilidade semelhante nessa época em toda a região vizinha, incluindo a Mesopotâmia. Tais Sistemas se revelaram-se assim mais arcaicos ainda do que o das tabuletas econômicas da época de Uruk.

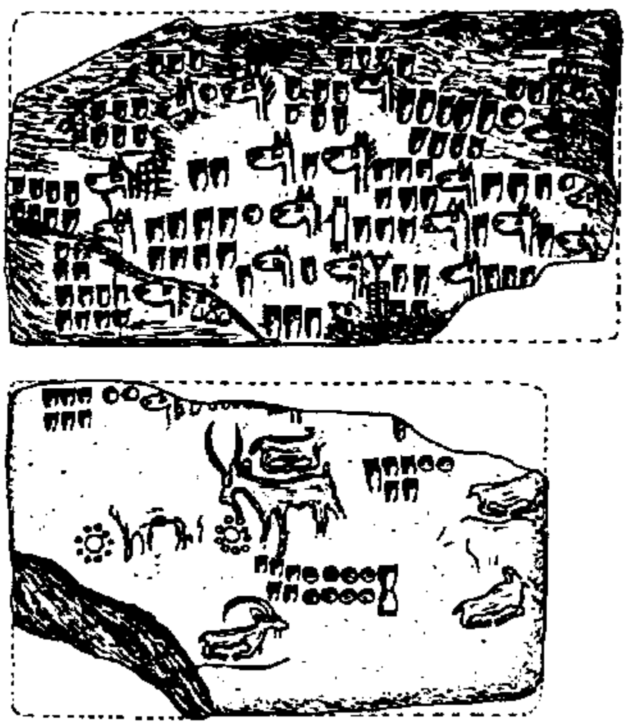
Das urnas às tabuletas contábeis

Pressentiu-se desde então que as tabuletas contábeis arcaicas de Sumer tinham sido as herdeiras morfológicas do sistema contábil das urnas e dos *calculi*: realmente, por suas formas respectivas, os algarismos derivaram dos *calculi*. Já às tabuletas mais arcaicas, em lugar de serem regulares (como aquelas, mais recentes, caracterizadas por uma impecável retangularidade, e confeccionadas segundo um modelo padrão), eram apenas pães vulgares de argila de forma oblonga ou grosseiramente arredondada (fig. 8.1 C). Certamente houve um momento em que os *calculi* cederam lugar a imagens em duas dimensões, quando as urnas foram substituídas por esses pães de argila. Mas como não se dispunha então das peças arqueológicas necessárias para reconstituir as etapas intermediárias dessa evolução nem de informações tangíveis que permitissem situar o acontecimento com precisão, a idéia permaneceu durante certo tempo no estado de uma simples hipótese.

Somente na década de 1970, com as escavações da Delegação arqueológica francesa no Irã (DAFI), conduzidas no canteiro da acrópole de Susa sob a direção de Alain Le Brun, realizou-se uma estratigrafia — muito mais fundamentada do que os procedimentos pouco precisos dos tempos passados — que discriminou as fases antigas da civilização elamita.Particularmente no período de 1977 a 1978 foram realizadas importantes descobertas, que tornaram aquela transição arqueologicamente inteligível.

A evolução que será descrita abaixo foi atestada apenas em Susa, mas há boas razões para se crer que os sumérios também passaram por ela.

A primeira razão é que a civilização elamita foi contemporânea e equivalente à dos sumérios, já que conheceu, mais ou menos ao mesmo tempo e em condições rigorosamente idênticas, um desabrochar e alguns desenvolvimentos inteiramente similares durante a segunda metade do IV milênio a. C. Assim, utiliza-se freqüentemente certos fatos dessa civilização como referência (ou antes, como modelos potencialmente aplicáveis) à de Uruk. Contudo, é preciso assinalar que os elamitas souberam preservar bom número de elementos originais com relação a seus vizinhos mesopotâmicos.



ROSTO

VERSO

Fig. 10.7 - *Tabuleta proto-elamita proveniente de Susa (fora estratigrafia), aproximadamente 3.000 a. C. Segundo V. Scheil, esta apresenta um inventário de eqüídeos em três categorias (garanhões com crina levantada, jumentos com crina tombante e potros sem crina); os números correspondentes são indicados por diversas marcas em cruz. No verso, percebe-se o decalque de um sinete cilíndrico representado caprinos de pé e em repouso.* Museu do Louvre. Ref. Sb 6.310. Cf. MDP, XVII, tabul. nº 105.

Segunda razão: desde as épocas mais arcaicas, os elamitas, assim como os sumérios, tinham plena consciência das possibilidades da argila, em particular para a expressão visual e simbólica do pensamento humano, como também no domínio, naturalmente mais tardio, da transcrição da linguagem articulada.

Sabemos por outro lado que os elamitas criaram também uma escrita por volta de 3.000 a. C. — cujos mais antigos testemunhos conhecidos são oferecidos por tabuletas de argila (fig. 10.7) exumadas em vários sítios iranianos, principalmente em Susa (a partir do nível arqueológico de Susa XVI). Ora, como as tabuletas sumérias arcaicas, estas comportam numa das faces (e por vezes nas duas) um certo número de algarismos, ao lado dos quais figuram um ou vários desenhos mais ou menos esquemáticos, por vezes com algumas impressões de sinetes cilíndricos decalcadas por rolamento no sentido do comprimento das tabuletas.

Enfim, como acabamos de ver, o sistema dos *calculi* e das urnas contábeis foi empregado em Elam e no país de Sumer pelo menos desde 3.500 a 3.300 a. C.

Graças a analogias tão evidentes, é inteiramente legítimo esperar que novas descobertas arqueológicas em sítios sumérios nos permitam um dia confirmar definitivamente tais suposições...

Sigamos agora as etapas sucessivas dessa evolução, com o apoio das últimas descobertas realizadas em Susa pela DAFI[1] (que colocamos tanto quanto possível em paralelo abaixo com a aquisição arqueológica mesopotâmica).

Estamos agora no país de Elam durante a segunda metade do IV milênio a. C.. Essa civilização já é avançada e bem urbanizada. As transações econômicas são cada dia mais numerosas e surge a necessidade cada vez maior de guardar e conservar o registro das enumerações, inventários, vendas, compras ou distribuições que se realizam quotidianamente...

Primeira etapa: 3.500-3.300 a. C.

(Níveis arqueológicos: Susa XVIII, Uruk IV b. Documentos: fig. 10.4, 10.8 e 10.10)

Os responsáveis pela administração de Susa dispõem de um sistema contábil que consiste em simbolizar um número dado (correspondendo, por exemplo, ao montante de uma transação comercial) por uma certa quantidade de *calculi* de terracota, associados cada um à ordem de unidades, segundo a seguinte convenção:

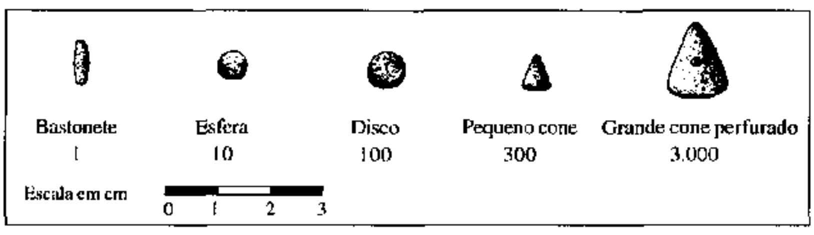


Fig. 10.8 - *Os únicos calculi recolhidos das urnas contábeis ou na superfície (nas proximidades dessas urnas) no canteiro da acrópole de Susa. Os valores acima constituem uma antecipação do o deciframento apresentado no capítulo seguinte. Descoberta da Delegação arqueológica francesa no Irã* (Susa, nível XVIII). Ref. DAFI, 8, pr. I.

[1] Expresso meus mais sinceros agradecimentos a Alain Le Brun e a François Vallat, que me permitiram conhecer essas importantes descobertas e me autorizaram, desde a primeira edição desta obra, a reproduzir essa documentação antes mesmo da primeira publicação oficial.

OS ELAMITAS

No sudoeste do planalto iraniano, o atual Cuzistão, constituiu-se o mais antigo reino organizado do Irã. Esse Estado era chamado em língua local *Haltami*, e se tornou conhecido como *Elam* na transcrição bíblica. Entretanto, a origem dos elamitas é tão mal conhecida quanto sua língua, cuja decifração empenhou os esforços de vários especialistas; sabemos, contudo, que o nome Elam significa "terra de Deus". O elamita parece ter sido uma língua aglutinante, como o sumério e as línguas asiáticas. Lingüistas tentaram relacionar o elamita, com base no pouco que se conhece dele, às línguas dravídicas do sul da Índia e ao brahoui, língua aparentada a esse último grupo e falada em nossos dias no Baluquistão. Deve-se notar que desde o início do III milênio os elamitas mantiveram relações estreitas com o sítio de Tepe Yahya, no Kirman, localidade situada numa possível via de imigração desde a Índia. Tabuletas elamitas foram descobertas na região, e as escavações americanas identificaram-nas como oriundas do final do IV milênio.

O V milênio parece ser a data mais plausível da migração dos elamitas e de sua instalação numa região que iria tomar seu nome, em meio a uma população de agricultores cujos primeiros estabelecimentos remontam ao VIII milênio. A cerâmica elegante de Tepe Djowzi, com ornamentos antropomórficos e zoomórficos (arqueiros, carniceiros) e a de Tepe Bouhallan, com representações de serpentes com chifres, impõem-se como as primeiras manifestações de uma arte susiana. Susa, que se tornou uma verdadeira cidade no IV milênio, aparece como a mais importante povoação de Elam. Segundo as proposições de P. Amiet, pode-se designar esse período como "proto-urbano" e dividi-lo em duas fases: uma antiga, ao longo da qual se assiste ao abandono da cerâmica pintada, e outra recente.

Os mesopotâmios voltaram sempre o olhar na direção de Elam, de onde fizeram vir madeira, cobre, chumbo, prata, estanho, pedra de construção e também as pedras raras — alabastro, diorita, obsidiana. Travaram relações muito estreitas com essa região desde o início do III milênio. A história desse milênio pode ser dividida em várias fases: o *período paleo-elamita*: -3.000/-2.800; o *período sumério-elamita:* -2.800/-2.500, por sua vez divisível em duas fases, *antiga* e *recente*, durante a qual a influência de Sumer é muito marcada; o *período que se estende entre* -2.500 e -1.850, dominado por duas dinastias autóctones, Awan e Simash, com, no *intermezzo*, uma conquista dos acádios.

No II milênio, Susa impõe-se definitivamente. Desde então a história de Elam se confunde com a de sua capital, cujo apogeu se situa no meio do século XIII, sob o reino de Untash Gal, que faz construir Tchoga-Zanbil. No I milênio, O país de Elam era estreitamente ligado ao reino de Anshan, que será a partir do século VI um dos centros vitais do império aquemênida.

(Artigo extraído do *Dicionário de arqueologia*, de Guy Rachet.)

Partindo desse ponto, representavam-se os números intermediários reproduzindo cada *calculus* tantas vezes quantas forem necessárias. Para 297, por exemplo, toma-se 2 discos, 9 esferas e 7 bastonetes.

Fig. 10.9

Esses objetos de valor convencional (cujo manejo é aparentado de alguma maneira com aquele de nossas moedas atuais, ou com o de nossos pesos-padrão) eram em seguida encerrados numa urna, esférica ou ovóide (fig. 10.10), na superfície da qual se premiu um ou dois sinetes cilíndricos com a finalidade de garantir sua origem e integridade. Em Elam (como em Sumer) os homens de uma certa condição social possuíam, cada um, seu próprio selo: uma espécie de pequeno cilindro em pedra mais ou menos preciosa, apresentando uma imagem simbólica gravada em cruz.

Fig. 10.10 - *Urna esférica de contabilidade, marcada na sua parte externa com o decalque por rolamento de um selo-cilindro. Documento encontrado em Susa (fora estratigrafia), cerca de 3.300 a. C. Museu do Louvre. Ref. Sb 1943.*

O selo-cilindro (cuja invenção remonta a aproximadamente 3.500 antes de nossa era) representa a propria pessoa de seu detentor, e encontra-se, portanto, associado a todas as atividades econômicas ou jurídicas relacionadas a ele. O possuidor do selo, à guisa de assinatura ou marca de propriedade, transferia a sua marca para um objeto argiloso associado à transação de que participava, rolando sobre a superfície do mesmo o cilindro (axialmente) (fig. 10.11, abaixo).

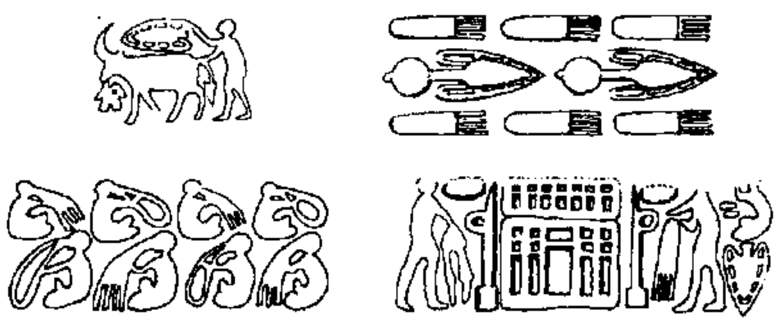


Fig. 10.11- *Impressões de selos-cilindros em diversos documentos contábeis encontrados em Susa. Ref. P. Amiet; A. Le Brun e F. Vallat.*

Voltemos um instante a Susa, capital de Elam. Um pastor apronta-se para partir por alguns meses para apascentar um rebanho de 297 carneiros, que um rico criador da região lhe confiou. Inicialmente, para o controle do efetivo, nosso homem apresenta-se, juntamente com seu empregador, a um dos contadores da cidade, administrador dos bens do proprietário.

Depois de ter procedido à enumeração das cabeças do rebanho, o contador molda em torno de seu polegar uma urna de argila com a forma de uma esfera de aproximadamente sete centímetros de diâmetro, ou seja, apenas um pouco maior que uma de nossas bolas de tênis. Em seguida, pela abertura que o polegar deixou, introduz no interior do invólucro de argila dois discos em terracota simbolizando cada um cem carneiros, nove esferas associadas cada *uma a uma dezena de animais e sete bastonetes correspondendo cada um a uma cabeça do* rebanho. Total do conteúdo: duzentos e noventa e sete unidades (fig. 10.9).

Feito isso, o funcionário obtura a abertura da urna e, para garantir a origem da peça contábil que acaba de constituir, rola o selo-cilindro do proprietário na face externa do documento, fazendo deste o equivalente de nossos "papéis oficiais timbrados". Depois, para autenticá-lo, calca nele seu próprio selo.

Confusão com urnas semelhantes e qualquer possibilidade de falsificação estão portanto doravante excluídas.

Terminada essa operação, o contador faz a argila secar e conserva a urna entre vários documentos semelhantes. Com as fichas que ela contém, constitui para o pastor e para o dono do rebanho a garantia da enumeração que acaba de ser efetuada e registrada. Com o retorno do pastor, esse sistema permitirá verificar se este trouxe o rebanho completo ou não: quebrar-se-á a urna e, com a ajuda dos *calculi* correspondentes, a verificação será das mais elementares...

Na mesma época, os sumérios, vizinhos dos elamitas, utilizam um sistema contábil idêntico [1], mas com algumas diferenças de detalhe: tendo o hábito de contar em base 60, com a dezena como unidade auxiliar descarregando a memória (fig. 8.5 e 8.6, cap. 8) e utilizando objetos de manufatura distinta, os sumérios representavam uma unidade simples por um pequeno cone, o número 600 por um grande cone perfurado, o número 3.600 por uma esfera e o número 36.000 por uma esfera perfurada (fig. 10.4).

A idéia já é abstrata para a época: a multiplicação por dez do valor de um *calculus* é representada aqui pela perfuração deste objeto; conferindo uma pequena impressão circular (já um verdadeiro símbolo gráfico representando a esfera da dezena), que no cone vale 60 ou na esfera vale 3.600, obtém-se as figurações respectivas dos números 600 (= 60 × 10) e 36.000 (3.600 × 10).

Estamos agora no mercado da cidade real de Uruk, capital do país de Sumer.

Depois de longas discussões, um criador e um agricultor acabam de concluir um negócio: quinze bois serão trocados por setecentos e noventa medidas de trigo.

Mas no local o criador só dispõe de oito animais, e o agricultor, por sua vez, leva apenas 500 sacos de grãos. Efetua-se, apesar disso, a troca, mas para que o negócio seja concluído em bases sólidas convém "assinar" um contrato. O primeiro compromete-se então a entregar ao segundo sete bois suplementares no final do mês; e o outro a fornecer os 295 sacos restantes no fim da colheita.

Para concretizar o acordo, o criador confecciona uma urna de argila e introduz no interior da mesma sete pequenos cones, cada um deles associado a um animal. Depois veda a urna e aplica seu selo-cilindro na superfície, à guisa de assinatura.

---

[1] Com efeito, foram encontradas urnas contábeis no sítio de Warka no nível arqueológico de Uruk IV b (cf. Lenzen), bem como nos sítios de Nínive (Mesopotâmia) e de Habuba Kabira (Síria) (fig. 10.4).

De sua parte, o agricultor introduz no interior de seu invólucro de argila quatro grandes cones, simbolizando sessenta sacos de trigo, cinco esferas associadas a dez desses sacos e cinco pequenos cones correspondendo aos cinco sacos restantes. Depois imprime na argila seu selo.

Uma testemunha apõe em seguida sua própria "assinatura" nos dois documentos, certificando assim a conformidade e a integridade da transação. Depois disso, nossos dois contratantes trocam suas respectivas urnas e vão embora...

Embora a escrita ainda fosse desconhecida nessa época, entre essas pessoas o sistema possuía tanto valor jurídico quanto entre nós os mais fortes compromissos escritos.

Nesse tempo em que as cidades não são ainda superpovoadas e em que a economia ainda está no começo, pessoas em relações de negócios conhecem-se, e cada um é caracterizada aos olhos de seus parceiros por seu próprio selo-cilindro. Assim, a natureza de uma transação comercial materializada por uma urna é implicitamente indicada pela impressão do selo correspondente: segundo o motivo impresso, pode-se reconhecer um determinado criador ou agricultor, artesão ou ceramista, moendeiro ou padeiro etc. A quantidade de seres ou objetos implicados na operação é claramente precisada nesses documentos por cones, bilhas e esferas.

É portanto impossível nessas condições renegar uma dívida ou modificar fraudulosamente o seu montante: o credor possui a urna de seu devedor, que é contém sua assinatura e um número preciso de *calculi*...

Segunda etapa (em Susa): por volta de 3.300 a. C.

(Nível arqueológico: Susa XVIII. Documento: fig. 10.13)

O sistema,porém, não é muito cômodo, já que é necessário quebrar a urna toda vez que se queira encontrar o montante da transação correspondente ao documento.

Para diminuir a dificuldade, os contadores de Susa tiveram então a idéia de adotar um procedimento similar à prática já antiga do entalhe. Através de diferentes impressões de tamanhos e formas variadas, representam na parede externa de cada urna os diversos *calculi* encerrados (conjuntamente com as impressões dos selos-cilindros):

— um *entalhe fino e alongado* (obtido pela punção oblíqua de um pequeno cálamo) para um bastonete;
— uma *pequena impressão circular* (obtida pela aplicação vertical do mesmo cálamo) para uma esfera;
— uma *grande impressão circular* (obtida pela aplicação vertical de um grande cálamo ou ainda pela pressão da extremidade de um dedo) para um disco;
— um *entalhe grosso* (produzido sobre a argila mole por um grande cálamo posicionado obliquamente) para um cone;
— um *entalhe grosso rematado por uma pequena impressão circular* para um cone perfurado (fig. 10.12).

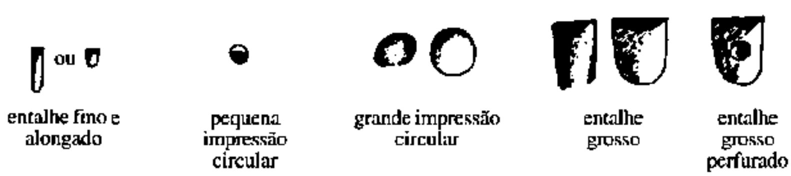


Fig. 10.12 - *Diversas impressões numéricas marcadas na parede externa das urnas contábeis de Susa.*

Trata-se assim de um espécie de "resumo", ou antes, de uma simbolização gráfica do conteúdo de cada documento contábil.

Uma urna elamita contendo, por exemplo, três discos e quatro bastonetes (ou seja, um total de 3 × 100 + 4 = 304 unidades) portará na sua face externa, ao lado das marcas dos selos-cilindros, três grandes impressões circulares e quatro entalhes finos.

Desde então, não mais será necessário quebrar a bolha para proceder a uma verificação ou a um inventário. Bastará "ler" as informações assim gravadas na superfície dos documentos.

A impressão dos selos-cilindros indicará a origem da urna, ao mesmo tempo que lhe garantirá a autenticidade, e as marcas em cruz precisarão a quantidade dos seres ou objetos relacionados na operação.

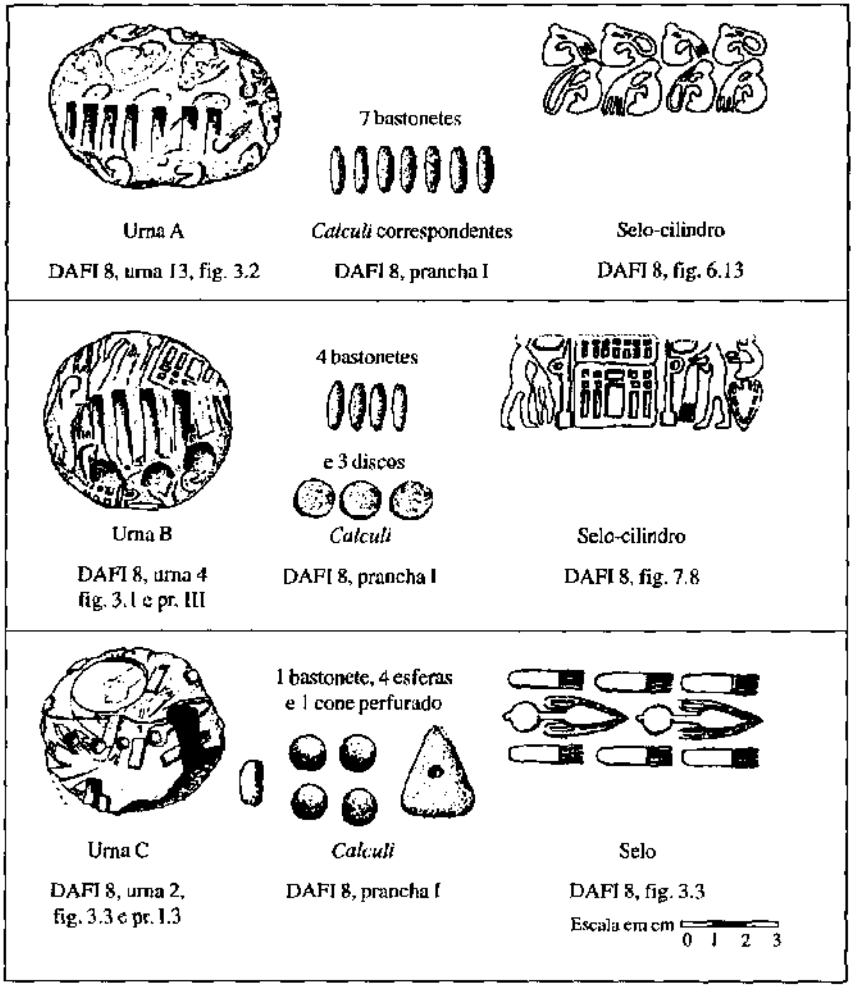


Fig. 10.13 - *Urnas de contabilidade contendo cada uma um certo número de* calculi, *simbolizados na superfície por marcas numéricas em cruz nos lados da impressão dos selos-cilindros. O documento remonta a 3.300 a.C., e foi encontrado em Susa (no nível XVIII) pela DAFI, quando da campanha de escavações de 1977-1978.*
Nota - *Urnas semelhantes foram encontradas em Tepe Yahya (Irã) e em Habuba Kabira (Síria). Nenhum documento desse tipo, entretanto, foi descoberto até hoje no sítio de Uruk.*

CALCULI encontrados nas urnas de contabilidade ou mesmo no solo, no canteiro da Acrópole de Susa (fig. 10.6, 10.8 e 10.10)	ALGARISMOS que figuram na parede das urnas contábeis do 2º tipo e nas tabuletas numerais encontradas em Susa (fig. 10.13, 10.15 e 10.16).	ALGARISMOS que figuram: tabuletas contábeis ditas "proto-elamitas"(fig. 10.7 e 10.17)
Bastonetes		Entalhes finos e alongados
Esferas		Pequenas impressões circulares
Discos		Grandes impressões circulares
Cones		Entalhes grossos
Cones perfurados		Entalhes grossos rematados por uma pequena impressão circular; Impressão circular areolada
SUSA XVIII	SUSA XVIII e XVII	SUSA XVI, XV, XIV etc.

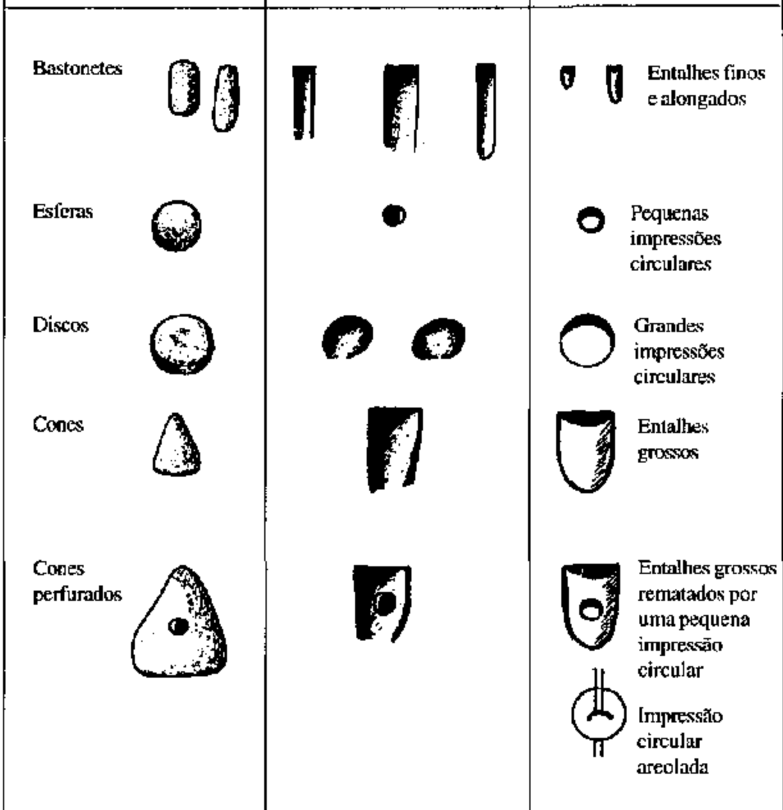


Fig. 10.14 - *As marcas em cruz feitas na superfície das urnas de contabilidade correspondem, por suas formas respectivas, aos calculi que são encerrados nela. Além disso, essas impressões são não apenas semelhantes às das tabuletas numerais encontradas em Susa, mas também aos algarismos das tabuletas proto-elamitas das épocas ulteriores.*

Terceira etapa (em Susa): por volta de 3.250 a. C.

(Nível arqueológico: Susa XVIII. Documento: fig. 10.15)

Essas marcas em cruz são verdadeiros sinais numéricos, já que cada uma delas é um símbolo gráfico que representa um número. Constituem já um verdadeiro sistema de numeração escrita (fig. 10.14).

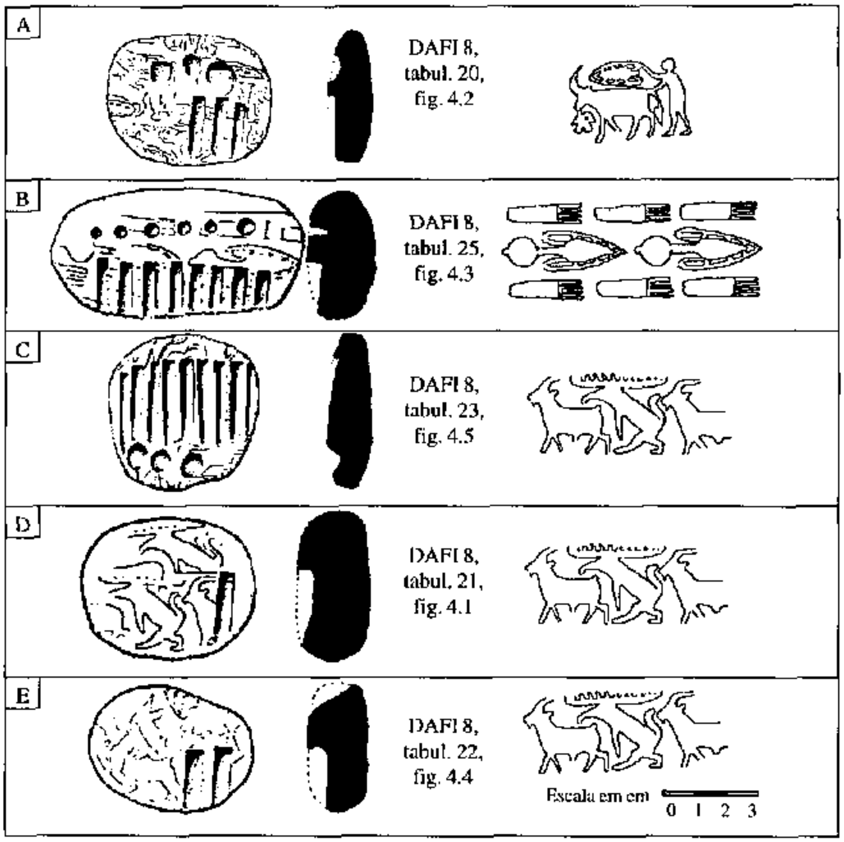


Fig. 10.15 - *Tabuletas toscamente arredondadas ou oblongas comportando (excluindo qualquer outra informação) marcas numéricas em cruz (do mesmo tipo que as que se encontram nas urnas) dos lados do desenrolar de um ou dois selos-cilindros. Documentos datando de aproximadamente 3.250 a. C. e encontrados em Susa pela DAFI (no nível XVIII) quando da campanha de escavações de 1977-1978.*

Mas por que utilizar agora *calculi* e continuar a introduzi-los nas urnas, quando é tão simples representar os valores correspondentes por marcas em cruzes em pães de argila?

É o que se perguntam os contadores mesopotâmios e elamitas, que rapidamente tomaram consciência da redundância que existia com os dois sistemas. E desde essa época, o uso dos *calculi* foi suprimido e as urnas esféricas ou ovóides substituídas por pães de argila arredondados ou oblongos. As mesmas informações que as que se fazia figurar na superfície das bolhas ocas são colocadas nelas, mas somente no rosto.

A esses documentos contábeis (cuja forma imita, nesse estágio, a das urnas) a impressão de um selo-cilindro dava sempre o valor de um de nossos "papéis oficiais timbrados". O registro do montante de uma transação neste novo tipo de documento administrativo era feito pela "representação gráfica" na argila mole dos *calculi* que se encerravam outrora nas urnas. Nessa etapa, por conseguinte, surgiram as primeiras "tabuletas contábeis" no país de Elam.

Deve-se notar que as três etapas que acabamos de acompanhar se sucederam num lapso de tempo relativamente curto, já que os documentos que as testemunham são todos oriundos: no nível arqueológico Susa XVIII, numa mesma peça e num mesmo terreno.

A contemporaneidade desses documentos parece comprovada, além disso, pela impressão de um mesmo selo-cilindro numa urna e duas tabuletas do tipo precedente (ver, por exemplo, a urna C da figura 10.13 e a tabuleta B da fig. 10.15).

Quarta etapa: 3.200-3.000 a. C.

(Níveis arqueológicos: Susa XVII; Uruk IVa. Documentos: fig. 8.1 e 10.16)

As peças contábeis empregadas nessa época comportam exatamente o mesmo tipo de informação que os documentos das épocas precedentes. A referida etapa nada acrescenta de novo, a não ser uma certa evolução na morfologia das tabuletas (que são menos grosseiras), na forma dos algarismos (que são cada vez menos profundamente gravados, tornando-se cada vez mais regulares), bem como na disposição das impressões dos selos-cilindros (que, passaram a ser rolados não mais apenas no rosto das tabuletas, mas também sobre os lados e o verso).

Nessa época, o emprego desse tipo novo de documento contábil tornou-se mais e mais difundido (fig. 10.16).

Essas tabuletas levavam informações exclusivamente numéricas ou simbólicas (algarismos e impressões de selos-cilindros, sem o emprego de qualquer ideograma); seu sistema de "notação", como o das urnas e tabuletas precedentes, não corresponde inteiramente a uma "escrita" no sentido estrito do termo. Trata-se ainda de um modo de expressão visual e simbólico do pensamento humano, no qual, num contexto econômico, as coisas diretamente implicadas são designadas apenas por sua quantidade, e não pelos sinais específicos que permitem precisar sua natureza exata. Quanto à operação concernente aqui, ela não figura em nenhuma parte dos documentos: é uma venda, uma compra, uma distribuição? Não o saberemos jamais. E não conhecemos mais o nome, o número, a função ou o lugar dos próprios contratantes. Contudo, como já o sublinhamos, podemos cogitar que a natureza das transações era indicada implicitamente (segundo um modo de ver permitido pelo simbolismo) pela impressão dos selos-cilindros, que devia permitir na mesma ocasião a identificação imediata dos contratantes aos olhos das pessoas que se conheciam então nas relações comerciais da época. Isso destaca a extrema concisão, e sobretudo a grande imprecisão das notações visuais puramente simbólicas contidas nesses documentos (no fundo, simples auxílios para a memória), que testemunham as últimas etapas da "pré-história" da escrita propriamente dita (ver quinta etapa). A prova disso é que o uso dos selos-cilindros desapareceu das tabuletas desde o surgimento dos pictogramas e ideogramas.

Durante esse tempo, os sumérios conceberam uma escrita, pois justamente por volta de 3.200-3.100 a. C. (ou seja, no nível arqueológico de Uruk IV a) apareceram as primeiras tabuletas de Uruk (fig. 8.1, cap. 8). E, embora todos esses documentos só pareçam ter um caráter econômico, alguns revelam também que a notação suméria (ainda arcaica, obviamente, mas que já representando uma primeira tentativa sistemática de fixar a língua falada) passou a ser fundada num pensamento mais preciso, melhor analisado, ordenado e decomposto em elementos constitutivos, e não no princípio vago de traduzir num "quadro": numa palavra, o pensamento é nele estruturado e agenciado à semelhança da linguagem articulada. É o que se depreende observando-se, por exemplo, a tabuleta E da figura 8.1 (p. 190), em que se percebe nitidamente uma subdivisão do documento em linhas horizontais e verticais, que delimita casos em que figuram pictogramas ao lado de agrupamentos de algarismos. É notável, portanto, a evolução das tabuletas sumérias quando comparadas às tabuletas susianas contemporâneas: as primeiras já empregam a escrita, enquanto as outras ainda estão mergulhadas no simbolismo.

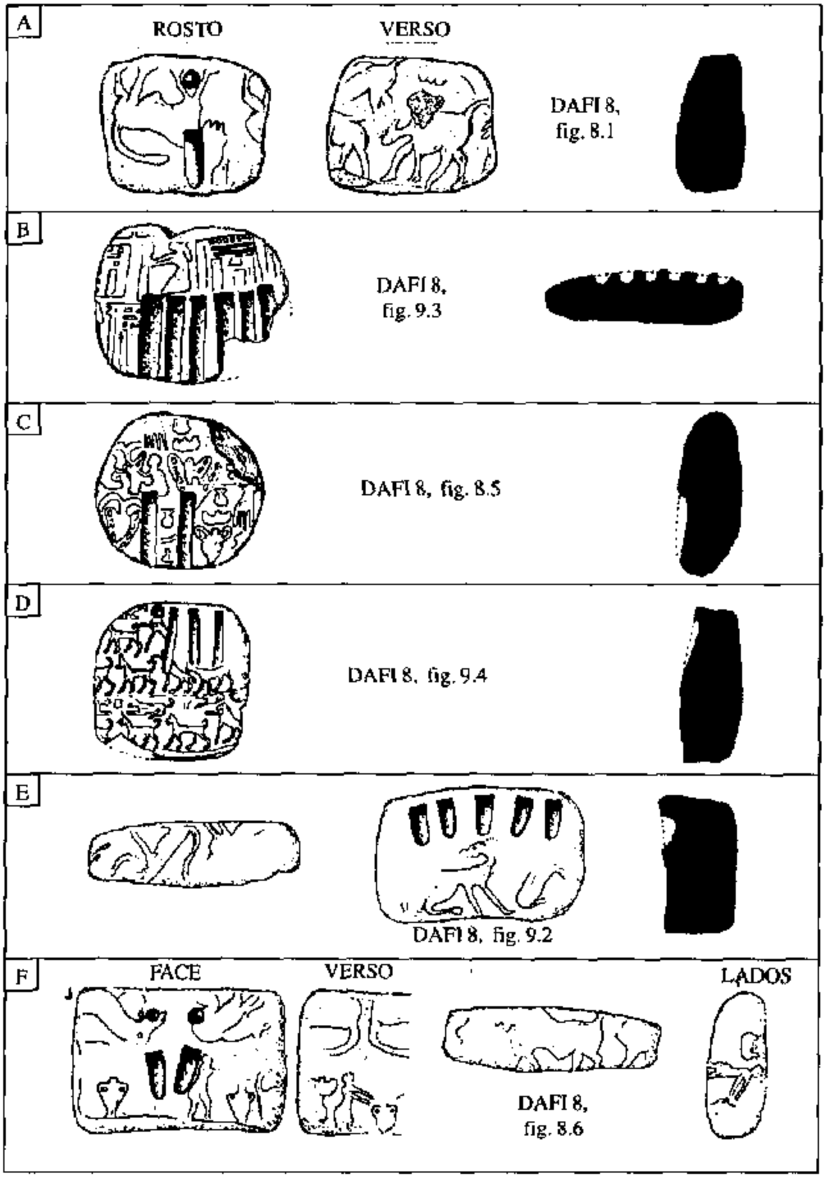


Fig. 10.16 - *Tabuletas numerais encontradas em Susa (no nível XVII) pela DAFI, por ocasião da campanha de escavações de 1972 (cf. A. Le Brun). 3.200 a 3.000 a.C.*

Quinta etapa (em Susa): 3.000-2.900 a. C.

(Nível arqueológico: Susa XVI. Documentos: fig. 10.17, tabul. A, B, C.)

Com um formato geralmente mais fino e retangular (de certa forma "normalizado"), as tabuletas empregadas nessa época em Elam caracterizam-se sobretudo por portar os primeiros sinais da escrita dita "proto-elamita", e pelas marcas numéricas cruciformes terem sido gravadas em seus flancos (e por vezes também conjuntamente com impressões de selos-cilindros), sendo

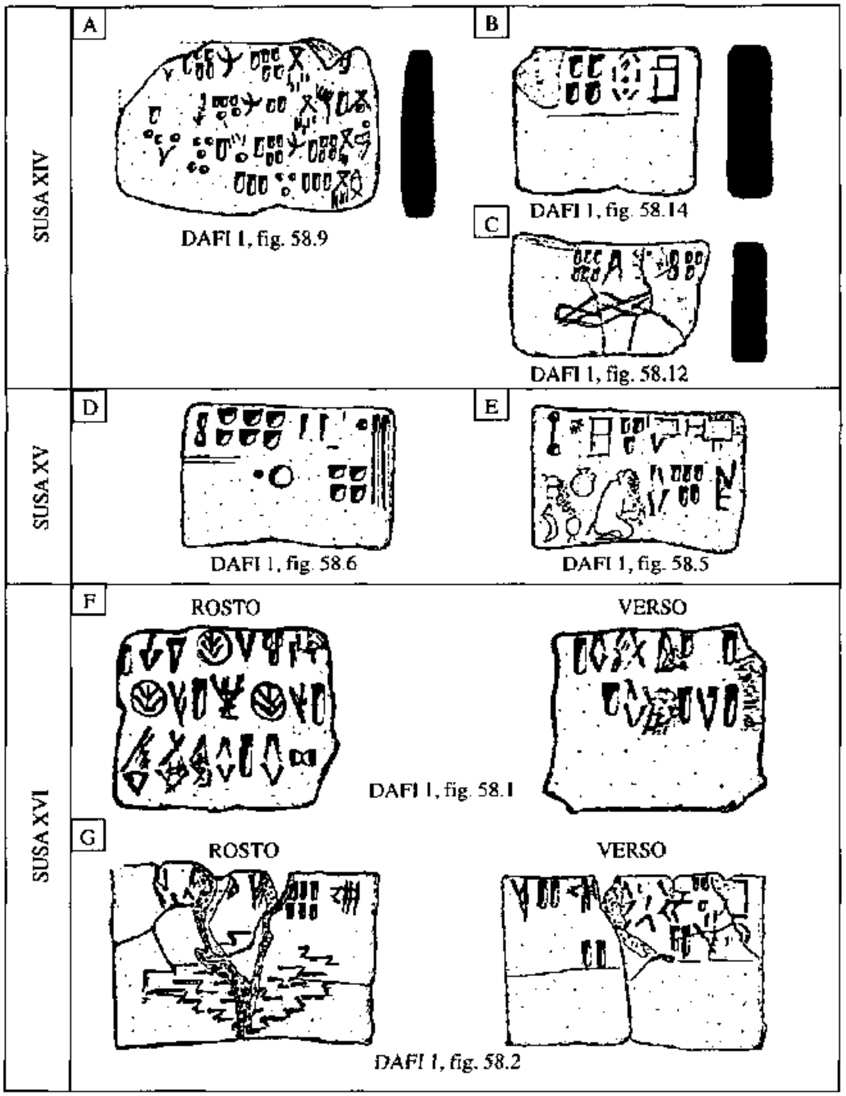


Fig. 10.17 - *Primeiras tabuletas proto-elamitas. Mais finas e retangulares, contêm sinais de escrita (de mesmo nome) ao lado dos algarismos correspondentes. Esses documentos foram encontrados em Susa pela DAFI quando das campanhas de escavações de 1969-1971 e datam do período que vai de 3.000 a 2.800 a. C. (cf. A. Le Brun).*

que a finalidade desses sinais era precisar a natureza dos objetos relacionados à operação econômica associada à tabuleta. Acrescentemos que, em várias tabuletas encontradas no nível Susa XVI, as impressões dos selos-cilindros desapareceram completamente.

Sexta etapa (em Susa): 2.900-2.800 a. C.

(Níveis arqueológicos: Susa XV e XIV. Documentos: fig. 10.17, tabul. D, E, F, G.)

Os sinais de escrita que figuram nas tabuletas proto-elamitas dessa época passaram a ocupar uma superfície cada vez maior em relação aos algarismos. Podemos supor que os sinais dessa escrita eram capazes de indicar o sistema gramatical da língua que traduziam? Noutras palavras: teria a escrita proto-elamita realizado nessa época o importante progresso que constitui a descoberta do fonetismo? Não nos é possível saber, já que essa escrita permanece ainda enigmática.

Os problemas da chamada "escrita proto-elamita"

Tendo surgido no início do III milênio a. C., essa escrita difundiu-se a partir da versão susiana até o planalto iraniano. Esteve em uso em Elam até aproximadamente 2.500, quando foi substituída pelos sistemas cuneiformes de origem mesopotâmica, de onde derivará a escrita elamita propriamente dita, cuja fase final será o neo-elamita.

Como essa escrita nasceu? Alguns autores pensam que foi inventada pelos próprios elamitas, independentemente dos sumérios. A hipótese supõe que a descoberta foi o resultado de um percurso análogo ao dos sumérios, segundo condições iniciais idênticas, e que teria surgido, por conseguinte, de uma mesma idéia genérica, a partir dos ensaios rudimentares locais efetuados anteriormente. Isso não é improvável se se considera a evolução cujas etapas sucessivas acabamos de seguir.

Outros autores pensam, ao contrário, que esse sistema foi inspirado no sumério. Essa hipótese é igualmente plausível, desde que se determine o que se entende por *inspirar*. Se quer-se dizer que os elamitas "copiaram em bloco" todo o sistema sumério, a hipótese não se sustenta, pois, ainda que alguns sinais dessa escrita tenham-se aproximado de um certo número de pictogramas e ideogramas sumérios, a maioria deles é, em geral, diferente demais para que uma comparação sistemática seja possível.

Em contrapartida, se o verbo precedente implica que a invenção suméria fez nascer no espírito dos elamitas a própria idéia de um sistema de escrita, a explicação poderia residir na proximidade geográfica (300 km separam Uruk de Susa) e na nítida anterioridade das tabuletas contábeis sumérias em relação às homólogas elamitas (um ou dois séculos as separam, com efeito).

Assim, se houve de fato da parte dos elamitas um empréstimo nesse domínio, foi apenas da própria idéia — a rigor de alguns sinais —, mas provavelmente não do próprio sistema sumério.

De toda forma — as descobertas arqueológicas da DAFI o testemunham —, os susianos, na aurora do IV milênio, chegaram provavelmente a uma descoberta semelhante, mesmo que os sumérios não a tenham transmitido: *a história em geral (e a das numerações em particular) traz inúmeras provas da perfeita constância da inteligência humana; ensina em particular que homens por vezes muito distantes no tempo e no espaço, submetidos a condições iniciais* *inteiramente semelhantes, e sem necessariamente contato entre si, seguiram as mesmas vias para chegar a resultados se não idênticos, ao menos similares...*

Mas esse não é o único problema colocado por essa escrita. Podemos, claro, afirmar que seus desenhos-sinais representaram seres e objetos de todas as espécies. Mas com algumas exceções, estes foram simplificados de tal forma que chegaram a perder todo o valor de evocação visual direta (fig. 10.18). Na maioria dos casos, é difícil depreender o valor pictográfico ou ideográfico que se devia esconder atrás de cada um desses sinais. Além disso, ignoramos quase completamente a língua de que essa escrita constitui a transcrição, sendo que esse sistema ainda não foi decifrado até hoje.

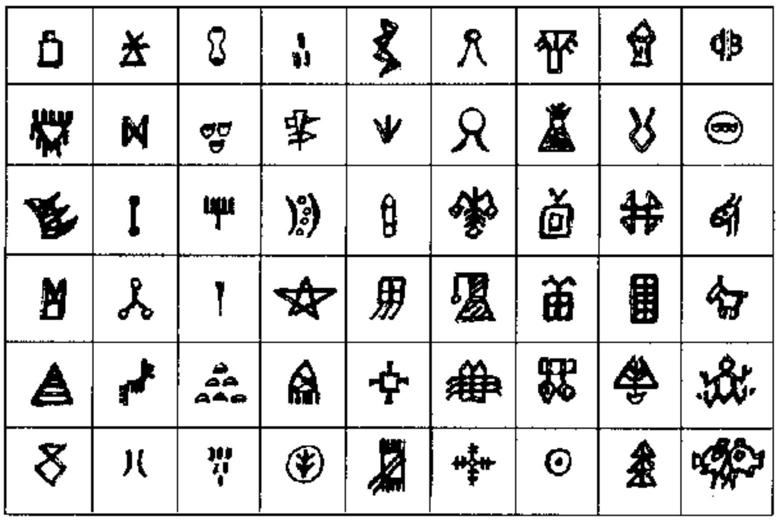


Fig. 10.18- *Sinais da escrita proto-elamita.* Ref. R. de Mecquenem; V. Scheil; P. Meriggi.

Decifração de um Sistema de 5.000 Anos de Idade

Quando em 1981 publiquei a primeira versão desta *História universal dos algarismos*, os sinais de numeração da escrita proto-elamita (fig. 11.1) apresentavam ainda sérios problemas.

O quadro estabelecido em 1962 por W.-C. Brice e retomado dezesseis anos mais tarde por A. Le Brun e F. Vallat era testemunha disso (fig. 11.2), mostrando que esses algarismos, ao longo de gerações, tinham recebido, da parte dos epigrafistas e especialistas na questão, interpretações muito diversas, para não dizer contraditórias.

A despeito de sérias dificuldades, decidi então debruçar-me sobre isso. Minhas pesquisas começaram em 1979 e acabaram um ano mais tarde numa decifração completa desses sinais de numeração, ao termo de um exame atento de uma grande quantidade de tabuletas econômicas descobertas em Susa, no fim do século passado, pela missão arqueológica francesa no Irã (documentos que figuram hoje entre as aquisições do museu do Louvre e do museu de Teerã).

Tratararemos a seguir precisamente do método que segui para tanto. Mas para apreendê-lo, é necessário fazer uma vez mais um desvio pelo país de Sumer...

A invenção do recibo econômico no país de Sumer

A época que se estende de 3.200 a 3.100 a. C. marcou entre os sumérios, como vimos, o nascimento da contabilidade escrita.

No início, porém, o sistema permaneceu muito rudimentar; os documentos continham ainda um só tipo de enumeração de cada vez: uma tabuleta para anotar a quantidade de 691 cântaros, por exemplo, (fig. 8.1 C), uma para 120 bois (fig. 8.1 D), uma para 567 sacos de trigo, uma outra para 23 aves, e ainda outra para 89 escravas trazidas do estrangeiro etc.

Mas a partir de aproximadamente 3.100 a. C. as transações econômicas e as operações de distribuição de bens de consumo multiplicam-se e diversificam-se; os inventários e enumerações tornam-se tão numerosos e tão variados em cada operação que os contadores foram obrigados a reduzir suas despesas em argila. O fato é que, desde essa época, os desenhos e os algarismos cobrem superfícies cada vez mais extensas nas tabuletas. Numa mesma plaqueta de argila retangular, que se subdivide em várias casas delimitadas por faixas horizontais entrecortadas de traços verticais, relata-se os inventários de gado, diferenciando as categorias com todas as precisões necessárias (carneiros, ovelhas prenhes, cordeiros, cordeirinhos, ovelhas,

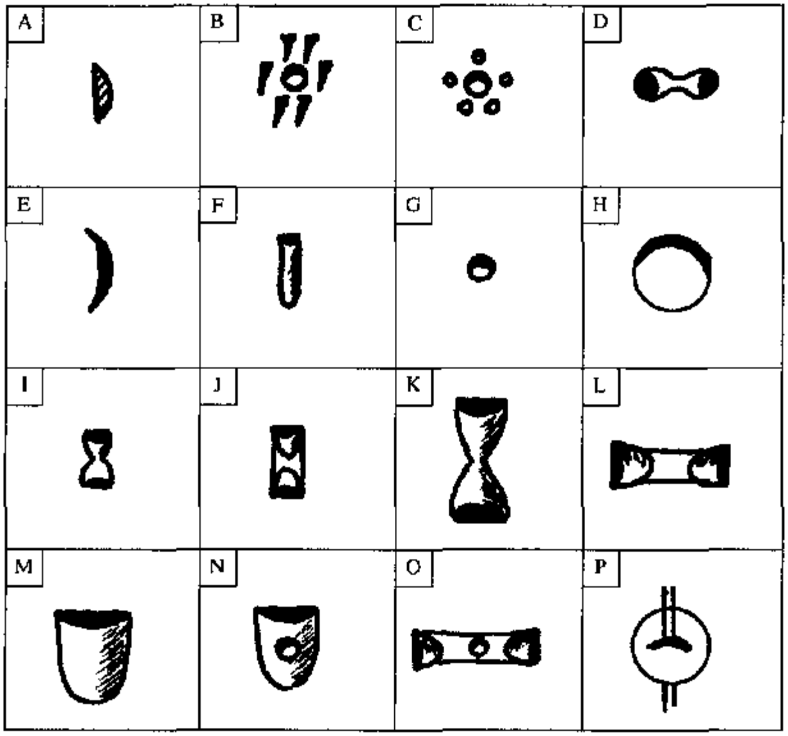


Fig. 11.1 - *Repertório de algarismos proto-elamitas.*

cabras, cabritas, cabritos quase adultos etc.). Dá-se também numa mesma tabuleta o resumo de uma operação de contabilidade agrícola, distinguindo-se os lotes das espécies...

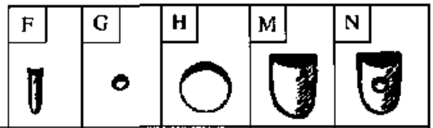
Logo após, criou-se o *recibo econômico*: passou-se então a escrever nas duas faces de cada tabuleta, reservando-se o "rosto" para os detalhes de uma operação de contabilização e o "verso" para o total de "títulos" correspondentes.

Tendo a idéia tomado corpo e se refinado pouco a pouco, o novo sistema revelou-se de uma grande utilidade...

Em Uruk, em 2.850 a. C., um pedido de casamento acaba de ser feito e o pai da moça acaba de fechar acordo com o pai do futuro esposo sobre o "preço da noiva". No final da cerimônia, o primeiro receberá do segundo 15 sacos de cevada, 30 sacos de trigo, 60 sacos de feijão, 40 sacos de lentilhas e 15 aves. Mas como a memória humana por vezes é falha e para evitar também qualquer contestação posterior, nossos dois homens apresentam-se a uma das autoridades religiosas da cidade para fazer notificar o contrato *na melhor forma do direito* e dar força de lei a esse compromisso.

Após tomar conhecimento de todos os elementos do contrato de casamento, o notário fabrica uma tabuleta de argila de forma mais ou menos retangular e mune-se em seguida de suas "ferramentas de trabalho".

Para escrever, utiliza duas varinhas de marfim de secções diferentes, tendo uma das extremidades pontiaguda e a outra no formato de estilete cilíndrico (fig. 8.10). As pontas servirão para fazer os traços e desenhar os pictogramas na argila úmida das tabuletas



	F	G	H	M	N
Sistema proposto por V. Scheil cf. MDP VI/1905	1	10	100	1000	10000
Sistema proposto por V. Scheil cf. MDP XVII/1923	1	10	100	60	600
Sistema proposto por V. Scheil cf. MDP XVII/1923	1	10	100	600	6000
Sistema proposto por S. Langdon cf. JRAS/1925	1	7	100	1000	10000
Sistema proposto por V. Scheil cf. MDP XXVI/1935	1	10	100	1000	10000
Sistema proposto por R. de Mecquenem cf. MDP XXXI/1949	1	10	100	300	1000

Fig. 11.2 - *Algumas proposições contraditórias feitas no curso das décadas com respeito ao valor dos algarismos proto-elamitas.*

(fig. 8.11). Os "cálamos com secção circular", por sua vez, serão empregados para realizar os algarismos, ao serem pressionados num ângulo determinado sobre a superfície da tabuleta. O traço que se obterá então na argila mole será, segundo a inclinação dada ao estilete, um entalhe ou uma impressão circular, cuja dimensão varia evidentemente em função do diâmetro da seção do cálamo empregado (fig. 8.12):

— um entalhe fino ou grosso, segundo se apoie o pequeno ou o grande estilete num ângulo de 30 a 45°;
— e uma impressão circular de pequeno ou grande diâmetro, obtida pelo calcamento do cálamo adequado, perpendicularmente à superfície.

Depois, mantendo a tabuleta obliquamente diante de si no sentido da largura, o funcionário executa quatro traços verticais na argila ainda úmida. Delimita assim cinco casas na tabuleta, uma para cada bem de consumo relacionado no contrato. Embaixo da primeira casa à direita desenha um "saco de cevada", depois um "saco de trigo" na segunda, um "saco de feijão" na seguinte, um "saco de lentilhas" na quarta e, por fim, o pictograma de uma "ave" na última. Depois disso, precisa as quantidades correspondentes: à esquerda da primeira casa e faz uma pequena impressão circular simbolizando o número 10, e cinco entalhes finos valendo cada um uma unidade.Marca assim o total de sacos de cevada; na segunda, indica o número 30 por três impressões circulares; na terceira, marca o número 60 por um entalhe grosso etc.

No verso da tabuleta indica em seguida o "resumo", isto é, o total do inventário notificado no rosto — ou seja: "145 sacos diversos" e "15 aves" (fig. 11.3).

Terminada essa operação, os dois homens apõem cada um uma assinatura embaixo da tabuleta, mas não procedem mais como antes: carimbam nele seu sinete. Traçam com a ponta do estilete verdadeiros sinais convencionais, caracterizando-os respectivamente. Em seguida partem, após terem deixado o documento com o notário, que o conserva em seus arquivos...

Tradução			
ROSTO		VERSO	
15	sacos de cevada	145	sacos diversos
30	sacos de trigo		
60	sacos de ?	15	aves
40	sacos de ?	assinatura?	
15	aves	?	
		?	

Fig. 11.3 - *"Recibo" sumério descoberto em Uruk, época dita de Jemdet Nasr (2.850 aproximadamente a. C.).* Iraqi Museum, Bagdá. Ref. ATU, 637.

Como se decifraram os algarismos sumérios?

A reconstituição precedente não foi totalmente imaginada: baseou-se no documento da figura 11.3, que atesta o hábito que os escribas sumérios tinham de colocar, no rosto de suas tabuletas, os detalhes de suas operações contábeis e, no verso, uma espécie de resumo, as totalizações correspondentes.

Ora, foi justamente através dapercepção de tal fato que os especialistas chegaram a decifrar alguns antigos sistemas de numeração como o sumério, o cretense hieroglífico ou linear etc. O valor dos algarismos foi então determinado com certeza pela seqüência de um grande número de verificações operadas em tais totalizações.

Após atestar, por exemplo, no rosto de uma tabuleta a presença de dez entalhes finos, repartidos em diversas porções da superfície, e, no verso, a de uma única pequena impressão circular (cujo padrão foi confirmado por paralelos e exemplos suficientemente numerosos), os especialistas compreenderam que o entalhe fino designava a unidade e a pequena impressão circular a dezena:

 = 1  = 10

Imaginemos que temos de procurar o valor, supostamente desconhecido, que designamos aqui pela letra x, do entalhe grosso:

 = n ?

Naturalmente, sem indicação e na falta de "documento bilíngüe" (lingüístico ou matemático), o valor desse algarismo permanecerá por muito tempo um enigma. Mas, com sorte, o acaso nos pôs nas mãos a tabuleta da figura 11.3, que comportando os três algarismos precedentes (dois dos quais já estão decifrados), será precisamente nossa "pedra de Rosetta".

Começaremos por descartar a enumeração relativa às 15 aves (uma pequena impressão circular, seguida de cinco entalhes finos e do pictograma do pássaro), pois a mesma menção figura de forma idêntica no verso do documento. Só serão levados em consideração os detalhes relativos ao inventário dos sacos (inventário das mercadorias designadas por um mesmo sinal de escrita). Totalizando os algarismos do rosto do documento e levando em conta os valores adquiridos, obtém-se o seguinte total:

$$10 + 5 + 30 + n + 40 = n + 85.$$

Depois, no verso:

$$2n + 20 + 5 = 2n + 25.$$

Igualando-se os dois resultados, obtém-se a equação:

$$n + 85 = 2n + 25.$$

Por esta equação obtém-se finalmente o valor escolhido, ou seja:  = n = 60.

Mas isso não nos autoriza a concluir pela decifração do sinal em questão, a não ser que os resultados sejam concordantes em várias outras tabuletas do mesmo gênero. E, de fato, foi o que se verificou.

Um hábito semelhante entre os escribas elamitas

Foi precisamente através da observação de um hábito semelhante entre os escribas elamitas que eu mesmo cheguei à solução do espinhoso problema; posteriormente verifiquei detalhadamente o fenômeno numa série extensa de tabuletas proto-elamitas (dentre as quais algumas das mais significativas serão analisadas adiante). Embora o valor dos algarismos proto-elamitas permaneça ainda desconhecido, essas tabuletas são de grande valia, como veremos.

Consideremos, por exemplo, a tabuleta da figura 11.4, que corresponde a uma operação de contabilização. Os gêneros que são nela consignados são respectivamente indicados por sinais de escrita (cujo sentido nos escapa ainda na maioria dos casos). Os números associados a essas diferentes mercadorias são claramente indicados por diversos grupamentos de algarismos. O quadro seguinte dá o que chamaremos de a "transcrição racionalizada" da tabuleta em questão:

FACE VERSO

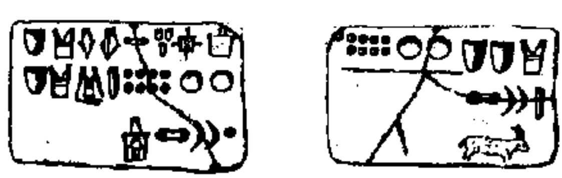


Fig. 11.4 A - *Tabuleta contábil susiana. Museu do Louvre. Ref. MDP, VI, tabul. 358.*

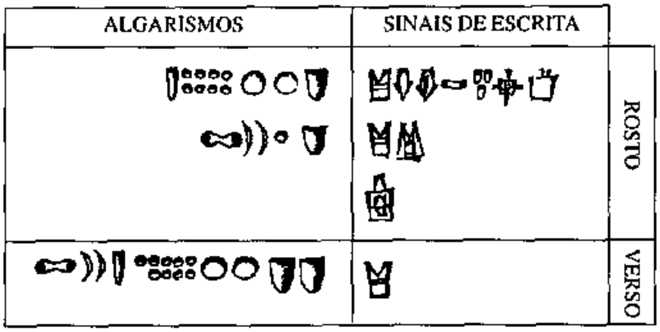


Fig. 11.4 B

Ora, no rosto de nossa tabuleta:

— o entalhe grosso é reproduzido 2 vezes;
— a grande impressão circular, 2 vezes;
— a pequena impressão circular, 9 vezes;
— o entalhe fino e alongado, 1 vez;
— o arco de círculo, 2 vezes;
— e um algarismo de aspecto particular (fig. 11.1, sinal D) uma só vez.

Esta série corresponde exatamente ao que encontramos no verso. O número dado no verso é, portanto, o total geral do inventário que figura no rosto do documento.

De modo similar, a tabuleta da figura 11.5 apresenta no rosto seis entalhes finos, e igual número no verso.

ROSTO VERSO

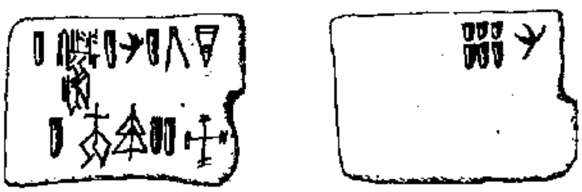


Fig. 11.5 - *Tabuleta susiana. Museu de Teerã. Ref. MDP, XXVI, tabul. 437.*

Determinação do valor dos algarismos proto-elamitas

Consideremos agora a tabuleta da figura 11.6. Se nos ativermos ao que é visível no estado atual da tabuleta, o entalhe fino só parece repetido 18 vezes no rosto e a pequena impressão circular 3 vezes, enquanto que no verso da mesma tabuleta o entalhe fino é reproduzido 9 vezes e a pequena impressão circular, 4 vezes.

Ora, se procedemos por analogia com os algarismos sumérios de mesma forma, atribuindo o valor 1 ao entalhe fino e o valor 10 à pequena impressão circular, o resultado obtido que totaliza os números do rosto ($18 \times 3 + 10 = 48$) concorda então, com o desvio de uma unidade, com o que nos fornece o verso da tabuleta ($19 + 3 \times 10 = 49$). Podemos conjeturar, nessas condições, que essa diferença é imputável apenas à fissura do documento na face à esquerda (fissura que teria, com efeito, deteriorado a última representação numérica da última linha).

E como outras tabuletas análogas[1] (fig. 11.7) nos dão resultados rigorosamente idênticos nas duas faces, essa conjectura se torna uma certeza.

Podemos então fixar definitivamente em 1 o valor do entalhe fino e em 10 o da pequena impressão circular.

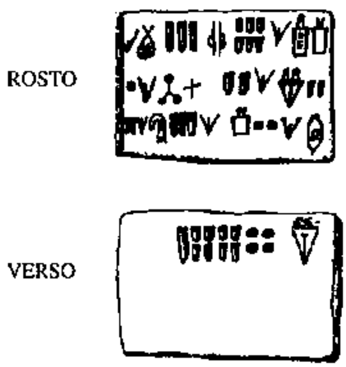


Fig. 11.6 A - *Tabuleta contábil susiana. Museu de Teerã. Ref. MDP, XXVI, tabul. 297.*

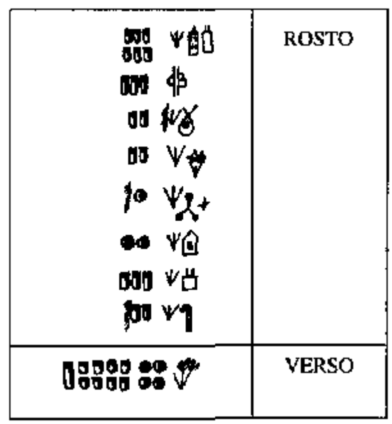


Fig. 11.6 B.

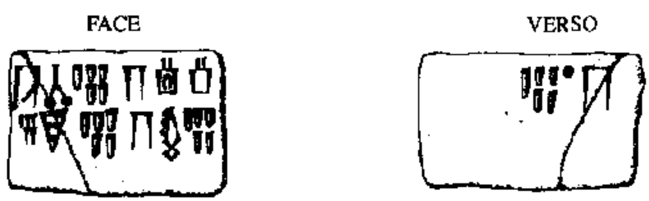


Fig. 11.7 - *Tabuleta contábil susiana. Museu do Louvre. Ref. MDP, XVII, tabul. 3.*

Note-se que os elamitas escreveram seus números da direita para a esquerda, segundo o sentido de sua escrita, começando sempre pela ordem de unidades mais elevada e e prosseguindo na ordem de valores decrescentes. Por outro lado, um exame atento das tabuletas contábeis revela que os escribas do país de Elam usavam dois sistemas de numeração escrita, ambos baseados no princípio da justaposição dos algarismos por adição. Compõem-se geralmente de sinais numéricos diferentes (fig. 11.10 e 11.11).

Nitidamente, os algarismos da primeira numeração proto-elamita são sempre dados nessa ordem, partindo da direita para a esquerda, do maior valor para o menor (fig. 11.8):

[1] Ver, por exemplo, a tabuleta 353 do tomo VI dos MDP (Museu do Louvre, ref. Sb 3046).

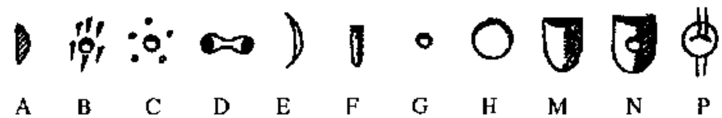


Fig. 11.8

Já os algarismos da segunda numeração são sempre dados na ordem seguinte, igualmente decrescente (fig. 11.9):

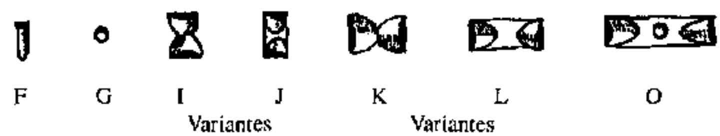


Fig. 11.9

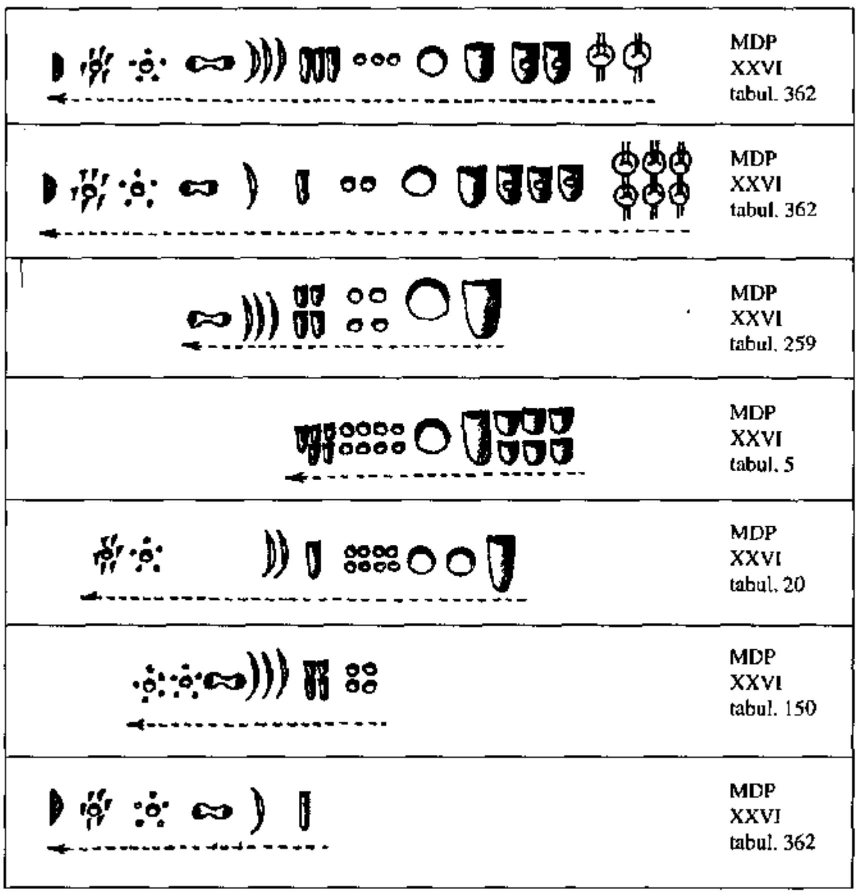


Fig. 11.10 - *Menções numéricas verificadas em tabuletas contábeis que revelam o uso da primeira numeração proto-elamita.*

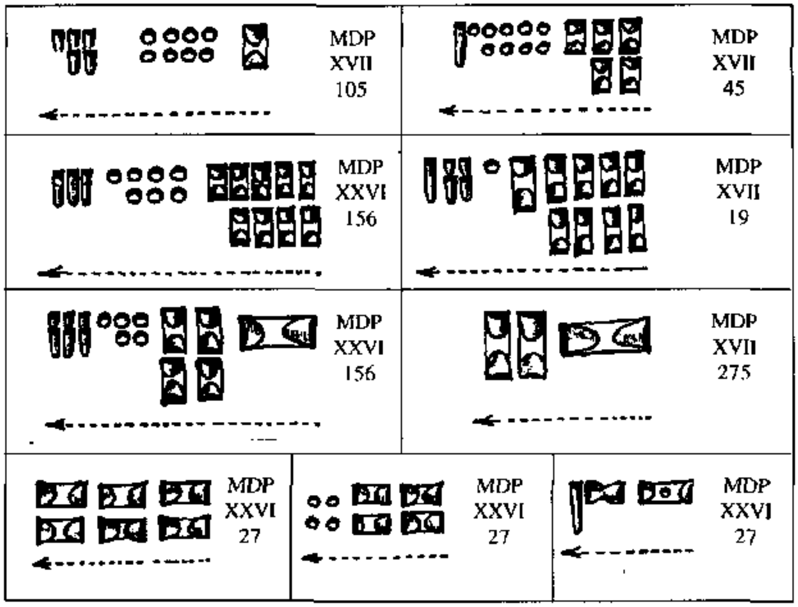


Fig. 11.11 - *Exemplos extraídos de tabuletas contábeis e ilustrando a segunda numeração proto-elamita.*

Tais exemplos provam que:

— por um lado, os algarismos A, B, C, D e E (sempre colocados à esquerda do entalhe fino que representa a unidade) correspondiam certamente a ordens sucessivas de unidades inferiores a 1, isto é, a frações consecutivas (fig. 11.10);

— por outro lado, os algarismos H, M, N e P, bem como os algarismos I (ou J), K (ou L) e O correspondiam a ordens de unidades superiores a 10 (já que uns e outros eram sempre colocados à direita da pequena impressão circular representando a dezena: fig. 11.10 e 11.11).

De fato, procedendo a diversas totalizações em várias outras tabuletas, obtive os resultados seguintes (que receberão uma confirmação mais abaixo):

$A = \frac{1}{120}$ $B = \frac{1}{60}$ $C = \frac{1}{30}$ $D = \frac{1}{10}$ $E = \frac{1}{5}$

Para o algarismo E (o arco de círculo), por exemplo, considerei a tabuleta da figura 11.12 que, como se viu na transcrição racionalizada, comporta duas espécies de inventários:

— um, definido pelo sinal de escrita , que compreende dez arcos de círculo no rosto e dois entalhes finos no verso;

— outro, definido pelo ideograma , que compreende cinco arcos de círculo no rosto e um entalhe fino no verso.

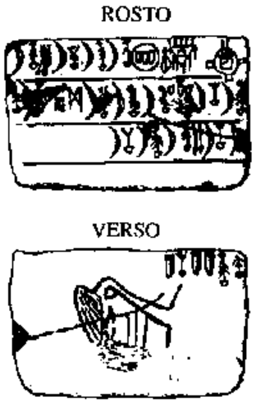


Fig. 11.12 A - Tabuleta contábil susiana.
Museu do Louvre. Ref. MDP, XVII, tabul 17.

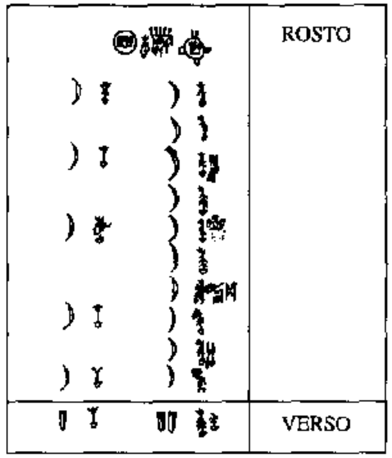


Fig. 11.12 B

Assim, designando por *x* o valor (ainda desconhecido) do algarismo em questão, esses dois inventários deram respectivamente, igualando os totais, as duas equações seguintes:

$$x + x + x + x + x + x + x + x + x + x = 2$$

e

$$x + x + x + x + x = 1$$

ou seja,

$$10x = 2$$
$$\text{e} \quad 5x = 1.$$

E é precisamente o que permitiu fixar definitivamente em 1/5 o valor do arco de círculo.

Procuremos agora avaliar a grande impressão circular e o entalhe grosso (sinais H e M da fig. 11.1). Em razão da analogia formal evidente que esses sinais apresentam com os algarismos sumérios respectivamente associados a 60 e a 3.600 (fig. 8.7 e 9.15), somos tentados inicialmente a atribuir o primeiro desses valores ao entalhe grosso e o segundo à grande impressão circular. Mas um exame das tabuletas proto-elamitas prova que não devemos nos precipitar. Os elamitas, como vimos, escreviam os números da direita para a esquerda na ordem decrescente e começavam sempre pela fileira mais elevada. Se os algarismos em questão tivessem tido esses valores, a maior impressão circular teria então certamente precedido ao entalhe grosso nas representações numéricas. Não foi esse o caso, como se verá consultando a figura 11.10, por exemplo.

Na verdade, o documento da figura 11.13 permitirá a decifração da impressão circular proto-elamita de grande diâmetro.

Negligenciando os dois arcos de círculo e o duplo anel que figuram nas duas faces da tabuleta, esta compreende:

— 9 pequenas impressões circulares e 12 entalhes finos, na face;
— 1 grande impressão circular e 2 entalhes finos, no verso.

ROSTO

VERSO

Fig. 11.13 A - Tabuleta contábil suseana. *Museu de Teerã. Ref. MDP, XXXI, tabul. 3.*

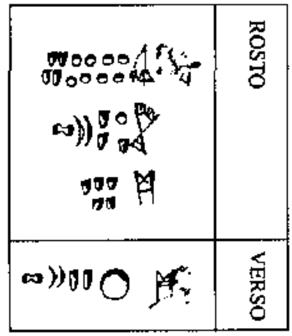


Fig. 11.13 B

Avaliando as menções numéricas contidas nesse documento segundo os resultados adquiridos e designando por n o valor da grande impressão circular, obtemos as seguintes totalizações:

$$\textit{Rosto:} \quad 9 \times 10 + 12 = 102$$

$$\textit{Verso:} \quad 1 \times n + 2 = n + 2$$

O que, por paridade, nos dá a equação $n + 2 = 102$, cuja solução é $n=100$.

Consideremos agora a tabuleta da figura 11.14, que compreende:

— 20 pequenas impressões circulares e 2 grandes no rosto;
— 1 entalhe grosso e uma grande impressão circular, no verso.

Atribuindo à grande impressão circular o valor 100 que acabamos de determinar e designando por y o valor do entalhe grosso, obtemos os seguintes resultados:

$$\textit{Rosto:} \quad 20 \times 10 + 2 \times 100 = 400$$

$$\textit{Verso:} \quad 1 \times y + 100 = y + 100.$$

Donde obtemos: $y + 100 = 400$, cuja solução é $y = 300$.

O que nos leva a atribuir o valor 100 à grande impressão circular e o valor 300 ao entalhe grosso.

ROSTO VERSO

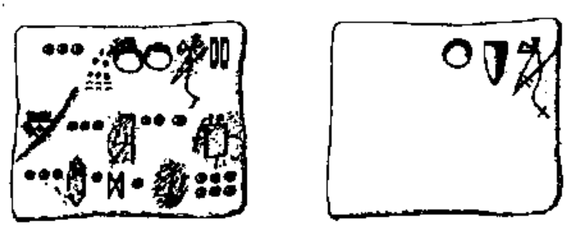


Fig. 11.14 - Tabuleta susiana. *Museu de Teerã. Ref. MDP XXVI, tabuleta 118.*

A bem dizer, isso não nos autorizaria a concluir que os valores considerados correspondem à realidade, menos que encontrássemos uma outra tabuleta em que os resultados se mostrassem perfeitamente concordantes. Mas tal é, precisamente, o caso das tabuletas das figuras 11.15 e 11.16.

ROSTO VERSO

Fig. 11.15 A- Tabuleta susiana. *Museu do Louvre. Ref. MDP VI, tabul. 220.*

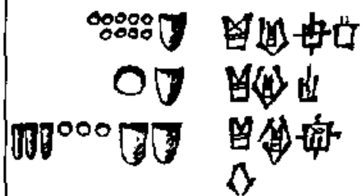
ROSTO	
	300 + 9 × 10. ....390 300 + 100 ....400 2 × 300 + 3 × 10 + 3 .... 633 1.423
VERSO	
	4 × 300 + 2 × 100 + 2 × 10 + 3.........1.423

Fig. 11.15 B

ROSTO VERSO

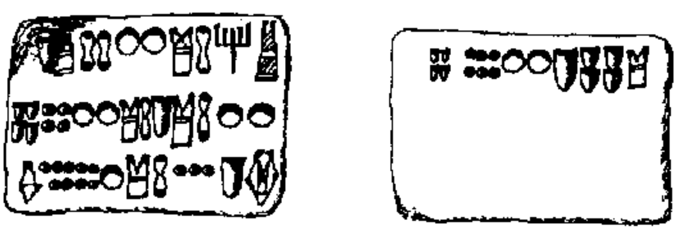


Fig. 11.16 A - Tabuleta susiana. *Museu de Teerã. Ref. MDP, XXVI, tabul. 439.*

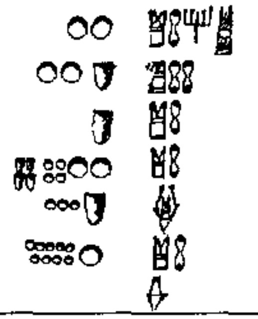
ROSTO	
	2×100 200
	$300 + 2 \times 100$ 500
	300 300
	$2 \times 100 + 4 \times 10 + 4$ 244
	$300 + 3 \times 10$ 330
	$100 + 9 \times 10$ 190
	1.764
VERSO 	$5 \times 300 + 2 \times 100 + 6 \times 10 + 4$ 1.764

Fig. 11.16 B

Por fim, os resultados obtidos até aqui (e que teremos doravante como definitivos) são os seguintes:

$\frac{1}{120}$ $\frac{1}{60}$ $\frac{1}{30}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{5}$ 1 10 100 300

Fig. 11.17

Assim, nove dos onze sinais da primeira numeração proto-elamita encontram-se decifrados.

Abordemos agora o delicado problema colocado pela significação dos dois algarismos seguintes:

N P

Fig. 11.18

Como já se mostrou na figura 11.2, esses dois algarismos receberam, desde o início deste século, as interpretações mais diversas (foram atribuídos ao algarismo N, por exemplo, os valores 600, 6.000, 10.000 e ainda 1.000).

Buscando vislumbrar este fato com mais nitidez, consideraremos a tabuleta da figura 11.19 A, que, segundo V. Scheil, teria constituído "um exemplo importante de exercício escolar de contabilidade agrícola".

Trata-se, no meu conhecimento, do único documento proto-elamita conservado intacto já encontrado, e contém a um só tempo todos os algarismos da primeira numeração, bem como uma totalização geral.

Essa tabuleta dá, com efeito, no seu rosto:

— uma seqüência de vinte menções numéricas (correspondendo a um inventário de vinte lotes de uma mesma espécie, precisado, parece, pelo sinal de escrita, que figura no início da primeira linha à direita);
— e, no verso, o total geral correspondente (que também é precedido pelo mesmo sinal de escrita).

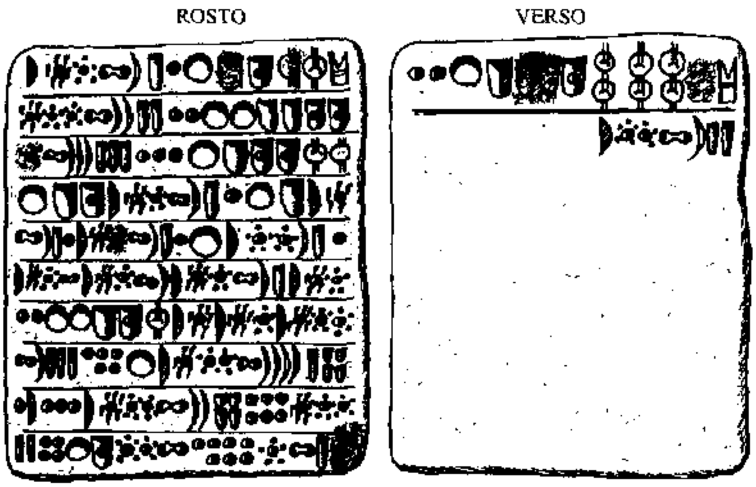


Fig. 11.19 A - Tabuleta contábil susiana. *Ref. MDP XXVI, tabul. 362.*

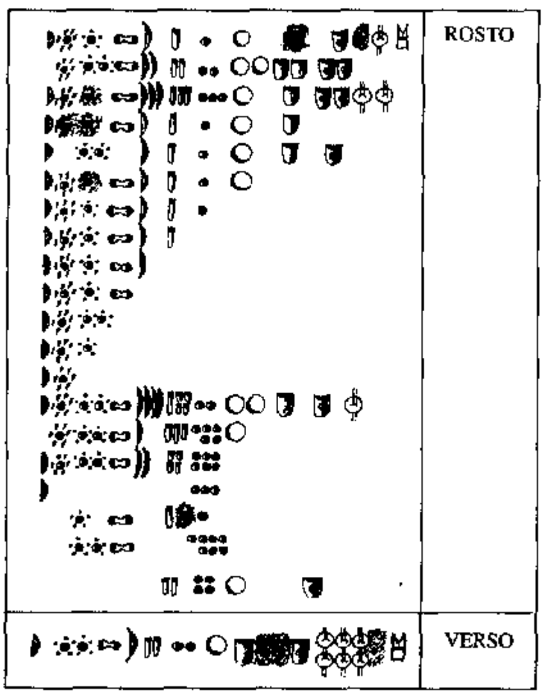


Fig. 11.19 B

Levando-se em conta os resultados adquiridos, vamos proceder a alguns ensaios de totalização dos algarismos dessa tabuleta, considerando para isso um certo número de sistemas de valores que dizem respeito aos algarismos N e P e utilizando o quadro da figura 11.19 C.

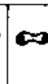
												
Número de vezes que cada um dos sinais em questão é repetido	no VERSO	15	15	24	14	19	26	39	11	7	8	5
	no ROSTO	1	0	2	1	1	2	2	1	1	3	6

Fig. 11.19 C - *Inventário completo de sinais numéricos contidos na tabuleta.*

1ª tentativa: Como V. Scheil tinha feito em 1935 (cf. MDP, XXVI), vamos atribuir o valor 10.000 ao entalhe grosso munido de uma pequena impressão circular e o valor 100.000 ao círculo aureolado.

No rosto da tabuleta esse sistema fornece o seguinte resultado (fig. 11.19 C):

$$15 \times \frac{1}{120} + 15 \times \frac{1}{60} + 24 \times \frac{1}{30} + 14 \times \frac{1}{10} + 19 \times \frac{1}{5}$$

$$+ 26 + 39 \times 10 + 11 \times 100 + 7 \times 300 + 8 \times 10.000 + 5 \times 100.000,$$

isto é: $583.622 + \frac{45}{120}$

No verso, dá (fig. 11.19 C):

$$1 \times \frac{1}{120} + 0 \times \frac{1}{60} + 2 \times \frac{1}{30} + 1 \times \frac{1}{10} + 1 \times \frac{1}{5}$$

$$+ 2 + 2 \times 10 + 1 \times 100 + 1 \times 300 + 3 \times 10.000 + 6 \times 100.000,$$

isto é: $630.422 + \frac{45}{120}$

A diferença entre esses dois resultados é igual a 46.800, grande demais para que o sistema possa ser retido e se possa imputá-lo a um erro de cálculo do escriba.

2ª tentativa: Considerando o sistema:

N = 6.000 (V. Scheil em 1923) P = 100.000 (V. Scheil em 1935)

obtemos os resultados (fig. 11.19 C):

Rosto: $551.622 + \frac{45}{120}$ *Verso:* $618.000 + \frac{45}{120}$

Esses valores devem, portanto, ser rejeitados, pois a diferença entre as duas faces é também elevada demais.

3ª tentativa: Se adotarmos o sistema:

N = 6.000 (V. Scheil em 1923) P = 10.000 (S. Langdon em 1925)

fracassaremos da mesma forma, pois os resultados correspondentes serão os seguintes (fig. 11.19 C):

Rosto: $101.622 + \frac{45}{120}$ *Verso:* $78.422 + \frac{45}{120}$

4ª tentativa: Tentemos agora o sistema proposto por R. de Mecquenem em 1949:

N = 1.000 P = 10.000

A totalização dos algarismos nas duas faces dá-nos os resultados seguintes (fig. 11.19 C):

Rosto: $630.422 + \frac{45}{120}$ *Verso:* $630.422 + \frac{45}{120}$.

Esse sistema pareceu-me por muito tempo o mais provável. Aponta, com efeito, resultados relativamente satisfatórios, já que a diferença que existe entre as duas faces da tabuleta é de apenas 1.800. Partindo dessa hipótese, supus que o escriba cometera um erro de cálculo ou esquecera de relatar na tabuleta os algarismos que compõem essa diferença. O que, somando tudo, era muito compreensível, levando-se em conta o número considerável de algarismos que nossa tabuleta contém: *errare humanum est*! Não esqueçamos que os escribas de outrora podiam, como nós, cometer, voluntariamente ou não, erros de cálculo.

No entanto, após reflexão, o valor 1.000 assim atribuído ao algarismo N me pareceu, por assim dizer, "ilógico". E isso ao menos por duas razões.

Consideremos as duas menções numéricas seguintes, pertencentes a duas tabuletas proto-elamitas:

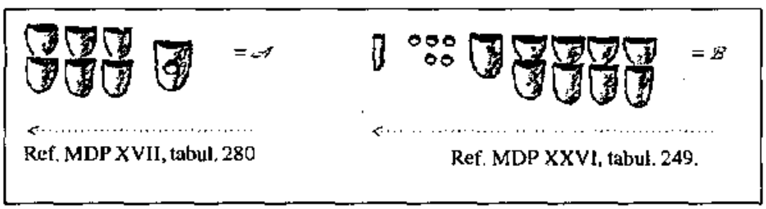


Fig. 11.20

Partindo da hipótese de R. de Mecquenem, estas teriam portanto tido por respectivos valores:

$$\mathscr{A} = 1 \times 1.000 + 6 \times 300 = 2.800$$
$$\mathscr{B} = 9 \times 300 + 5 \times 10 + 1 = 2.751$$

Ora, sempre segundo essa hipótese, os números seguintes constituiriam ordens consecutivas de unidades:

1 10 100 300 1.000 10.000

Uma questão coloca-se, então: se o entalhe grosso munido de uma pequena impressão circular tinha realmente correspondido ao valor 1.000, por que os escribas teriam notado os números 2.800 e 2.751 sob tais formas, e por que não teriam adotado antes as decomposições regulares seguintes (fig. 11.21)?

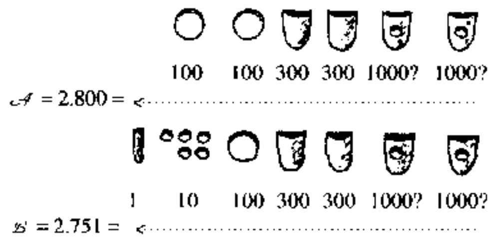


Fig. 11.21

Por outro lado, é sabido que, entre os sumérios, a pequena impressão circular valia 10, o entalhe grosso 60 e este, acompanhado de uma pequena impressão circular, 600:

Fig. 11.22

isto é, o último algarismo era composto segundo o princípio multiplicativo.

Ora, entre os elamitas, a pequena impressão circular valia 10, enquanto o entalhe grosso valia 300. Em razão da analogia com o uso sumério, o valor 300 x 10 = 3.000 pode parecer suficientemente plausível, aplicado ao entalhe grosso acompanhado do pequeno redondo:

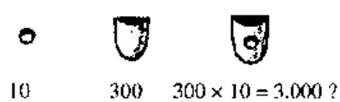


Fig. 11.23

Tais são as razões que me conduziram a rejeitar a hipótese de R. de Mecquenem.

5ª tentativa: Somos levados a considerar os valores:

N = 3.000 P = 10.000

(S. Langdon em 1925 e R. de Mecquenem em 1949.)

Procedendo por adição nas duas faces da tabuleta, obtemos, com esse sistema, o total abaixo (fig. 11.19 C):

Rosto: $77.622 + \dfrac{45}{120}$ *Verso:* $69.422 + \dfrac{45}{120}$

Essa hipótese não pode mais ser admitida. Mas se atribuirmos o valor 3.000 para o algarismo N, será necessário firmar um outro valor para o algarismo P.

Ora, um exame atento da estrutura matemática deduzida dos valores determinados até aqui referente aos algarismos da primeira numeração proto-elamita nos conduziu a reter os três valores seguintes para o algarismo P em questão:

9.000, 18.000 e 36.000.

Cheguei a essas suposições postulando que o sistema fracionário proto-elamita era concebido em harmonia com o sistema correspondente de notação dos números inteiros, isto é, que teve de haver uma certa correspondência entre uma escala de valores crescentes e uma escala de valores descendentes com relação a um número baliza.

E é precisamente o resultado que se obtém exprimindo os diversos valores conhecidos em função do algarismo M = 300 (fig. 11.24).

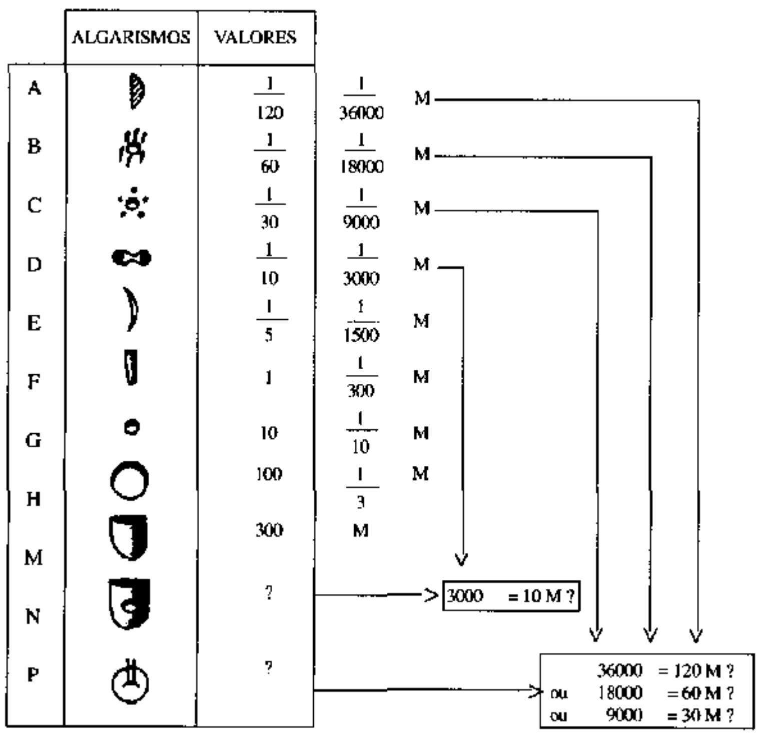


Fig. 11.24

6ª tentativa: O que precede nos conduz a encarar três tipos de valores. O primeiro deles é o seguinte:

N = 3.000 P = 9.000

Mas procedendo às totalizações que se impõem, obtemos os resultados divergentes abaixo (fig. 11.19 C):

Rosto: $72.622 + \frac{45}{120}$ *Verso:* $63.422 + \frac{45}{120}$ *Diferença*: 9.200.

Devemos, portanto, descartar esse sistema.

7ª tentativa: A mesma observação aplica-se ao segundo sistema deduzido do raciocínio precedente, pois os valores:

N = 3.000 **P = 36.000**

conduzem igualmente a resultados pouco plausíveis (fig. 11.19 C):

Rosto: $207.622 + \frac{45}{120}$ *Verso:* $225.422 + \frac{45}{120}$ *Diferença*: 17.800.

Última tentativa e solução do problema: Consideremos agora os valores seguintes:

N = 3.000 P = 18.000

Esse sistema, que responde a uma matemática coerente, dá-nos além disso resultados muito satisfatórios (fig. 11.19 C):

Rosto: $117.622 + \frac{45}{120}$ (ou $117\,622 + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{2}{30} + \frac{1}{120}$)

Verso: $117.622 + \frac{45}{120}$ (ou $117\,422 + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{2}{30} + \frac{1}{120}$)

Mas de onde provém então a diferença 200 que existe, nessa hipótese, entre o rosto e o verso da tabuleta em questão, para avaliações feitas com a ajuda desse sistema? Simplesmente de um "erro de falta de atenção".

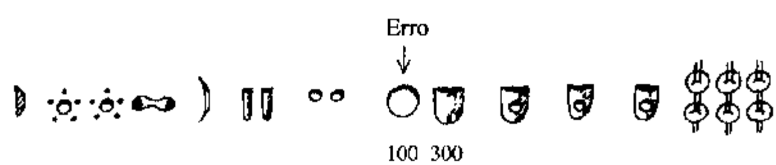
Com efeito, em lugar de anotar, no verso da tabuleta, o total correspondente ao inventário que figurava na face, sob a forma

$$\frac{1}{120} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{10} + \frac{1}{5} + 1 + 1 + 10 + 10 + 300 + 300 + 3.000 + 3.000 + 3.000 + 18.000 \times 6$$

$$117.622 + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{120}$$

Fig. 11.25 A

o escriba escreveu isso fazendo um entalhe grosso e uma grande impressão circular no lugar dos dois entalhes grossos:



$$117.422 + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{120}$$

Fig. 11.25 B

E a razão disso é fácil de compreender. O escriba cometeu nesse lugar um erro de gesto ao segurar seu grosso cálamo de secção circular (fig. 8.10 e 8.12): em lugar de introduzir esse estilete segundo um ângulo de 30 a 45° em relação à superfície da argila mole (que teria criado um entalhe grosso) eleo premiu perpendicularmente nessa mesma superfície (o que gerou uma grande impressão circular).

Concretamente, em vez de executar o gesto abaixo:

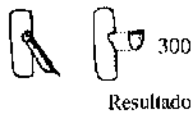


Fig. 11.26 A

operou antes da seguinte maneira:

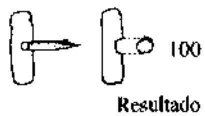


Fig. 11.26 B

Muito provavelmente, o entalhe grosso acompanhado de uma pequena impressão circular correspondia a 3.000 e o círculo aureolado a 18.000.

Assim, definitivamente, todos os algarismos da primeira numeração proto-elamita (fig. 11.8) encontram-se decifrados.

Temos boas razões para pensar que esse sistema é o mais antigo dos dois, já que são os algarismos apresentados abaixo que, desde as épocas arcaicas, figuram nas tabuletas contábeis proto-elamitas.

Fig. 11.27

São igualmente aqueles que figuram nas primeiras tabuletas numerais, bem como na parede externa das bilhas de contabilidade, recentemente descobertas no canteiro da Acrópole de Susa (ver capítulo 10). Enfim, esses algarismos, em suas respectivas formas, correspondem a esses *calculi* arcaicos que se encerravam outrora nas urnas de contabilidade — objetos de tamanhos e formas variados que serviam para simbolizar números (e cujos respectivos valores acabam de ser determinados graças a essa decifração; cf. fig. 10.8 e 10.14):

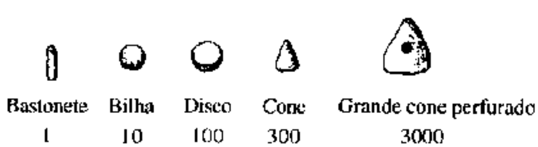


Fig. 11.28

Quanto à segunda numeração escrita, penso que os elamitas a criaram — talvez numa época relativamente recente — para notar as quantidades que correspondem sem dúvida a objetos, gêneros ou grandezas de natureza diferente das que eram expressas com a ajuda dos algarismos do primeiro sistema.

Baseio essa hipótese na analogia com o uso sumério. Durante o III milênio a. C. os escribas da Baixa Mesopotâmia dispunham de três notações numéricas diferentes:

- — a primeira, mais corrente e antiga, que examinamos no capítulo 8, servia para exprimir diversas enumerações, como homens, animais e objetos, ou ainda para anotar a expressão das medidas de peso e de comprimento;
- — a segunda era empregada para exprimir as medidas de capacidade;
- — a terceira, enfim, exprimia as medidas de superfície.

De fato, essa hipótese encontra-se confirmada pela tabuleta da figura 11.29, que comporta dois inventários claramente diferenciados.

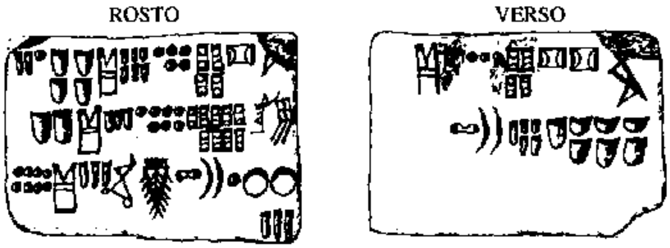


Fig. 11.29 A - Tabuleta contábil susiana. *Museu de Teerã. Ref. MDP XXVI, tabul. 156.*

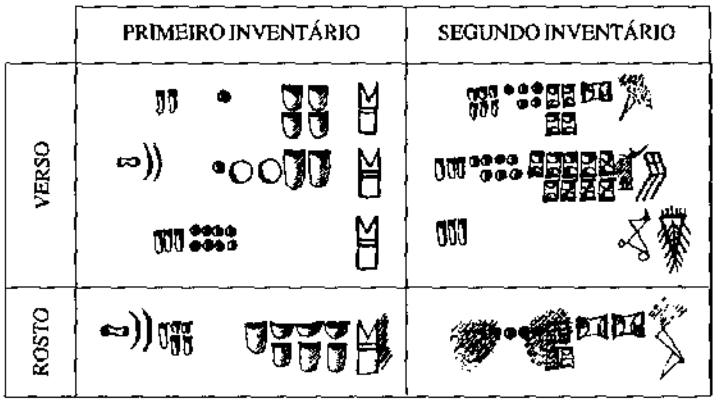


Fig. 11.29 B

O primeiro desses inventários é indicado por um sinal de escrita característico, e as quantidades correspondentes são expressas por algarismos da primeira numeração proto-elamita (fig. 29.11 B). Quanto ao segundo, parece definido pelos sinais (não ainda decifrados) abaixo:

e os números correspondentes sãoexpressos com a ajuda dos algarismos da segunda numeração proto-elamita (fig. 11.9).

Os números que ocorrem no verso dessa tabuleta correspondem respectivamente ao total do primeiro inventário e ao do segundo. Tendo em conta os valores aos quais já chegamos, ao totalizar os diferentes algarismos do primeiro inventário, obtemos:

a) no rosto:

$$6 \times 300 + 2 \times 100 + 10 \times 10 + 5 + \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = 2.105 + \frac{2}{5} + \frac{1}{10}$$

b) no verso:

$$7 \times 300 + 5 + \frac{2}{5} + \frac{1}{10} = 2.105 + \frac{2}{5} + \frac{1}{10}$$

(o que, notemos, confirma uma vez mais a legitimidade dos valores encontrados).

Consideremos agora os diferentes algarismos do segundo inventário e atribuamos o valor 1 ao entalhe fino, o valor 10 à pequena impressão circular e os valores 100 e 1.000 respectivamente ao duplo entalhe vertical e ao duplo entalhe horizontal. O total será, então:

a) no rosto: $1.000 + 13 \times 100 + 12 \times 10 + 12 = 2.432$;
b) no verso: $2 \times 1.000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 2 = 2.432$.

Podemos agora fixar os valores dos algarismos seguintes:

100 1.000

Fig. 11.30

(sendo o primeiro desses valores, por exemplo, confirmado pela tabuleta da figura 11.31, já que as totalizações correspondentes dão 591 nas duas faces).

ROSTO VERSO

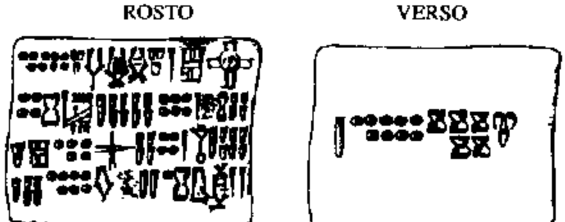


Fig. 11.31 A - Tabuleta contábil susiana. *Museu do Louvre. Ref. MDP, XVII, tabul. 45.*

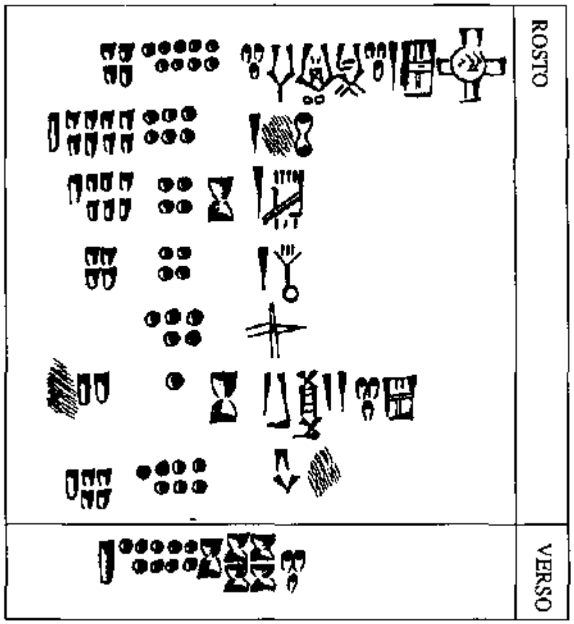


Fig. 11.31 B

Eis, assim, os algarismos proto-elamitas decifrados na sua quase totalidade. Revelamos de uma vez a existência simultânea em Susa de dois sistemas de numeração, correspondendo provavelmente a expressões numéricas de naturezas diferentes:

— um estritamente decimal[1] (fig. 11.32).

— e outro visivelmente "contaminado" pela base 60 (fig. 11.33);

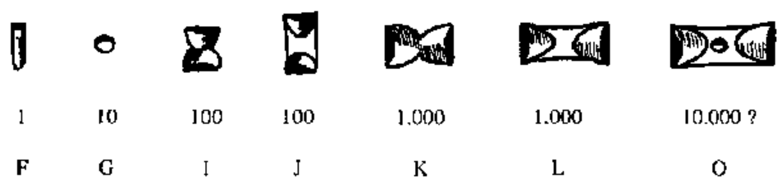


Fig. 11.32 - *Valores dos sinais da segunda numeração proto-elamita.*

Pode-se supor que o primeiro serviu para algo como enumerações de homens, animais ou objetos, enquanto o segundo era empregado para exprimir as diferentes medidas de um sistema de unidades metrológicas (medidas de capacidade ou de superfície, por exemplo).

---

[1] Uma interrogação subsiste ainda, porém, com relação ao algarismo em forma de duplo entalhe horizontal munido de *uma pequena impressão circular em seu centro (fig. 11.32, sinal O). Trata-se do algarismo para 10.000 = 1.000 x 10?* É muito provável. Mas não se pode afirmar com certeza na falta de documentos melhor conservados do que os de que dispomos atualmente com respeito a esse algarismo.

	ALGARISMOS	X	Y	VALORES
A		$\frac{1}{36000}$ M	$\frac{1}{2}$ B	$\frac{1}{2}$
B		$\frac{1}{18000}$ M	B	$\frac{1}{60}$
C		$\frac{1}{9000}$ M	2 B	$\frac{1}{30}$
D		$\frac{1}{3000}$ M	6 B	$\frac{1}{10}$
E		$\frac{1}{1500}$ M	12 B	$\frac{1}{5}$
F		$\frac{1}{300}$ M	60 B	1
G		$\frac{1}{30}$ M	600 B	10
H		$\frac{1}{3}$ M	6000 B	100
M		M	18000 B = 300 × 60 B	300
N		10 M	18000 B = 300 × 600 B	3000
P		60 M	1 080 000 B = 300 × 6000 B	18000

Fig. 11.33 - *Estrutura matemática da primeira numeração proto-elamita.*

Certamente estas são apenas hipóteses, mas os resultados obtidos confirmam as relações culturais e econômicas de Elam com o país de Sumer, ao menos desde o fim do IV milênio a. C., e a influência exercida pelos sumérios sobre a civilização elamita.

Como os Sumérios Calculavam

Os problemas aritméticos com os quais os sumérios se defrontaram foram bastante complexos, como provam os numerosos documentos econômicos que nos deixaram. A questão a ser abordada agora é saber como procediam para efetuar adições, multiplicações ou divisões. Mas examinemos inicialmente esse documento muitíssimo interessante.

Uma divisão de quarenta e seis séculos de idade

A tabuleta reproduzida na figura 12.1 provêm do sítio iraquiano de Fara (Šuruppak) e remonta a cerca de 2650 a. C.

Eis o deciframento completo segundo as indicações do Léxico de Deimel. O documento fornece-nos indicações preciosas com respeito à matemática suméria da época pré-sargônica (primeira metade do III milênio a. C.) e testemunha o alto grau intelectual atingido, provavelmente desde as épocas mais arcaicas, pelos aritméticos do país de Sumer.

A tabuleta é dividida em duas colunas, por sua vez subdivididas em várias casas.

Partindo de cima para baixo, a primeira casa da coluna da esquerda compreende um entalhe fino, seguido de um grupo cuneiforme (*Še-gur*$_7$) que significa "silo de cevada".

Na casa abaixo, percebe-se a representação do número 7, precedida de um sinal, lendo-se *sìla*.

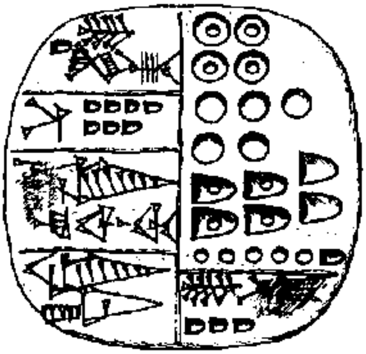
Na terceira casa, o algarismo 1 é seguido do sinal do "homem"(*lú*); abaixo, percebe-se um grupo lendo *Šu-ba-ti* (a palavra *Šu* significando "a mão") e exprimindo o que se pode traduzir por "em mão recebe".

Enfim, na parte mais baixa percebe-se novamente o sinal para "homem" (*lú*) e, embaixo dele, o caracter *bi*, que nada mais é do que o demonstrativo "esses".

Tradução literal do conteúdo dessa coluna: "1 *silo de cevada*; 7 *sìla*; cada homem, em mão recebe; esses homens."

Na primeira casa da coluna da direita reconhece-se a representação algarítmica (mediante sinais arcaicos) do número 164.571 (fig. 8.20) e na casa abaixo uma sucessão de sinais traduzindo a frase "*sìla* de cevada, resta 3".

Correspondendo sem dúvida a uma *operação de distribuição* que acabava de ser realizada quando o escriba redigiu o documento, a tabuleta fornece-nos portanto todas as características



TRANSCRIÇÃO

<table>
<tr><td>1 se-gur7</td><td rowspan="3">(36 000) (36 000)
(36 000) (36 000)

(36 000) (36 000) (36 000)
(36 000) (36 000)

(600) (600) (60)
(600) (600) (60)
(10) (10) (10) (10) (10) (1)</td></tr>
<tr><td>sìla 7</td></tr>
<tr><td>1 lú
Šu-ba-ti</td></tr>
<tr><td>lú-
-bi</td><td>Še sìla
Šu-kid
3</td></tr>
</table>

TRADUÇÃO LITERAL

<table>
<tr><th>Registro esquerdo</th><th>Registro direito</th></tr>
<tr><td>1 "silo de cevada"</td><td rowspan="3">164.571</td></tr>
<tr><td>7 sìla (de cevada)</td></tr>
<tr><td>Cada homem
em mão recebe</td></tr>
<tr><td>Homens
estes</td><td>sìla de cevada
resta
3</td></tr>
</table>

Fig. 12.1 - *Tabuleta suméria de Šuruppak (Fara). Data: aproximadamente 2.650 a. C. Museu de Istambul. Ref. R. Jestin, pr. XXI, tabul. 50 FS.*

de uma *divisão*: nela é feita menção a um *dividendo*, a um *divisor*, a um *quociente* e mesmo a um *resto* de uma estupefaciente precisão para a época.

O *sìla*, bem como o *se-gur*^{7} ou "silo de cevada" são unidades de medida de capacidade: na época, a primeira unidade tinha um conteúdo equivalente a aproximadamente 0,842 de um de nossos litros, enquanto que a segunda valia mais ou menos 969.984 litros, ou seja, 1.152.000 *sìla* (cf. M.-A. Powell [1]):

1 *se-gur*^{7} (1 silo de cevada) = 1.152.000 *sìla*.

A operação de distribuição dizia respeito, por conseguinte, à repartição dos 1.152.000 *sìla* de cevada entre um certo número de pessoas, sendo que cada uma das quais devia receber 7 *sìla* de cevada.

Faça o cálculo: a divisão de 1.152.000 por 7 dá 164.571, ou seja, exatamente o número inscrito na primeira casa do registro direito da tabuleta; você obtém também um resto igual a três, que nada mais é do que a informação dada na casa debaixo dessa mesma coluna.

Nessas condições, não há dúvida: *você tem diante dos olhos o testemunho escrito da mais antiga divisão conhecida da história*. Uma divisão relativamente complexa e quase tão velha como o Dilúvio mesopotâmico.

Documento administrativo ou página de aluno?

Pode-se supor que o documento tenha constituído uma peça administrativa dos arquivos da antiga cidade suméria de Šuruppak, a menos que se trate aqui de um exercício escolar para alunos-calculadores com respeito a essa mesma distribuição.

Se se faz a primeira suposição, a tradução em termos claros do conteúdo da tabuleta é a seguinte:

Repartimos 1 silo de cevada entre um certo número de homens, dando 7 sìla para cada um. Esses homens eram em número de 164.571 e, no final da distribuição, restou-nos 3 sìla.

Em contrapartida, se se admite que essa tabuleta constituiu antes uma "página de aluno", a interpretação que será necessário dar-lhe é:

1ª Coluna - Enunciado do problema:

Sabendo que um silo de cevada foi repartido entre vários homens, dando 7 sìla *para cada um, encontrar o número desses homens.*

2ª Coluna - Solução do problema:

Esses homens são em número de 164.571, e restam 3 sìla *de cevada no final dessa distribuição.*

Para a comodidade do exposto, faremos tal suposição na reconstituição abaixo.

O documento não oferece, porém, nenhuma indicação com respeito à técnica empregada para chegar a esse notável resultado. E não se conhece, no momento, nenhuma descrição formal. O que é certo, em todo caso, é que essa divisão não foi efetuada mediante algarismos sumérios, que seguramente não tinham o caráter operatório que conhecemos de nossos algarismos atuais.

Os resultados do capítulo precedente permitem-nos contudo adivinhar o "instrumento" utilizado: com essa finalidade, os sumérios muito provavelmente utilizaram *calculi* (justamente aqueles da fig. 10.4); e isso tanto antes quanto depois da aparição de sua notação numérica, já que essas "fichas" são encontradas em diversos sítios arqueológicos do III milênio a. C., isto é, mesmo na época em que o sistema das bilhas de contabilidade já havia desaparecido quase completamente, deixando lugar para as tabuletas contábeis (fig. 10.2).

Eis aí claramente, numa montagem imaginária, a reconstituição plausível da técnica operatória que teve de ser posta em jogo.

Bilhas, cones e esferas para calcular

Imaginemo-nos em 2.650 a. C. na cidade suméria de Šuruppak. Na escola de formação de escribas e contadores, o professor acaba de dar a aula sobre a maneira de efetuar as divisões. Passando à seção de trabalhos práticos, coloca agora o problema da repartição de um *silo de cevada* com os dados precedentes.

Trata-se assim de repartir 1.152.000 *sìla* de cevada entre um certo número de pessoas (que convém determinar), cabendo a cada um um saco de 7 *sìla* de cevada. O que evidentemente implica em dividir o primeiro número por 7.

Para efetuar adições, multiplicações e divisões, utilizam-se ainda nessa época os *calculi*, os antigos e bons *immu* de outrora, que simbolizam, por suas formas e tamanhos respectivos, as diferentes ordens de unidades da numeração suméria. Claro, sem validade desde muito tempo no modo de registro dos resultados de operações contábeis, econômicas ou administrativas, o procedimento permaneceu, entretanto, na ordem do dia para a prática de operações aritméticas. Mas isso não incomodou as gerações de escribas que se sucederam desde esse dia longínquo, em que nenhum deles havia tido a idéia de colocar, à guisa de número, as réplicas fiéis desses diversos *calculi* nas tabuletas de argila: um entalhe fino para o pequeno cone, um pequeno furo para a bilha, um entalhe grosso para o grande cone etc. (fig. 10.4).

De uma maneira geral, a técnica operatória seguida para efetuar uma divisão faz intervir sucessivamente esferas perfuradas (=36.000), esferas simples (=3.600), grandes cones perfurados (=600), grandes cones simples (=60) etc. Basta então recorrer ao "câmbio" dos objetos no fim de cada etapa, isto é, trocar os *calculi* por aqueles da ordem imediatamente inferior cada vez que seu agrupamento corresponde a um número inferior ao divisor.

No exemplo precedente, a operação se faz, na prática, da seguinte maneira.

Em sumério, o dividendo da operação, ou seja, 1.152.000, tem por expressão oral (fig. 8.5):

Šàrgal-ía Šàr-u-min

que corresponde à decomposição:

$$216.000 \times 5 + 36.000 \times 2 \qquad (= 5 \times 60^3 + 2 \times 10.60^2).$$

Mas como nessa época a mais alta unidade da numeração escrita (e, razão mais forte ainda, da numeração dos *calculi*) era apenas 36.000 (fig. 10.4), convirá portanto exprimir esse dividendo em múltiplos dessa unidade, ou seja, mediante 32 *esferas perfuradas* simbolizando cada uma 36.000 unidades:

$$1.152.000 = 32 \times 36.000.$$

E já que se trata de efetuar a divisão desse número por 7, repartiremos essas esferas por grupos de 7:

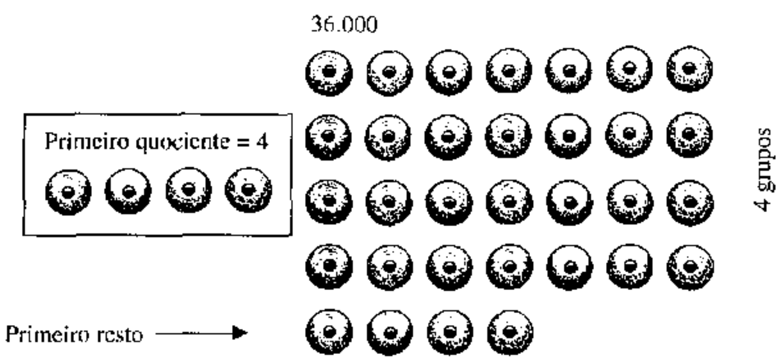


Fig. 12.2 A.

O número de grupos de 7 esferas perfuradas que resulta dessa primeira partilha é igual a 4; o quociente dessa primeira divisão parcial é portanto, também ele, igual a 4. Concretamente, este corresponde à primeira parte do conjunto das pessoas a quem deve caber 7 *sìla* de cevada para cada uma (ou seja, 4 × 36.000 pessoas). E para não esquecer esse resultado parcial, colocaremos de lado as 4 esferas perfuradas que o representam.

Ora, restam-nos 4 esferas perfuradas no final dessa primeira partilha; ou seja, falta distribuir 4 × 36.000 *sìla*. Mas como esse número não é divisível por 7 quando expresso em esferas perfuradas, é necessário portanto converter esse resto em *calculi* de ordem imediatamente inferior (o dos múltiplos de 3.600) para poder prosseguir a operação.

Como cada esfera perfurada "36.000" eqüivale a 10 esferas simples de valor 3.600, convertem-se portanto as 4 esferas perfuradas do resto precedente em 4 × 10 = 40 *esferas simples*, que então se reparte em grupos de 7 como na figura anterior:

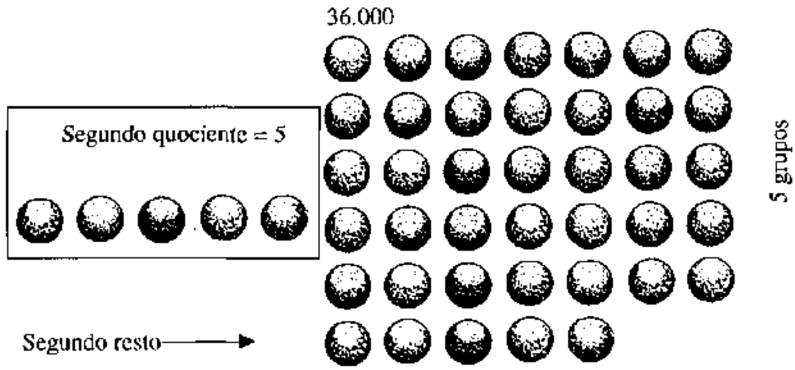


Fig. 12.2 B.

Sabendo-se então que esses grupos são em número de 5, colocam-se portanto de lado 5 esferas ordinárias, correspondendo concretamente à segunda parte do conjunto das pessoas a quem deve caber 7 *sìla* de cevada para cada uma (ou seja, 5 × 3.600 pessoas).

Mas já que essa segunda partilha deu 5 esferas como novo resto da operação, sabe-se que é preciso distribuir 5 × 3.600 *sìla* de cevada. Esse número, não mais sendo divisível por 7 se assim expresso, nos obriga portanto agora a fazer "troco" das esferas em *calculi* da ordem imediatamente inferior para poder prosseguir os cálculos.

Como cada esfera "3.600" eqüivale a 6 grandes cones perfurados de valor 600, convertem-se portanto as 4 esferas perfuradas do resto precedente em 5 × 6=30 *grandes cones perfurados* que se reparte então em grupos de 7:

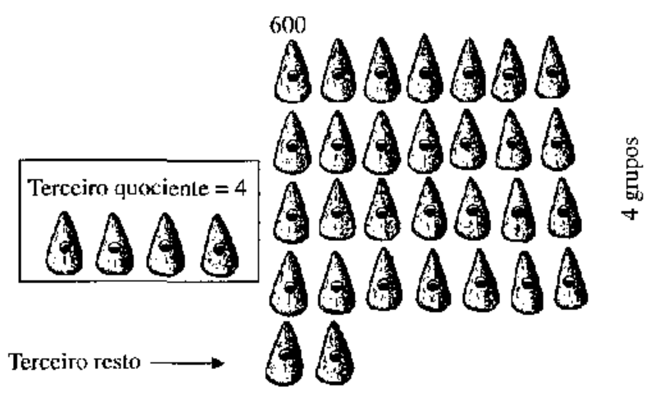


Fig. 12.2 C.

Obtendo assim 4 grupos de 7 cones perfurados no final dessa terceira divisão parcial, colocaremos portanto de lado 4 cones perfurados, correspondendo à terceira parte do conjunto dos homens a quem devia caber 7 *sìla* de cevada para cada um (ou seja, 4 × 600 entre eles).

Mas já que essa terceira partilha deu 2 cones perfurados como novo resto, sabe-se que é necessário doravante distribuir 2 × 600 *sìla* de cevada. Esse número, não mais sendo divisível por 7 se permanece tal qual, nos leva portanto a fazer agora o "troco" dos cones em *calculi* da ordem imediatamente inferior para poder prosseguir a divisão.

Como cada cone perfurado "600" equivale a 10 grandes cones simples de valor 60, convertem-se portanto os 2 cones perfurados do resto precedente em 2 × 10=20 *grandes cones ordinários* que se reparte naturalmente em grupos de 7:

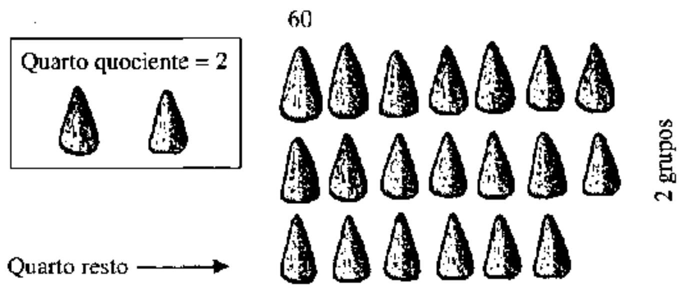


Fig. 12.2 D

O número de grupos igual a 7 que é possível formar com esses 20 grandes cones simples, sendo igual a 2, nos induz a colocar de lado 2 grandes cones ordinários, correspondendo à quarta parte do conjunto total de homens, os quais devem caber 7 *sìla* de cevada cada um (o equivalente a 2 × 60 dentre eles).

Mas como desta quarta partilha resultou um novo resto de 6 grandes cones simples, teremos que distribuir em seguida 6 × 60 *sìla* de cevada. Este número, indivisível por 7 se assim representado, leva-nos a "trocar" esses cones em *calculi* da ordem imediatamente inferior para poder prosseguir a divisão.

Cada grande cone "60" eqüivale a 6 bilhas de valor 10; convertem-se portanto os 6 cones perfurados do resto precedente em 6 × 6=36 *bilhas*, que se repartem igualmente em grupos de 7:

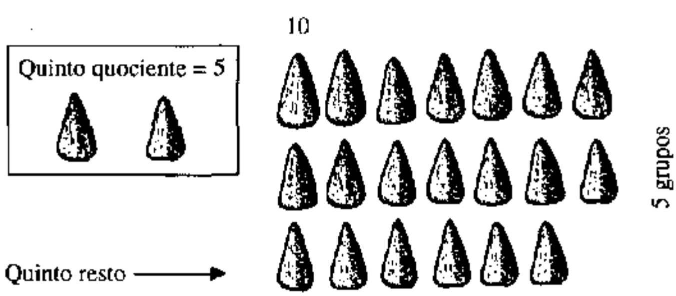


Fig. 12.2 E

Obtém-se então cinco grupos: colocamos 5 bilhas de lado, que correspondem a mais 5 × 10 homens, aos quais deve caber sua parte.

Ao resto constituído de uma só bilha, não nos resta mais nada agora senão converter em 10 *pequenos cones* com o valor de uma unidade. E bastará repartir estas em grupos de 7 para chegar ao último quociente parcial da divisão. O resultado é igual a 1 (um só grupo de 7 bilhas); coloca-se portanto de lado um pequeno cone correspondendo assim à última pessoa a quem deve caber o seu devido. O resto da operação, ou seja, 3, fornece então o resto final da divisão, já que esse número é inferior ao divisor.

Fig. 12.2 F

O quociente final, por sua vez, obtém-se então muito facilmente acrescentando os valores dos *calculi* postos sucessivamente de lado no decorrer das operações, fazendo portanto a adição dos *calculi* seguintes:

4 esferas perfuradas	(quociente da 1ª divisão)
5 esferas	(quociente da 2ª divisão)
4 grandes cones perfurados	(quociente da 3ª divisão)
2 grandes cones simples	(quociente da 4ª divisão)
5 bilhas	(quociente da 5ª divisão)
e 1 pequeno cone	(quociente da 6ª divisão).

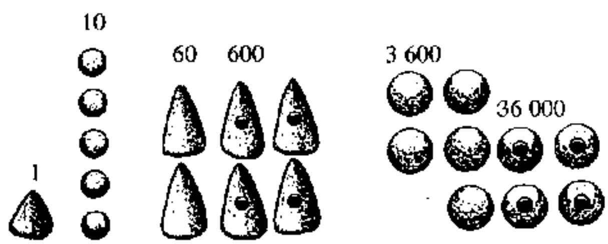


Fig. 12.2 G - *Resultado da divisão.*

Dito de outro modo, o número total das pessoas beneficiadas pela distribuição corresponde a:

$$4 \times 36.000 + 5 \times 3.600 + 4 \times 600 + 2 \times 60 + 5 \times 10 + 1 = 164.571.$$

Retornando à escola de calculadores, um aluno levanta a mão e dá o resultado da operação, enunciando sucessivamente nesta ordem os nomes assim expressos em sumério (fig. 8.5):

šàr-u-limmu	= (3.600 × 10) × 4	= 4 esferas perfuradas
šàr-iá	= (3.600 × 5)	= 5 esferas
geš-u-limmu	= (60 × 10) × 4	= 4 grandes cones perfurados

geš-min	= 60 × 2	= dois grandes cones
ninnû	= 50	= cinco bilhas
geš	= 1	= 1 pequeno cone.

Sem esquecer, certamente, a indicação da outra parte do resultado:
še sila šu-kid eš ("restam 3 *sila* de cevada").

Um outro aluno, por sua vez, prefere mostrar seus resultados por escrito apresentando a seu professor uma tabuleta dividida em dois registros, que preencheu com sinais da escrita suméria na casa superior do registro direito, com o número assim representado mediante algarismos cuneiformes (algarismos arcaicos), reproduzindo (fig. 8.20):
— 4 grandes impressões circulares munidas de uma pequena impressão circular (réplica imediata das 4 esferas perfuradas "36.000");
— 5 grandes impressões circulares (réplica imediata das 5 esferas perfuradas "3.600");
— 4 entalhes grossos munidos de uma pequena impressão circular (lembrando os 4 grandes cones perfurados "600");
— 2 entalhes grossos simples (simbolizando os 2 grandes cones ordinários "60");
— 5 pequenas impressões circulares (correspondendo às 5 bilhas da dezena);
— e 1 entalhe fino (lembrando o pequeno dedo da unidade).

E como as palavras voam enquanto os escritos permanecem, é graças a estes últimos que a lembrança da divisão de Šuruppak sobreviveu vários milênios após a desaparição de seus autores...

Quando os "calculi" se eclipsaram na Mesopotâmia

É provavelmente assim que devem ter procedido os aritméticos do país de Sumer, desde as épocas mais arcaicas até a época pré-sargônica. A tabuleta da figura 11.1 é um primeiro indício disso; os *calculi* encontrados em nossa época constituem nessas regiões um segundo aporte para essa convicção, e a restituição que acabamos de fazer dá sua prova mais tangível. Pois, naturalmente, é facílimo mostrar que a primeira técnica se aplica também à multiplicação, à adição e à subtração.

O problema da história das técnicas operatórias mesopotâmicas nem por isso foi resolvido em sua totalidade.

Na época em que a tabuleta que acabamos de examinar tinha sido confeccionada (isso ocorre, lembremos, por volta de 2.650 a. C.), os *calculi* ainda eram empregados em toda a região e sua semelhança com os algarismos cuneiformes então em uso permanecia ainda bastante grande. Mas esses algarismos, ainda presentes na época de Sargão I (por volta de 2.350 a. C.), desapareceram progressivamente durante a segunda metade do III milênio, para serem definitivamente suplantadas, à época da dinastia de Ur III (aproximadamente 2.000 a. C.) pelos algarismos cuneiformes. Ora, é precisamente a partir da camada arqueológica correspondente ao fim do III milênio a. C. que os *calculi* desapareceram definitivamente na maioria dos sítios mesopotâmicos (fig. 10.2).

Além disso, ao sofrerem (desde o século XXVII a. C.) a transformação radical que lhes incutiu o aspecto cuneiforme (fig. 8.9), os algarismos sumérios perderam toda a semelhança com seus ancestrais concretos. Enfim, sua numeração escrita tinha um *caráter muito estático* *em matéria de aritmética*, pois os algarismos correspondentes, curviformes bem como cuneiformes, foram não apenas sinais operatórios como os nossos, mas grafismos destinados a exprimir por escrito, e unicamente de memória, os resultados de cálculos já efetuados.

Os calculadores sumérios portanto encontraram-se, a partir de um certo momento diante da obrigação de determinar um meio substitutivo, para continuarem a ser capazes de efetuar operações aritméticas. A solução foi substituir o sistema dos *calculi* por um "instrumento" cuja natureza devemos precisar agora. O parêntesis seguinte permitirá melhor compreendê-lo.

Das pedras ao ábaco

Há somente algumas gerações, certos indígenas de Madagascar tinham um costume bem prático para avaliar seus rebanhos, objetos ou animais. Os soldados, por exemplo, faziam seus homens desfilarem em "fila indiana" por uma passagem muito estreita. Cada vez que um deles saía dela, depositava-se uma pedra numa trincheira cavada na superfície do solo. Com a passagem do décimo soldado, substituíam-se as 10 pedras dessa trincheira por uma só dentre elas que se dispunha numa segunda fileira, reservada por sua vez às dezenas. Depois recomeçava-se a alinhar as pedras na primeira trincheira até a passagem do vigésimo homem. Colocava-se então uma segunda pedra na segunda fileira. Quando esta continha por sua vez 10 pedras (100 soldados tendo então sido contados), substituía-se estes por uma outra pedrinha, que se colocava numa terceira fileira, reservada agora às centenas. E assim por diante até o último guerreiro. No final da enumeração de 456 soldados, por exemplo, 6 pedras encontravam-se na primeira fileira, 5 na segunda e 4 na terceira.

Cada coluna simbolizava assim uma potência de dez: a primeira (a partir da direita, por exemplo) era associada às unidades simples, a seguinte às dezenas, a terceira às centenas etc. Sem o saber, esses malgaxes tinham portanto inventado um verdadeiro instrumento de cálculo: o ábaco de pedras.

Este não foi, contudo, o apanágio de sua cultura. Dispositivos inteiramente semelhantes foram inventados desde a noite dos tempos por numerosos povos da Terra. E o instrumento evidentemente não se revestiu apenas da forma malgache.

Certas sociedades africanas utilizaram varas, ao longo das quais se fazia correr pedras furadas, cada vara correspondendo então a uma ordem de unidades.

Entre outros povos (como os apaches, os maidu, os miwok, os walapai e os havasupai da América do Norte, bem como no Havaí e em várias ilhas do Pacífico) enfiavam-se pérolas e conchas em barbantes de cores diversas.

Outros povos ainda (como os incas da América do Sul) deslocaram pedras, feijões ou grãos de milho em diversas casas, munidas de buracos, de uma espécie de travessa feita de pedra, terracota, madeira ou simplesmente preparada sobre o solo móvel.

Os gregos, etruscos e romanos por sua vez tiveram a idéia de colocar pequenas fichas de osso, marfim ou metal em mesas ou pranchetas, feitas de madeira ou mármore, e ordenadas inicialmente.

Outras civilizações fizeram ainda melhor, substituindo as diversas colunas do ábaco por ranhuras ou hastes paralelas, e cada pedra ou ficha por um botão móvel ou uma bola furada, pronta para correr ao longo de cada espeto. E é assim que nasceu o muito prático e formidável instrumento conhecido pelo nome de *ábaco-contador*, desde sempre em voga na China e no Extremo Oriente (ver capítulo 21).

Mas antes de efetuar operações aritméticas em seus famosos *suan pan* (nome chinês do ábaco), os chineses empregaram durante vários séculos pequenos bastonetes de marfim ou bambu, chamados *chóu* (literalmente, "fichas de cálculo") que dispunham em quadrados sucessivos de um pavimento ou de uma mesa em forma de tabuleiro (ver capítulo 21)...

O instrumento contudo evoluiu apenas em sua forma: os progressos disseram respeito também e sobretudo ao princípio de sua utilização.

Os indígenas de Madagascar, que não souberam extrair todo o benefício de sua importante descoberta, sem dúvida jamais se deram conta de que esse modo de representação dos números podia permitir-lhes fazer cálculos relativamente complexos: para efetuar a adição de (456+328) pessoas deviam ainda esperar a passagem efetiva das 456 primeiras e depois das 328 seguintes para recolher enfim o resultado correspondente.

Era, portanto, ainda uma *utilização puramente cardinal* do ábaco. Outros povos fizeram sem dúvida como eles no início de sua história. Mas, procurando um meio mais prático de efetuar cálculos tornados cada vez mais complicados, souberam aperfeiçoar as regras desse "instrumento", imaginando um jogo sutil que consiste em acrescentar, retirar ou reportar uma ou mais pedras de uma coluna à outra.

Para adicionar um número ao outro já representado num dispositivo decimal basta fazê-lo figurar por sua vez no ábaco, segundo o princípio precedente, depois "ler" o resultado obtido (após ter procedido às reduções necessárias). E se numa dada coluna o número das pedras viesse a atingir ou ultrapassar a dezena, bastar-lhe-ia então substituir dez dessas peças de contagem por uma só dentre elas na coluna de ordem imediatamente superior. Nessa mesma base, mas subtraindo pedras em lugar de acrescentar, pode-se efetuar facilmente subtrações; quanto às multiplicações, pode-se fazê-las procedendo à soma de vários produtos parciais.

O procedimento do "monte de pedras", e mais geralmente a manipulação de objetos diversos com fins aritméticos, desempenhou um papel central na história da aritmética: permitiu uma iniciação à arte de fazer operações; arte que está na origem mesma desses instrumentos de cálculo, de que os povos se serviram tão freqüentemente ao longo da história, no tempo em que as numerações não eram operatórias, e em que o "cálculo escrito" com a ajuda de algarismos "arábicos" não existia ainda.

Reconstituição do ábaco sumério

É portanto completamente lógico admitir, nessas condições, que os calculadores mesopotâmios usaram um ábaco ao menos a partir da época da desaparição do sistema dos *calculi*.

A arqueologia em território sumério não ofereceu até nossos dias nenhum documento desse gênero, nem permite a descoberta de um texto descrevendo-o com exatidão, quanto a suas regras e sua estrutura. Pode-se contudo reconstituí-lo com precisão segundo a maior probabilidade.

Poderíamos supor que o instrumento teve como suporte material uma grande tabuleta de argila ou madeira. O que evidentemente não impede que o dispositivo tenha sido construído sobre tijolo bem como sobre o solo móvel.

O ábaco devia consistir num "quadro" no qual colunas sucessivas, traçadas inicialmente, delimitavam as ordens de unidades consecutivas do sistema sexagesimal.

Pode-se igualmente restituir às peças de contagem que o instrumento colocava em jogo a forma de pequenas bilhas de argila, ou a de pequenas lascas de madeira ou de junco, às quais se devia dar um valor de unidade simples (e não mais como no procedimento arcaico dos *calculi*, em que as peças correspondiam às ordens de unidades consecutivas do mesmo sistema).

Quanto à estrutura matemática desse ábaco, ela nos pode ser fornecida pela própria numeração suméria.

SEGUNDA ORDEM SEXAGESIMAL		PRIMEIRA ORDEM SEXAGESIMAL	
Sub-ordem dos múltiplos de 600 de 1 × 600 a 5 × 600	Sub-ordem dos múltiplos de 60 de 1 × 60 a 9 × 60	Sub-ordem das dezenas de 1 × 10 a 5 × 10	Sub-ordem das unidades decimais de 1 a 9
6 · 600	10 · 60	6 · 10	10 · 1
600 geš-u (= 1 × 600)	60 geš (= 1 × 60)	10 u	1 geš
1200 geš-u-min (= 2 × 600)	120 geš-min (= 2 × 60)	20 niš	2 min
1800 geš-u-eš (= 3 × 600)	180 geš-eš (= 3 × 60)	30 ušu	3 eš
2.400 geš-u-limmu (= 4 × 600)	240 geš-limmu (= 4 × 60)	40 nimin	4 limmu
3.000 geš-u-iá (= 5 × 600)	300 geš-iá (= 5 × 60)	50 ninnû	5 iá
	360 geš-àš (= 6 × 60)		6 àš
	420 geš-imin (= 7 × 60)		7 imin
	480 geš-ussu (= 8 × 60)		8 ussu
	540 geš-ilimmu (= 9 × 60)		9 ilimu

Fig. 12.3 - *Estrutura da numeração suméria (ver também as fig. 8.6 e 10.4).*

Essa numeração, como vimos, admitia como base a sessentena. Mas o sistema exigia teoricamente a memorização de 60 palavras ou símbolos diferentes; o intervalo entre suas unidades sucessivas era grande demais para que a prática fizesse não intervir uma unidade auxiliar, descarregando a memória. Admite-se portanto a dezena como patamar intermediário entre as diferentes ordens de unidades sexagesimais. Assim, o sistema foi fundado numa espécie de *compromisso* e de *alternância* entre 10 e 6, *bases auxiliares e complementares de 60.* Noutras palavras, as unidades sucessivas do sistema foram organizadas da maneira seguinte:

1a ordem	1a unidade	—>	1 =	1	=1
sexagesimal	2a unidade	—>	10 =	10	=10
2a ordem	1a unidade	—>	60 =	60	=10.6
sexagesimal	2a unidade	—>	600 =	10.60	= 10.6.10
3a ordem	1a unidade	—>	3.600 =	602	=10.6.10.6
sexagesimal	2a unidade	—>	36.000 =	10.602	=10.6.10.6.10
4a ordem	1a unidade	—>	216.000 =	603	=10.6.10.6.10.6
sexagesimal	2a unidade	—>	2.160.000 =	10.603	=10.6.10.6.10.6.10

Donde, para os nomes de número, por exemplo, a disposição em quadro como da figura 12.3, em que as unidades simples são 9 em número, as dezenas 5 em número, as sessentenas 9 em número e assim por diante. Noutras palavras, esse quadro deixa claramente aparecer que dez unidades da primeira fileira valem uma unidade de 2a, que seis unidades da 2a valem uma unidade da 3a, que dez unidades da 3a valem uma unidade da 4a e assim por diante, alternando as bases auxiliares 10 e 6.

Se se admite a existência de um ábaco entre os sumérios, ele só pode, portanto, ter uma disposição deste gênero (fig. 12.4).

Cada coluna do ábaco devia então corresponder a uma das duas subunidades de uma ordem sexagesimal. E como a notação cuneiforme dos algarismos era feita da esquerda para a direita partindo, em ordem decrescente, da maior unidade, pode-se portanto reconstituir essa subdivisão da seguinte maneira: partindo da direita para a esquerda, a primeira coluna era associada às unidades simples, a segunda às dezenas, a terceira às sessentenas, a quarta aos

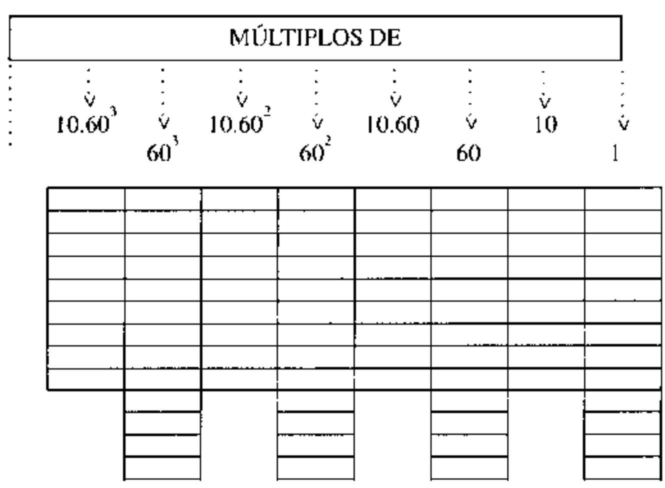


Fig. 12.4 - *Forma e estrutura das divisões do ábaco sumério.*

múltiplos de 600, a quinta aos múltiplos de 3.600 e assim por diante (fig. 12.4). Para representar nele um número desejado, bastava portanto substituir em cada coluna tantas peças de contagem (bolinhas de argila, lascas, ...) quantas esse número indicava por unidades em cada ordem.

Cálculos à maneira dos abacistas sumérios

Para adicionar um número a outro já representado devia-se fazer com que figurasse por sua vez no ábaco, depois ler o resultado obtido após ter procedido às reduções necessárias (substituindo 10 peças da primeira coluna por uma peça da segunda, 6 peças da segunda por uma peça da terceira, 10 peças da terceira por uma peça da quarta, 6 peças da quarta por uma peça da quinta e assim sucessivamente alternando 10 e 6 como valores de substituição). As subtrações são efetuadas então segundo um procedimento análogo e as multiplicações e divisões por adições ou subtrações repetidas.

Retornemos por exemplo ao problema da tabuleta da fig. 12.1 e tentemos resolvê-lo por esse meio. Trata-se portanto de dividir 1.152.000 por 7. Para tanto, vamos recorrer a várias divisões parciais versando cada uma, a partir do mais forte, sobre uma ordem de unidades por vez.

Primeira etapa

Em termos sumérios, isso equivale a dividir por 7 o número assim expresso em nomes de número:

Šàrgal-iá Šàr-u-min,

que é portanto matematicamente decomposto na forma:

$$5 \times 60^3 + 2 \times (10.60^2) = 5 \times 216.000 + 2 \times 36.000.$$

No dividendo há ainda 5 unidades na ordem das 216.000 e 2 unidades na das 36.000. Mas como o mais alto grau do dividendo compreende apenas o algarismo 5, que não é divisível por 7, vamos converter suas unidades em múltiplos da ordem imediatamente inferior servindo-se para isso de pequenas lascas (por exemplo) tendo cada uma um valor de unidade.

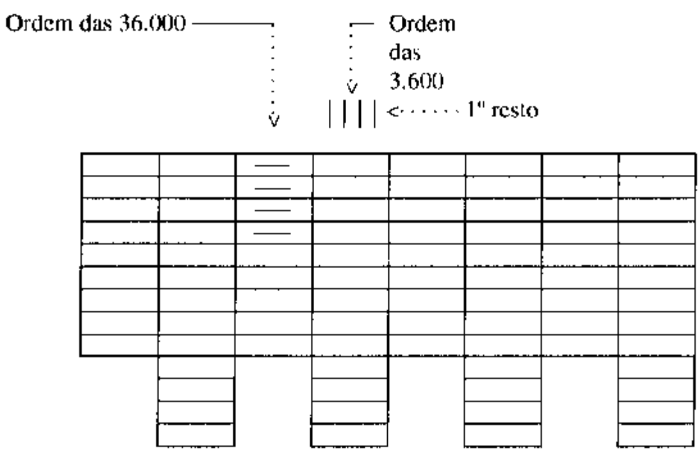


Fig. 12.5 A

Uma unidade da ordem das 216.000 sendo igual a 6 unidades da ordem das 36.000, tomar-se-á portanto 5 × 6=30 lascas, que assim virão acrescentar-se às duas que representam o número das unidades da ordem das 36.000 no dividendo. *Total das lascas postas em jogo: 32.*

Ora, *32 dividido por 7 é igual a 4, com um resto por sua vez igual a 4.* Coloco portanto imediatamente 4 lascas (as do resto) exatamente abaixo da coluna da ordem imediatamente inferior (a das 3.600) a fim de não esquecer esse primeiro resto. Coloco em seguida 4 lascas (as que representam o quociente obtido) na coluna das 36.000. Depois retiro as lascas restantes.

Segunda etapa

Converto agora as 4 lascas do resto precedente em unidades da ordem dos 3.600.

Uma unidade da ordem dos 36.000 é igual a 10 unidades da ordem dos 3.600, tomo portanto 4 × 10 = 40 *lascas*.

Ora, *40 dividido por 7 é igual a 5 com um resto também igual a 5.*

Coloco portanto 5 lascas (as do resto) exatamente abaixo da coluna da ordem imediatamente inferior (a dos 600) a fim de não esquecer esse segundo resto.

Coloco em seguida 5 lascas (as que representam o quociente obtido) na coluna dos 3.600.

Depois retiro as lascas restantes.

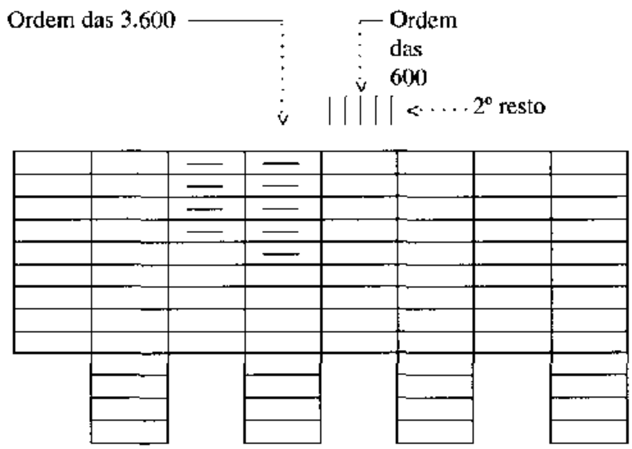


Fig. 12.5 B

Terceira etapa

Converto agora as 5 lascas do resto precedente em unidades da ordem dos 600.

Uma unidade da ordem das 3.600 é igual a 6 unidades da ordem das 600; tomo portanto 5 × 6 = 30 *lascas.*

Ora, *30 dividido por 7 é igual a 4, com um resto igual a 2.* Coloco portanto 2 lascas (as do resto) exatamente abaixo da coluna de ordem imediatamente inferior (as das 60) a fim de não esquecer esse terceiro resto.

Eu coloco em seguida 4 lascas (as que representam o quociente obtido) à coluna das 600.

Depois retiro as lascas restantes.

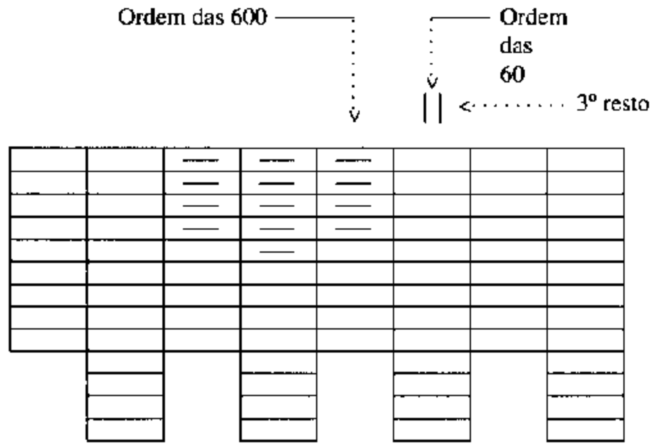


Fig. 12.5 C

Quarta etapa

Converto agora as 2 lascas do resto precedente em unidades da ordem dos 60. Uma unidade da ordem das 600 é igual a 10 unidades da ordem das 60, tomo então $2 \times 10 = 20$ *lascas*.

Ora, *20 dividido por 7 é igual a 2, com um resto igual a 6.* Coloco portanto 6 lascas (as do resto) exatamente abaixo da coluna de ordem imediatamente inferior (a dos 10). Coloco em seguida 2 lascas (as que representam o quociente obtido) à coluna dos 60.

Depois retiro as lascas restantes.

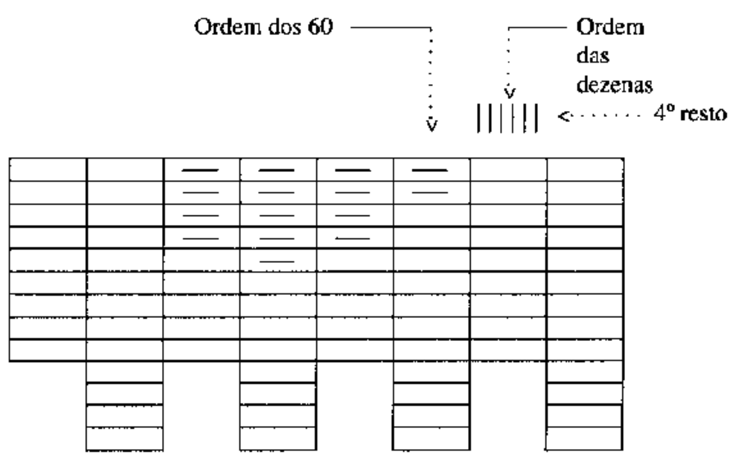


Fig. 12.5 D

Quinta etapa

Converto agora as seis lascas do resto precedente em unidades da ordem dos 10. Uma unidade da ordem dos 60 é igual a 6 unidades da ordem das dezenas, tomo então $6 \times 6 = 36$ *lascas.*

Ora, *36 dividido por 7 é igual a 5, com um resto igual a 1.* Coloco portanto 1 lasca (a do resto) exatamente abaixo da coluna da ordem imediatamente inferior (a das unidades simples). Coloco em seguida 5 lascas (as que representam o quociente obtido) na coluna das dezenas. Depois retiro as lascas restantes.

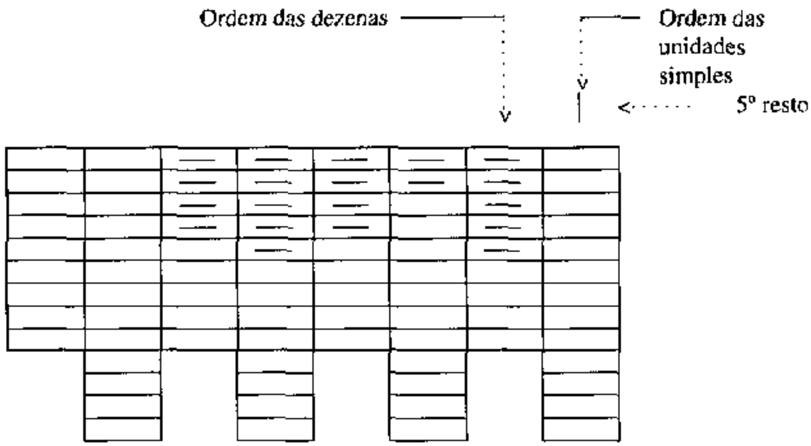


Fig. 12.5 E

Sexta e última etapa

Converto agora a lasca do resto precedente em unidades simples. Uma unidade da ordem dos *10 é evidentemente igual a 10 unidades simples, tomo portanto $1 \times 10 = 10$ lascas.*

Ora, *10 dividido por 7 é igual a 1, com um resto igual a 3.* Coloco portanto 3 lascas (as do resto) exatamente à direita da coluna das unidades simples. Coloco em seguida 1 lasca (a que representa o quociente obtido) na coluna das unidades. Depois retiro as lascas restantes.

E como acabo de terminar com a coluna das unidades simples, sei que a operação acabou.

Para o resultado final, basta-me:

— *ler diretamente no ábaco o número escrito para conhecer o quociente* (fig. 12.5 F):

$$4 \times 36.000 + 5 \times 3.600 + 4 \times 600 + 2 \times 60 + 5 \times 10 + 1$$

(4 lascas na coluna dos 36.000, 5 na dos 3.600, etc.);

— e contar as 3 *lascas colocadas à direita da 1ª coluna* (aquelas, portanto, do último resto) para obter o *resto* final da operação.

Assim, no ábaco a técnica do cálculo foi consideravelmente simplificada com relação àquela, muito mais arcaica, dos *calculi* de antanho. Durante certo tempo os dois modos de cálculo devem provavelmente ter coexistido, com certos contadores tradicionalistas que teriam conservado os procedimentos do cálculo legados por seus ancestrais. E são sem dúvida os

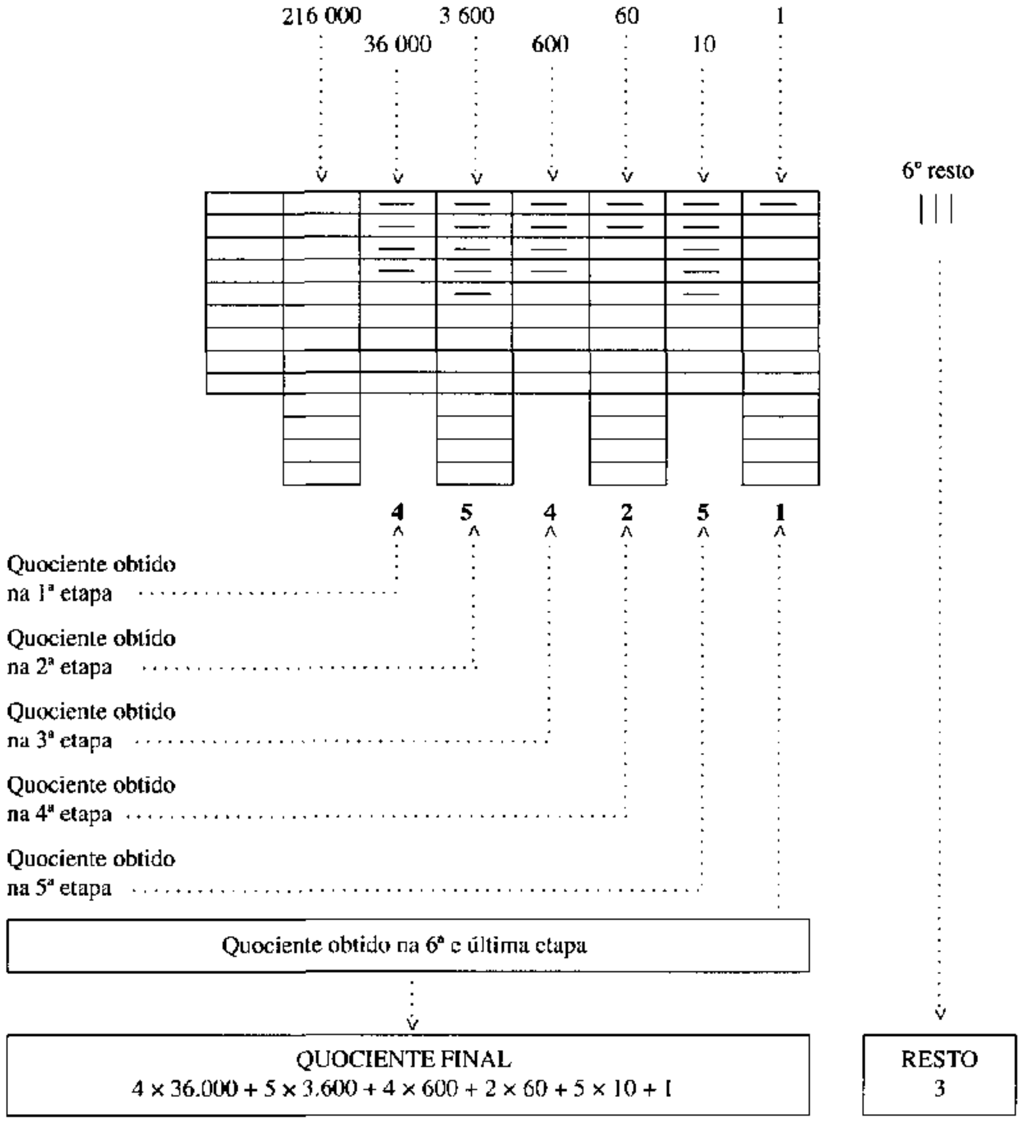


Fig. 12.5 F

mesmos que continuaram, até o final do III milênio, a notar os algarismos na maneira cuneiforme dos tempos distantes, na época em que a notação cuneiforme já estava generalizada na Mesopotâmia. Pode-se portanto muito bem imaginar uma querela entre "calculistas" e abacistas sumérios: os primeiros, encerrados na sua rotina, fazendo-se os defensores da prática das operações com a ajuda dos objetos de argila de formas e dimensões variadas; e os outros tendo de mostrar as múltiplas vantagens do novo método...

O que acaba de ser dito com respeito à querela dos especialistas é certamente plausível, mas no fundo é apenas um produto da imaginação do autor. O resto é, em contrapartida, muito mais do que uma simples probabilidade.

Confirmações da existência do ábaco e dos abacistas sumérios

As reconstituições precedentes encontraram sua confirmação através de descobertas recentes.

Tratam-se de textos sumério-acádios que figuram em tabuletas cuneiformes do início do II milênio a. C. provenientes de alguns sítios arqueológicos sumérios (dentre eles o de Nippur). Todos esses textos, que foram cuidadosamente coligidos, traduzidos e interpretados por S.-J. Liebermann [1], são relatórios e análises detalhadas, redigidas em duas línguas (sumério e babilônio antigo), das profissões exercidas na época da Baixa Mesopotâmia. São de alguma maneira "anuários profissionais" produzidos em alguns exemplares. Profissões que se caracterizam cada uma pela descrição de seu representante, numa espécie de breve clichê do gênero "o homem de...", mas especificando corretamente a natureza do ou dos instrumentos em questão para cada corporação de ofício[1].

Ora, entre as numerosas informações dadas, essas listas indicam justamente as profissões que nos interessam em primeiro lugar, dando precisamente não apenas sua designação oficial mas também seus instrumentos e chegando mesmo a precisar sua forma e matéria, e mesmo a peça a par do dispositivo.

A descoberta é, portanto, suficientemente importante para que mereça aqui uma descrição filológica conseqüente. Seus resultados serão apresentados sob a forma de quadros sucessivos de três colunas, com, à esquerda, o nome sumério (transcrito em maiúsculas), no centro o mesmo nome em antigo babilônio (transcrito em itálico) e, à direita, a tradução portuguesa correspondente.

Encontra-se inicialmente neles uma palavra para exprimir o verbo "contar":

ŠID	ma-nu	contar

fig. 12.6 A

Fato notável, a etimologia gráfica suméria desse verbo leva em si o testemunho da existência do ábaco. Originalmente esse verbo era representado pelo pictograma seguinte, em que se percebe uma mão (ou ao menos sua esquematização levada ao extremo), colocada em torno de um "quadro" em forma de quadrado ou de plataforma, subdividido em linhas e em colunas. Um pouco mais tarde o mesmo verbo foi figurado por um ideograma cuneiforme em que se distingue, ao que parece, um quadrado subdividido em várias colunas, ele próprio cortado transversalmente por um prego vertical semelhante ao algarismo da unidade:

---

[1] Os textos bilíngües de onde foram extraídos os nomes dados às figuras 12.6 A a L figuram principalmente em tabuletas que levam as seguintes referências museográficas:
— 3 NT 297, 3 NT 301 (cf. *Field Numbers of Tablets excavated at Nippur*);
— IM 58433, IM 58496 (cf. *Tablets in the Colletions of the Iraq Museum of Baghdad*);
— NBC 9830 (cf. *Tablets in the Babylonian Collection of Yale University Library*, New Haven, Conn.);
— e MLC 653 e 1856 (cf. *Tablets in the Collection of the J.-P. Morgan Library, curently housed in the Babylonian Collection of Yale University Library*, New Haven);
O artigo de S.-J. Liebermann (cujos principais resultados serão resumidos aqui numa forma um pouco mais acessível, com algumas precisões suplementares de detalhe aqui e ali) fornecerá aos especialistas todas as indicações filológicas, as correspondências bem como todas as referências bibliográficas necessárias, inclusive as que reenviam à importante publicação de B. Landsberger (cf. *Materialen zum Sumerischen Lexikon*, Roma, 1937).

FORMA MAIS ANTIGA DO SINAL (Sumério arcaico do período de Uruk)	SINAL CUNEIFORME ARCAICO (Sumério da época de Jemdet Nasr)	SINAL MAIS RECENTE (Sumério clássico)
		

Fig. 12.6 B - *Notações sumérias do verbo contar (Šid). Ref. a. Deimel, no 314.*

Levando em conta a antigüidade do sinal (aproximadamente 3.000-2.850 a. C.), isso permitiria portanto pensar que a invenção do ábaco sumério era ainda mais antiga do que supusemos.

Retornando aos "anuários profissionais", encontra-se neles também uma diferença muito nítida do sistema dos *calculi*, que são designados por um termo que significa propriamente "pequeno objeto de argila":

IMNA ($IMNA_4NA$ ou NA_4IM)	abnu	calculus, calculi ("pequeno objeto de argila")

Fig. 12.6 C

Quanto à "contabilidade", ela é designada nele pela combinação do verbo ŠID ("contar") e da palavra NIG ("total, totalidade"):

NIG_2-ŠID	nik-kàs-si	contabilidade ("conta do total")

Fig. 12.6 D

Aqui também a etimologia suméria dá uma origem inteiramente sugestiva; as notações da palavra NIGI (ou NIGIN), "total, totalidade, reunir" evocam claramente os casos sucessivos do ábaco:

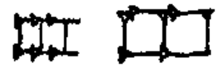
FORMA MAIS ANTIGA DO SINAL (Sumério arcaico do período de Uruk)	SINAL CUNEIFORME ARCAICO (Sumério da época de Jemdet Nasr)	SINAL MAIS RECENTE (Sumério clássico)
		

Fig. 12.6 E

Encontra-se em seguida o nome do especialista em pesos e medidas que foi de alguma maneira o metrólogo da época e do lugar:

LÚ NA_4NA	ša abne e	homem de pedra

Fig. 12.6 F

Evidentemente essa designação não se presta à confusão com o calculador que utiliza o método dos *calculi* que, por sua vez, é claramente designado nos textos pelos vocábulos [1]:

LÚ $IMNA_4$ NA LÚ NA_4 IM NA	ša... (?)	homem de *calculi* ("homem de pequeno objeto de argila")

Fig. 12.6 G

A próxima é ainda mais apaixonante, pois traz o nome e mesmo a natureza da peça de cálculo utilizada pelos abacistas da época (GEŠ significa exatamente "a madeira"):

GEŠ ŠID MA GEŠ NIG_2 ŠID	is – si mi-nu-ti is – si nik-kàs-si	madeira para calcular madeira para a contabilidade

Fig. 12.6 H

Ora, o contexto não se contenta em apenas indicar esta peça de cálculo: ele também nos indica a forma, pois a profissão à qual esta peça é associada está classificada sob a rubrica dos "homens com bastão de madeira".

Como havíamos suposto acima, foram utilizadas lascas para efetuar operações sobre o ábaco (fig. 12.5).

Quanto ao ábaco propriamente dito, estes textos o indicam claramente por uma expressão imagética.

Para compreender-lhes o sentido, assinalemos que em sumério "tabuleta" se diz DAB_4, e, a título de indicação suplementar, por esta palavra hoje se entende "tabuleta de argila", suporte material por excelência da escrita local.

Ora, aqui precisa-se bem a matéria por meio da palavra GEŠ, que significa "madeira".$GEŠDAB_4$, que então quer dizer "tabuleta de madeira", nesse contexto nada mais é do que o "papel mesopotâmio".

Uma outra palavra entra na composição do termo sumério para ábaco: é DÍM, que significa:

---

1 Esses textos, já deteriorados nesse lugar pelo tempo, não nos deram o nome babilônio correspondente: temos apenas seu início, *são*, que aliás não nos diz grande coisa já que *são* é simplesmente a tradução suméria da palavra "homem". Mas desde os trabalhos de A.-L. Oppenheim sabe-se que a palavra *calculi* era traduzida em akkadiano pelo termo *abnu* (plural: *abnāti* ou *abne*), literalmente, "pedra, objeto em pedra, nó, granizo", e, por extensão, "pedra de contagem". Pode-se portanto supor que o termo inteiro era *ša abnāti-i*, empregando o escriba assim a segunda forma do plural com a finalidade de evitar qualquer confusão com o homem dos pesos e medidas, designado por sua vez por *Ša abne e*. A menos que ele tenha tomado sem mais a palavra suméria IMNA (*calculi*) para forjar uma designação de empréstimo do tipo *Ša imnaki* (ou *Ša imnake*).

— enquanto verbo, "moldar, formar, modelar com argila, construir, confeccionar"); donde, por associação de idéias, "elaborar, regular, criar, inventar";
— e, enquanto nome, "maneira, forma, construção"; donde, por extensão, "regulação, formação, elaboração, criação, invenção" (A. Deimel, nº 440).

Compreende-se que a palavra DÍM tenha sido posta freqüentemente em relação, por associação de idéias, com as atividades contábeis mesopotâmias, em que se trata não apenas de modelar e moldar a argila (principalmente confeccionando *calculi* e tabuletas) mas também e sobretudo de regular, elaborar resultados e, por conseguinte, criar e inventar alguma coisa que a natureza geralmente não fornece no estado primário. Além disso, o cálculo (pois é dele que se trata aqui) é indispensável para a formação e a moldagem, bem como aos arquitetos que possuem uma necessidade vital dele em suas construções.

Pondo todos esses termos num "agregado lógico", isto é, formando a expressão GEŠDAB$_4$-DÍM como designação do dispositivo em questão, os escribas deviam ter várias interpretações possíveis, segundo as voltas e variabilidades de seu simbolismo característico:

1. "tabuleta de madeira para a *regulagem*",
2. "tabuleta de madeira para a *elaboração*",
3. "tabuleta de madeira para a *criação*",
4. "tabuleta de madeira para a *invenção*",
5. "tabuleta de madeira comportando a *forma* (= o quadro)",
6. "tabuleta de madeira comportando *formas* (= as colunas)",
7. "tabuleta de madeira para as *contas*",
8. "tabuleta de madeira para a *contabilidade*", etc.

Temos aqui bem claramente as características bem como as múltiplas destinações possíveis do ábaco. Portanto a palavra só pode ter essa tradução.

GEŠDAB4-DÍM	gešdab$_4$-dim mu	ábaco

Fig. 12.6 I

Mais significativa ainda é essa outra designação do instrumento de cálculo:

GEŠŠU-ME-GE	Šu-me-ek-ku-ú	ábaco

Fig. 12.6 J

A palavra ŠU, entrando em composição nessa expressão, quer dizer literalmente "mão", mas em certos contextos significa também "total, totalidade" (em alusão à mão que reúne e totaliza) (cf. A. Deimel, nº 354).

Por sua vez, a palavra ME tem por sentido o "rito", a "prescrição"; noutras palavras: a "determinação do que deve ser feito segundo regras estabelecidas", ou ainda o "ato que é realizado numa ordem precisa, bem como numa ordem prescrita" (cf. A. Deimel, no 532).

Que a prática do cálculo no ábaco tenha correspondido a um verdadeiro cerimonial não teria nada de espantoso, pois o conhecimento dos números abstratos e, razão ainda mais forte, a habilidade em matéria de cálculo não estiveram como hoje à disposição de todo mundo. Com efeito, raros foram aqueles que sabiam calcular.

Aliás, entre todos os povos da Terra, o cálculo não somente suscitou a admiração aos homens que exerciam essa arte, mas provocou também o temor e o respeito pelos calculadores - então vistos como mágicos dotados de poderes quase sobrenaturais. Donde, é claro, um certo rito ter sido consagrado em torno de suas atividades, sem falar de numerosos privilégios que os reis e príncipes freqüentemente devem ter lhes concedido.

De toda forma, num contexto como esse é necessário entender pela palavra ME a "determinação do que deve ser feito segundo as regras da aritmética" ou ainda "as etapas sucessivas que se realizaram numa ordem precisa e prescrita pelas regras do cálculo". É um pouco o que os informáticos de hoje traduziriam por "algoritmo".

O termo GE (ou GI), por sua vez, é o nome do "junco" e serve de determinativo para todos os nomes de objetos fabricados a partir desse material (cf. A. Deimel, no 85).

Postos em conjunto, esses termos dão portanto a expressão GEŠŠU-ME-GE, que responde a uma ou outra das traduções literais abaixo:

1. "uma mão (ŠU), um junco (GE), as regras (aritméticas) (ME) e a madeira (GEŠ) (subentendido: da tabuleta)";
2. "a madeira (GEŠ) (subentendido: da tabuleta), um junco (GE), as regras (aritméticas) (ME) e um total (= fornecido pela mão) (ŠU)".

Em termos claros, a expressão em questão portanto corresponde bem ao "ábaco".

Enfim, para o "calculador profissional" os textos empregam uma ou outra das expressões seguintes:

LU GEŠ DAB_4 - DÍM LÚ GEŠ DAB_4	ša da-ad-di-mi	abacista

Fig. 12.6 K

A primeira significa literalmente o "homem (LÚ) da tabuleta da madeira para a contabilidade (GEŠ DAB_4 DÍM)", e a outra simplesmente "o homem (LÚ) da tabuleta de madeira (GEŠDAB_4)", nenhuma confusão sendo feita com respeito a esse suporte material.

Encontra-se aí também uma ou outra destas duas denominações:

LÚ GEŠ ŠUMUN-GE LÚ ŠUMUN-GI_4	ša šu-ma-ki-i	abacista

Fig. 12.6 L

A primeira significa literalmente "homem (LÚ) que manipula (ŠU) as regras (MUN) com um junco (GE) sobre a madeira (GEŠ) [subentendido: da tabuleta]", enquanto que a segunda corresponde a uma variante simbólica que se poderia traduzir assim: "homem (LÚ) que encontra o total (ŠU) com um junco (GI) segundo as regras (MUN)".

Agora, nenhuma dúvida: o ábaco existiu na Mesopotâmia, e mesmo coexistiu com o sistema arcaico dos *calculi*, muito provavelmente durante quase todo o III milênio a. C.

Consistiu numa tabuleta de madeira na qual as divisões correspondiam exatamente à estrutura matemática do sistema sexagesimal sumério (fig. 12.5), traçadas inicialmente, delimitando assim, coluna por coluna, cada uma das ordens de unidades dessa numeração (1, 10, 10.6, 10.6.10, 10.6.10.6, 10.6.10.6.10 etc.).

As peças de contagem, por sua vez, eram finas lascas de madeira ou junco, às quais se dava um valor de unidade simples: jogo sutil através das colunas do ábaco permitia efetuar todas as operações aritméticas. (Mas é sem dúvida por causa da natureza perecível dessa matéria que a arqueologia jamais ofereceu tais documentos em nossos dias. Uma outra razão poderia igualmente explicar esse fato, pois pode-se supor que quando um desses especialistas não dispunha de uma tal "prancheta de cálculo" devia bastar-lhe reproduzir seu "quadro" num solo móvel.)

Enfim, como a escrita, e talvez mais ainda do que ela, o uso do ábaco foi o apanágio de uma corporação de ofício, constituindo muito provavelmente os privilégios de uma casta particular, tanto deviam ser complexas e inacessíveis aos simples mortais as regras correspondentes: foi a casta dos abacistas profissionais, que devia certamente guardar ciumentamente para si os segredos dessa arte...

As Numerações Mesopotâmicas depois do Eclipse dos Sumérios

Persistência da numeração suméria na Mesopotâmia sob dominação babilônica

Durante um certo tempo, o sistema sexagesimal dos sumérios manteve-se em uso corrente, apesar do eclipse de sua civilização nas terras mesopotâmicas. Tal como certos franceses que continuam ainda a contar em francos antigos quando o sistema dos francos novos existe desde 1960, assim também os habitantes da região permaneceram ligados à tradição de contagem por sessentenas e por múltiplos ou potências de 60.

Os exemplos seguintes são significativos. São extraídos de uma tabuleta de contabilidade proveniente de Larsa (próximo à cidade de Uruk) e datando provavelmente do reino de Rîm Sîn (1822-1763 a. C.). Constituindo o mesmo tipo das contagens correntes que se fazia então figurar entre os arquivos da cidade, a tabuleta dá a contagem de um gado ovino cujos detalhes são assim expressos:

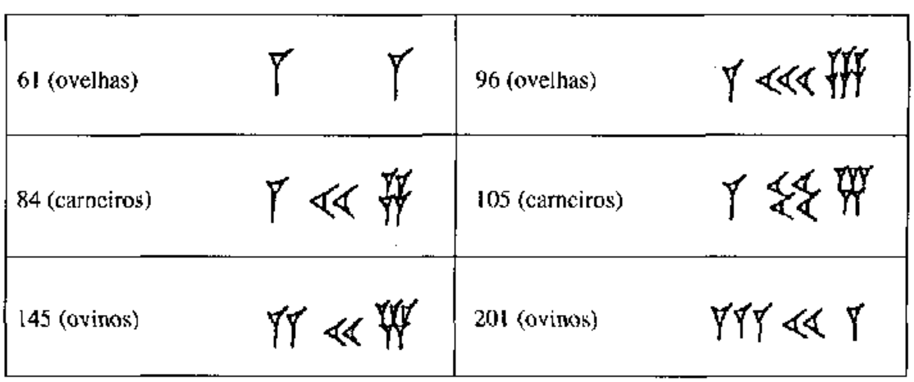


Fig. 13.1. *Ref. M. Birot, tabul. nº 42, p. 85, pr. XXIV.*

A notação que é empregada nele é o sistema sexagesimal cuneiforme sumério, com sua dificuldade característica relativamente à representação de um número tal como 61, em que os algarismos 60 e 1 (figurados ambos por um mesmo prego vertical) praticamente não se distinguem; e é sem dúvida essa razão que conduziu o escriba a deixar um espaço muito nítido entre os dois a fim de evitar qualquer confusão com a representação do número 2.

Mas a persistência de um tal sistema numa região que tinha sido seu berço nada tem de espantoso em si mesmo, já que a Baixa Mesopotâmia nada mais era do que o antigo país de Sumer. O que é surpreendente é que esse fato se tenha produzido igualmente nas regiões situadas mais ao Norte e integradas por conseguinte na Acádia.

Em todo caso, é o que testemunham esses exemplos, pertencentes a uma tabuleta redigida em babilônio antigo e proveniente do norte da Babilônia. Tem como data o 31º ano de um inventário de bezerros e vacas, dado em termos numéricos, para a contagem de um proprietário fundiário da época:

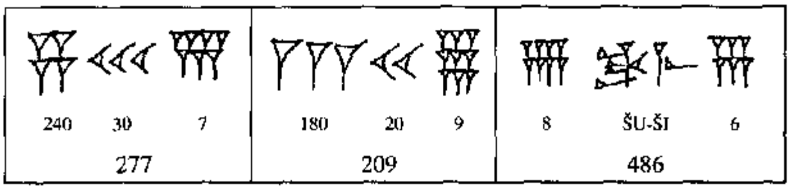


Fig. 13.2. *Ref. J.-J. Finkelstein, tabul. nº 348, linhas 8, 9 e 10, pr. CXIV.*

Observar-se-á de passagem a notação dada para o número 486 (total de 277 e 209): em vez de escrever mediante 8 grandes pregos representando 60 e 6 pequenos pregos representando a unidade (como o fez para as outras expressões), o escriba preferiu notar esse número semi-numericamente e semi-foneticamente, intercalando entre os algarismos 8 e 6 a palavra acádia *šu-ši* (nome do número 60), a fim de evitar qualquer erro de interpretação na totalização; no fundo, é um pouco o que fazemos nos cheques bancários.

Essas tabuletas figuram entre os últimos testemunhos do uso não modificado do sistema da Mesopotâmia. Pois a numeração suméria desapareceu definitivamente enquanto tal a partir do fim da época da primeira dinastia babilônica (ou seja, por volta do século XV a. C.).

Mas nesta época a numeração corrente mesopotâmica propriamente dita já tinha surgido havia muito tempo...

OS SEMITAS

A denominação "semita" encontra sua origem no célebre quadro das nações do capítulo X do *Gênesis*, no qual *Sem*, um dos três filhos de Noé, com *Cão* e Jafé, é dado como o pai de *Héber* (os hebreus), Elam, Assur, Arã, Arfaxad e Lud.

Essa é uma classificação elementar, que dá conta, claro, de um estado de fato político por volta do I milênio, mas que atribui uma cepa comum aos elamitas, que falam uma língua *asiânica*, e aos hebreus, assírios e aramaicos, cujos dialetos são semíticos.

Como o indo-europeu, o semítico é mais um conceito lingüístico do que cultural, e certamente não racial. Contudo, coloca-se o problema da origem bem como da natureza do grupo que falava uma língua "proto-semítica" e impôs-se a seus vizinhos, na medida em que existe realmente uma unidade primordial das línguas semíticas. O *árabe* apareceu por muito tempo como uma das línguas mais próximas do semítico antigo e vários especialistas quiseram ver na península arábica o berço dos povos semíticos, situação que explicava numa certa medida os aspectos semíticos marcantes do egípcio antigo e as aproximações que se pode fazer com as línguas ditas camíticas, faladas na África oriental e aos quais se quis mesmo ligar o *berbere*.

Parece que foi muito longe na pré-história, sem dúvida no mesolítico (datado para o Oriente Próximo entre os X e VIII milênios) que se separaram os grupos que vieram a constituir os povos semíticos das épocas históricas e parece vão procurar determinar um berço preciso.

Pôde-se pensar numa certa época que o sul da Mesopotâmia foi ocupado por populações de natureza desconhecida, talvez *asiânica* (denominação cômoda para designar as populações da Ásia anterior que não são semitas nem indo-européias falando geralmente línguas aglutinantes), antes da chegada dos sumérios. Os semitas teriam chegado mais tarde nessa região e a Acádia teria sido seu primeiro Estado organizado. Ora, a importância do elemento semita em Mari e em Kiš desde o início do III milênio permite supor que ele tenha sido estabelecido desde muito tempo ali, ao ponto de que se poderia sustentar que as populações da Mesopotâmia pré-histórica e, em particular, as pessoas da cultura de El Obeid seriam já semitas, rechaçados, ou em grande parte assimilados pelos sumérios, de que teriam podido adotar a língua. Aliás, a descoberta das tabuletas de Ebla, que revelam a existência de um Estado em que se falava de uma língua semítica aparentada aos dialetos cananeus desde meados do III milênio, coloca em questão a hipótese de migrações provenientes da Arábia. É talvez útil lembrar aqui a teoria de Ignazio Guidi que, na seqüência de um estudo serrado dos diversos vocábulos semíticos, pôde estabelecer a comunidade dos termos que se aplicam a regiões de planícies irrigadas por rios — característico é o exemplo da palavra *nahr*, que significa rio em todas as línguas semíticas, enquanto que cada língua possui um termo diferente para designar a montanha. Só a Mesopotâmia responderia ao conceito de berço primitivo.

A origem síria de migrações como as dos *amonitas* e dos *aramaicos* permitiria também supor o alto Eufrates e as regiões situadas no sul como focos de expansão dos semitas. Quanto aos assírios, que se estabeleceram na Mesopotâmia desde o III milênio, em sua história não se encontra tradição de migração, e parecem descender simplesmente das antigas populações estabelecidas na direção das margens do médio Tigre, ao menos desde o fim do Neolítico.

Não existe tanta civilização semítica unida quanto civilização indo-européia. Cada um dos grandes povos semíticos da Antigüidade criou uma cultura que lhe era própria, ainda que se possa encontrar alguns traços comuns. Assim, quando está em questão a civilização semítica, convém distinguir dos *acádios*, dos *babilônios*, dos *assírios*, dos *fenícios*, dos *hebreus*, dos *nabateus* e dos *aramaicos* os diversos *povos da Arábia*, os *etíopes* etc.

(Artigo extraído do *Dicionário de arqueologia*, de Guy Rachet.)

O MUNDO ASSÍRIO-BABILÔNICO

No início do III milênio a. C., os sumérios encontravam-se não apenas em maioria numérica, mas ainda em estado de preponderância cultural na parte sul da Mesopotâmia. Mas um pouco mais ao norte dessa região tinham em seus cantos uma camada de *população de origem semítica* que se designa habitualmente (por convenção) sob o nome de *acádia*. Estes "eram membros das tribos pastoras de carneiros semi-nômades, vivendo nas franjas setentrional e oriental do grande deserto sírio-árabe e que vieram sedentarizar-se entre o Eufrates e o Tigre." (J. Bottero).

Foi Sargão I, dito "o Antigo", que, após uma vitória obtida sobre os sumérios por volta de 2.350 a. C., fundou o primeiro império semítico. Este estendia-se por toda a Mesopotâmia englobando mesmo uma parte da Síria e da Ásia Menor. Sua capital foi Agade (ou *Akkad*). Durante um século e meio essa dinastia dominou todo o mundo próximo-oriental e, com ela, os semitas entraram na história: sua língua (o acádio, ancestral do assírio e do babilônio) impôs-se na Mesopotâmia ao lado de um sumério que perdia então pouco a pouco sua importância.

Mas esse império prostrou-se por volta de 2.150 por conseqüência do arrebatamento dos gutis, montanheses berberes vindos do leste. A época foi seguida de um curto período, os dos príncipes de Lagash e da II dinastia de Ur, durante a qual os sumérios asseguraram novamente sua primazia, chegando mesmo a controlar a vasta região que se estende das planícies iranianas ao Mediterrâneo. Mas isso foi a última época da preponderância suméria.

Por volta de 2.000 a. C. o império de Ur III foi aniquilado sob os golpes simultâneos dos elamitas (a leste) e dos amoritas (a oeste). A civilização suméria desapareceu enquanto tal para todo o sempre, deixando lugar a uma cultura nova: *a do mundo assírio-babilônico*[1].

Semitas vindos do oeste, os amoritas instalaram-se na Baixa Mesopotâmia, em que fundaram a cidade de Babilônia, a futura capital do país chamado *Sumer* e *Acádia* e que permaneceria durante vários séculos. Hammurábi (1792-1750), célebre monarca legislador, foi a figura mais marcante da *primeira dinastia babilônia*, estabelecida pelos semitas, que se tornaram a partir de então os dominadores da região. Este, como conseqüência de uma política de conquista, estendeu então o território da Babilônia a toda a Mesopotâmia, até leste da Síria.

Esse imenso e poderoso reino viu-se contudo gravemente enfraquecido a partir do século XVII a. C., como conseqüência dos assaltos múltiplos e regulares dos cassitas, vindos dos planaltos iranianos, para desabar finalmente em 1594 a. C. sob os golpes dos hititas originários de Anatólia.

A Babilônia esteve então sob dominação estrangeira até o século XII a. C. Um outro povo semítico entrou ao mesmo tempo na Mesopotâmia pelas esplanadas montanhosas, descendo dos montes Zagros pela margem esquerda do Tigre. Sua cultura foi, no fundo, apenas uma emanação da civilização suméria. Mas só conheceu seu

[1] Cf. Bottero; Bottero, Cassin e Veroutter; Brinkman; Garelli; King; Parrot; Vieyra.

desenvolvimento com a expansão militar assíria, que se manifestou em todas as direções, tornando-se até 612 (data da destruição de Nínive, capital da Assíria) uma das potências militares mais temidas do mundo antigo.

Os babilônios encontraram contudo sua personalidade histórica. Mas se se voltaram então a intermináveis discórdias com seus selvagens vizinhos assírios. Encontraram-se novamente dominados, mas desta vez pelos assírios, que os colocaram sob sua tutela do século IX ao fim do século VII a. C.

A queda de Nínive (em 612) e, com ela, a de todo império assírio, marcou em seguida o início de uma fase gloriosa da civilização babilônica, que se tornou então, por um século, a primeira potência do Oriente Próximo, em particular sob o reino de Nabucodonosor II (604-562 a. C.). Mas este foi o último triunfo de Babilônia, que foi conquistada em 539 por Ciro, rei da Pérsia, depois por Alexandre o Grande em 311, antes de apagar-se definitivamente um pouco antes do início da era cristã...

OS ACÁDIOS, HERDEIROS DA CULTURA SUMÉRIA

Na época acádia (segunda metade do III milênio a. C.), a preponderância política adquirida pelos semitas, senhores da Mesopotâmia e na cabeça de um vasto império, levou-os naturalmente a tomar igualmente o primeiro lugar no plano cultural. Procuraram promover sua língua escrevendo-a e utilizando-a sistematicamente. Assim, tomaram desde essa época os caracteres cuneiformes de seus predecessores, mas adaptando-os progressivamente a suas próprias línguas e tradições.

"Quando os acádios tomaram emprestado dos sumérios seu sistema gráfico", explica R. Labat, "este já tinha atrás de si vários séculos de evolução. Os desenhos primitivos eram em geral irreconhecíveis e os sinais tinham apenas um valor de símbolos. Assim, a alteração da escrita iria acentuar-se e tender no sentido de uma maior simplificação... Os acádios encontraram-se portanto em presença de uma escrita, na maior parte ideográfica, mas engajada já na via do fonetismo. Essa tendência ao fonetismo os acádios iriam ainda acentuar, sem renunciar, porém, ao uso ideográfico de certos sinais. Eles estavam naturalmente inclinados a isso pelo fato de que sua língua[1], flexional e flexível, se prestava infinitamente menos do que o sumério, aglutinante e rígido, ao jogo aproximativo da ideografia. Fizeram-no aliás com tanto mais liberdade que os valores dos sinais, que em sumério representavam palavras, nada mais eram do que simples sons para um ouvido acádio..."

---

[1] As línguas semitas são ainda largamente faladas em nossos dias sob diversas famílias (hebraico, aramaico, árabe, etíope, sul-arábico etc.).

No entanto, a adaptação de uma língua à outra não ocorreu sem levantar vários problemas: o material sumério revelou-se ao mesmo tempo pobre demais e entulhado de valores inutilizáveis na prática; além disso, as duas línguas apresentavam de um ponto de vista puramente fonético diferenças notáveis, certos sons de uma não existindo na outra e vice-versa. O curso dessa evolução não foi uniforme: "A períodos de transformação mais ou menos rápida sucederam-se fases de estagnação, até mesmo de regressão arcaizante. Os dois grupos étnicos acádios (assírios e babilônios) conduziram-na separadamente, a despeito de numerosos contatos e de uma influência preponderante em favor dos babilônios" (R. Labat).

Mas assimilando o grosso do patrimônio cultural sumério, os acádios souberam dar-lhe todo o impulso desejado, fazendo a escritura cuneiforme passar por uma importante evolução, que a destacou progressivamente do caráter essencialmente mnemotécnico que ela teve no início. Um progresso que desembocou finalmente num sistema gráfico evoluído de uma tradição literária independente...

AS TRADIÇÕES NUMERAIS DOS POVOS SEMÍTICOS

A numeração falada dos povos semíticos foi muito diferente do sistema sumério de expressão oral dos números. E isso não apenas de um ponto de vista lingüístico, mas também sob o plano matemático, pois ela foi (e permanece sempre) estritamente decimal.

O sistema apresenta uma pequena singularidade em relação às numerações decimais a que estamos habituados, essencialmente ligada a considerações de ordem gramatical[1].

As numerações hebraica e árabe, que colocamos adiante em paralelo, nos dão dois exemplos característicos disso.

Notemos inicialmente que, à diferença do sistema francês, os nomes de número, em hebraico como em árabe, possuem uma forma masculina ou feminina segundo o gênero do nome ao qual se referem. O nome do número *um*, que é considerado como um adjetivo, é posto no masculino se o nome que o acompanha é ele próprio do gênero masculino, e no feminino se se refere a um substantivo feminino. O nome do número *dois* concorda da mesma forma em gênero com os nomes aos quais se refere. Mas, fato curioso, *os números seguintes estão no feminino se os nomes aos quais se referem estão no masculino e no masculino se estes estão no feminino*. Em hebraico, por exemplo (em

[1] Cf. Brockelmann; M. Cohen; Fleisch; Gaudefroy-Demombynes; Gordon; Joüon; Lambert (Mayer); Moscati; Von Soden.

	HEBRAICO		ÁRABE	
	Formas Femininas	Formas Masculinas	Formas Femininas (com nomes masc.)	Formas masculinas (com nomes femininos)
1	*'ehad*	*'ahat*	*'ahadun ou wahidun*	*'ihda (y)* ou *wahidatun*
2	*šnaym*	*štey*	*'itnan*	*'itnatani*
3	*šlošah*	*šaloš*	*talatun*	*talatatun*
4	*'arba'ah*	*'arba'*	*'arba'un*	*'arba'atun*
5	*hamišah*	*hameš*	*hamsun*	*hamsatun*
6	*šišah*	*šeš*	*situn*	*sitatun*
7	*šib'ah*	*šeba'*	*sab'un*	*sab'atun*
8	*šmonah*	*šmoneh*	*tamany*	*tamanyatun*
9	*tiš'ah*	*teša'*	*tis'un*	*tis'atun*
10	*'asarah*	*'eser*	*'ašrun*	*'ašaratun*

Fig. 13.3

que o "homem" e a "mulher" são ditos respectivamente *anašym* e *našym*, e em que o número três é colocado na forma *šaloš* no masculino e na forma *šlošah* no feminino), dir-se-á assim *šlošah anašym* para "três homens" e *šaloš našym* para "três mulheres" (e não *šaloš anašym* e *šlošah našym*): é portanto um pouco como se em francês disséssemos *troise hommes* ["tresa homens"] (ou em português: "duas homens").

Os números de 11 a 19 formaram-se em seguida pela justaposição (nessa ordem) do nome da unidade correspondente e do de dez, tendo cada uma das expressões resultantes o valor de um substantivo que se declina segundo a regra precedente:

	HEBRAICO		ÁRABE	
	Formas fem.	Formas masc.	Formas fem.	Formas masc.
11	*'ahad 'asar*	*'ahat 'esreh*	*'ahad 'ašara*	*'ihda 'ašrata*
12	*šneym 'asar*	*šteym 'esreh*	*'itna 'ušara*	*'itnata 'asrata*
13	*šlošah 'asar*	*šloš 'esreh*	*talatat 'ašara*	*talata 'asrata*
14	*'arba'ah 'asar*	*'arba' 'esreh*	*'arba'ata 'ašara*	*'arba'a 'asrata*
15	*hamišah 'asar*	*hameš 'esreh*	*hamsata 'ašara*	*hamsa 'asrata*
16	*šišah 'asar*	*šeš 'esreh*	*sitata 'ašara*	*sita 'ašrata*

Fig. 13.4

Com exceção do número 20 (que deriva do dual da dezena), os nomes das dezenas são formados a partir dos das unidades correspondentes, seguindo uma desinência particular que nada mais é do que a marca do plural.

	HEBRAICO	ÁRABE	
20	*'ešrym*	*'isrun*	*derivado do dual de 10*
30	*šlošym*	*talatunu*	*plural do nome de 3*
40	*'arba'ym*	*'arba'una*	*plural do nome de 4*
50	*hamišym*	*hamsuna*	*plural do nome de 5*
60	*šišym*	*situna*	*plural do nome de 6*
70	*šib'ym*	*sib'una*	*plural do nome de 7*
80	*šmonym*	*tamanuna*	*plural do nome de 8*
90	*tiš'ym*	*tis'una*	*plural do nome de 9*

Fig. 13.5

O sistema atribui um nome individual à centena e ao milhar e procede em seguida pela multiplicação para cada múltiplo de uma dessas potências da base:

	HEBRAICO	ÁRABE	
100	*me'ah*	*mi'atun*	
200	*ma'taym*	*mi'atany*	(dual de 100)
300	*šloš me'ot*	*talatu mi'atin*	(3 × 100)
1.000	*'elef*	*'alfun*	
2.000	*'alpaym*	*'alfany*	(dual de 1.000)
3.000	*šlošet 'alafim*	*talatu 'alaf*	(3 × 1.000)
10.000	*'aseret 'alafim*	*'ašarat 'alaf*	(10 × 1.000)
20.000	*'ešrym 'elef*	*'išrunat 'alaf*	(20 × 1.000)
30.000	*šlošym 'elef*	*talatunat 'alaf*	(30 × 1.000)

N. B. - Para 10.000, o hebraico emprega também o nome particular *ribô* (que significa literalmente "multidão"). Donde:

20.000 *štey ribot* (2 × 10.000)
30.000 *šloš ribot* (2 × 10.000) etc.

Essa palavra existe nas línguas semíticas desde a antigüidade sirio-mesopotâmica; é atestada particularmente (cf. J.-M. Durand in: *Mari*, 3/1984, p. 278):

1. Em Ebla (II milênio a. C.), sob a forma *ri-bab*.
2. Em Mari (antes do século XVIII a. C.), sob a forma *ribbatum*.
3. Em Ugarit (século XV a. C.), sob a forma *r(b)bt*.

Fig. 13.6

Para os números intermediários, procedeu-se sempre pela adição e multiplicação ao mesmo tempo, com essa pequena diferença de detalhe.

Em árabe, as unidades são enunciadas sempre antes das dezenas (fig. 13.8); para 57, por exemplo, dir-se-á assim:

sab'un wa hamsuna
("sete e cinqüenta")

NOMES DE NÚMERO ASSÍRIO-BABILÔNIOS

1	ištên
2	sita, sintâ
3	šalâšu
4	erbettu
5	hamšu
6	šeššu
7	sîbu
8	šamânû
9	têšu

10	ešru, ešeret
20	ešrâ
30	šalâšâ
40	arbâ
50	hamšâ
60	šuššu, šuši
70	? (*)
80	? (*)
90	? (*)

(*) Nomes conhecidos somente na sua expressão em algarismos (e não na sua grafia fonética).

100	me'atu, me'at	(=10^2)
200	sita metin	(=2 × 10)
300	šalâš me'at	(=3 × 10)
1.000	lim	(=10^3)
2.000	sinâ lim	(=2 × 1.000)
3.000	šalâšat limi	(=3 × 1.000)
10.000	ešeret lim	(=10 × 1.000)
20.000	ešrâ lim	(=20 × 1.000)
30.000	šalâšât limi	(=30 × 1.000)
100.000	me'at lim	(=100 × 1.000)
200.000	sita metin lim	(=100 × 1.000)

Fig. 13.7. *Ref. Labat; Von Soden.*

Esta ocorrência é parecida com a da língua alemã, em que o nome de uma dezena superior a dez é sempre precedido pelo das unidades, e em que o número precedente se diz, portanto:

siebenundfünfzig
("sete-e-cinqüenta").

Tal ordem é encontrada, aliás, nos textos provenientes da antiga civilização de Ugarit (cultura semítica que desabrochou em Ras Shamra, na Síria do Norte, por volta do século XIV a. C.) (fig. 13.8). É encontrada também em hebraico bíblico. Como assinala Mayer Lambert, esse tipo de expressão corresponde à construção arcaica. É a mais freqüente no *Pentateuco* e no *Livro de Ester*.

Mas no *Antigo Testamento* encontra-se também a ordem inversa (centenas, dezenas, unidades), que é a forma mais usada nos livros dos *primeiros Profetas* e na maioria dos escritos posteriores ao Exílio (*Ageu, Zacarias, Daniel, Esdras, Neemias, Crônicas*). É essa construção que se segue atualmente em hebraico moderno (com exceção dos nomes de números de 1 a 19) e que se encontra na maioria das outras línguas semíticas (assírio-babilônio, fenício, aramaico, etíope etc.) (fig. 13.8).

Todos esses sistemas testemunham uma origem comum, cujas características os semitas sempre souberam preservar. Essas considerações permitirão melhor apreender a transformação radical que a numeração cuneiforme de origem suméria sofreu nas mãos das populações semíticas mesopotâmicas, bem como o método imaginado pelos semitas ocidentais (fenícios, aramaicos, nabateanos, palmirenses, siríacos antigos, hatreanos etc.) para notar seus números por escrito e de maneira diferente de "com todas as letras" (ver capítulo 18, quadro).

ÁRABE	sitatunat 'alaf (= seis mil (= 6 × 1.000	 +	sitatu mi'atin seiscentos 6 × 100	 +	sab'un sete 7	wa e +	hamsuna cinqüenta) 50)
							(Ref. Gaudefroy-Demombynes)
UGARÍTICO	tit 'alpin (= seis mil (= 6 × 1.000	 +	tit mat seiscentos 6 × 100	 +	sab'a sete 7	l e +	hamišuma cinqüenta) 50)
							(Ref. Gordon)
HEBRAICO BÍBLICO	šešet 'alafim (= seis mil (= 6 × 1.000	 +	šeš me'ot seiscentos 6 × 100	 +	šib'ah sete 7	wé e +	hamišym cinqüenta) 50)
							(Ref. Mayer Lambert)
HEBRAICO BÍBLICO E MODERNO	šešet 'alafim (= seis mil (= 6 × 1.000	 +	šeš me'ot seiscentos 6 × 100	 +	hamišym sete 7	wé e +	šib'ah cinqüenta) 50)
							(Ref. Mayer Lambert)
ASSÍRIO-BABILÔNIO	šeššu limi (= seis mil (= 6 × 1.000	 +	šeššu me'at seiscentos 6 × 100	 +	hamša sete 7	 +	sibu cinqüenta) 50)
							(Ref. Von Soden)
ETÍOPE	sassa ma'at (= seis mil (= 6 × 1.000	 +	sadastu ma'at seiscentos 6 × 100	 +	hamsa sete 7	wa e +	sab'atu cinqüenta) 50)
							(Ref. M. Cohen)

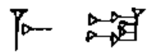
Fig. 13.8 - *Expressão oral dos números entre os povos semíticos (aqui o número 6.657).*

A síntese sumério-acádia

Quando os acádios tomaram emprestada a notação sexagesimal cuneiforme de seus predecessores, viram-se naturalmente embaraçados pela presença de uma numeração escrita fundada numa base completamente diferente da estrita decimalidade de seu método tradicional de expressão oral dos números (ver quadro precedente).

Dispuseram obviamente de um algarismo para 1 (o *prego vertical*) e mesmo de um algarismo para 10 (a *viga*). Mas não encontrando algarismo nem para cem nem para mil, tiveram a idéia de escrever esses números foneticamente.

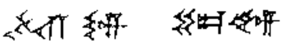
E como a centena e o milhar são ditos respectivamente *me'at* e *lim* (fig. 13.7), notaram esses números "com todas as letras" através dos sinais cuneiformes sumérios ME e AT para um, e LI e IM para o outro, isto é, mediante grupos cuja leitura produzia esses números à maneira de nossas *adivinhas* (fig. 13.9 e 13.10).



ME - AT

Fig. 13.9 A

Notação cuneiforme "com todas as letras" dos nomes acádios dos números 100 (me'at) e 1.000 (lim).

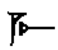


LI-IM LI-IM

1.000

Fig. 13.9 B.

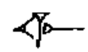
Mas eles não se contentaram com a expressão escrita "com todas as letras"; forjaram também verdadeiros algarismos, a despeito de os mesmos derivarem de uma notação fonética. Os sinais escolhidos, é verdade, nada mais eram para eles do que simples fonemas, não tendo mais o mesmo valor simbólico que para seus predecessores. Para o número 100 utilizaram o princípio da *acrofonia*, notando-o mediante a sílaba ME (inicial de ME-AT). Para o número 1.000 forjaram em contrapartida um grupo cuneiforme de valor ideográfico evidente: um sinal composto da viga (=10) e do sinal ME (=100), restituindo visualmente dessa forma o valor representado (1.000 = 10 ME = 10 × 100). E como tratava-se da notação da palavra mil (*lim*), deu-se igualmente ao sinal do milhar o valor fonético LIM; provavelmente foi por isso que a representação algarítmica do número mil veio a ser, por um simples empréstimo, utilizada também como sinal fonético em todas as palavras em que a sílaba LIM entrava em composição.



ME
100

Fig. 13.10 A

Algarismos cuneiformes acádios dos numerais 100 e 1.000, que prevaleceram a partir do II milênio nos textos correntes que apresentam menções numéricas.



LIM
1.000

Fig. 13.10 B.

Movidos pelo hábito (*propriamente semítico*) que tinham de contar por centenas e milhares, os acádios introduziram as *notações estritamente decimais* no sistema sexagesimal de origem suméria. De sorte que este último se tornou uma espécie de sistema misto, combinando unidades sexagesimais e unidades decimais ao mesmo tempo, e atribuindo assim um sinal especial a cada um dos números:

1 10 60 10^2 10×60 10^3 10×60^2 ...

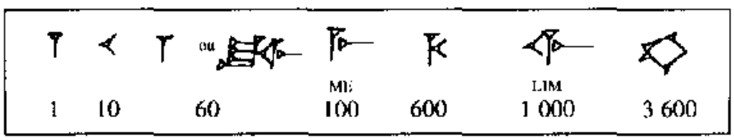


Fig. 13.11

E eis alguns exemplos característicos. Os primeiros são extraídos de tabuletas provenientes da pequena cidade de Dilbat, dependente do território babilônio no XIX século antes de nossa era. De uma maneira geral, estas concernem a pessoas de uma mesma família, cujos atos principais concernentes a sua vida elas relatam, formando por assim dizer seus arquivos:

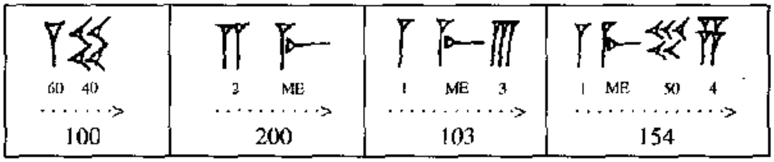


Fig. 13.12. *Ref. M.J.-E. Gautier, pr. XVI, XLII e XLIII.*

Outros exemplos extraídos de uma tabuleta contábil (relativa ao gado ovino) proveniente do norte da Babilônia e datada do décimo sétimo ano do reino de Ami-Šaduqa da Babilônia (1646-1626 a. C.):

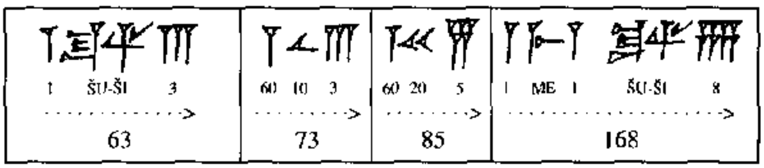


Fig. 13.13. *Ref. M. Birot, tabul. nº 33, pr. XVIII.*

É interessante notar através destes exemplos a intenção que os acádios tiveram durante esta época intermediária de não modificar as tradições sexagesimais, profundamente enraizadas nos hábitos locais.

Para a notação dos números 60, 61, 62 etc., e mesmo em muitos casos para a dos múltiplos de 60, os semitas sobrepujaram de maneira muito melhor do que os sumérios as dificuldades correspondentes. Tiveram com efeito a idéia de notar a sessentena pelo grupo *šu-ši*, nome acádio desta última (fig. 13.7), ou ainda sob a forma abreviada *šu*, inicial do grupo precedente (fig. 13.2, 13.13 e 13.14).

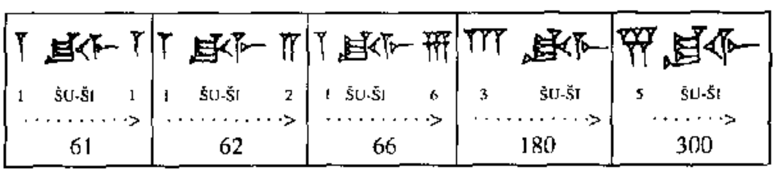


Fig. 13.14.

Numa palavra, até o fim da primeira metade do II milênio a. C. os escribas mesopotâmicos usaram, em seus documentos oficiais ou privados, econômicos, jurídicos ou administrativos, tanto a notação suméria (base 60), como o sistema elaborado pelos semitas (base 10), e ainda um sistema que operava uma espécie de *interferência entre as duas bases*.

O sistema decimal mesopotâmico

Quando a língua e a escrita acádias suplantaram definitivamente suas correspondentes sumérias na Mesopotâmia, a numeração estritamente decimal prevaleceu no uso corrente.

Eliminaram-se progressivamente os antigos sinais para 60, 600, 3.600, 36.000 e 216.000 e *mantiveram-se apenas os algarismos ME (=100) e LIM (=1.000), sobre os quais se construiu* desde então todo o sistema de numeração.

As unidades simples foram representadas como em sumério clássico, repetindo-se o prego vertical tantas vezes quanto necessário, com a diferença mínima de que o agrupamento dos sinais não foi mais diádico como outrora, mas fundado num princípio ternário:

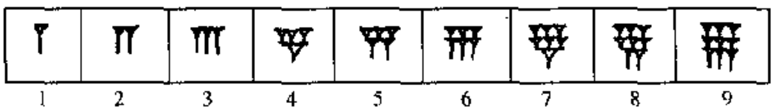


Fig. 13.15.

As dezenas foram também geralmente representadas por repetições a partir da viga da dezena, por meio, porém, de um agenciamento dos sinais, nitidamente diferenciado aqui também da notação suméria:

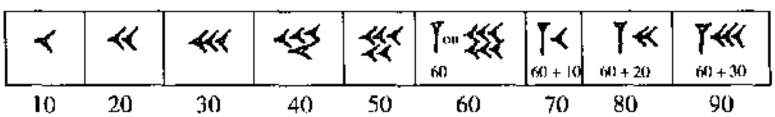


Fig. 13.16

As centenas e os milhares receberam uma notação fundada sobre o princípio multiplicativo, portanto seguindo as combinações analíticas que sua numeração oral operava já nesses números:

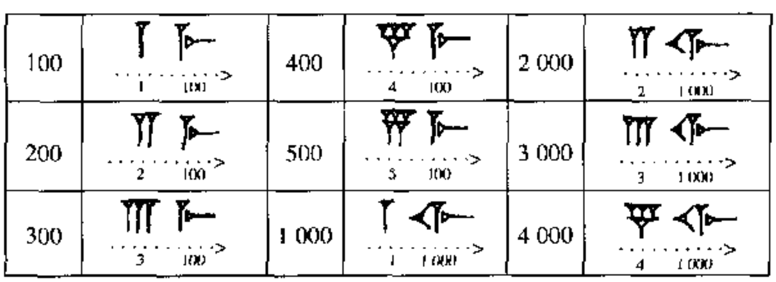
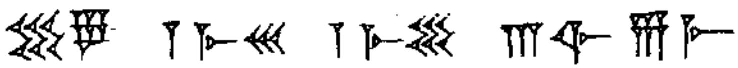


Fig. 13.17

Os exemplos seguintes testemunham a mudança radical que sofreu a notação cuneiforme de origem suméria. São extratos de tabuletas assírias relatando a oitava campanha de Sargão II em Urartu (Armênia) em 714 a. C.; os números em questão referem-se ao butim recolhido:



60 7 · 1 ME 30 · 1 ME 60 · 3 LIM 6 ME

67 · 130 · 160 · 3 600

Fig. 13.18. *Ref. F. Thureau-Dangin, linhas 380, 366 e 369.*

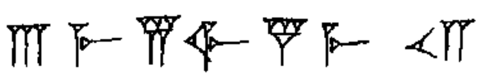
Notar-se-á assim a mudança de notação para a sessentena (seis vigas em lugar do prego vertical outrora atribuído a esse valor), bem como para os números 130, 160 e 3.600, que passaram a ser representados de uma maneira estritamente decimal.

Notemos também que calcando uma vez mais sua notação numérica em sua numeração oral (fig. 13.7) os assírios e os babilônios chegaram a estender consideravelmente a capacidade de sua numeração decimal partindo somente dos algarismos 100 e 1.000. Bastou-lhes para tanto usar o princípio multiplicativo, seguindo fórmulas do tipo:

10.000 = 10 × 1.000
20.000 = 20 × 1.000
30.000 = 30 × 1.000
40.000 = 40 × 1.000 etc.

100.000 = 100 × 1.000
200.000 = 200 × 1.000
300.000 = 300 × 1.000
400.000 = 400 × 1.000 etc.

E é assim que o escriba das tabuletas de Sargão II notou o número 305.412 sob a forma seguinte:



3 ME 5 LIM 4 ME 10 2

(3 × 100 + 5) × 1.000 + 4 × 100 + 10 + 2

Fig. 13.19. *Ref. F. Thureau-Dangin, linha 394.*

Restituição do ábaco decimal

Por certo, os acádios possuíram também um instrumento de cálculo: caso contrário não se entende como teriam podido efetuar operações aritméticas tão complexas quanto as suas, senão com o método arcaico dos *calculi*. A arqueologia, aliás, quase não encontrará mais traços de tais objetos a partir das escavações do II milênio a. C. (ver capítulo 12).

De fato, como se mostrou no capítulo precedente, os sumérios possuíram um ábaco de cálculos cuja forma mais provável foi restituída ao mesmo tempo que as regras que regulavam a prática das operações. Ora, sabemos que os acádios dispuseram, ao menos na alta época babilônia, de termos específicos não apenas para designar o "instrumento" e a peça de contagem que vai junto com ela, mas também para o próprio abacista.

Em velho babilônio, a "ficha" de cálculo, que devia ser de fato um bastonete de madeira ou uma lasca feita de caniço, chamava-se (fig. 12.6 H):

— *is-si mi-nu-ti* ("madeira para contar"),
— ou ainda *is-si nik-kàs-si* ("madeira para a contabilidade").

O ábaco, por sua vez, levava um ou outro desses dois nomes de empréstimo abaixo, originados de seus respectivos correspondentes que a língua suméria já possuía (fig. 12.6 I e 12.6 J):

— *gešdab-dim mu* ("tabuleta de madeira para a contabilidade").
— ou ainda *šu-me-ek-ku-ú* (literalmente, segundo a etimologia do correspondente sumério GEŠŠUMEGE: "a madeira [subentendido: da tabuleta], uma mão, regras, um junco", ou ainda "a madeira, um total, a regra e o junco").

Quanto ao próprio abacista, tinha as duas designações oficiais abaixo (fig. 12.6 K e 12.6 L):

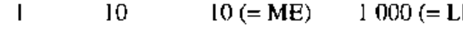
— *ša da-ab-di-mi* (literalmente, "o homem da tabuleta para a contabilidade"),
— *ša šu-ma-ki-i* (literalmente, "o homem do ábaco").

Essas informações foram reveladas recentemente por diversas tabuletas bilíngües, redigidas ao mesmo tempo em sumério e em velho babilônio, que remontam ao início do II milênio a. C. e constituem de alguma forma "anuários por profissões": profissões caracterizadas cada uma por uma breve descrição de seu representante num breve clichê do tipo "o homem de...", com o nome dos instrumentos associados a seu ofício (ver capítulo 12 e para as referências precisas às fontes cf. S.-J. Liebermann [1]).

Levando em conta os dados precedentes, pode-se crer que o ábaco sexagesimal sumério tenha sido utilizado tal qual pelos acádios na época em que sua notação era ainda inteiramente impregnada dos elementos da numeração de seus predecessores, mas que se encontraram na obrigação de confeccionar para si tabuletas de conversão sexagesimais-decimais para as necessidades de suas contas estritamente decimais: uma espécie de "período intermediário" que deve ter-se prolongado até o fim da época da primeira dinastia babilônia (fim da primeira metade do II milênio a. C.).

Mas tudo ocorreu diferentemente na época em que a cultura acádia foi completamente imposta na Mesopotâmia: uma vez que a numeração acádia adquiriu definitivamente sua decimalidade característica, foi necessário modificar radicalmente a estrutura matemática do ábaco para que fosse perfeitamente adaptado à numeração cuneiforme assim modificada.

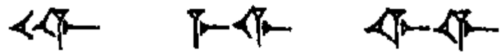
E, de fato, o sistema assírio-babilônio era fundado na base dez e permitia uma representação de todas as ordens de unidades até o milhão a partir dos sinais:



1	10	10 (= ME)	1 000 (= LIM)

Fig. 13.20

Pois, além de mil, esse sistema procedia por combinações analíticas a partir desses sinais, atribuindo, segundo o princípio multiplicativo, uma notação respectivamente à miríade, à centena de mil e ao milhão (fig. 13.19):



10.LIM	ME.LIM	LIM.LIM
(= 10 × 1 000)	(= 100 × 1 000)	(= 1 000 × 1 000)

Fig. 13.21

Como se fez no capítulo 12, pode-se mostrar sem dificuldade que o ábaco dos "calculadores comuns" assírio-babilônios[1] teve muito provavelmente a forma restituída na figura 13.22. Quanto às operações correspondentes, deviam ser efetuadas seguindo regras semelhantes àquelas descritas anteriormente, mas adaptadas à base decimal...

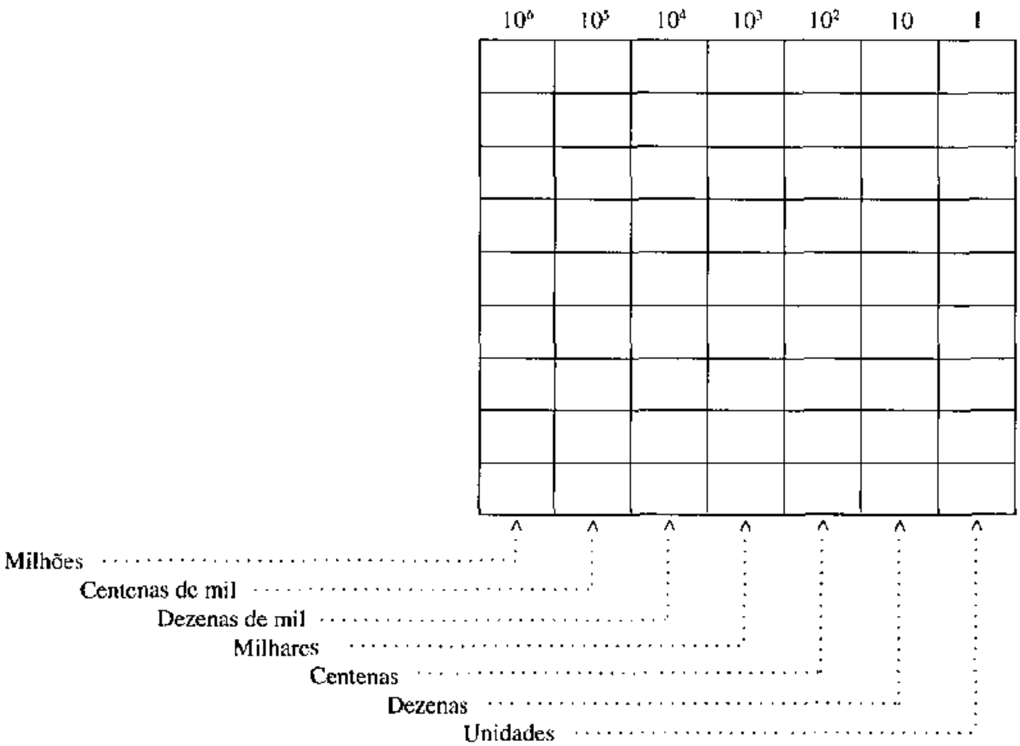


Fig. 13.22 - *O ábaco decimal assírio-babilônio restituído.*

[1] Excelentes razões incitam-nos a concluir que houve duas espécies de calculadores: os "comuns", usando exclusivamente o sistema decimal, e outros, mais eruditos, usando o sistema sexagesimal para as necessidades matemáticas ou astronômicas.

Convém, aliás, assinalar que um tijolo portando divisões em linhas e colunas como estas foi descoberto durante a década de 1970 pela Delegação Arqueológica Francesa no Irã[1], no canteiro da Acrópole de Susa, e que alguns documentos do mesmo gênero foram encontrados na mesma região na época da Segunda Guerra Mundial[2].

Mas esses documentos foram interpretados até então apenas como simples tabuleiros de jogo. *Não se trata antes de ábacos para cálculos*? Pode-se esperar que a arqueologia nos fixe um dia esse ponto dando-nos outras peças desse tipo, em número suficiente para poder tirar conclusões nesse sentido.

O que é certo, em todo caso, é que desde a época mais antiga os contadores susianos (e mais geralmente os elamitas) utilizaram também instrumentos de cálculo, começando pelos *calculi*. E excelentes razões permitem pensar que os instrumentos empregados eram semelhantes aos dos mesopotâmios, pois suas operações aritméticas foram sem nenhuma dúvida tão complexas quanto as efetuadas a algumas centenas de quilômetros deles pelos seus colegas sumérios ou assírio-babilônios...

Vestígios do sistema sumério no sistema decimal assírio-babilônio

De heranças a reorganizações, a numeração cuneiforme e os meios de cálculo mesopotâmios terminaram também, nas mãos dos semitas, numa metamorfose completa de sua base e seu princípio de origem.

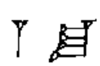
Mas seria falso acreditar que a base sessenta tivesse perdido definitivamente sua importância pois, enquanto grande unidade, esta tinha conservado apesar de tudo um lugar privilegiado no sistema corrente mesopotâmio.

Embora o grupo decimal  fosse-lhe freqüentemente empregado (ao menos a partir do I milênio a. C.), os assírios e os babilônios continuaram a notar a sessentena "com todas as letras" no interior das representações algarítmicas:

— tanto mediante o grupo *šu-ši* (nome semítico deste número):

1 ŠU-ŠI

— como ainda pela forma abreviada *šu* (inicial do nome precedente):



1 ŠU-ŠI

[1] Comunicação de F. Vallat.

[2] Cf. MDP, 29/1943, p. 44-45, fig. 39 e RA, 39/1942-1943, p. 19-34.

Continuaram também a representar os números 70, 80 e 90 da antiga maneira suméria, isto é, sob formas constituindo, na sua numeração decimal, testemunhas do sistema sexagesimal desaparecido (um pouco como nossos *quatre-vingts* [oitenta] e *quatre-vingt-dix* [noventa] constituem os vestígios de um sistema vigesimal hoje desaparecido):

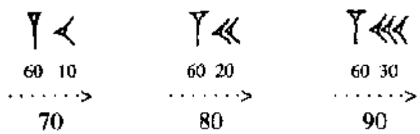


Fig. 13.23

O emprego das antigas unidades 600 e 3.600 também jamais foi completamente abandonado : são encontrados em vários contratos e textos econômicos, nos textos dos presságios, bem como nos textos de caráter histórico ou comemorativo, com variações gráficas próprias à evolução da notação cuneiforme mesopotâmica para o sinal de 3.600:

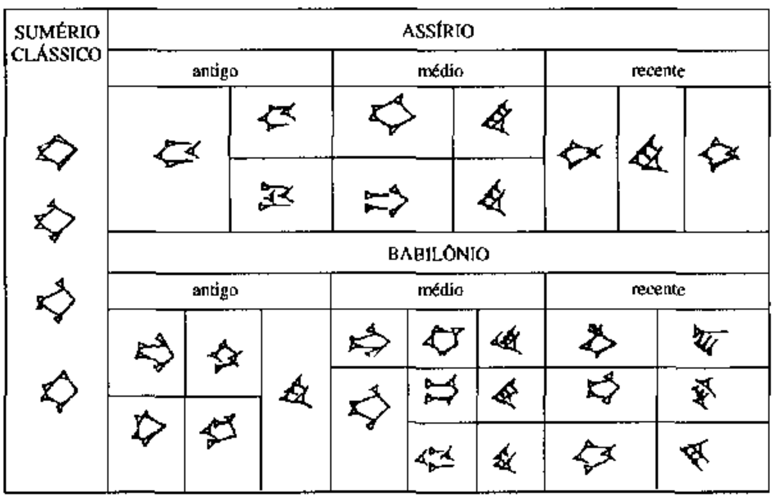


Fig. 13.24 - *Evolução gráfica e persistência do uso do sinal sumério* sar *(=3.600). Ref. R. Labat, nº 396.*

O exemplo seguinte é emprestado de uma das inscrições do rei Sargão II da Assíria, em que é encontrada a dimensão da muralha de Khorsabad[1], isto é, 16.280 côvados, expresso não sob sua forma clássica:

---

[1] Khorsabad — a antiga *Dur Šarukin*, "fortaleza de Sargão", que estava encerrada numa poderosa muralha — situa-se no Iraque, seis quilômetros aproximadamente a nordeste de Mossul.

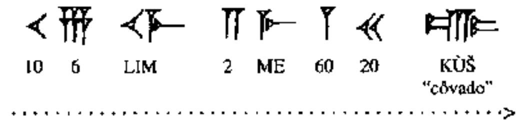
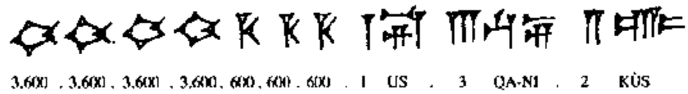


Fig. 13.25

mas antes da seguinte maneira[1]:



14.400 côvados	1.800 côvados	uma sessentena de côvados	3 × 6 côvados	2 côvados

Fig. 13.26 *Ref. D.-G. Lyon, p. 10, linha 65.*

Tratava-se aí apenas de um uso muito limitado e um simples vestígio de uma numeração perdida desde os séculos, que aliás não afetaram em nada a estrita decimalidade que o sistema assírio-babilônio conservou durante toda sua existência para o uso corrente.

Do sistema sumério ao sistema assírio-babilônio

Em resumo, a história das culturas mesopotâmias desde a época do império acádio compreende *grosso modo* três etapas essenciais:

— a primeira correspondendo a uma época de assimilação pelos semitas da herança cultural legada por seus predecessores sumérios;
— a segunda constituindo uma espécie de período intermediário;
— e a terceira correspondendo ao período de preponderância dos semitas na Mesopotâmia.

Donde um esquema da história das numerações do uso comum dos semitas mesopotâmicos, ainda que não tenha havido em toda a parte uma correspondência cronológica estrita entre os dois (fig. 13.27):

— sendo a primeira fase dessa história marcada por um empréstimo puro e simples do sistema sexagesimal sumério;
— a segunda, caracterizada pela aparição de um sistema misto constituindo um compromisso entre unidades sexagesimais e unidades decimais;
— e a terceira, marcada pelo uso de um sistema rigorosamente decimal, perfeitamente adaptado.

[1] O "côvado" (KÙŠ) era uma unidade de comprimento que media aproximadamente 50 cm. A "vara" (QÂNUM) valia seis côvados (aproximadamente 3 metros) e o UŠ 60 côvados (30 metros).

Essa transformação radical da notação numérica cuneiforme deve-se a uma influência da numeração falada, estritamente decimal, que constituía um dos pontos comuns do conjunto dos povos semíticos (fig. 13.7 e 13.19).

Mas essa evolução não parou num caminho tão bom: entre os escribas da vila de Mari ela terminou num caso único na história das notações numéricas da Síria e da Mesopotâmia.

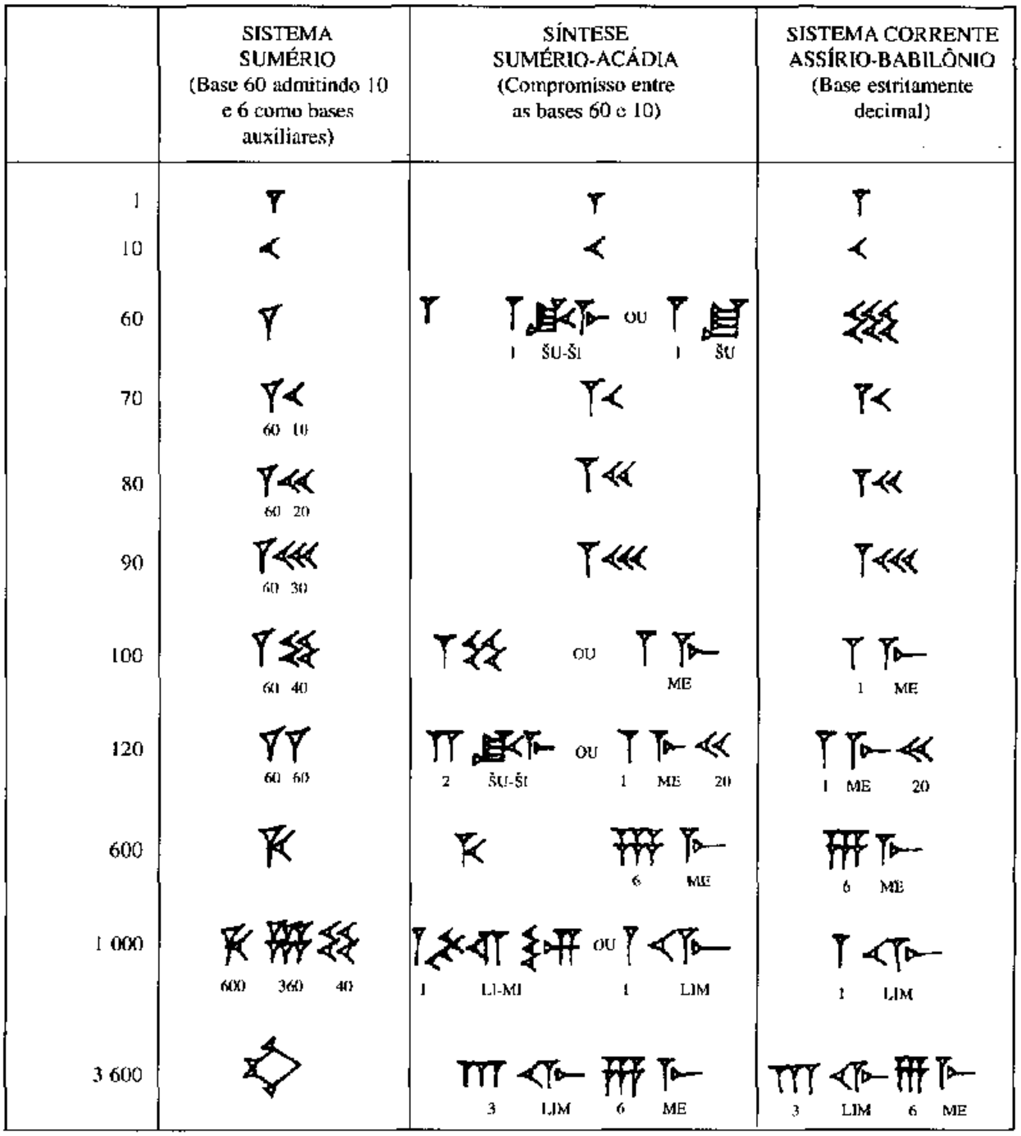


Fig. 13.27 - *A evolução da numeração popular mesopotâmica antes e depois do eclipse da civilização suméria (ver fig. 18.9, p. 558).*

A ANTIGA CIDADE SÍRIO-MESOPOTÂMICA DE MARI

Em 1933 a cidade sumério-semítica de Mari era conhecida pelos diversos textos que a mencionavam como uma cidade importante do mundo mesopotâmico. A partir de um texto geográfico neo-assírio, W.-F. Albright propôs situar Mari no tell Hariri, na direção da fronteira sírio-iraquiana, a uma dúzia de quilômetros de Abu-Kemal, no Eufrates. A descoberta em 1933 de uma estátua no sítio pelos beduínos incitou a conservação do Museu do Louvre a enviar para lá uma missão. No fim deste mesmo ano uma equipe francesa dirigida por André Parrot empreendeu a primeira campanha sobre o tell Hariri. Foi seguida de vinte outras campanhas, tendo a vigésima primeira ocorrido em 1974, sempre sob a direção de A. Parrot...

Os mais baixos níveis de ocupação descobertos remontam à época de Jemdet Nasr, no final do IV milênio. A cidade atingiu um nível elevado de urbanização no Dinástico antigo II e III, na primeira metade do III milênio. São então erigidos um zigurate e templos dedicados a Šamaš (deus-sol), a Ištar, a Dagan, em que foi reencontrada a mais antiga lista de divindades do panteão da cidade, em Ninhursag, provido de pinturas murais, em Isharat e em Ninni-Zaza. Numerosas estátuas foram retiradas dali, entre as quais algumas representando soberanos locais mencionados em inscrições gravadas nas estátuas, como Lamgi-Mari, Iku-Šamagan, Iblul-Il. Se essa arte e a cultura de Mari nessa época são de caráter sumério, a fisionomia dos personagens, os nomes e as divindades são semíticas, revelando assim a importância do elemento semítico na direção do Médio Eufrates bem antes da época acadiana. Desta época data também um primeiro palácio provido de uma capela real e de um altar em terra. Uma inscrição votiva sobre uma peça de lápis-lázuli mencionando o nome de Messannepada, fundador da primeira dinastia de Ur, revela as relações que então existiam entre Mari e Ur. Este palácio foi destruído por volta do século XX a. C. por Eannatum de Lagash, ou um século mais tarde por Lugalsaggesi de Uruk.

Pouco depois, a cidade é integrada ao império acádio e depois reencontra uma certa autonomia na época de Uruk III (século XXII a. C.); contudo, vassala de Ur, ela é governada por prefeitos locais que levam o título de *šakkanakku*. Os nomes de oito dentre eles foram conservados. A cidade encontra sua independência por volta do III milênio a. C. e é "um homem de Mari" que funda a dinastia de Isin. Então começa uma nova época de grandeza e de expansão monumental que atinge seu apogeu com Zimri-Lim, na primeira metade do XVIII século. Este último foi vencido por Hammurábi, que destruiu a cidade por volta de 1755 a. C. Mari perde então toda sua importância mas não desaparece. É mencionada nos textos de Nuzi na segunda metade do II milênio, nas listas de Tutmósis III; numa inscrição de Ugarit está em questão Ištar de Mari e no século XIII a. C. o rei da Assíria Tukulti-Ninurta I lá instalou uma guarnição. Os níveis de ocupação prolongam-se até a época selêucida (fim do século IV/meados do século I a. C.).

As descobertas arquitetônicas mais notáveis datam da época de Zimri-Lim. A esse período pertence o palácio, monumento único na arquitetura mesopotâmica por sua amplidão e seu estado de conservação, atingindo certos muros em tijolos cozidos uma altura de 5 m. Medindo 200m × 120m, possuía trezentas salas, galerias e pátios, mas era provido de uma só porta monumental que dava acesso a um ante-pátio. Vários cômodos foram identificados: salas do trono (entre as quais a "antiga" com muros cobertos de pinturas), quarteirão real, escola dos escribas, salas dos arquivos, refeitório, cozinhas, banheiros, santuários (com altar de terra e pódium) etc. Numerosos fragmentos de pinturas policrômicas representando cenas diversas foram recolhidos: pinturas da investidura, da sala da audiência, ordenador do sacrifício. Encontrou-se igualmente numerosas estátuas, dentre as quais a mais célebre é sem dúvida a deusa do "vaso jorrante". Contudo, no plano histórico, a descoberta mais importante concerne a mais de 20.000 tabuletas, de que somente uma parte foi publicada. Documentos políticos e diplomáticos, cartas (mais de mil publicadas), textos administrativos, econômicos, jurídicos, tornam claras a vida e as relações públicas do mundo mesopotâmico no início do II milênio a. C. 1.300 tabuletas dando as listas das necessidades quotidianas do palácio em víveres, bebidas etc., nos permitem conhecer a vida íntima do palácio, enquanto numerosas cartas de mulheres revelam o lugar eminente destas últimas na sociedade de Mari. Outros arquivos constituem documentos inestimáveis para o conhecimento das relações com os povos vizinhos e em particular os nômades, numa época contemporânea à de Abraão e do nascimento do povo hebreu. As escavações de Mari aparecem assim entre as mais fecundas de todas as que foram empreendidas numa região já tão rica em explorações frutuosas.

(Artigo extraído do *Dictionnaire de l'archéologie* [Dicionário da Arqueologia] de Guy Rachet.)

O que é o princípio da posição?

Tal como numa escrita alfabética todas as palavras de uma língua podem ser transcritas com a ajuda de um número limitado de sinais gráficos fundamentais chamados de "letras", assim também todos os números inteiros podem ser representados por meio dos dez algarismos de base de nossa numeração escrita atual. Intelectualmente falando, esse sistema é muito superior à maioria das antigas notações numéricas. Mas isso certamente não diz respeito à escolha de sua base (número fixo de unidades necessárias para formar uma unidade de ordem imediatamente superior): poder-se-ia também considerar as bases tais como dois, oito, doze, vinte ou sessenta, por exemplo, e obter, *com as mesmas vantagens que nosso sistema posicional decimal atual*, uma representação perfeitamente racional dos números inteiros. Aliás, como vimos, foi um "acidente fisiológico" inerente à humanidade que impôs à maioria absoluta dos povos a idéia da contagem por dezenas, centenas, milhares etc.

A superioridade e a engenhosidade de nossa numeração escrita provêm, na realidade, da admissão do princípio segundo o qual *os algarismos empregados têm um valor variável, que depende da posição que ocupam na escrita dos números*: um algarismo dado será associado às unidades simples, às dezenas, às centenas ou aos milhares segundo ocupe o primeiro, o segundo, o terceiro ou o quarto lugar na expressão de um número (partindo para tanto da direita para a esquerda).

Essas precisões vão permitir-nos melhor compreender tudo o que diz respeito à numeração mariota e ao sistema dos eruditos babilônios...

O sistema dos escribas da cidade de Mari

Descobriu-se recentemente[1] que os escribas da cidade de Mari utilizaram, concorrentemente aos sistemas "clássicos" mesopotâmios, uma notação numérica muito diferente de todas as conhecidas até hoje.

Como os outros, o sistema mariota atribuía às nove unidades simples uma notação em *pregos verticais*:

Fig. 13.28

A notação das dezenas foi igualmente semelhante às outras, já que repousava numa repetição de *vigas*. Mas essa semelhança termina em 50 (ou, no máximo, em 60, se se leva em conta representações assírio-babilônias tardias atribuídas ao mesmo número): em lugar de escrever os números 60, 70, 80 e 90 seguindo a antiga decomposição sexagesimal suméria, como o fez geralmente, sobretudo para os três últimos, durante toda a história da Mesopotâmia (fig. 13.16 e13.27), os mariotas notaram-nos mediante 6, 7, 8 e 9 vigas:

Fig. 13.29

Já a centena foi indicada não da maneira decimal clássica (um prego seguido da sílaba ME, "cem", isto é, segundo a fórmula *cem* =1 × 100), mas simplesmente por um prego vertical. O número 200 era figurado igualmente por dois pregos, 300 por três pregos, 400 por quatro pregos e assim por diante:

[1] As informações que se seguem advêm das descobertas mais recentes e são ainda ignoradas por um bom número de cientistas. Agradeço particularmente a Jean-Marie Durand, o autor dessas descobertas, que teve a gentileza de colocar à minha disposição toda a documentação correspondente e assistir-me com todas as explicações necessárias.

NOTAÇÃO MARIOTA DAS CENTENAS

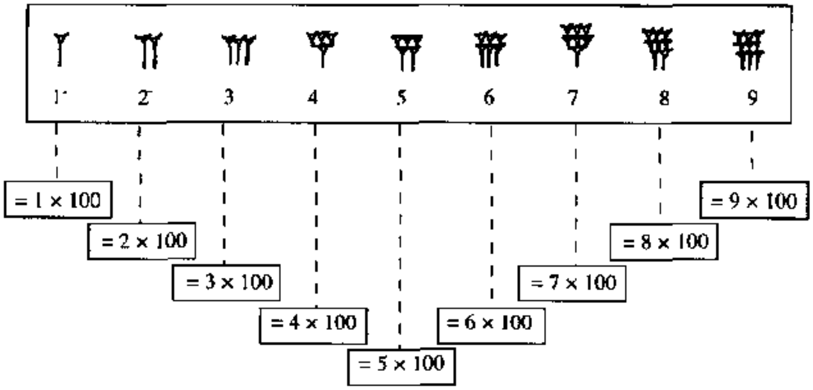


Fig. 13.30

Bastava colocar os pregos no lugar certo para lhes atribuir ora um valor de unidade simples, ora um valor de centena.

Para notar 110, 120 e 130, por exemplo, reproduzia-se um prego vertical, seguido de uma, duas ou três vigas; e para representar um número tal como 698, bastaria fazer seguir a notação do número 6 da de 98 (9 vigas e 8 pregos):

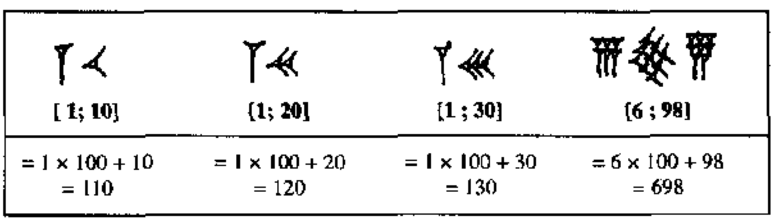


Fig. 13.31

Evidentemente os escribas de Mari conheceram os diversos sistemas mesopotâmios — a notação decimal clássica e o sistema sexagesimal de posição dos eruditos (ao qual retornaremos um pouco mais adiante em detalhe). E quando redigiam suas tabuletas em acádio — língua que manejavam aliás muito bem —, não deixavam de fazer uso de um quando se tratava de textos correntes (econômicos, jurídicos etc.), e do outro quando os textos eram de caráter "científico" (tabuletas, problemas matemáticos etc.).

Na realidade, o sistema de que se trata aqui não constituiu a notação oficial da cidade de Mari, pois na maioria dos casos os números foram reinscritos em tabuletas de uma maneira clássica.

Aliás, ele é encontrado apenas em lugares muito precisos das tabuletas: dos lados, no verso ou, a rigor, nos espaços deixados livres.

A destinação dos números assim representados correspondia sobretudo a *totalizações recapitulativas*.

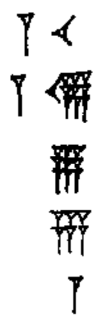
Noutras palavras, esse sistema só parece ter sido utilizado para memória e a título de indicação suplementar, para oferecer um valor mais seguro aos resultados dos totais expressos de maneira tradicional: uma espécie de bilíngüe matemático, em que a concordância entre as duas notações não deixaria dúvidas quanto à interpretação.

É o que nossos banqueiros de hoje impõe de uma certa maneira a seus clientes exigindo deles que anotem em seus cheques as quantias em questão ao mesmo tempo no sistema de algarismos e naquele dos nomes de número com todas as letras, sendo a bilíngüe aqui de ordem matemático-linguística.

Por sinal, graças a esse papel e sua situação particular nas tabuletas o sistema mariota pôde ser identificado.

Provindo dos Arquivos Reais de Mari (ARM), as três tabuletas abaixo (citadas, traduzidas e interpretadas por D. Soubeyran) figuram entre os numerosos documentos e foi o objeto de uma semelhante observação.

A primeira[1] constitui uma conta de pessoas, cuja recapitulação ela dá na última coluna sob a forma seguinte (as palavras postas aqui entre parêntesis correspondem às transcrições dos nomes das categorias de pessoas recenseadas na tabuleta):



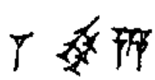
70 *(lù-mes)*
79 *(mi-mes)*
9 *(tur-mes)*
6 *(mi-tur-mes)*
1 *(tur-gab)*

Fig. 13.32

Os nomes são expressos aqui em acádio clássico; seu total dá, portanto:

$$70 + 79 + 9 + 6 + 1 = 165.$$

Ora, depois de um espaço e tendo o conteúdo da tabuleta, encontra-se a expressão seguinte:



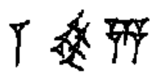
1 65

Fig. 13.33 A

[1] A tabuleta leva a referência M. 12462 + 12550 + 12555.

Se se pensa na notação de uma simples adição a tradução desta expressão no sistema decimal clássico deveria dar como valor ou 1 + 65 = 66 (atribuindo-se ao primeiro prego um valor de unidade simples) ou 60 + 65 = 125 (pensando no papel desempenhado, no sistema acádio, pela sessentena enquanto grande unidade).

Portanto, não se pode tratar do total das pessoas contadas abaixo. Se, em contrapartida, o prego possui o valor da centena, obtemos o mesmo total que a figura 13.32 (= 70 + 79 + 9 + 6 + 1 = 165) segundo a interpretação abaixo:



[1 ; 65] = 1 × 100 + 65 = 165

Fig. 13.33 B

A segunda tabuleta[1] dá igualmente uma lista de homens (talvez notáveis). A cada um corresponde um algarismo que exprime provavelmente o número de servidores que dele dependiam.

Um primeiro total parcial (já calculado) dá 183 servidores. E como se esperaria disso, o total geral dá o valor 209, assim expresso no mesmo sistema:

2-ME-TIM 9 (= 2 × 100 + 9 = 209).

Mas o lado do documento leva a menção:

1 85

Fig. 13.34 A

A tradução dessa expressão no sistema decimal clássico apontaria o valor 1 + 85 = 86, ou ainda 60 + 85 = 145. As totalizações, portanto, não seriam concordantes.

Em contrapartida, se a menção numérica é interpretada como se segue no sistema centesimal, obtém-se 185, ou então, por pouco, o primeiro total de servidores (183):

[1 ; 85] = 1 × 100 + 85 = 185

Fig. 13.34 B

[1] A tabuleta leva a referência M. 7786.

A última tabuleta [1], por sua vez, dá os detalhes de uma série de envios de foices de cobre, e indica, de uma maneira clássica, um total de 471 foices. Mas entre a indicação do mês e do ano encontra-se a expressão:

4 76

Fig. 13.35 A

Aqui também o sistema clássico nada daria de interessante; em contrapartida, a notação mariota centesimal fornece, segundo a interpretação seguinte, o número 476, excelente aproximação do total precedente (471).

[4 ; 76] $= 4 \times 100 + 76 = 476$

Fig. 13.35 B

Constatar-se-á que as expressões não estiveram sempre em perfeita concordância.

Na verdade, como explica D. Soubeyran, a situação dos algarismos desta notação nas tabuletas, o pouco cuidado de sua grafia, bem como ligeiras diferenças com o total definitivo mostram que se trata também "de cálculos preliminares destinados a verificar em 'rascunho' ou na margem de uma soma antes de inscrevê-la definitivamente. Contudo, não há nada mais interessante do que constatar que os escribas mariotas pensavam seus algarismos nos sistemas *centesimal* e *decimal* e *deviam, como nós, dedicar-se freqüentemente* às *conversões* que *deviam* realizar com o sistema sexagesimal."

O *interesse do sistema mariota é que para a notação dos números compreendidos entre* 100 e 1.000 ele repousava no *princípio de posição* e sua base foi não 10, mas 100: a centena era a primeira grande unidade dela, e a dezena acrescentava a ela simplesmente o papel de uma base auxiliar. O *zero*, em contrapartida, fazia-lhe falta: se tivesse tido um, o sinal teria servido para marcar a ausência das unidades centesimais de uma certa ordem (um pouco como nosso zero o faz no sistema decimal de posição, em que os múltiplos da base são notados não sob a forma 1, 2, 3 etc., mas antes : 10, 20, 30 etc., significando assim a ausência de unidades decimais de 1ª ordem em cada um deles). Noutras palavras, se o sistema mariota tivesse possuído o zero, os múltiplos de sua base 100 teriam sido representados da mesma maneira, isto é, [1;0] para a base 100, [2;0] para 200, [3;0] para 300 e assim por diante, de forma a significar corretamente a ausência de unidades centesimais da 1ª ordem.

---

[1] A tabuleta leva a referência ARM, XXII, tabul. 216.

Isso não impediu que os escribas da cidade de Mari tenham tido consciência de que o valor dos algarismos dependia de sua posição nessas representações numéricas particulares. O fato é tanto mais notável quando se recorda que no curso da história muito poucos povos chegaram por si sós a uma tal simplificação, à descoberta de um tal princípio. É além disso muito interessante notar que essa evolução foi produzida não tardiamente, mas na alta época, já que os documentos que o testemunham são pouco posteriores ao século XVIII a. C.

Mas seria errôneo concluir que o sistema foi estritamente posicional. Se tal tivesse sido o caso, o número 1.000 = 10 × 100 (dez unidades da 2ª ordem centesimal) teria sido notado mediante uma viga; 2.000 mediante duas vigas e assim por diante. Quanto à dezena de milhar (quadrado da base 100 ou unidade da 2ª ordem centesimal), teria sido representada por um prego vertical[1]. E como 200 = 2 × 100 (que era representado por dois pregos), o número 20.000 = 2 × 10.000 = 2 × 100 teria sido figurado também por dois pregos.

Mas não ocorreu assim; o sistema dispôs, na verdade, de um algarismo particular para 1.000 e de um outro para 10.000.

Sempre ocorre que as grafias empregadas para esses algarismos e sobretudo a presença de um algarismo específico para a dezena de milhar (número que aparentemente ninguém jamais representou nos sistemas decimais da região senão por combinação analítica dos algarismos 10 e 1.000) fazem da notação mariota um caso único de sua espécie.

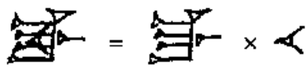
O algarismo para 1.000 tinha a seguinte forma (original com respeito à notação clássica), a partir da qual se representavam os números 2.000, 3.000 etc., segundo o princípio multiplicativo:

LI-IM 2 LI-IM
1.000 2.000

Fig. 13.36

Temos, então, uma notação mista repousando em todos os princípios ao mesmo tempo (adição, para o valor do total, multiplicação, para a representação dos milhares, e a regra da posição para os números inferiores a mil).

Já o algarismo 10.000 (que se combinava também segundo o princípio multiplicativo na representação dos múltiplos correspondentes) tinha a forma seguinte, deduzida da de 1.000 por adjunção de uma viga (=10):



10.000 = 1.000 × 10

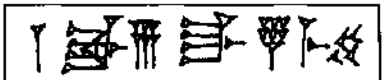
Fig. 13.37

[1] Com um zero, esse número teria recebido uma notação do tipo [1;0;0], o primeiro zero marcando a ausência de unidades centesimais da 1ª ordem (números de 1 a 99) e o segundo as da 2ª ordem (os múltiplos de 100 pelos números de 1 a 99):

$$[1;0;0] = 1 \times 100^2 + 0 \times 100 + 0 = 10.000.$$

O sinal, que se encontra não apenas nos textos econômicos mas também "nos domínios tão diversos quanto a contabilização de tijolos, grãos e animais", pertencia ao ideograma sumério GAL (de que o acádio *rabû* foi derivado), que significava "grande" e se pronunciava *ribbatum* (literalmente, "grande", "multidão"; donde "grande número"). Era portanto o nome do número dez mil, que já se encontra em Ebla sob a forma *rí-bab* (século XXIV a. C.), em Ugarit sob a forma *r(b)bt* (século XV a. C.), depois em outra parte, na Síria, sob a forma *ri-ib-ba-at* e de que se descobre ainda a existência em nossos dias no uso da palavra hebraica *ribô* (plural *ribôt*) no mesmo sentido (cf. J.-M. Durand).

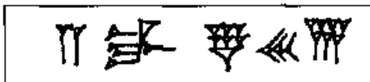
Os dois exemplos seguintes, ambos extraídos de tabuletas de Mari, permitir-nos-ão ter uma idéia mais completa do funcionamento do sistema.



1 GAL 6 LI-MI 7 ME 40

= 1 × 10.000 + 6 × 1.000
+ 7 × 100 + 40
= 16.740

Fig. 13.38 - *Ref. M.11/45; ARMT XXV, 20; cf. J.-M. Durrand*



2 LI-IM . [7; 37]

= 2 × 1.000 + (7 × 100 + 37)

= 2.737

Fig. 13.39-*Ref. M.8613 cf. D. Soubeyran.*

Dez mil foi, portanto, etimológica e graficamente falando, o "maior" número do sistema. O que evidentemente não impediu os mariotas, seguindo uma extensão normal da regra multiplicativa, de exprimirem facilmente os números que podem atingir ou mesmo ultrapassar a ordem da centena de milhares (teoricamente ao menos, pois não se encontraram jamais traços dos números dessa ordem de grandeza nos escritos que nos deixaram).

O que precede (e particularmente o exemplo da fig. 13.39) constitui assim o testemunho de um sistema muito original, de base cem, que foi exclusivamente utilizado pelos escribas de uma cidade situada nos confins da Síria e da Mesopotâmia numa época mais ou menos contemporânea à do patriarca Abraão.

Esse princípio poderia ter tendido na direção de uma numeração fundada completamente no princípio de posição se o rei da Babilônia Hammurábi não tivesse destruído, em 1755 antes de nossa era, a cidade de Mari, e assim enterrado nas ruínas uma boa parte de sua cultura original.

Ironia da história, é aos babilônios que esse mérito é devido, pois foram eles que inventaram a primeira verdadeira numeração de posição. Mas o notável sistema que vamos examinar agora em detalhe não foi nem um avatar da numeração decimal acádia, nem fundado na base 100.

Utilizado nos textos matemáticos e astronômicos até o despontar da era cristã, descendia diretamente da cultura do país de Sumer — de que ia, diretamente ou não, perpetuar a lembrança até nossos dias.

A numeração sexagesimal posicional dos eruditos mesopotâmicos

Numa época sobre a qual não é possível pronunciar-se com exatidão — mas que se situa provavelmente por volta do século XIX antes da era cristã —, a idéia da regra numeral de posição aparece pela primeira vez entre os matemáticos e astrônomos da Babilônia.

Bem superior a todas as notações numéricas usadas no mundo antigo, o sistema abstrato dos eruditos mesopotâmicos — forjado a partir da antiga numeração sexagesimal suméria — é similar a nossa numeração atual, de que só difere pela natureza de sua base e pelo modo de formação de seus algarismos.

Distinguindo-se nitidamente da notação numérica assírio-babilônica de uso comum, esse sistema era estritamente posicional e repousava sobre a base sessenta.

Assim, um grupo de algarismos tal como

[3 ; 1 ; 2]

(que, no nosso sistema posicional decimal, exprimiria o número

$$3 \times 10^2 + 1 \times 10 + 2 = 3 \times 100 + 10 + 2)$$

seria traduzido, para os matemáticos e astrônomos da Babilônia, pela expressão

$$3 \times 60^2 + 1 \times 60 + 2 = 3 \times 3.600 + 60 + 2.$$

Também a seqüência [1;1;1;1]

(que, no nosso sistema atual, corresponderia ao número

$$1 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 1 \times 10 + 1 = 1.000 + 100 + 10 + 1)$$

representava, no sistema erudito mesopotâmico, o número

$$1 \times 60^3 + 1 \times 60^2 + 1 \times 60 + 1 = 216.000 + 3.600 + 60 + 1.$$

Desde o início de sua ciência, os assirólogos encontraram exemplos dessa numeração.

Assim, Hincks descobriu vestígios dela, em 1854, numa tabuleta astronômica proveniente das escavações de Nínive, e Rawlinson, em 1855, numa tabuleta matemática encontrada em Larsa (Senkereh).

Desde então, vários outros documentos de caráter exclusivamente científico, encontrados em diversas regiões da Mesopotâmia[1] — e cujo deciframento e interpretação devem muito às contribuições de F. Thureau-Dangin e de O. Neugebauer —, vieram a confirmar a existência desse sistema [2].

---

[1] Em conseqüência de várias escavações arqueológicas empreendidas no Iraque desde meados do século passado, esses documentos — que datam da época da I dinastia babilônia até o período selêucida — foram adquiridos, particularmente, pelos museus de Berlim, Paris (Louvre) e Londres (Museu Britânico), bem como por numerosas universidades americanas (Yale, Columbia, Pennsylvania etc.).

[2] Os documentos em questão são, *grosso modo*, os seguintes:

—tábuas destinadas a facilitar a prática do cálculo numérico (tábuas de multiplicação, divisão, inversos, quadrados, raízes quadradas, cubos, raízes cúbicas etc.);

—tábuas astronômicas;

—coletâneas de exercícios de aritmética prática ou de geometria elementar;

—listas de problemas matemáticos mais ou menos complexas (problemas de agrimensura, resolução de equações algébricas, cálculos de áreas etc.).

Acrescentemos que a existência dessa numeração é atestada por várias tabuletas matemáticas provenientes de Susa (em Elam) que remontam ao fim da I dinastia babilônia (cuja publicação, tradução e interpretação devemos a E.-M. Bruins e M. Rutten). Foi confirmada pela descoberta recente de tabuletas matemáticas em Mari (cf. D. Soubeyran).

Por seu conteúdo matemático — e, em particular, pela notação numérica que é empregada nele —, essas tabuletas constituem a confirmação, para uma nova área geográfica, de um avanço matemático muito pronunciado, já experimentado alhures, e fornecem-nos mais um testemunho da influência da Babilônia fora de suas fronteiras.

Em lugar de ser decimal como nosso sistema posicional atual, a numeração científica babilônia foi fundada numa base sexagesimal. O que quer dizer que sessenta unidades de uma certa ordem eram equivalentes, nele, a uma unidade de ordem imediatamente superior.

Os números de 1 a 59 formavam então as unidades simples ou unidades da 1ª ordem; as sessentenas constituíam as unidades da 2ª ordem; os múltiplos de 60 (ou "sessentenas de sessentenas") correspondiam às unidades da 3ª ordem; os múltiplos de 3.600 (=60^3) formavam as unidades da 4ª ordem, e assim por diante.

Essa numeração só utilizava, na verdade, dois algarismos propriamente ditos: um prego vertical representando a unidade e uma viga associada ao número 10:

1 10

Os números de 1 a 59 eram representados segundo o princípio aditivo, repetindo-se cada um desses dois sinais tantas vezes fosse necessário.

Assim, 19 e 58 são escritos:

 e 

(1 viga + 9 pregos) (5 vigas + 8 pregos)

Até aqui não se nota nenhuma originalidade com respeito aos sistemas precedentes. Mas além de 59 a escrita tornava-se estritamente posicional. O número 69, por exemplo, não mais era escrito:

 mas antes 

60 9 [1;9]

Eis, a título de ilustração, uma passagem extraída da "Pedra negra" de Asarhaddon, rei da Assíria de 680 a 669 a. C. Trata-se de *uma piedosa anedota com sabor de quadrinha* (segundo expressão de J. Nougayrol), que esse soberano tinha imaginado para conciliar aos olhos de seu povo sua reconstrução prematura de Babilônia com uma certa imutabilidade dos decretos divinos (essa cidade, lembremos, foi destruída pelo rei assírio Senaqueribe em 689 a. C. e reconstruída onze anos mais tarde por seu filho Asarhaddon):

Depois de ter inscrito na tabuleta dos Destinos o número dos 70 anos para a deserção da Babilônia, o deus Marduk[1], compadecendo-se, e voltou atrás em sua decisão. Inverteu os algarismos e assim decidiu que a cidade só seria reocupada no final de onze anos (cf. R. Borger, episódio 10, face A-B).

Após decidir o destino da Babilônia, Marduk, o senhor dos deuses do panteão babilônio, inscreveu sua sentença na tabuleta dos Destinos, conferindo-lhe assim toda a força e notoriedade desejadas. E como decidiu no início que aquela cidade seria desertada durante 70 anos, inscreveu o número sob a forma[2]:

[1 ; 10] ([1 ; 10] = 1 × 60 + 10) Fig. 13.40 A

Acometido de piedade em seguida, o deus inverteu os algarismos dessa representação:

10 . 1 (= 10 + 1) Fig. 13.40 B

E como tratava-se da notação do número 11, Marduk decretou que a cidade da Babilônia não mais seria desertada senão durante onze anos e que poderia, por conseguinte, reconstruí-la ao fim desse lapso de tempo...

Essa anedota mostra a que ponto o "grande público" mesopotâmio tinha consciência do princípio de posição aplicado à base 60.

No sistema babilônio, o valor de um algarismo variava segundo a posição que esse ocupava na escrita dos números. O algarismo *I*, por exemplo, valia assim:

— uma unidade simples na primeira fileira;

— uma sessentena (ou 1 × 60) na segunda;

— uma sessentena de sessentenas (ou 1 × 60^2) na terceira;

e assim por diante.

---

1 Marduk, o rei dos deuses do panteão babilônio, possuía a tabuleta dos Destinos: "Uma vez tomada sua decisão com respeito ao porvir, explica J. Bottero, Marduk escrevia nela suas sentenças para conferir-lhe mais força e notoriedade."

2 Daqui por diante as quantidades expressas no sistema sexagesimal de posição serão transcritas entre colchetes com o auxílio de nossos algarismos "arábicos", separando-se as representações das diferentes ordens de unidades consecutivas por ponto-e-vírgulas.

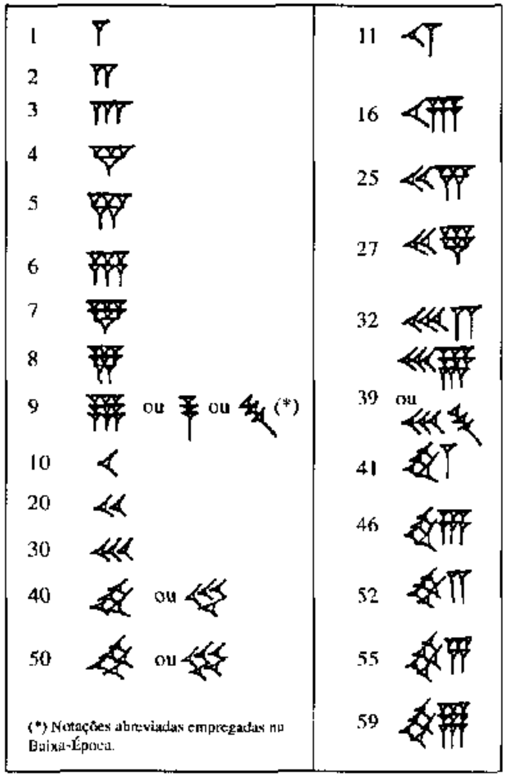
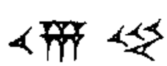


Fig. 13.41 - *Representação das cinqüenta e nove unidades significativas do sistema dos eruditos mesopotâmios.*

Para escrever o número 75 (uma sessentena e quinze unidades), era necessário colocar como aqui um "15" na primeira posição e um "1" na segunda posição:

[1 ; 15] (= 1 × 60 + 15 = 75) Fig. 13.42

E para descrever o número 1.000 (=dezesseis sessentenas e quarenta unidades), era necessário colocar um "40" na primeira posição e um "16" na segunda.



[16 ; 40] (= 16 × 60 + 40 = 1 000) Fig. 13.43

Inversamente, uma escrita como:

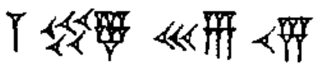
[48 ; 20 ; 12] Fig. 13.44

correspondia ao número:

$$48 \times 60^2 + 20 \times 60 + 12 = 48 \times 3.600 + 20 \times 60 + 12 = 174.012.$$

Era portanto um pouco como se exprimíssemos "174.012 segundos" sob a forma 48h 20min 12seg.

Igualmente, a notação:



[1 ; 50 + 7 ; 30 + 6 ; 10 + 5] ou [1 ; 57 ; 36 ; 15] Fig. 13.45

simbolizando, no espírito dos eruditos babilônios, o número:

$$1 \times 60^3 + 57 \times 60^2 + 36 \times 60 + 15 \ (= 423.375).$$

Os exemplos seguintes são extraídos de um dos mais antigos textos matemáticos babilônios que chegaram até nós: uma tabuleta contemporânea dos primeiros reis da dinastia da Babilônia, agrupando problemas que têm por objeto a resolução da equação de segundo grau[1]:

[17 ; 46 ; 40]

(= 17 × 60 + 46 × 60 + 40)

64 000

Fig. 13.46

[1 ; 57 ; 46 ; 40]

(= 1 × 60 + 57 × 60 + 46 × 60 + 40)

424 000

Fig. 13.47

Percebe-se facilmente nessas condições a diferença existente entre o sistema erudito babilônio e a numeração suméria: o primeiro sistema repousava no princípio de posição, enquanto o segundo era fundado no princípio da adição. Eis, para verificar isso, a notação suméria dos números 1.859 e 4.818, com relação à notação científica babilônia correspondente:

---

[1] De proveniência desconhecida, essa tabuleta é hoje conservada no Museu Britânico (Ref. 13.901). Cf. RA XXXIII, p. 27-48 (pb. II, 1, 3, pb. XII, 1.5).

SISTEMA SUMÉRIO SISTEMA BABILÔNIO

1 859

4 818

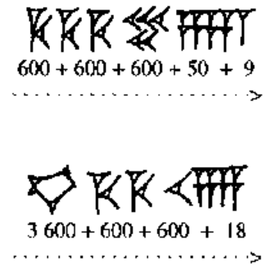


Fig. 13.48 A

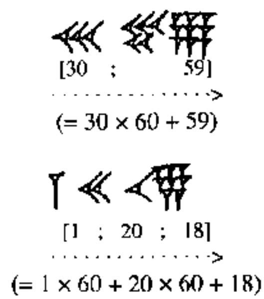


Fig. 13.48 B

Da numeração suméria ao sistema erudito babilônio

Uma das razões que conduziram à "invenção" do sistema erudito babilônio é fácil de compreender. É explicada por esse "acidente" (que foi a própria fonte de uma das dificuldades maiores da numeração cuneiforme suméria), pela qual a unidade e a sessentena eram representadas por um mesmo sinal, a saber, o prego vertical.

Essa descoberta tinha sido preparada, de resto, desde as épocas mais arcaicas da história da civilização suméria. Essas duas unidades foram com efeito representadas:

— inicialmente por um mesmo nome (*geš*) (fig. 8.5 A e B);
— depois, durante a segunda metade do IV milênio, por dois objetos de mesma forma (a saber, o pequeno e o grande cone de argila) (fig. 10.4);
— em seguida, de 3.200-3.100 ao fim do III milênio a. C., por dois algarismos igualmente de mesma morfologia (a saber, o entalhe fino e o entalhe grosso) (fig. 8.9);
— depois, desde por volta do século XXVII a. C., por dois sinais cuneiformes de mesma natureza, que se distinguiam simplesmente por seus tamanhos respectivos (fig. 8.9);
— e enfim, a partir da época da dinastia de Ur III (séculos XXII-XX a. C.), sobretudo nas mãos dos escribas acádios, por um mesmo prego vertical.

Noutras palavras (como o testemunha a anedota da *Pedra Negra* de Asarhaddon, bem como as representações assírio-babilônias de 70, 80 e 90 [fig. 13.23]), vendo no curso dos tempos sua dimensão reduzir-se à porção côngrua segundo as regras de uma evolução gráfica inteiramente normal, o prego de 60 acabou por tomar definitivamente o caráter que fazia dele outrora a distinção com 1.

No uso corrente, em que isso representou uma dificuldade, adotou-se inicialmente para os números 61, 62, 63 etc., bem como para os múltiplos de 60, uma notação "com todas as letras" mediante a palavra *šu-ši* (nome da sessentena) (fig. 13.14), antes mesmo de se dar geralmente a esse número e suas diversas composições representações puramente decimais (fig. 13.18).

Mas entre os eruditos, a coisa engendrou (ao menos para os números de duas ordens de unidades) um verdadeiro sistema posicional fundado na base 60. Basta, para convencer-se disso, comparar as notações que se seguem:

SISTEMA SUMÉRIO — SÍNTESE SUMÉRIO-ACADIANA — SISTEMA ERUDITO BABILÔNIO

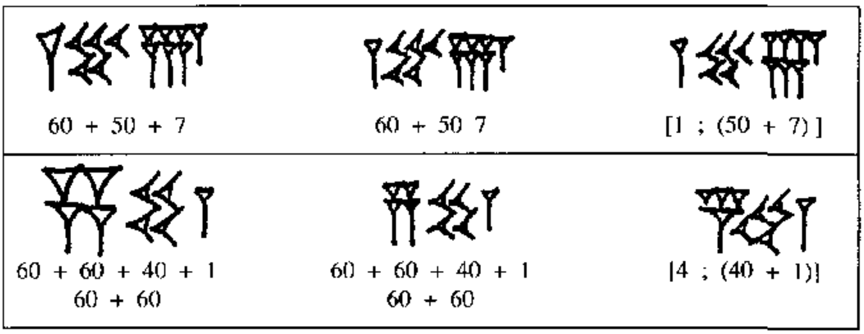


Fig. 13.49

Partindo dessas considerações os, eruditos babilônios deram-se conta de que esse princípio podia ser estendido à representação de todos os inteiros, mas sob a condição de suprimir os antigos algarismos sumérios das unidades superiores a 60.

Começou-se assim por eliminar o algarismo para 600 (= 60 × 10), que foi substituído no interior da ordem das sessentenas por tantas vigas (= 10) quantos múltiplos de 600 havia. Suprimiu-se em seguida o sinal específico do número 3.600 (quadrado de 60); e como este marcava uma unidade da terceira ordem sexagesimal, representou-se esse número por um prego só. Veio a vez do sinal de 36.000 (= 10 × 3.600), que foi substituído nas representações pelo sinal *dez* no interior da terceira ordem de unidades. E assim por diante.

Em lugar de representar 1.859, por exemplo, mediante três sinais 600, seguidos da notação para 59 (1.859 = 3 × 600 + 59), passou-se a escrever (fig. 13.48):

[30;59] (= 30 × 60 + 59).

E em lugar de notar 4.818 pela composição do sinal para 3.600, de duas vezes o sinal para 600, o todo seguido por uma representação para 18 (4.818 = 3.600 + 2 × 600 + 18), deu-se a esse número a notação: [1;20;18] (= 1 × 60^2 + 20 × 60 + 18).

E dessa forma, prego vertical veio a representar não somente a unidade, mas também toda potência de 60. Noutras palavras, a unidade passou a ser representada pelo mesmo prego vertical que 60, 3.600 (= 1 × 60^2), 216.000 (= 1 × 60^3), etc., e a dezena pela mesma viga que 600 (= 10 × 60), 36.000 (= 10 × 60^2), 2.160.000 (= 10 × 60^3), etc.

A descoberta revelou-se, muito fecunda, mas, por causa das próprias circunstâncias que a possibilitaram, encontrou-se na origem de numerosas dificuldades.

As dificuldades do sistema babilônio

Apesar de seu caráter sexagesimal e estritamente posicional, a numeração erudita babilônia foi decimal e de tipo aditivo no interior de cada ordem de unidades. Inconveniente que engendrou, naturalmente, várias ambigüidades e que esteve na origem de erros bastante numerosos. Assim, num texto matemático de Susa (cf. Bruins e Rutten, texto V, tabul. Aa face; col. II, 1.4) o número [10;15]= 10 × 60 + 15 é nomeado como se segue:

[10 ; 15]

Fig. 13.50 A

Essa notação pode ser confundido com as seguintes:

[25] e [10 ; 10 ; 5] (= 10 × 60² + 10 × 60 + 5)

·····> ···········>

Fig. 13.50 B

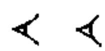
Foi portanto um pouco como se os romanos tivessem aplicado o princípio de posição a seus algarismos segundo a base sessenta notando uma expressão como 10°3'1" (=36.181") sob a forma:

X III I,

se prestando assim à confusão com

XI II I (=11°2'1"), X I III (=10°1'3") etc.

Conscientes da dificuldade, os escribas babilônios e susianos deixaram por vezes um espaço vazio para marcar bem a passagem de uma ordem sexagesimal à seguinte. É assim que, no mesmo texto (face, col. II, 1.3), o escriba contornou a dificuldade notando o número [10;10] (= 10 × 60 + 10) sob a forma:



[10 ; 10]

·········>

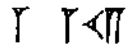
Fig. 13.51

As duas vigas da dezena foram assim muito nitidamente separadas, eliminando portanto qualquer ambigüidade com a notação do número 20.

Num outro texto matemático de Susa (cf. Bruins e Rutten, texto XXII, tabul. Q; face, 1.10), encontramos igualmente a escrita do número:

[1;1;12] (= 1 × 60² + 1 × 60 + 12)

sob a forma:

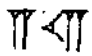


[1 ; 1 : 12]

··········>

Fig. 13.52 A

o espaço vazio assim deixado para distinguir essa representação numérica da seguinte:



[2 ; 12] (= $2 \times 60 + 12$) **Fig. 13.52 B**

Por vezes, para evitar qualquer confusão entre vários pregos ou vigas sucedendo-se, os escribas empregaram em lugar do espaço vazio o sinal cuneiforme abaixo (trata-se de um duplo prego oblíquo, ou de dois pregos superpostos):

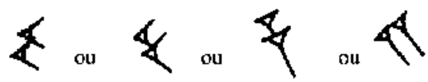


Fig. 13.53

Isso servia, de um modo geral, como sinal de separação nos textos científicos ou literários[1].

Exemplos que pertencem a uma tabuleta matemática de Susa (cf. Bruins e Rutten, texto XII, tabul. M; 1.16 e 19):

[1;10 18 ; 45] (= $1 \times 60^3 + 10 \times 60^2 + 18 \times 60 + 45$)

Sinal de separação

Fig. 13.54 A

[20 3 ; 13 ; 21 ; 33]

Sinal de separação

(= $20 \times 60^4 + 3 \times 60^3 + 13 \times 60^2 + 21 \times 60 \times 33$)

Fig. 13.54 B

[1] Nos comentários de textos literários esse sinal servia por vezes para separar as palavras de suas explicações. Nos textos bilíngües ou trilíngües servia também para marcar a passagem de uma língua à outra. E no catálogo dos presságios era empregado regularmente entre duas fórmulas, ou ainda como sinal indicando o início de uma sentença (cf. R. Labat).

Graças ao sinal de separação a primeira notação diferencia-se, portanto, nitidamente da do número:

$$[1 ; 1+18 ; 45] \ (= 1 \times 60^2 + 28 \times 60 + 45)$$

E a segunda não se presta a nenhuma confusão com a do número:

$$[20+3 ; 13 ; 21 ; 33] \ (= 23 \times 60^3 + 13 \times 60^2 + 21 \times 60 + 33).$$

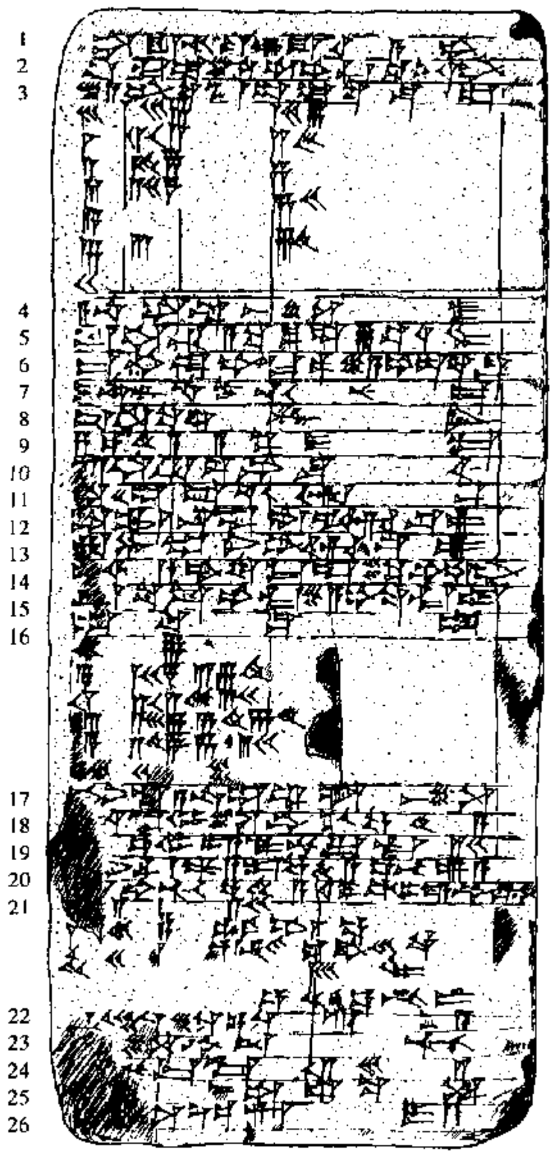


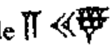
Fig. 13.55 - *Importante texto matemático encontrado em Larsa (Senkereh), datando da primeira dinastia babilônia. Museu do Louvre, AO 8862 (Face IV do prisma). Ref. O. Neugebauer, MKT II, [tafel] 38. Entre a linha 16 e a seguinte notar-se-á por exemplo a representação do número 18.144.220 sob a forma: [1;24; (espaço vazio); 3; 40].*

Mas essa dificuldade escondia uma outra muito mais grave: *a ausência do zero*. Durante mais de quinze séculos os matemáticos e astrônomos babilônios ignoraram-no. Assim, essa lacuna deve tê-los incomodado consideravelmente.

Quando se aplica o princípio de posição há um momento em que é necessário dispor de um sinal gráfico especial para representar as unidades que faltam. Um exemplo: quer-se escrever o número *dez* utilizando nossa numeração decimal de posição atual. *Dez* é a base desse sistema: deve-se portanto colocar o algarismo 1 na segunda posição para que queira dizer: "uma dezena". Mas então como significar que esse "1" está em segunda posição se não se tem nada para colocar na primeira fileira? Doze é fácil: escreve-se primeiro "1" e depois um "2" (uma dezena e duas unidades). Mas e para dez? É preciso colocar "1" e... nada. Também para setecentos e dois é preciso colocar um "2" na primeira posição, um "7" na terceira e *nada* entre os dois.

Esse "nada", acabar-se-á portanto pouco a pouco por tomar consciência de que se deve obrigatoriamente figurá-lo por "algo" se não se quer atrapalhar-se em suas representações algarítmicas. Esse "algo" que não quer dizer "nada" ou antes esse sinal gráfico servindo para marcar a ausência das unidades de uma certa ordem será finalmente o *zero*.

Por volta de 1.200 a. C. os eruditos babilônios ignoravam ainda esse conceito. Prova disso: este exemplo extraído de uma tabuleta matemática dessa época[1], em que se pode ler isto (na linha 14):

"Calcula o quadrado de  e encontrarás: 

[2 ; 27] [6 ; 9]

No nosso sistema posicional decimal o primeiro desses números eqüivale a:

$$[2 ; 27] = 2 \times 60 + 27 = 147.$$

Seu quadrado é, portanto, igual a:

$$147 \times 147 = 21.609.$$

E como este pode também ser decomposto sob a forma:

$$6 \times 3.600 + 0 \times 60 + 9 = 6 \times 60^2 + 0 \times 60 + 9,$$

deveria ser escrito no sistema posicional sexagesimal babilônio colocando o algarismo "9" na primeira posição, o algarismo "6" na terceira e... "nada" entre os dois.

Se o escriba tivesse conhecido o uso do zero teria seguramente evitado representar o quadrado de [2;27] sob a forma [6;9], que se presta visivelmente à confusão com o número:

$$[6 ; 9] = 6 \times 60 + 9 = 369!$$

Teria, portanto, notado o resultado escrevendo algo como:

$$[6 ; 0 ; 9],$$

marcando assim a ausência das sessentenas (unidades sexagesimais de 2ª ordem).

[1] A tabuleta provém de Uruk e remonta a uma época posterior ao final da primeira dinastia babilônia (cf. T. Thureau-Dangin). É atualmente conservada no Museu do Louvre sob o número de inventário AO 17.264 (cf. RA, XXXI, 1934, p. 61-69).

Outro exemplo do mesmo gênero é-nos fornecido por uma tabuleta matemática babilônia datando de por volta de 1.700 a. C.. Nesse documento[1], com efeito, os números:

$$[2 ; 0 ; 20] \ (= 2 \times 60^2 + 0 \times 60 + 20)$$

e

$$[1 ; 0 ; 10] \ (= 1 \times 60^2 + 0 \times 60 + 10)$$

são respectivamente indicados da seguinte maneira (cf. linhas 3 e 4 à esquerda da tabuleta):

2;20 1;10

Fig. 13.56

Essas notações são evidentemente ambíguas pois se prestam respectivamente à confusão com:

$$[2 ; 20] = 2 \times 60 + 20 = 140 \quad \text{e} \quad [1 ; 10] = 1 \times 60 + 10 = 70!$$

Para tentar sobrepujar essa dificuldade os escribas da Babilônia deixaram por vezes um espaço vazio ali onde uma potência de sessenta faltava.

Exemplos[2]:

[1 ; ▼ ; 25] $(= 1 \times 60^2 + 0 \times 60 + 25)$

ausência das unidades de 2ª ordem

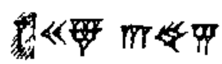
Fig. 13.57 A

[1; 0; 35] $(= 1 \times 60^2 + 0 \times 60 + 35)$

Fig. 13.57 B

[1; 0; 40] $(= 1 \times 60^2 + 0 \times 60 + 40)$

Fig. 13.57 C



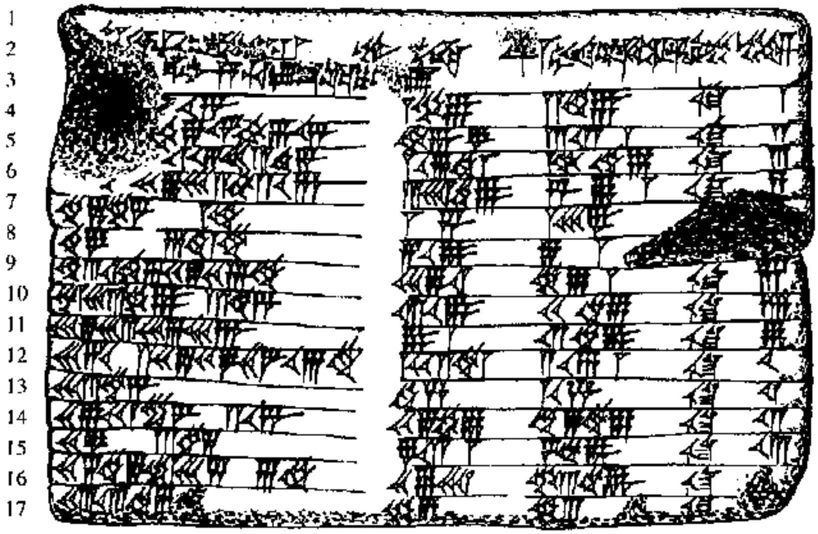
[1 ; 27 ; 0 ; 3 ; 45] $(= 1 \times 60^4 + 27 \times 60^3 + 0 \times 60^2 + 3 \times 60 + 45)$

Fig. 13.57 D

---

[1] Essa tabuleta figura entre as aquisições do Museu arqueológico de Berlim e leva o número de inventário VAT 8524 (cf. O. Neugebauer [MKT], II, pr. 57; e F. Thureau-Dangin, problema 218).

[2] Os exemplos A, B e C da figura 13.57 foram descobertos em tabuletas matemáticas em Susa (cf. Bruins e Rutten, texto V, tabul. Aa, verso, col. I, 1.39; texto VI, tabul. Bb, face, col. I, 1.25 e 8) e o exemplo D na tabuleta da fig. 13.58 (linha 15). Precisemos que as interpretações dadas a essas diversas menções numéricas são certas, já que os valores considerados respondem a relações matemáticas claramente indicadas pelo contexto.



TRANSCRIÇÃO

Linha					
1	TAKI-IL-TI ȘI-LI-IP-TIM	ÍB-SÁ SAG	ÍB-SÁ ȘI-LI-IP-TIM	MU-BI-IM	
2	SA ... NA-AS-SÀ-ḪU-Ú-[M]A SAG-I ... -Ú				
3	1, 59, *, 15	1, 59	2, 49	KI	1
4	1, 56, 56, 58, 14, 50, 6, 15	56, 7	3, 12, 1	KI	2
5	1, 55, 7, 41, 15, 33, 45	1, 16, 41	1, 50, 49	KI	3
6	1, 53, 10, *, 29, 32, 52, 16	3, 31, 49	5, 9, 1	KI	4
7	1, 48, 54, 1, 40	1, 5	1, 37	KI	5
8	1, 47, 6, 41, 40	5, 19	8, 1	KI	6
9	1, 43, 11, 56, 28, 26, 40	38, 11	59, 1	KI	7
10	1, 41, 33, 59, 3, 45	13, 19	20, 49	KI	8
11	1, 38, 33, 36, 36	9, 1	12, 49	KI	9
12	1, 35, 10, 2, 28, 27, 24, 26, 40	1, 22, 41	2, 16, 1	KI	10
13	1, 33, 45	45	1, 15	KI	11
14	1, 29, 21, 54, 2, 15	27, 59	48, 49	KI	12
15	1, 27, *, 3, 45	7, 12, 1	4, 49	KI	13
16	1, 25, 48, 51, 35, 6, 40	29, 31	53, 49	KI	14
17	1, 23, 13, 46, 40	56	53	KI	15

* Espaço vazio exprimindo a ausência de unidade de uma certa fileira.

Fig. 13.58 - *Tabuleta matemática datando de 1.800-1.700 a. C., cujo conteúdo revela que os matemáticos da Babilônia conheciam já, na época a 1ª dinastia, o teorema dito "de Pitágoras".*

Uma análise detalhada dessa tabuleta (a partir da qual a reconstituição das partes ausentes foi realizada) provou, com efeito, que, em cada linha, o número A da primeira coluna à esquerda, o número B da segunda coluna e o número C da terceira satisfazem à relação matemática:

$$A=a^2/c^2;\ B=b;\ C=c \text{ e } a^2=b^2+c^2,$$

relação que exprime que, num triângulo retângulo (de lados b e c e de hipotenusa a), o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos lados do ângulo reto. Columbia University de Nova York. Tabuleta Plimpton 322. Cópia inédita do autor (cf. O. Neugebauer e A. -J. Sachs, pr. 25 e p. 38-41).

Mas o problema nem por isso foi resolvido. Esse espaço era freqüentemente omitido pelos escribas distraídos ou pouco conscienciosos. Por outro lado, era difícil, nessas condições, simbolizar a ausência de duas ou mais ordens de unidades consecutivas: como representar, por exemplo, a ausência das unidades das 3ª e 4ª ordens por dois "brancos" consecutivos? Enfim, se em virtude da ausência do zero o algarismo 4, por exemplo, podia tanto representar 4 quanto 4×60, 4×60^2, 4×60^3 ou 4×60^4, como podia-se saber que se tratava de um ou outro desses valores?

A todas essas dificuldades vieram acrescentar-se as da notação das frações. Enquanto seus predecessores tinham atribuído um algarismo particular a cada fração em questão (ver um caso semelhante entre os elamitas na fig. 10.32), os babilônios, partindo do princípio de posição, estenderam a representação às frações cujo denominador é uma potência de 60. Noutros termos, a notação sexagesimal posicional foi estendida ao que chamaríamos hoje as potências negativas de 60 ($60^{-1} = 1/60$, $60^{-2} = 1/60^2 = 1/3.600$, $60^{-3} = 1/60^3 = 1/216.000$ etc.). De modo que o símbolo da unidade veio a significar não apenas 1, 60, 60^2, ..., mas também um sessenta avos etc. Dois pregos podiam portanto significar tanto 2 ou 2×60 quanto 2/60 (um trigésimo) ou 2/3.600; a representação de 15 podia ter o sentido suplementar de 15/60 e a notação de 30 podia ser interpretada como 30/60.

Assim, a numeração era desenvolvida à esquerda em potências positivas de 60 (1, 60, 60^2, 60^3 etc.) e à direita em potências negativas da base (1, 60^{-1}, 60^{-2}, etc.), exatamente da mesma maneira como o desenvolvimento dos números em potências positivas ou negativas de dez de nosso sistema posicional decimal. A única diferença é que não houve no sistema babilônio nenhum sinal comparável a nossa *vírgula* para permitir a separação da parte inteira da parte fracionária.

É a razão de certas dificuldades que veremos nas três interpretações seguintes (entre tantas que se poderia fazer) a partir de uma notação dada:

Notação: 

[25 ; 38]

Interpretação nº 1	*Interpretação nº 2*	*Interpretação nº 3*
$25 \times 60 + 38$	$25 + 38/60$	$25/60 + 38/3\ 600$

Fig. 13.59

Durante mais de um milênio todas essas ambigüidades não impediram os matemáticos e os astrônomos da Babilônia de efetuarem com a ajuda de seu sistema imperfeito muitos cálculos sofisticados. É verdade que esses eruditos tiveram sempre em mente a ordem de grandeza em questão: todas as confusões engendradas por seu sistema eram resolvidas ou pelo contexto (isto é, pelos próprios dados do problema), ou pelo comentário do mestre que devia precisar de viva voz ao mesmo tempo os dados e a ordem de grandeza.

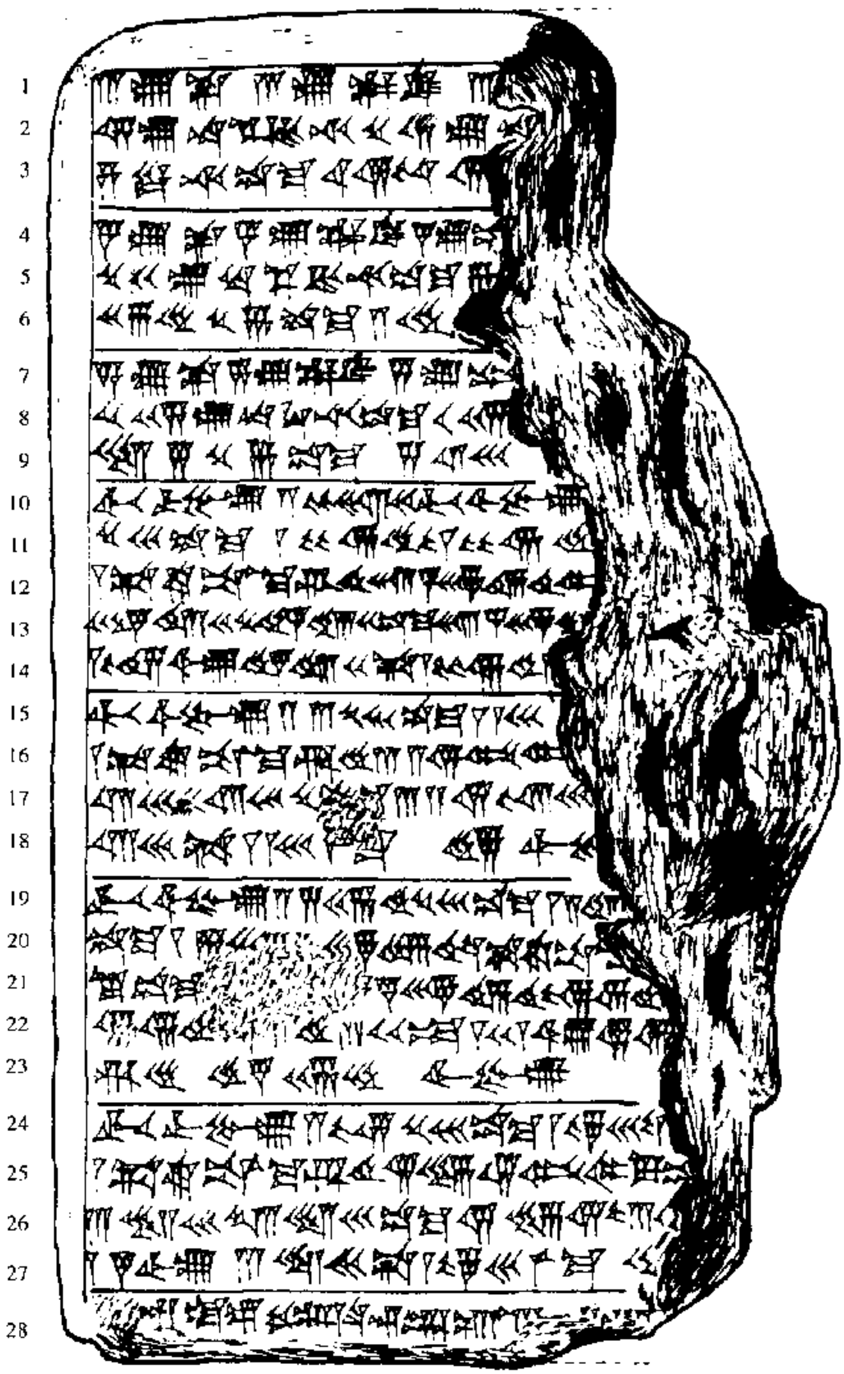


Fig. 13.60 - *Tabuleta matemática datando provavelmente do fim do III milênio ou do início do II milênio a. C. e proveniente das escavações clandestinas em Uruk. Trata-se de uma das mais antigas atestações conhecidas do uso do zero babilônio. Museu do Louvre, Tabul. AO 6484 verso. Ref. F. Thureau-Dangin, tabul. 33, verso, pr. LXII.*

Como nasceu o zero babilônio

A partir de uma época difícil de precisar — mas que, como veremos, é talvez pouco anterior à época selêucida[1] — os astrônomos e os matemáticos babilônios usaram um verdadeiro zero para significar a ausência de unidades sexagesimais de uma certa fileira.

Cada vez que uma potência de sessenta vinha a faltar na escrita de um número, empregavam em substituição ao espaço vazio outrora deixado para tanto o sinal seguinte (que nada mais é do que uma variante gráfica do sinal de separação de que falamos mais acima: fig. 13.53):

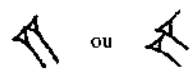
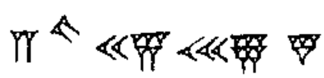


Fig. 13.61

Numa tabuleta astronômica[2], proveniente de escavações clandestinas em Warka (Uruk) datando da época selêucida, encontramos assim o número:

$$[2;0;25;38;4]$$
$$(= 2 \times 60^4 + 0 \times 60^3 + 25 \times 60^2 + 38 \times 60 + 4)$$

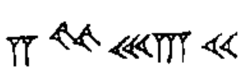
escrito sob a forma (verso da tabuleta, col. II, 1.1):



[2 ; 0 ; 25 ; 38 ; 4]

Fig. 13.62

(o duplo prego marcando assim a ausência das unidades sexagesimais da quarta ordem). Na tabuleta da figura 10.60 encontramos igualmente as menções numéricas seguintes (linhas 10, 14 e 24):



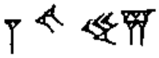
[2 ; 0 ; 0 ; 33 ; 20] $(= 2 \times 60^4 + 0 \times 60^3 + 0 \times 60^2 + 33 \times 60 + 20)$

Fig. 13.63 A

---

[1] A época selêucida começou no fim do século IV a. C. (mais exatamente, em 311) e terminou em meados do século I a. C.

[2] Atualmente conservada no museu do Louvre sob o número de inventário AO 6456 (cf. F. Thureau-Dangin, tabul. 31, verso, pr. LVIII).



[1 ; 0 ; 45] $(= 1 \times 60^2 + 0 \times 60 + 45)$

Fig. 13.63 B

[1 ; 0 ; 0 ; 16 ; 40] $(= 1 \times 60^4 + 0 \times 60^3 + 0 \times 60^2 + 16 \times 60 + 40)$

Fig. 13.63 C

[1 ; 0 ; 7 ; 30] $(= 1 \times 60^3 + 0 \times 60^2 + 7 \times 60 + 30)$

Fig. 13.63 D

Os documentos matemáticos babilônios publicados até nossos dias não nos revelam o emprego do zero a não ser em posição intermediária.

Partindo disso, vários historiadores das ciências deduziram que os eruditos mesopotâmios só empregaram o zero no interior de representações numéricas e que é necessário cautela antes de concluir pela identidade funcional de seu zero com o nosso.

Noutras palavras, segundo esses historiadores se os matemáticos mesopotâmios escreveram algo como:

[1 ; 0 ; 3] ou [12 ;0 ; 5 ; 0 ; 33], por exemplo,

jamais introduziram uma notação tal como:

[5 ; 0] $(= 5 \times 60 + 0)$

ou como:

[17 ; 3 ; 0 ; 0] $(= 17 \times 60^3 + 3 \times 60^2 + 0 \times 60 + 0)$.

Na realidade, sabemos há tempo graças aos trabalhos de O. Neugebauer que os astrônomos babilônios utilizaram o zero não somente em *posição intermediária* mas também em *posição terminal* ou inicial.

Numa tabuleta astronômica[1] datando da época selêucida e proveniente da Babilônia encontramos assim, na linha 11 da coluna II de sua parte face, a escrita do número 60 sob a forma[2]:

[1 ; 0] $(= 1 \times 60 + 0)$

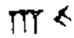
Fig. 13.64 A

[1] Atualmente conservada no Museu Britânico sob o número de inventário BM 32651 (cf. O. Neugebauer; ACT, I, p. 195 e III, nº 200, pr. 234 e 223-224).

[2] O valor assim atribuído a essa representação numérica é assegurado por uma relação matemática indicada pelo contexto.

Aqui a dupla viga é portanto empregada não no seu sentido primeiro (isto é, como sinal de separação) mas para marcar a ausência das unidades de 1ª ordem.

Aliás, no verso da mesma tabuleta (col. II, 1.16) o número 180 é dado, também, sob a forma:



[3 ; 0] (= 3 × 60 + 0)

······>

Fig. 13.64 B

Igualmente, numa tabuleta astronômica[1], contemporânea da precedente e proveniente igualmente da Babilônia, o número:

$$[2 ; 11 ; 46 ; 0] \quad (= 2 \times 60^3 + 11 \times 60^2 + 46 \times 60 + 0)$$

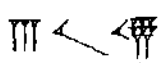
é representado da seguinte maneira:

[2 ; 11 ; 46 ; 0]

··················>

Fig. 13.65

O zero terminal é notado nela de maneira muito singular: como um "dez" alongado na sua parte inferior. Trata-se de uma simples omissão da viga superior do zero, de uma fantasia do escriba ou ainda de uma notação rápida? Um exame atento de algumas tabuletas astronômicas de mesma proveniência e da mesma época nos faz tender para esta última hipótese. O exemplo seguinte, que pertence a uma dessas tabuletas (face, col. X, 1, 11) constituiria sua confirmação[2]:



[3 ; 0 ; 18] $(= 3 \times 60^2 + 0 \times 60 + 18)$

············>

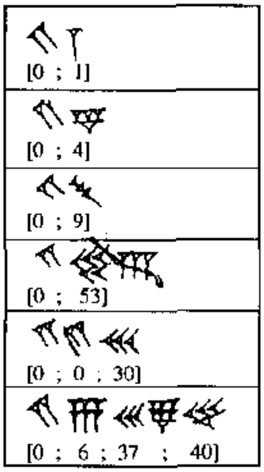
Fig. 13.66

Assinalemos enfim que o uso do duplo prego oblíquo (ou da dupla viga) em posição inicial permitiu aos astrônomos babilônios notar sem ambigüidade as frações sexagesimais. Eis, a título de ilustração, algumas menções numéricas extraídas da tabuleta precedente (face, col. XI, 1.4; verso, col. V, 1, 8-9 e col. XII, 1.5, 8 e 18):

---

[1] Atualmente conservada no Museu Britânico sob o número de inventário BM 34581 (cf. O. Neugebauer, ACT, III, nº 142 e pr. 52, col. II, 1.12).

[2] Precisemos igualmente que ao lado dessa notação singular do zero babilônio a mesma tabuleta dá vários exemplos em que esse conceito é notado de maneira tradicional (cf. Pinches e Strassmaier, nº 58).



$= 0^{\circ}\,1'$	$(= 0 + 1/60)$
$= 0^{\circ}\,4'$	$(= 0 + 4/60)$
$= 0^{\circ}\,9'$	$(= 0 + 9/60)$
$= 0^{\circ}\,53'$	$(= 0 + 53/60)$
$= 0^{\circ}\,0'\,30''$	$(= 0 + 0/60 + 30/60^2)$
$= 0^{\circ}\,6'\,37''\,40'''$	$(= 0 + 6/60 + 37/60^2 + 40/60^3)$

Fig. 13.67

Assim, recapitulando, os eruditos mesopotâmios regulamentaram, ao menos a partir da primeira metade do II milênio a. C., uma numeração escrita, eminentemente abstrata e de longe superior a todos os sistemas empregados na Antigüidade: foi a primeira numeração estritamente posicional da história. Inventaram igualmente, mas numa época mais tardia, o uso do zero: o mais antigo da história. Os matemáticos só parecem, contudo, tê-lo utilizado em posição intermediária na escrita dos números. Os astrônomos, por sua vez, o empregaram não apenas nessa posição, mas em posição final e em posição inicial.

Quando nasceu o primeiro zero da história?

Vimos que o zero estava ausente dos textos científicos contemporâneos da Iª dinastia babilônia. Aliás, o uso desse conceito não é quase nada atestado nos textos matemáticos ou astronômicos anteriores à época selêucida, já que os mais antigos documentos conhecidos contendo o zero não são anteriores ao século III a. C.

É preciso concluir daí que a "invenção" do zero mesopotâmio só se produziu no tempo dos selêucidas? Nenhum elemento nos permite afirmar isso. De resto, nada prova que o zero tenha sido concebido e utilizado desde antes dessa época. Convém fazer uma distinção entre a data presumida de uma "invenção", a de sua propagação e a de suas primeiras atestações conhecidas na época moderna. Pode ocorrer muito bem que uma descoberta seja feita várias gerações antes de sua propagação e que os "mais antigos documentos conhecidos atestando seu uso" lhe sejam posteriores em vários séculos; e isso ou porque os documentos anteriores pereceram na noite dos tempos, ou porque estes últimos não foram ainda exumados pelos arqueólogos.

É, portanto, permitido supor que a descoberta do zero babilônio tenha sido anterior ao século III a. C. Essa conjectura parece tanto mais plausível pelo fato de que sabemos hoje que as tabuletas literárias da época selêucida são cópias de documentos anteriores em várias gerações (cf. Hunger).

Isso autoriza-nos, portanto, a pensar que as tabuletas matemáticas da mesma época não são todas originais da época selêucida.

Trata-se apenas de uma hipótese. Só novas descobertas arqueológicas permitirão precisar esta questão...

Como este zero foi concebido?

Como quer que seja, esse sinal jamais foi concebido, no espírito dos eruditos babilônios, no sentido de "número zero".

O duplo prego ou a dupla viga teve, claro, o significado do "vazio" (ou antes do lugar vazio no interior de uma representação algarítmica), mas não parece ter sido pensado no sentido de "nada" (o de "10-10", por exemplo).

A prova: num texto matemático de Susa (cf. Bruins e Rutten, texto VII, tabul. AB), o escriba, não sabendo visivelmente exprimir o resultado da subtração de 20 por 20, conclui assim:

20 menos 20... tu vês.

Igualmente, num outro texto matemático de Susa (cf. Bruins e Rutten, texto XXII, tabul. Q), num lugar onde se espera encontrar o número zero como resultado de uma operação de distribuição de grão, o escriba diz, simplesmente:

O grão está esgotado.

Vazio e *nada* já haviam, claro, sido concebidos. Mas não eram ainda considerados como sinônimos...

Como calculavam os eruditos babilônios?

Nenhuma descrição precisa dos métodos de cálculo dos matemáticos e astrônomos mesopotâmios chegou a nossos dias. Pode-se, contudo, reconstituí-los graças aos muito numerosos documentos que nos deixaram.

É preciso inicialmente observar que, mesmo tornando-se estritamente posicional, sua numeração tinha guardado aproximadamente a mesma estrutura aritmética que sua mãe suméria, já que repousava sempre na base 60 admitindo a dezena como base auxiliar no interior de cada ordem de unidades sexagesimais. Ora, levando em conta a prova que trouxemos da existência de um ábaco entre os sumérios e feita a restituição de sua forma, pode-se muito bem deduzir que o instrumento, legado igualmente em herança aos eruditos da Babilônia, foi utilizado por eles com o mesmo fim. Muito provavelmente as coisas ocorreram assim, ao menos no início dessa história.

Mas excelentes razões nos incitam a precisar que as regras e a própria forma do ábaco tiveram de mudar muito rapidamente, pois o método simplificou-se ao longo dos tempos.

Essa simplificação teve de exigir, em contrapartida, a memória das "tabuletas" para os números compreendidos entre 1 e 60: uma "bagagem" mínima que precisou possuir para ser capaz de efetuar operações sobre o dispositivo.

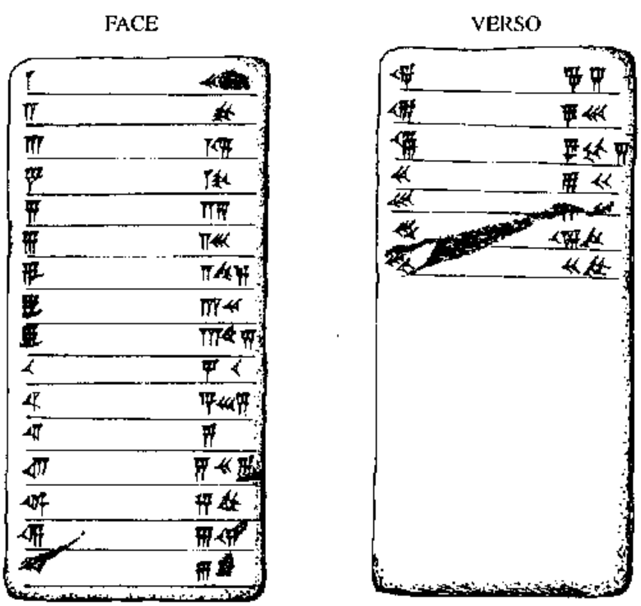
Na realidade, os babilônios de modo algum deram-se ao trabalho de aprender de cor tais tábuas numéricas: eles as confeccionaram de uma vez por todas e as transmitiram de geração em geração.

Entre os numerosos textos matemáticos encontram-se assim todas as espécies de tábuas de multiplicação.

A figura 13.68 dá-nos um exemplo característico. O leitor poderá seguir facilmente sua transcrição olhando o mostrador de seu relógio, convindo representar as unidades da primeira ordem por minutos e as da segunda ordem por horas. Constatará então que a tabuleta dá à esquerda os números de 1 a 60 (ou ao menos os 20 primeiros números, bem como os números 30, 40 e 50) e, à direita, os resultados dos produtos correspondentes por 25. Trata-se portanto de uma tábua de multiplicação por 25, inteiramente semelhante à que se poderia construir como se segue no nosso sistema atual:

1	(vezes 25 é igual a)	25
2	(vezes 25 é igual a)	50
3	(vezes 25 é igual a)	75
4	(vezes 25 é igual a)	100
5	(vezes 25 é igual a)	125
6	(vezes 25 é igual a)	150
7	(vezes 25 é igual a)	175 etc.

De uma maneira geral, as tábuas de multiplicação dão os produtos por um número dado *n* (inferior a 60) dos vinte primeiros números inteiros, depois dos números 30, 40 e 50. O que, é claro, bastava para fornecer ao calculador o resultado do produto por *n* de um qualquer dos números compreendidos entre 1 e 60.



	TRANSCRIÇÃO		TRADUÇÃO (sistema posicional decimal)	
Verso	1	[25]	1	25
	2	[50]	2	50
	3	[1 ; 15]	3	75
	4	[1 ; 40]	4	100
	5	[2 ; 05]	5	125
	6	[2 ; 30]	6	150
	7	[2 ; 55]	7	175
	8	[3 ; 20]	8	200
	9	[3 ; 45]	9	225
	10	[4 ; 10]	10	250
	11	[4 ; 35]	11	275
	12	[5 ;]	12	300
	13	[5 ; 25]	13	325
	14	[5 ; 50]	14	350
	15	[6 ; 15]	15	375
	16	[6 ; 40]	16	400
Face	17	[7 ; 05]	17	425
	18	[7 ; 30]	18	450
	19	[7 ; 45]*	19	465*
	20	[8 ; 20]	20	500
	30	[12 ; 30]	30	750
	40	[16 ; 40]	40	1 000
	50	[20 ; 50]	50	1 250

* Erro cometido pelo escriba.

Fig. 13.68 - *Tábua de multiplicação por 25 encontrada em Susa. Data: primeira metade do II milênio a. C. Museu do Louvre (ref. MDP, XXXIV; texto iv, tabul. K).*

Partindo daí, as multiplicações efetuavam-se muito facilmente no seu ábaco.

Em virtude do princípio de posição teve-se rapidamente de dar-se conta de que não mais era necessário apelar a uma tabuleta de madeira como a da figura 12.4, nem mesmo reproduzir divisões semelhantes às do ábaco sumério: bastava traçar linhas paralelas delimitando colunas sucessivas correspondendo cada uma a uma ordem de unidades sexagesimais. E como o barro é bem mais manejável que a madeira, pode-se supor que essas colunas eram traçadas na argila ainda fresca de uma grande tabuleta confeccionada em cada ocasião. Quanto às lascas, seu emprego não se impunha mais: bastava desde então escrever os números postos em jogo nessa tabuleta no interior das colunas sucessivas e apagá-los na medida da obtenção dos resultados parciais. Essa restituição do *ábaco mesopotâmio* certamente é apenas uma hipótese, mas esta é muito plausível.

Eis um exemplo simples, utilizável a partir da tábua de multiplicação da figura 13.68.

Seja efetuar a multiplicação de 692 (= 11 × 60 + 32 = [11;32]) por 25; trata-se portanto, em termos babilônios, de calcular o produto [11;32] × 25.

Começo, portanto, por traçar no plano de argila mole as três primeiras colunas, que me indica a ordem de grandeza do resultado. Partindo da direita para a esquerda a primeira corresponde às unidades sexagesimais da primeira ordem (números de 1 a 59), a segunda às da 2ª ordem (múltiplos de 60 pelas 59 unidades) e a terceira às da 3ª ordem (múltiplos de 60^2 = 3.600 pelas 59 unidades).

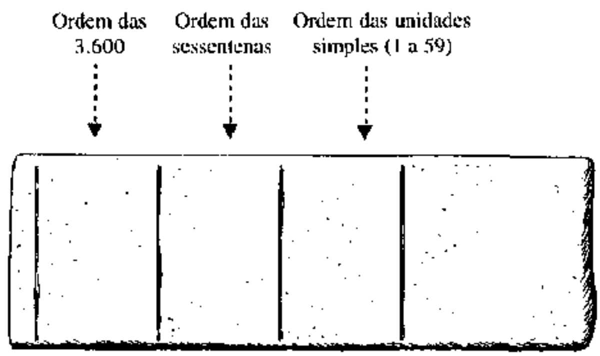


Fig. 13.69 A

À direita da figura eu represento então o multiplicando mediante algarismos cuneiformes.

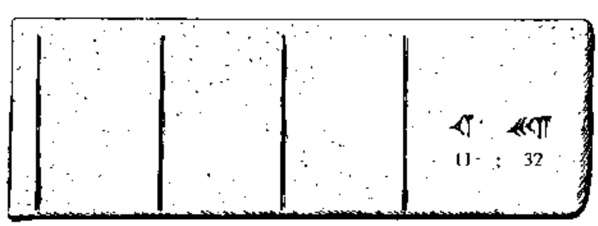


Fig. 13.69 B

Procuro agora na tábua de multiplicação por 25 o correspondente de 2; encontro 50, que reproduzo na coluna das unidades:

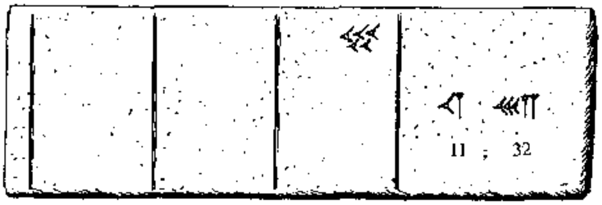


Fig. 13.69 C

Apago agora o 2 da representação algarítmica à direita das colunas e procuro na tábua de multiplicação por 25 o correspondente de 30; encontro [12;30], que reproduzo colocando o 30 na coluna das unidades e o 12 na das sessentenas.

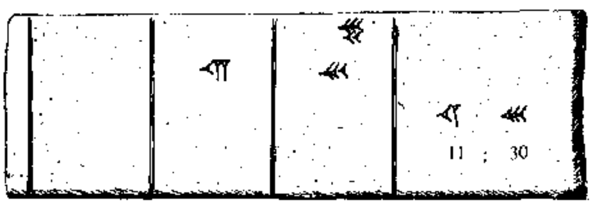


Fig. 13.69 D

Apago agora o 30 da representação algarítmica à direita das colunas e procuro na tabuleta de multiplicação por 25 o correspondente de 11; encontro [4;35], que reproduzo colocando o 35 na coluna das sessentenas (já que mudei de ordem de unidades nesse meio tempo), depois o 4 na das 3.600.

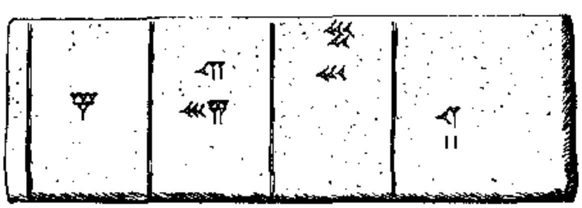


Fig. 13.69 E

Apago agora o 11 representado à direita das colunas e nada mais tenho que fazer agora senão reduzir as representações nas colunas para obter o resultado.

Na coluna das unidades tenho já 8 vigas. Mas como seu número (5 + 3 = 8) ultrapassa os seis de uma sessentena, apago 6, que substituo por um prego disposto na coluna dos 60 deixando 2 vigas na coluna das unidades:

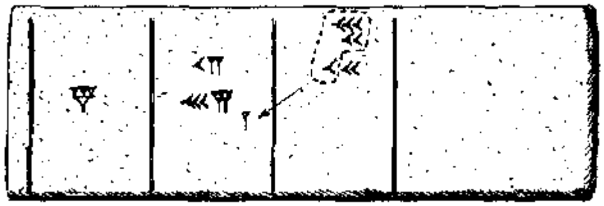


Fig. 13.69 F

Na coluna das sessentenas tenho 4 vigas e 7 pregos, aos quais um prego suplementar veio acrescentar-se. Tenho portanto ao todo 4 vigas e 8 pregos, cujo valor (48 unidades de 2ª ordem) não ultrapassa 60. Apago portanto as antigas representações e escrevo 48. E como tenho apenas um 4 na coluna das unidades da 3ª ordem, nada mais tenho de fazer senão ler esse número para enunciar o resultado da multiplicação em questão:

$$[11 ; 32] \times 25 = [4 ; 48 ; 20]$$
$$(= 4 \times 3.600 + 48 \times 60 + 20 = 17.300)$$

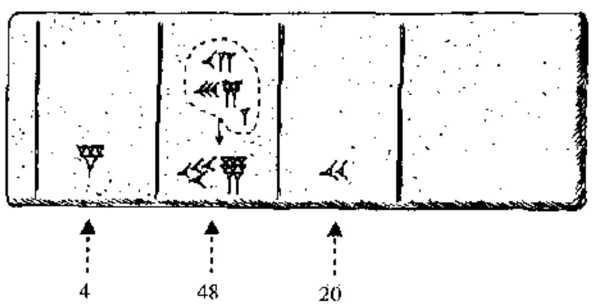


Fig. 13.69 G

Para os números de 1 a 59 existiam também tabuletas de quadrados, raízes quadradas (fig. 13.62), raízes cúbicas, inversos, exponenciais etc., graças às quais conseguia-se efetuar facilmente cálculos ainda mais complexos. A divisão por exemplo era feita não mais diretamente, mas graças às tábuas de inversos: para dividir um número pelo outro bastava multiplicá-lo por seu inverso.

O que precede testemunha o alto grau intelectual atingido pelos matemáticos e astrônomos mesopotâmios desde o início do II milênio a. C.

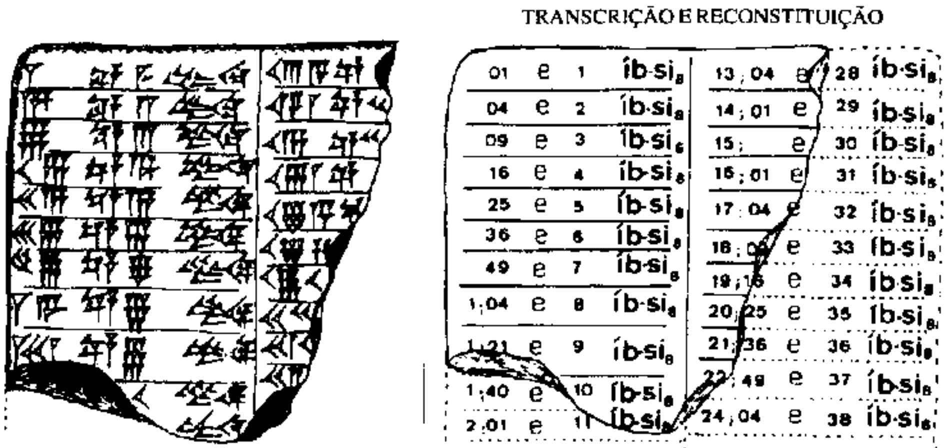


Fig. 13.70 - *Fragmento de uma tábua de raízes quadradas. Data: 1.800 aproximadamente a. C. Proveniência: Nippur (a 160 km a sudeste de Bagdad). Museu da Universidade da Pensilvânia (seção babilônia), CBS 14233, verso. Ref. L. Legrain, in: HF, 13/1922, pr. IX, tabul. 22.*

Sobrevivências do sistema babilônio[1]

O sistema abstrato dos eruditos da Babilônia exerceu uma grande influência no mundo científico, desde a Antigüidade até nossos dias.

Desde o século II a. C., ao menos, esse sistema foi utilizado pelos astrônomos gregos para exprimir as potências negativas de sessenta. Um sinal zero foi até mesmo introduzido entre eles. Mas, em lugar de retomar a notação cuneiforme babilônia, os gregos adaptaram sua numeração alfabética a esse uso, notando, por exemplo, expressões tais como 0°28'35" e 0°17'48", respectivamente, nas formas seguintes:

KH ΛE
[0 ; 28 ; 35] (= 0 + 28/60 + 35/60²)

ō IZ MΘ
[0 ; 17 ; 49] (= 0 + 17/60 + 49/60²)

Fig. 13.71

---

[1] Cf. Irani; Neugebauer; Tropfke; Woepcke; Youschkevitch.

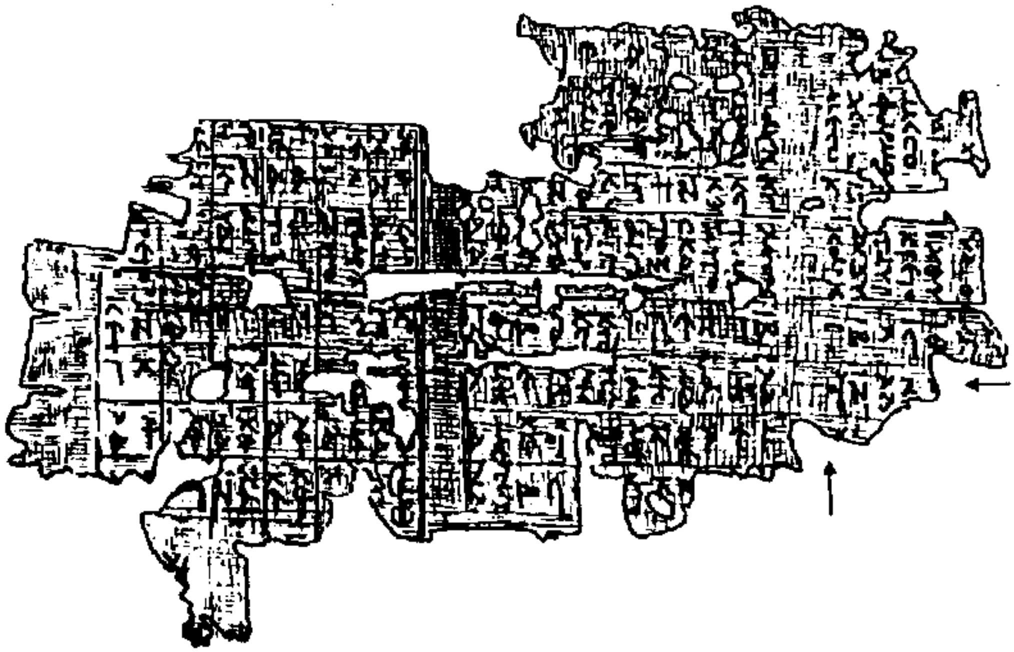


Fig. 13.72 - *Papiro astronômico grego do século II da era cristã (posterior a 109). Pap. Lund. Inv. 35a. Cópia segundo O. Neugebauer, pr. 2.*

TRANSCRIÇÃO

	IΘ		. . .	. .		. . . .	IB		. . . . .	KE]
	K KA		. . . . . .	. . . .		. . . .	IΓ IΔ		. . . .	Kϛ] KZ]
	KB KΓ		. . . B MΓ	A B		[. . . . . .] KΔ Λϛ	IE Iϛ		. . . . . . NB ME	[KH] KΘ
]-	KΔ KE		Δ Λ Θ Kϛ	Γ Δ		Kϛ Θ KZ MA	IZ IH		NΔ Iϛ TAYPOY	Λ ΔIΔYM
ϛ]-	Kϛ KZ		ϛ MZ H Θ	E ϛ		KΘ IΓ Λ Λϛ	IΘ K		𐆊 KΘ Nϛ 𐆊 NΘ NB	𐆊K[.] 𐆊M[.]
	KH KΘ		I NB IB Γ	H Θ		ΛB IH ΛΓ N	KA KB		𐆊 KB MH B NΔ Λϛ	A B
	Λ		IΓ ΛE IA Nϛ	I IA		ΛE KB ΛE NE	KΓ KΔ		Δ KΘ E NΘ	Γ Δ

Fig. 13.73 - *Transcrição e tradução de uma tabela astronômica grega extraída de um papiro do século III. Univers. de Michigan. Col. Pap. Inv. 924 (Pap. Michigan 151). Ref. J. Garett Winter, p. 118-120.*

TRADUÇÃO

	19	. . . . .	. .	. . . . .	12	. . . . .	25]
	20 21	. . . .	. . . .	. . . .	13 14	. . . .	26] 27]
	22 23	. . . . . 2 43	1 2	. . . . . 24 36	15 16	. . . . . 52 45	[28] 29
] -	24 25	4 30 9 26	3 4	26 9 27 41	17 18	54 16 touro	30 gêmeos
6] -	26 27	6 47 8 9	5 6	29 13 30 36	19 20	0 29 56 0 59 52	0 20 [-] 0 40 [-]
	28 29	10 52 12 3	8 9	32 18 34 50	21 22	0 22 48 2 54 36	1 2
	30	13 35 14 56	10 11	35 22 35 55	23 24	4 29 5 59	3 4

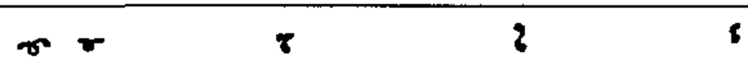
Fig. 13.73 - *Continuação.*

PAPIROS GREGOS

+Iº século Pap. Aberdeen Nº 128	após +109 Pap. Lund Inv. 35 A	II século Pap. London Nº 1278	467 d. C. Pap. Michigan Inv. 1454

Fig. 13.74 A. - *O zero "sexagesimal" dos astrônomos gregos.*

MANUSCRITOS ARÁBICO-PERSAS



+ 1082 Bodleian Libr. Oxford Ms. Or. 516	+ 1436 Univ. Bibl. Leyden Cod. Or. 187 B	+ 1680 Univers. de Princeton ELS 147	+ 1788 Univer. de Princeton ELS 1203

Fig. - 13.74 B - *Variantes gráficas do "zero sexagesimal" dos astrônomos árabes e judeus. Ref. R. A. K. Irani.*

Depois dos gregos, os astrônomos árabes e judeus utilizaram o mesmo sistema para suas tábuas astronômicas, adaptando-o porém a suas numerações alfabéticas respectivas, notando as expressões precedentes sob esta forma:

Fig. 13.75 A

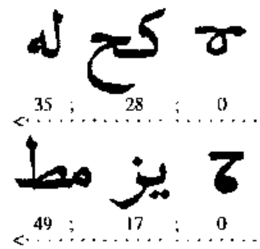


Fig. 13.75 B

E foi assim que o sistema erudito babilônio chegou até nós, perpetuando-se na expressão das medidas do tempo em horas, minutos e segundos, como na dos arcos e ângulos, apesar da estrita decimalidade dos sistemas de numeração e de metrologia que conhecemos. Trata-se de uma herança que devemos sobretudo aos árabes.

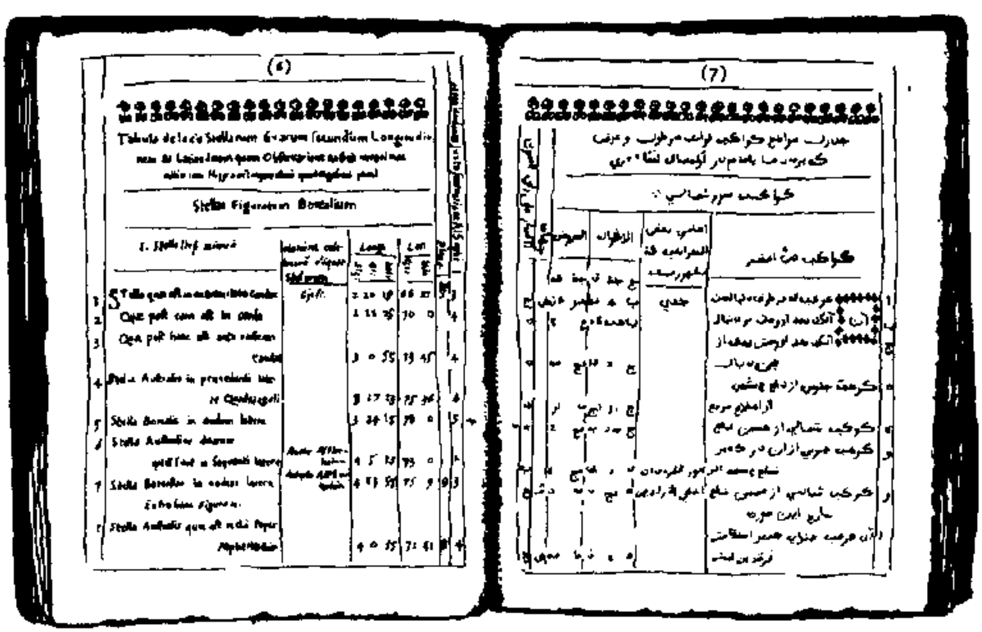


Fig. 13.76 - *Tábua astronômica bilíngüe (latim-persa). Tabulae Uugh Beighi. Transcr. Thomas Hyde 1665. Publ. Oxford. British Library 757 cc 11 (1). p. 6-7.*

Fig. 13.77 - Tábua astronômica do erudito judeu francês Levi Ben Gerson (1288-1344). Museu Britânico, Add. 26.921, fol. 20b. Cópia segundo B. R. Goldstein, tábua 36.1.

Jogos sutis de grafias eruditas

Em certos domínios e em certas épocas os escribas susianos e assírio-babilônicos pareceram ter apreciado muito os jogos sutis de grafias eruditas. Entre esses jogos gráficos figuram os que apelavam para transposições numéricas, isto é, que usavam sinais de numeração em lugar de palavras ou ideogramas e repousando, de uma maneira geral, em sistemas coerentes de "cifragem", até mesmo em complexas especulações simbólicas.

Um exemplo de transposição numérica de um nome próprio é-nos dado por uma das inscrições do rei Sargão II da Assíria (722-705 a. C.). Descrevendo o estado da construção da poderosa fortaleza de Khorsabad (a antiga *Dur Šarukin*) este último se exprime, nestes termos:

"Dei a seu muro a dimensão de:

(3.600 + 3.600 + 3.600 + 3.600 + 600 + 600 + 600 + 60 + 3 × 6 + 2) côvados (isto é, 16.280 côvados), correspondendo ao enunciado de meu nome." (*Cilindro-Inscrição*, linha 65).

Mas essa frase não nos revelou ainda seu segredo já que o sistema da "cifragem" no qual o nome de Sargão assim foi transposto numericamente não poderia ser reconstituído com esse exemplo apenas.

Um outro tipo de emprego de nomes cifrados é-nos dado por uma tabuleta de Uruk datando da época selêucida: a tabuleta dita da *Exaltação de Ishtar*[1], publicada em 1914 por F.-H. Thureau-Dangin. No final do texto o escriba indica que a tabuleta pertence a um certo:

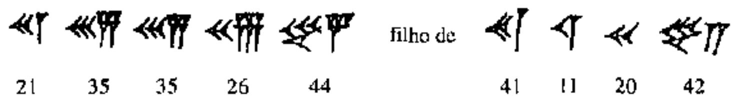


Fig. 13.78

"Qual era o proprietário da tabuleta?", pergunta F. Thureau-Dangin. "A linha final dá seu nome e o do seu pai, mas os dois nomes são escritos em algarismos. O redator nos propôs um enigma de que não tenho a chave."

Paralelamente ao uso que se fez dela para a escrita dos nomes próprios, a criptografia algarítmica foi o domínio favorito da *aruspicação*, a ciência secreta dos adivinhos e dos magos, estes últimos empregaram em seus escritos várias combinações numéricas para derrotar os profanos por vários enigmas e para assegurar de alguma forma a inviolabilidade de seus textos sagrados (fig. 13.79). Entre os textos que parecem melhor testemunhar um tal uso citaremos, com G. Contenau, a tabuleta dita do *Esagil* que dá as medidas do grande templo de Marduk na Babilônia, bem como as da torre de Babel: "Este texto de interpretação difícil apresenta-se com o aspecto anódino de uma conta das dimensões dos pátios, dos terraços; é uma seqüência de algarismos como num *plan coté* em que parece que não há nada mais para ver a não ser o que se lê nele; contudo, o escriba, no curso de sua exposição, interrompe-se e intercala a fórmula que se descobre tão freqüentemente nos textos reservados aos iniciados:

Que o iniciado dê a explicação deste texto pela inicial,
Que aquele que não é iniciado não a veja!

"Aqui não é o lugar de insistir no papel que desempenhava ao lado do ensino dos textos, sempre muito árido, o ensino oral que o mestre transmitia ao discípulo; lembraremos apenas que nos escritos de aparência a mais banal escondia-se um esoterismo que não se pode supor."

[1] Atualmente conservada no Museu do Louvre sob o número de inventário AO 6458.

Fig. 13.79 - *Tabuleta astrológica comportando criptogramas cifrados (na linha 5, por exemplo, lemos: 3, 5, 2, 1, 12, 4, 31), cuja significação permanece ainda enigmática. Museu Britânico, 92685, face. Cópia segundo H. Hunger.*

Mas a criptografia cifrada não foi apenas reservada para esse uso. Os escribas susianos e assírio-babilônicos empregaram-no igualmente para forjar jogos, senão de palavras, ao menos de escrita. Jogos gráficos que merecem atenção particular.

Um emprego freqüente entre os escribas susianos — e que se encontra particularmente nos textos literários médio-elamitas — é o da combinação "3;20" enquanto ideograma da palavra "rei" que era dita *šàr* (ou *šarru*) em acádio. Numa inscrição em tijolo de Šušinak-Šar-Ilâni, rei de Susa (séculos XII-XI a. C.), encontramos assim o título desse rei formulado da seguinte maneira:

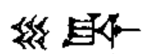
ŠUŠINAK -  - ILÂNI  SUSI

3 - 20 3 - 20

("Šušinak-Šar-Ilâni, *rei* de Susa")

Como explicar esse curioso particularismo fazendo da combinação numérica 3;20 a expressão de um logograma real? Antes de resolver esse enigma queremos lembrar que o termo acádio *Šár* associado à palavra "rei" tinha, com pouca diferença, a mesma diferenciação que o nome *Šàr* dado a 3.600, grande unidade sexagesimal do sistema sumério-babilônico. É necessário, portanto, supor que os escribas elamitas desempenharam nesta homonímia e colocar essas duas noções numa relação sutil, substituindo então o termo "rei" por uma combinação numérica (na ocorrência 3;20) cuja resultante tinha, segundo uma regra precisa, o significado de 3.600.

Qual era essa regra? Notemos que não se trata da regra de posicionamento dos algarismos 3 e 20 segundo o sistema sexagesimal dos eruditos babilônios, já que a relação 3;20=3 × 60 + 20 = 200 dá muito pouca satisfação. Se, em contrapartida, pensamos notar o número 3.600 sob uma forma "com todas as letras" correspondendo a algo como "60 sessentenas":



60 ŠU-ŠI

ou ainda (não esqueçamos que se trata aí de um uso particular, próprio a escribas que gostavam de dedicar-se a jogos sutis de grafias eruditas) sob a forma:

20 20 20 ŠU-ŠI

ou enfim sob a forma equivalente:

3 × 20 ŠU-ŠI

compreendemos então que aos olhos dos escribas susianos a combinação 3;20 era considerada como o produto de três vintenas por sessenta (subentendido), cujo resultado, o *šàr* ou 3.600, dava, por homofonia, o *šár* que significava o "rei".

Os escribas assírio-babilônicos empregavam também, para designar o termo "rei", seja a combinação "3;20", seja o logograma algarítmico "3;30" deduzido do precedente pela adjunção de uma viga suplementar.

Mas esse uso não pode ser explicado nem pela relação:

$$3 \times 60 + 30 = 210,$$

nem pela seguinte:

$$(3 \times 30) \times 60 = 5.400.$$

Se, em contrapartida, a adjunção a 3;20 de uma viga suplementar (=dez) é interpretada como a marca de uma multiplicação de 3;20 por 10, o símbolo em questão é explicado então simplesmente da maneira seguinte:

$$3\ ;\ 30 = (3\ ;\ 20) \times 10 = 3.600 \times 10 = 36.000,$$

valor correspondente ao número lido *šàr-u* em sumério e cujo algarismo é deduzido daquele de 3.600 pela adjunção de uma viga:

3.600 3.600 × 10

Ora, na palavra *šàr-u* (que significa 10 × 3.600 ou ainda 10 *šàr*) e, como conseqüência, à expressão:

3 ; 30 3 ; 20 × 10

ŠÀR-U

podemos dar o sentido de "grande *šàr*" (ou "grande 3.600"). E como este termo é associado, por homofonia, à palavra acádia *šarru* "rei", podemos supor que, quando um escriba designava um rei pela expressão "3;30" devia de fato significar que se tratava de um "grande rei".

Por razões que nos escapam ainda, os escribas empregaram igualmente, a partir de uma certa época, as duas combinações seguintes para traduzir as noções respectivas de "direita" e "esquerda":

"DIREITA"

15

"ESQUERDA"

2;30

Assinalemos ainda o emprego da combinação "1;20" como ideograma da palavra acádia que quer dizer "trono", bem como o uso do prego vertical da unidade como "determinativo" do "homem" e dos nomes das principais funções masculinas.

ROSTO

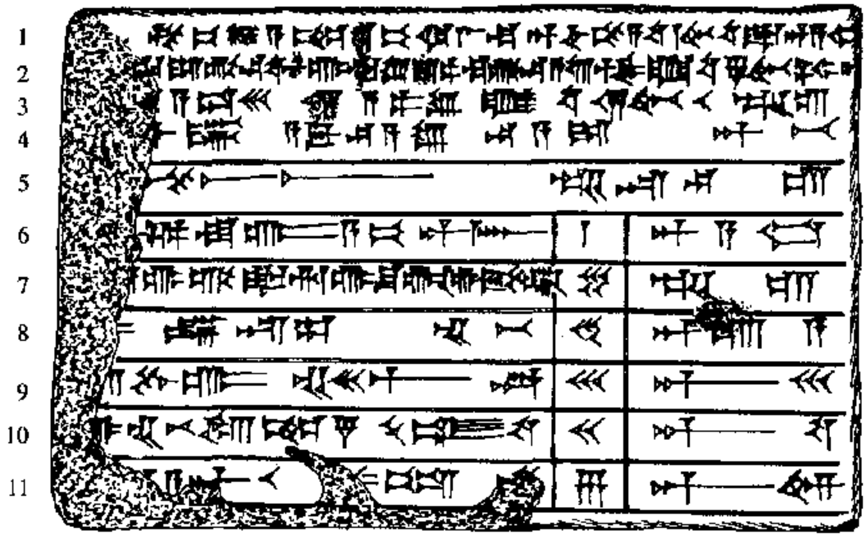
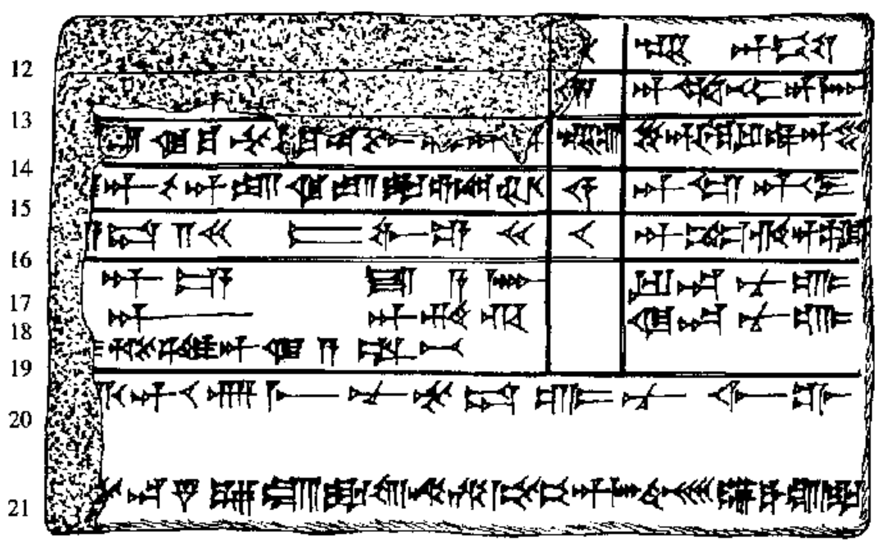
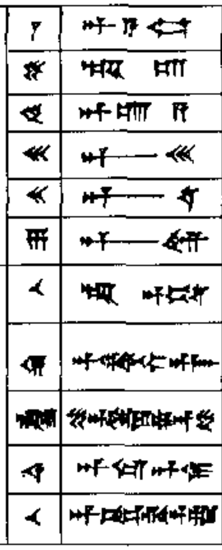


Fig. 13.80 - *Tabuleta cuneiforme que apresenta uma lista de deuses e, face a cada nome divino, o algarismo correspondente. Documento do século VII a. C. e encontrado na "Biblioteca" de Assurbanípal. Museu Britânico, K 170. Tradução de J. Bottero.*

VERSO





TRANSCRIÇÃO E TRADUÇÃO DAS DUAS ÚLTIMAS COLUNAS À DIREITA			
	Linha 6	1 ou 60	^{d}A-nun
Rosto	7	50	^{d}En-lîl
	8	40	^{d}É-a
	9	30	^{d}Sîn (nome escrito 30 precisamente)
	10	20	^{d}Šamaš
	11	6	^{d}Adad
Verso	12	10	^{d}Bêl ^{d}Marduk (O Senhor Marduk)
	13	15	^{d}Ishtar be-litili (Ishtar soberana dos deuses)
	14	En-lîl	50 ^{d}Nin-urta, mâr 50 (50 Ninurta, filho do Deus Enlîl) (escrito 50)
	15	14	^{d}U + gur, ^{d}Nergal
	16	10	^{d}Gibil, ^{d}Nusku

Fig. 13.80 B

Criptografia algarítmica e mística dos números

A criptografia cifrada servia igualmente para as necessidades da teologia especulativa sobre os números em virtude da importância atribuída pelos escribas mesopotâmicos ao sistema de transposição numérica dos nomes divinos.

Lembremos que, desde a alta época, as especulações sobre os nomes desempenharam um papel notável no pensamento religioso assírio-babilônico que tinha ordenado o mundo celeste segundo uma harmonia de números, regida parcialmente pelo sistema sumério-acádio de numeração, e no qual a simbólica dos números se inseria como um elemento essencial do nome e do indivíduo.

Desde a época paleo-babilônica (início do II milênio a. C.), mas sobretudo no I milênio a. C. um certo número de deuses babilônios são designados por algarismos cuneiformes. Numa tabuleta do século VII a. C. encontra-se, face a cada nome de deus, um algarismo representando este último e podendo na ocasião servir-lhe de ideograma (fig. 13.80).

Eis alguns dados essenciais:

1º) *Anu*, deus do céu, é atribuído à sessentena (grande unidade do sistema sexagesimal sumério-babilônico, considerada ela própria como sendo o número da perfeição) pois, explica o escriba da tabuleta (1.6, coluna I, face), "Anu é o deus primordial, o pai de todos os outros deuses";

2º) *Enlîl*, deus da Terra, é atribuído a 50;

3º) *Éa*[1], o deus das águas, é atribuído a 40;

[1] O deus Éa, que tem nesta tabuleta apenas o valor 40, é por vezes marcado por 60.

4º) *Sîn*, a divindade lunar, corresponde à trintena pois, explica o escriba da tabuleta (1.9, coluna I, face), "é o senhor das decisões do mês" (noutras palavras, Sîn é o deus regulador dos 30 dias do mês);
5º) *Šamaš*, o deus-Sol, é marcado por 20;
6º) o deus *Adad*[1] é associado ao número 6;
7º) o deus *Marduk* é figurado por 10;
8º) a deusa *Ishtar*, filha do deus celeste Anu e considerada como a "soberana dos deuses", é atribuída ao número 15;
9º) o deus *Ninurta*, filho do deus 50 (Enlil), é ele também associado a 50;
10º) o deus *Nergal* é atribuído a 14;
11º) os deuses *Gibil* e *Nusku* são ambos figurados por 10 pois, como explica o escriba da tabuleta (1.16, coluna I, verso), "são os companheiros do deus 20 (= *Šamaš*): 2 × 10 = 20".

"A ordem decrescente desta atribuição numérica", explica J. Bottero, "traduz a hierarquia dos personagens. A dialética que presidiu uma tal distribuição escapa-nos em grande parte[2] mas não se pode evitar a idéia de que os sábios da Babilônia[3], desenvolvendo talvez uma doutrina suméria — mas isso só parece assegurado para um ou dois casos, em que se trata de templos —, quiseram acusar de alguma forma a superioridade ontológica dos deuses sobre os homens emprestando-lhes como figuração os 'conceitos' mais abstratos à sua disposição: os algarismos e os números; que serviam antes como indicativos do que como figuras."

Notemos que essa mística dos números podia ir mais longe. Assim, na famosa *Epopéia da Criação*, figura, no fim, uma lista dos "nomes" de Marduk, epítetos considerados como definindo suas virtudes e suas proezas para demonstrar que é verdadeiramente o deus supremo do panteão babilônio, o mais divino de todos. Há inicialmente um primeiro grupo de dez nomes (porque o "algarismo" de Marduk é 10), depois um segundo grupo de quarenta nomes (porque o pai de Marduk é Éa, cujo algarismo é 40), o conjunto dando 50 para os nomes de Marduk, porque o algarismo de Enlil é 50 na cabeça do universo dos deuses e dos homens.

---

1 Muito freqüentemente o deus Adad é marcado pelo algarismo 10, e não por 6.

2 "Os exegetas antigos", nota R. Labat, "esforçaram-se por justificá-la invocando as relações de igualdade, superioridade ou pertencimento que podiam existir entre os próprios deuses. Suas especulações não são apenas abstratas ou teóricas pois tinham, no calendário cotidiano, repercussões (Adad, padroeiro do 6º dia, Šamaš, padroeiro do 20º etc.)."

3 "Um sinal da intervenção dos semitas nesse domínio", observa J. Bottero, "é que o algarismo 30, por exemplo, jamais é empregado para marcar Sîn antes de Hammurábi; é encontrado em seguida correntemente utilizado na época cassita..."

Capítulo XIV

Os Algarismos da Civilização dos Faraós

Os egípcios também inventaram uma escrita e um sistema de numeração escrita. Isso ocorreu por volta de 3000 antes de nossa era, ou seja, mais ou menos ao mesmo tempo que na Mesopotâmia.

Descobertas arqueológicas recentes mostraram que contatos regulares foram estabelecidos entre o Egito e a Mesopotâmia desde o fim da época eneolítica (3.300-3.100 a.C.). Mas para concluir que os egípcios teriam emprestado o sistema sumério para forjar em bloco sua própria escrita, falta apenas um passo que alguns se apressaram a dar.

Na realidade, essa escrita foi autóctone e desprovida de qualquer influência estrangeira (ver quadro abaixo). "Não apenas os sinais hieroglíficos que ela utiliza são todos tirados da fauna e da flora nilótica, o que prova que a escrita foi desenvolvida no local, mas ainda instrumentos e utensílios que figuram nela eram empregados no Egito desde o eneolítico antigo (início do IV milênio a.C.), o que é a prova de que a escrita (hieroglífica) é certamente o produto da civilização egípcia apenas e que ela nasceu nas margens do Nilo." (J. Vercoutter)

Os pictogramas e a forma dos desenhos empregados, mesmo nas épocas mais arcaicas, variam aliás consideravelmente de um sistema ao outro, inclusive para os sinais considerados como representando um mesmo ser ou um mesmo objeto. Quanto aos suportes materiais, não são menos diferentes. Os sumérios, como vimos, reproduziram seus algarismos e seus sinais de escrita quase exclusivamente em tabuletas de argila, segundo um traço com uma ponta ou ainda pela pressão de uma ferramenta determinada. Os egípcios, por sua vez, reproduziram seus algarismos e seus hieróglifos gravando-os ou esculpindo-os mediante o cinzel e o martelo em monumentos de pedra, ou ainda mediante um caniço com ponta achatada, molhado numa matéria colorante traçando-os em pedaços de rocha, cacos de cerâmica ou na fibra frágil e quebradiça de folhas de papiro.

A numeração escrita egípcia foi igualmente diferente de seu homólogo sumério, não apenas no plano gráfico, mas também de um ponto de vista matemático: esta foi fundada numa base rigorosamente decimal, enquanto o sistema sumério repousava numa base sexagesimal.

Supondo que, nesse domínio, um empréstimo tenha ocorrido da parte dos egípcios a partir da civilização suméria, mas tal empréstimo só pode ter sido enquanto idéia, e não do próprio sistema.

Em suas pesquisas e tateios, homens, muito distantes no tempo ou no espaço, mas que foram submetidos a condições iniciais inteiramente favoráveis, emprestaram as mesmas vias para chegar a resultados senão idênticos, ao menos similares, sem que tenha havido necessariamente contato entre eles. Sabe-se, por exemplo, que os membros da civilização do Indo, os chineses e os povos pré-colombianos da América Central (zepotecas, maias, etc.) encontraram-se, mas em outras épocas, em condições de partida provavelmente semelhantes às dos sumérios e que realizaram as mesmas descobertas que eles, independentemente de qualquer influência exterior.

Na realidade, na alvorada do III milênio a.C., os egípcios encontraram-se também em condições iniciais psicológicas, sociais e econômicas semelhantes, perfeitamente favoráveis à invenção dos algarismos e da escrita.

E, de fato, a civilização egípcia já estava muito avançada, fortemente urbanizada e em plena expansão bem antes de 3000 a.C. Por algumas razões, ditadas notadamente por necessidades de ordem administrativa e comercial, ela tomou consciência pouco a pouco dos limites das possibilidades do "homem-memória" e do desalento de sua cultura exclusivamente oral. Experimentando cada vez mais a necessidade de memorizar o pensamento e a fala, bem como a necessidade de guardar duradouramente a lembrança de suas enumerações e inventários, compreendeu então que uma organização do trabalho inteiramente diversa se impunha. *E como a necessidade cria o órgão*, chegou a superar a dificuldade criando uma escrita e uma notação numérica...

A ESCRITA "HIEROGLÍFICA" EGÍPCIA

A língua falada outrora no Egito dos faraós foi-nos transmitida por inúmeros textos figurando em monumentos de pedra (templos, obeliscos, tumbas, estelas funerárias), em papiros, em cacos de cerâmica ou em placas de calcário.

O sistema fundamental de escrita no qual essa língua foi transcrita foi essencialmente reservado aos monumentos de pedra. É constituído por aquilo que chamamos comumente de os *hieróglifos*[1].

Como ler os hieróglifos egípcios?

Esses caracteres picturais reproduzem muito minuciosamente não apenas o homem em diversas posições, mas ainda todas as espécies de animais, bem como edifícios, monumentos, objetos sagrados ou profanos, astros, vegetais, etc. (fig. 14.1).

[1] O termo *hieróglifo* designa ordinariamente tudo o que tem traço da forma específica da antiga escrita fundamental do Egito faraônico, mas o sentido dessa palavra foi estendido já que designa de uma maneira geral qualquer caractere pictural gravado, esculpido ou pintado. Esses sinais, que eram tidos pelos egípcios como "a expressão da palavra dos deuses", tinham recebido dos autores gregos o nome de *grammata iéra* ("caracteres sagrados") ou, mais precisamente, o de *grammata iéroglaphika* ("caracteres esculpidos sagrados"), expressão de onde deriva nosso termo "hieróglifo".

Fig. 14.1 - *Exemplos de hieróglifos.*

Nas diversas inscrições monumentais, esses hieróglifos são lidos seja da esquerda para a direita, seja da direita para a esquerda, e isso horizontal ou verticalmente (em colunas de alto a baixo). A orientação dos sinais varia em função do sentido da leitura: *todos os seres animados (humanos ou animais) são virados na direção do início da linha.*

Fig. 14.2

E *à direita* num texto lendo-se da direita para a esquerda:

Fig. 14.3

Os hieróglifos podiam ser vistos como imagens-sinais com sentido completo: tinham por função significar o que representavam visualmente. É o que se chama a *pictografia*: a escrita egípcia serviu-se disso correntemente em todas as épocas. Mas os hieróglifos, vistos por este ângulo, não se limitavam a sua significação visual completa: tinham um valor pictural mais extenso e podiam representar idéias vizinhas e ações.

Assim, a imagem de uma perna humana podia não somente revestir o sentido da "perna", mas também o de "andar", "correr" ou "fugir". Igualmente a imagem do disco solar podia significar o "dia", o "calor", a "luz" ou designar o "deus-Sol". O valor ideográfico de um caractere não se substituía, portanto, ao seu valor pictográfico, mas se justapunha a ele.

Enquanto simples ideogramas, os hieróglifos fazem-nos entrar assim no domínio das interpretações sujeitas a tantas variações quantas modulações no espírito pode haver.

A pictografia entretanto não permitia exprimir tudo. Como representar por exemplo ações tais como: *esperar*, *desejar*, *buscar*, *merecer*, etc.; ou abstrações como *pensamento*, *sorte*, *medo*, *amor*, etc.? Por outro lado, pictogramas com sentido completo não constituem uma escrita no sentido estrito da palavra, na medida em que não permitem uma figuração detalhada do discurso falado e não dependem de uma língua determinada.

Imaginemos que nós, franceses ou francofônicos, estejamos sujeitos a empregar apenas um sistema de imagens-sinais para transcrever as palavras de nossa língua.

Queremos representar a palavra *laranja*, por exemplo. A primeira idéia é, portanto, desenhar essa fruta. Essa palavra é então representada por um pictograma.

Fig. 14.4

Mas se essa representação visual evoca diretamente a idéia, ela apresenta, igualmente, o inconveniente de ser independente da língua em que o nome é pronunciado. Além disso, um tal sistema não permitirá exprimir quase nada de idéias abstratas ou ações, nem formar frases como na língua falada.

Num segundo estágio, ocorre-nos uma idéia. Em lugar de utilizar as imagens no seu sentido pictural completo, vamos empregá-las doravante por seu valor fonético na língua francesa. A imagem de um *homem correndo*, por exemplo, não mais será empregada para significar visualmente o que ela representa, mas para exprimir o som "corre" [*court*]. E a de uma cerca [*haie*] exprimirá igualmente o som "É".

Para representar nosso termo "laranja" [*orange*], bastar-nos-á, portanto, reproduzir desde então uma imagem evocando a idéia de "ouro" [*or*] e fazer com que seja seguida pela de "anjo" [*ange*]:

[OR]
OURO

[ANGE]
ANJO

Fig. 14.5

Pronunciando essa sucessão de imagens, obteremos o som de "laranja" [*or-ange*], que lembrará ao nosso ouvido o que procuramos exprimir foneticamente.

Igualmente, para escrever, por esse meio, o termo francês "reverência" [*courbette*] bastará reproduzir a imagem de um homem correndo [*court*], depois a de um animal [*bête*]:

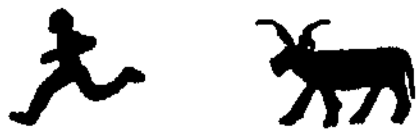


Fig. 14.6

Lendo o conjunto, obteremos o som de "corre-animal", similar ao da "reverência" [*court-bête*].

É por esse meio que as pictografias arcaicas chegaram ao estágio do fonetismo e mereceram, por conseguinte, o nome de "escrita". Estas não permitindo uma transcrição do discurso falado e não dependendo de uma língua determinada, resolveu-se, com efeito, o problema inventando o princípio do *empréstimo fonético*, melhor conhecido pelo nome de *adivinha*; as palavras abstratas foram decompostas em tantos elementos quantos se podia representar delas através dos seres ou objetos cujas pronúncias numa determinada língua davam quase as mesmas articulações que essas palavras.

Ora, retornando ao exemplo precedente transcrito relativamente à língua francesa, tais representações comportam uma ambigüidade (a precedente, por exemplo, podendo ser lida tanto como"corre-animal" [*court-bête*], quanto como "correr-bicho" [*courrir-bête*], "fugir-animal" [*fuir-bête*] ou "fugir-animal" [fuir-animal]). É preciso, portanto, completar o conjunto com o "todo" (um pouco à maneira de nossas charadas). Para a "laranja" [*orange*] colocaremos também, no fim da palavra escrita foneticamente, o desenho de uma laranja que nos permitirá assim definir seu sentido:

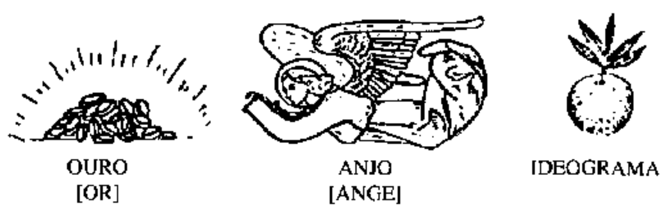


Fig. 14.7

É o que se chama um "determinativo": um pictograma que não se pronuncia, mas que serve para *determinar* o sentido concreto da palavra assim transcrita foneticamente.

O mesmo vale para a "reverência" [*courbette*], tomada no sentido do movimento do cavalo que se empina, acrescentaremos à representação fonética correspondente uma imagem evocando claramente o movimento do animal:

Fig. 14.8

Para representar alguém fazendo o que chamamos "reverências" [*courbettes*] substituir-se-á a imagem do cavalo pela de um homem fazendo saudações excessivas:

Fig. 14.9

Isso é, grosso modo, o que os egípcios fizeram com as palavras de sua própria língua quando elaboraram sua escrita hieroglífica. Alguns hieróglifos deixaram portanto de ser imagens diretas (ou simbólicas) para se tornar verdadeiras ferramentas fonográficas empregadas no lugar do som ao qual correspondiam na língua egípcia. Assim, os hieróglifos egípcios foram empregados não apenas por seu valor de evocação visual, direta ou simbólica, mas ainda por seu valor fonético, constituindo, por conseguinte, os veículos de um ou vários sons da língua egípcia. O "filhote da codorna" [*poussin de caille*] era dito *Wa* em egípcio: seu desenho serviu doravante para escrever, além de seu valor ideográfico inicial, o som *Wa*. Da mesma forma o "assento", que era dito *Pé*, exprimiu por seu desenho o som *Pé*; a imagem de uma "boca" (*éR*) o som *éR*; a de uma "lebre" (*WéN*) o som *WéN*; a de um "escaravelho" (*HéPéR*) o som *HéPéR*, etc.

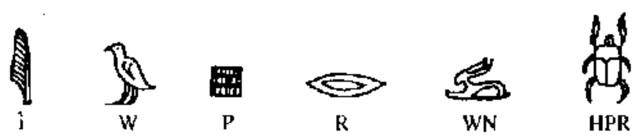


Fig. 14.10

O valor fonético associado aos hieróglifos egípcios foi sempre consonantal pois, tal como as escritas semíticas, a escrita egípcia só dava às vogais uma importância secundária: só exprimia, com efeito, consoantes, suportes em torno dos quais o uso corrente colocava uma vocalização[1].

[1] Se restituímos acima as vogais às palavras da língua egípcia, estas só poderão, portanto, ser convencionais e não poderão, em nenhum caso, dar conta do que poderia ser a vocalização de origem.

E como as palavras egípcias só comportavam uma, duas ou três articulações, os hieróglifos-fonogramas correspondentes — que conservavam a estrutura consonantal do ideograma original — exprimiam, por conseguinte, uma, duas ou três consoantes.

Fig. 14.11- *Palheta do rei Narmer (3000-2850 aproximadamente a.C.), encontrada em Hierakonpolis. Museu do Cairo. Ref. L. Keimer.*

Os hieróglifos-fonogramas eram repartidos portanto em três categorias:

1) Os hieróglifos *uniliterais*, que tinham um valor de consoante isolada (i, W, P, M, R, etc.) [1].
2) Os hieróglifos *biliterais*, cujo valor fonético era composto de uma seqüência de duas consoantes (WN, SW, etc.).
3) E os hieróglifos *triliterais*, cujo valor compreendida três consoantes (HPR, NFR, etc.).

Partindo desses hieróglifos (ideogramas e fonogramas), os egípcios puderam portanto traduzir todas as palavras de sua língua.

Um primeiro exemplo figura na *palheta de Narmer*. Placa de xisto encontrada em Hierakonpolis e datando 3000-2850 a.C., aproximadamente, (fig. 14.11), esse documento constitui um dos primeiros testemunhos conhecidos da escrita egípcia. Comemora a vitória do rei Narmer sobre seus inimigos do Baixo Egito. No centro da palheta o soberano, penteado com a coroa do Alto Egito, brande sua maça sobre um

[1] Em número de 25 no Antigo Império e de 24 no Médio Império, os hieróglifos uniliterais constituíam o que os egiptólogos chamam de o "alfabeto" da escrita egípcia. Os egípcios teriam podido contentar-se com esse "alfabeto" para traduzir todas as palavras de sua língua. Teriam assim economizado o uso de uma multidão de sinais complexos ao mesmo tempo fonéticos e figurativos e teriam evitado as redundâncias. Essa possibilidade não foi, contudo, jamais explorada. Por tradicionalismo — e provavelmente também porque a escrita era para eles uma experiência estética e um elemento sagrado — os escribas egípcios preferiram conservar um sistema misto e inutilmente complicado.

cativo. Durante esse tempo o deus-falcão Horus (no alto e à direita) lhe oferece os habitantes do Delta [1].

Ora, o nome do soberano (que se dizia *N'R-MR* em egípcio) figura num cartucho situado embaixo de sua cabeça, compreendendo o hieróglifo do "peixe" e a imagem do "cinzel". E como o "peixe" e o "cinzel" são ditos respectivamente N'R e MR, esse nome foi portanto bem escrito segundo o princípio da adivinha (N'R+MR=Narmer):

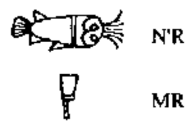


Fig. 14.12

Do mesmo modo a "mulher", que se dizia *SeT* em egípcio, era escrita reproduzindo inicialmente a imagem do "ferrolho" (hieróglifo exprimindo o som de "S"), depois a do "pedaço de pão" (ou seja, "T") e acrescentando a esse grupo a imagem de uma mulher (hieróglifo que não era pronunciado mas permitia concretizar o som da palavra assim transcrita foneticamente):

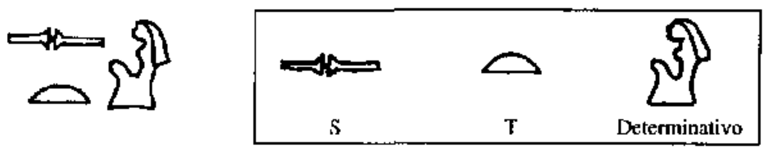


Fig. 14.13

Designava-se do mesmo modo o "abutre" (*NeReT* em egípcio) figurando o ideograma do pássaro de rapina precedido do "filete de água" (som "N"), da "boca" (som "R") e do "pedaço de pão" (som "T"):

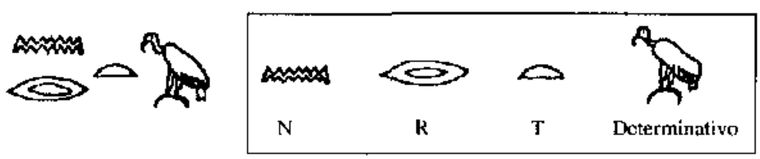


Fig. 14.14

1 Notemos de passagem que uma interpretação errônea foi admitida por muito tempo com respeito a esse grupo simbólico. Vários egiptólogos, com efeito, pensaram que as seis hastes de papiros embaixo das quais plana o deus-falcão Hórus, protetor do rei conquistador Narmes e que surgem do oval por cima da cabeça de um prisioneiro, indicavam que Narmer tinha feito 6.000 cativos: as hastes de papiros foram tomadas, com efeito, como flores de lótus (que, como veremos, figuravam o número 1.000). Na verdade, como provou L. Keimer, esse grupo significava que o deus Hórus tinha dado ao rei prisioneiros da região que este último acabara de conquistar: prisioneiros originários da terra dos papiros, isto é, das zonas pantanosas do Baixo Egito.

Não se deve acreditar contudo que os egípcios só decompunham suas palavras seguindo consoantes. Em numerosas decomposições fonéticas empregaram não apenas fonogramas com valor de consoante isolada, mas ainda sinais biliterais ou triliterais. Nesse caso, usaram "complementos fonéticos", o que consistia em juntar a um sinal pluriliteral um ou vários sinais fonéticos simples decompondo a leitura do sinal em questão.

Tomemos um exemplo francês: para escrever, mediante uma adivinha, o verbo "desviar" [*détourner*], podemos decompô-lo em três elementos fonéticos e desenhar sucessivamente um "dado" [*dé*], uma "torre" [*tour*] e um "nariz" [*nez*]. Mas isso pode dar lugar à confusão, já que a imagem da torre e a do nariz podem ser lidas respectivamente "castelo" e "narina". Para evitar essas ambigüidades poderemos portanto preceder o desenho da torre de um T e seguir por um Z a imagem do nariz:

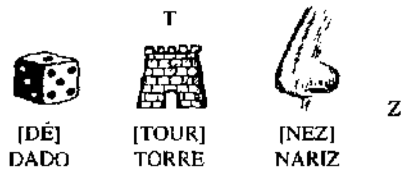


Fig. 14.15

Na verdade, o valor fonético dos sinais adicionais não será acrescentado ao dos fonogramas assim "completados", já que se tratará simplesmente de auxiliares de leitura que não acrescentarão portanto nenhuma articulação nova.

Assim, para facilitar a leitura do hieróglifo da "lebre", que se dirá *WeN*, os escribas egípcios ajuntaram a ele o sinal "N" figurado por um filete de água:

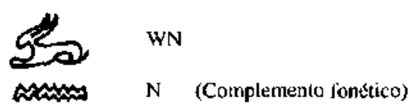


Fig. 14.16

(esse grupo era lido não *WeNeN* mas *WéN*, a adjunção do sinal "N" tendo simplesmente servido para analisar o conteúdo do sinal "WN").

Do mesmo modo, o nome egípcio do deus Amon (*IMeN*) era escrito mediante o sinal "I" (o caniço florido) e o sinal "MN" (o quadriculado), completado pelo hieróglifo "N" (o filete de água servindo aqui como complemento fonético), o todo seguido do *determinativo:*

Fig. 14.17

Tratava-se portanto de um sistema misto, meio-figurativo, meio-fonético, em que os seres e os objetos eram representados seja por sua imagem (e nesse caso acrescentava-se ao hieróglifo correspondente um pequeno traço vertical para bem mostrar que se tratava de um ideograma e não de um fonograma), seja por adivinhas mediante a imagem dos objetos concretos de mesmo som. A essas representações acrescentava-se os "complementos fonéticos" (sinais fonéticos permitindo decompor e facilitar a leitura dos sinais pluriliterais mas não acrescentando nenhuma articulação nova) e os "determinativos" (sinais sem leitura, cuja função era precisar, no fim de uma palavra escrita mediante hieróglifos-fonogramas, a classe de seres ou objetos à qual a palavra em questão pertencia)[1], estes últimos permitindo evitar qualquer confusão entre os homófonos.

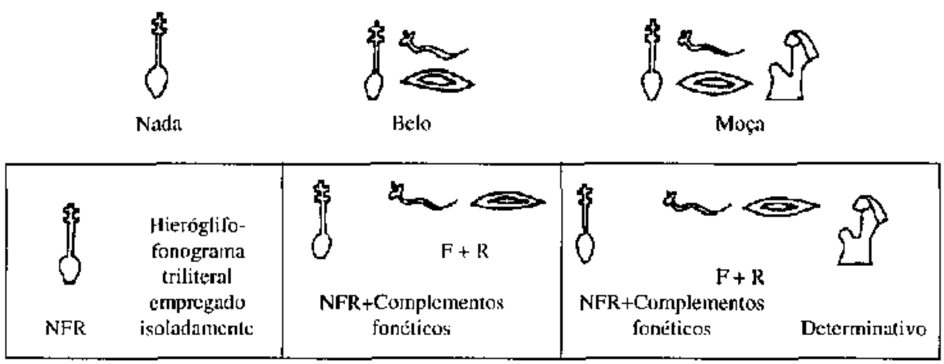


Fig. 14.18

O termo egípcio *NéFéR*, por exemplo, podia assim revestir uma multidão de sentidos diferentes (*nulo*, *nada*, *belo*, *moça*, *estofo*, *falo*, *coroa do Alto Egito*, etc.) (fig. 14.18). Só a ortografia correspondente permitia distinguir seus diferentes significados.

Nesse sistema de escrita, combinando uma grafia figurativa com uma grafia fonética e analítica, o emprego dos "determinativos" mostrou-se, portanto, da mais alta importância para evitar as confusões.

[1] Os nomes de pessoas e os nomes de ofícios, por exemplo, eram freqüentemente acompanhados pelo "determinativo" figurado por um homem. Palavras como "fome", "sede", "fala" etc. eram "determinadas" pelo ideograma representando um homem que leva a mão à boca. O sinal da árvore determinava os nomes de árvore, o do barco os termos náuticos; o hieróglifo do sol os fenômenos em relação com o astro solar (luz, brilho, medida do tempo, etc.); o rolo de papiro ligado a um fio determinava freqüentemente as palavras abstratas, etc.

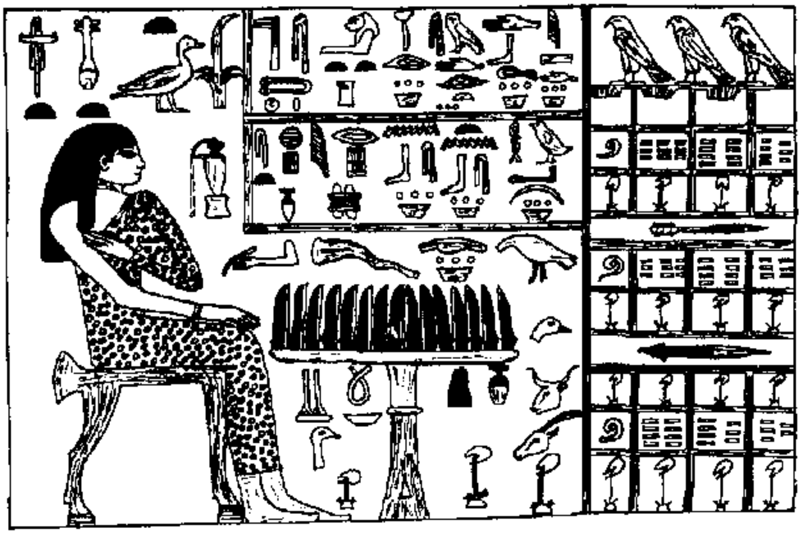


Fig. 14.19 - *Estela de Nefertiabet em Gisé (IV dinastia, século XXVII a.C.). Essa pintura hieroglífica figura a mesa de oferenda destinada a receber os alimentos e as bebidas asseguradas regularmente pelo culto funerário dos defuntos (a fórmula da oferenda e os alimentos foram transcritos em escrita hieroglífica para assegurar ao defunto seu revitalizamento mesmo quando o culto material viesse a ser interrompido). Museu do Louvre.*

Tais foram, grosso modo, os princípios gerais da escrita hieroglífica egípcia em que se comportava portanto "como um alquimista que deixaria, em presença de produtos da análise, um resíduo do corpo composto" (Sottas e Drioton).

Os algarismos hieroglíficos

Desde sua aparição, a numeração escrita egípcia permite a representação dos números que podem atingir e ultrapassar o milhão: possui um hieróglifo particular para indicar a unidade e cada uma das seis potências de dez seguintes: 10, $100 = 10^2$, 1.000 = 103, 10.000 = 104, 100.000 = 105 e 1.000.000 = 106.

O algarismo da unidade é um pequeno traço vertical. O da dezena é um sinal em forma de asa, semelhante a uma ferradura disposta como uma espécie de "U" maiúsculo ao inverso. A centena é representada por uma espiral mais ou menos enrolada, como a que se pode realizar com uma corda. O milhar é figurado por uma flor de lótus acompanhada de seu caule, a dezena de mil pelo desenho de um dedo levantado, ligeiramente inclinado, a centena de mil por uma rã ou um girino com uma cauda bem pendente e o milhão por um homem ajoelhado levantando os braços na direção do céu.

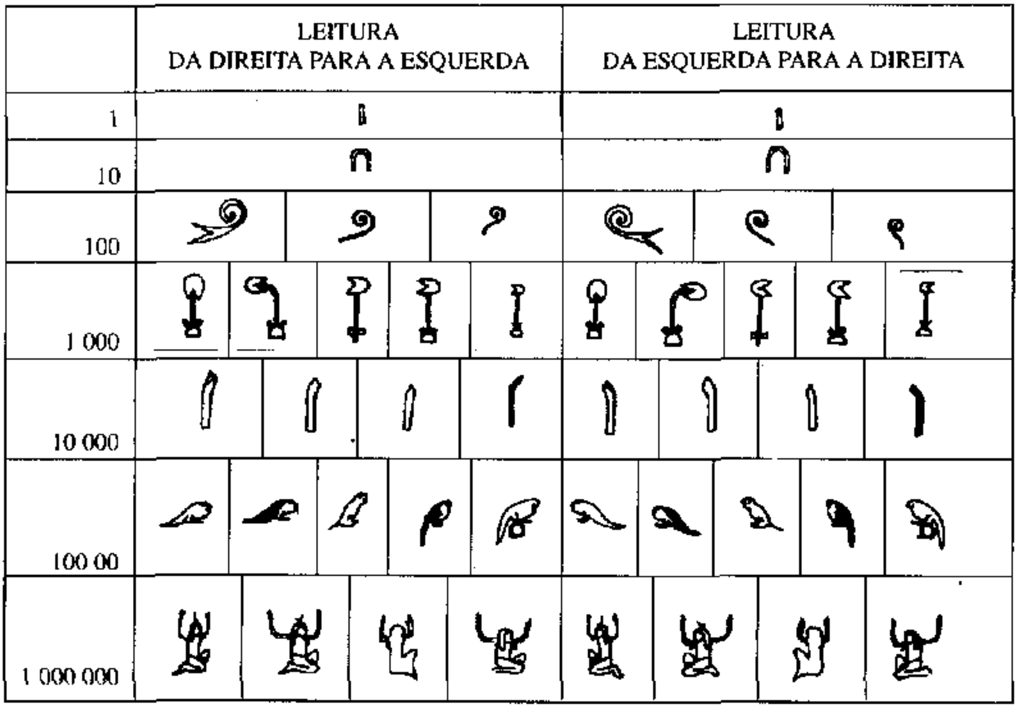


Fig. 14.20 - *Algarismos fundamentais da numeração hieroglífica egípcia e as principais variantes que figuram nos monumentos de pedra.*

Notar-se-á que esses algarismos mudam geralmente de orientação segundo o sentido de leitura do texto hieroglífico: assim, o girino (100.000) e o gênio do milhão devem estar sempre voltados para o início da linha. Designam dessa maneira o sentido da leitura (fig. 14.2 e14.3). Ref. Gardiner; Guitel; Lefebvre; Sethe.

Em Hierakonpolis (cidade muito antiga situada na margem esquerda do Nilo, a 100 km aproximadamente da primeira catarata), encontrou-se uma maça portando um certo número de inscrições. Esta constitui um dos mais velhos testemunhos arqueológicos conhecidos da escrita e da numeração hieroglífica egípcias. Tinha pertencido a Narmes, o rei que tinha unificado o Baixo e o Alto Egito por volta de 3000-2900 a.C.

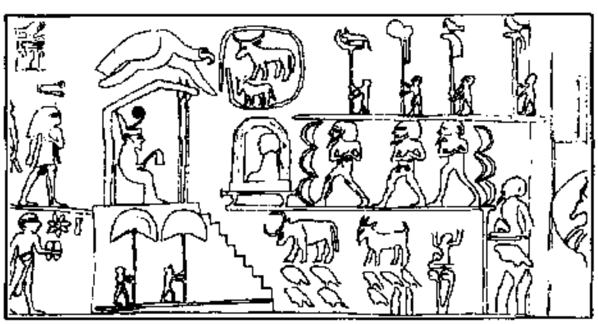


Fig. 14.21 - *Desenvolvimento plano da cabeça da maça do rei Narmer (início do III milênio a.C., época thinita). Documento encontrado em Hierakonpolis. Ref. J.-E. Quibell.*

Fora o nome de Narmes que é escrito nela foneticamente, essa cabeça de maça comporta com efeito representações numéricas correspondendo ao montante do butim em cabeças de gado e ao número de prisioneiros que se supunha terem sido levados pelo soberano após suas expedições vitoriosas. Enumeração cuja contagem é feita da seguinte maneira:

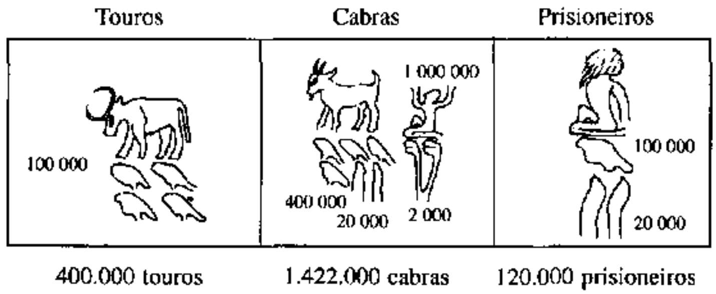


Fig. 14.22

Esses números correspondem a uma realidade ou são o fruto de um exagero destinado a glorificar o rei Narmer? Drioton e Vandrier afirmam que "como sempre os números são puramente fantasistas". Mas G. Gordon pensa que se trata aí de números aproximativos correspondendo provavelmente à realidade. Ele observa que a contagem dos rebanhos nas mastabas do Antigo Império dá freqüentemente algarismos elevados para um único proprietário e que "não se deve esquecer que na nossa inscrição trata-se de toda uma região".

Um outro exemplo figura numa estátua encontrada também em Hierakonpolis e que remonta a 2800 a.C., aproximadamente. Erigida em honra a um rei chamado de Hâséhém, dá, com efeito, a escrita seguinte para o número 47.209 de inimigos massacrados por ele:

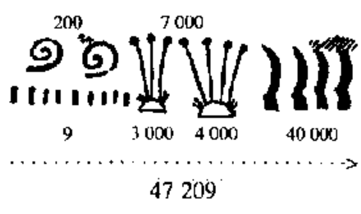


Fig. 14.23. *Ref. Quibell*

Para representar um número desejado, os egípcios limitavam-se portanto ao algarismo de cada classe decimal sempre que necessário. E para isso procediam na ordem dos valores decrescentes, a partir do algarismo da potência mais alta de dez contida nesse número. Noutros termos, começavam por reproduzir as unidades da mais alta ordem decimal, depois as de ordem imediatamente inferior e assim em seguida até as unidades simples.

No início, os desenhos e os agrupamentos de algarismos foram bastante primitivos no conjunto. Assim, na figura 14.22, o número de cabras, ou seja, 1.422.000, é contrário à regra que será fixada ulteriormente pelos lapidadores egípcios, já que o algarismo do milhão é colocado à direita do caprídeo e na mesma linha que ele, enquanto o resto do número é inscrito na linha inferior. Normalmente, os escultores deveriam ter representado esse número sob a forma:

Fig. 14.24

Também na figura 14.23, os desenhos como os agrupamentos dos algarismos são primitivos: observar a figuração do dedo valendo 10.000 e da flor de lótus para 1.000; notar também o alinhamento das barras de unidades, bem como os dois agrupamentos de algarismos do milhar.

Mas a partir do século XXVII a.C., o desenho desses hieróglifos se torna mais minucioso e mais regular. E para evitar a aglomeração numa mesma linha de vários algarismos de uma mesma classe de unidades e para facilitar ao olho do leitor a adição dos valores correspondentes, formou-se freqüentemente em duas ou três linhas superpostas pequenos grupos de dois, três ou quatro sinais idênticos:

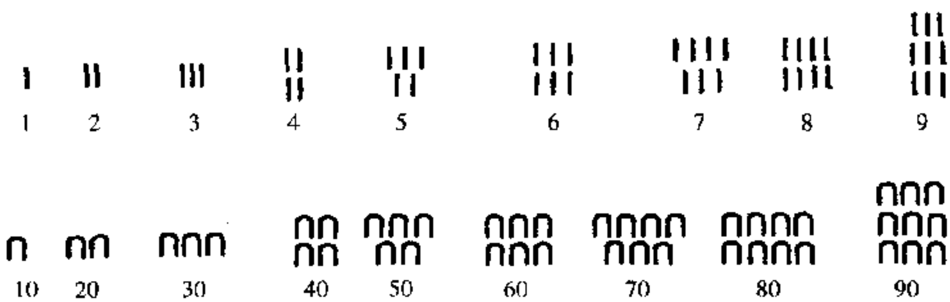


Fig. 14.25

Os exemplos seguintes, pertencentes a inscrições de épocas diferentes, permitirão seguir mais facilmente essa evolução.

1) *Exemplos que datam do Antigo Império, pertencentes às inscrições funerárias de Sahu-Rê, faraó da V dinastia, que viveu na época da construção das pirâmides, ou seja, por volta do século XXIV a.C.* (cf. Borchardt):

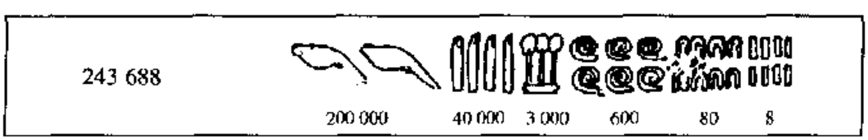


Fig. 14.26

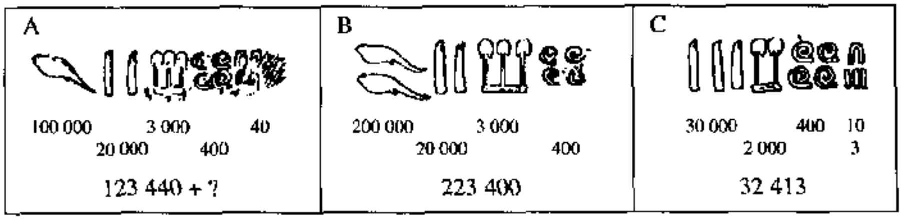


Fig. 14.27

Embora estejam em alguns lugares um pouco deteriorados pelo tempo, os algarismos hieroglíficos são aqui perfeitamente reconhecíveis. Os perfis dos girinos estavam todos orientados para a esquerda, essas menções numéricas sendo lidas portanto da esquerda para a direita (fig. 14.20). Por outro lado, no exemplo da figura 14.26, a notação do número 200.000 é linear, contrariamente ao exemplo B da figura 14.27, em que os dois girinos são ainda superpostos. Enfim, os milhares são ainda representados por tantas flores de lótus ligadas em sua base: um uso que desaparecerá desde o fim do Antigo Império.

2) *Exemplos que datam do fim do primeiro período intermediário (fim do III milênio a.C.) e pertencentes a uma tumba de Meir (tumba de Pepi 'Onh)* (cf. Blackman):

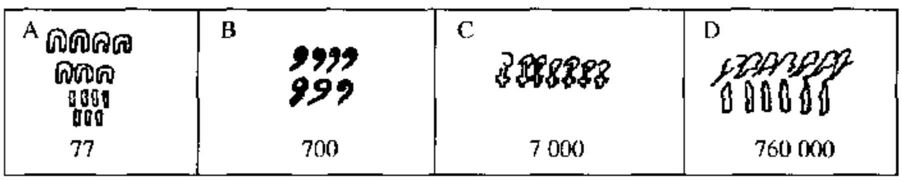


Fig. 14.28

3) *Exemplos pertencentes à coluna central do documento da figura 14.30:*

Fig. 14.29

Fig. 14.30 - *Extrato dos Anais de Tutmosis III (1490-1436 a.C.), enumerando o butim do 29º ano do reino desse faraó.*

Baixo-relevo em arenito proveniente de Karnak. Museu do Louvre. Ref. K. Sethe.

4) *Menções numéricas que figuram na estela de Ptolomeu Filadelfo em Pithom, 282-246 a.C.* (cf. K. Sethe):

Fig. 14.31

A origem dos algarismos egípcios

Essa notação numérica foi, no fundo, apenas uma maneira de traduzir por escrito o resultado de um método concreto de enumeração, que os egípcios empregaram nas épocas arcaicas: um método que consistia em representar um número dado pelo alinhamento ou empilhamento de tantos *objetos-padrão* quantos fossem necessários (pedras, conchas, bolinhas, bastonetes, discos, anéis...), associados cada um a uma ordem num sistema de numeração.

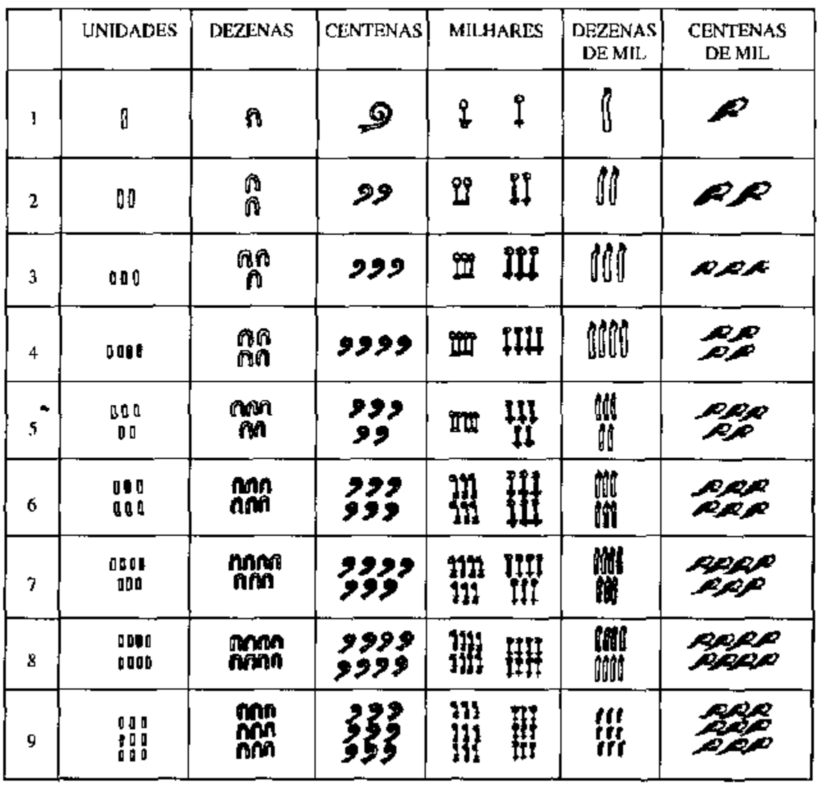


Fig. 14.32 - *Representação das unidades consecutivas de cada ordem decimal da numeração hieroglífica egípcia.*

Mas, contrariamente aos algarismos sumérios, cujos grafismos deixavam adivinhar claramente sua origem material, os sinais dessa numeração escrita não permitem muito imaginar os objetos concretos que os precederam na arte do *cálculo figurado* das épocas anteriores à invenção da escrita.

Por que os números 1.000 e 100.000, por exemplo, foram respectivamente representados por uma flor de lótus e um girino? Ter-se-ia contado concretamente, na alta época, mediante flores de lótus e rãs? É pouco provável.

Por que razão a espiral e o dedo humano foram escolhidos para figurar a centena e a dezena de mil? E por que o homem ajoelhado levantando os braços para o céu foi atribuído ao valor do milhão? Tantas questões sobre as quais a egiptologia jamais se voltou até então.

A origem gráfica dos algarismos egípcios foi, penso, muito mais complexa que a dos algarismos sumérios ou elamitas, os inventores dessa numeração tendo apelado para vários princípios ao mesmo tempo.

Com relação a isto, as hipóteses seguintes parecem plausíveis, embora não se disponha de nenhuma prova formal.

A origem do algarismo 1 poderia ter sido "natural": a barra vertical é o sinal gráfico mais elementar que o ser humano possa imaginar para a representação da unidade. Os homens pré-históricos já o utilizaram há mais de trinta mil anos em seus ossos entalhados, e sabe-se que uma multidão de povos lhe atribuíram esse valor no curso da história.

Pode-se pensar também que esse algarismo e o da dezena (o sinal em forma de asa) constituíram, na escrita hieroglífica egípcia, os vestígios de uma dessas antigas enumerações concretas que acaba de estar em questão. O primeiro poderia ter correspondido à simbolização gráfica de um pequeno bastonete empregado antigamente para o valor de uma unidade simples. O segundo, por sua vez, poderia ter constituído o desenho de um cordão que, outrora, deve ter servido para religar esses bastonetes para formar um pacote de dez unidades; desenho que a escrita egípcia teria então estilizado para dar esta espécie de "U" maiúsculo invertido.

Para os algarismos 100 e 1.000 (a espiral e a flor de lótus), pode-se pensar que seus inventores recorreram a "empréstimos fonéticos".

Pode-se supor que, originalmente, as palavras egípcias para dizer "espiral" e "flor de lótus" correspondiam respectivamente aos mesmos sons que "cem" e "mil". E querendo representar graficamente esses dois números ter-se-ia adotado a imagem de uma espiral e a da flor de lótus por seus sons respectivos, independentemente de seu sentido visual direto (ver quadro sobre a escrita hieroglífica egípcia).

Casos semelhantes ocorreram entre vários outros povos. Na antiga escrita chinesa, por exemplo, o número 1.000 tinha assim a mesma interpretação gráfica que o *homem*, seus nomes respectivos tendo tido provavelmente a mesma pronúncia na época arcaica.

Por seu turno, o hieróglifo da dezena de mil (que representa justamente um dedo levantado e ligeiramente inclinado) poderia ter constituído uma sobrevivência da contagem manual que os egípcios empregaram provavelmente desde a alta época e que permitia contar até 9.999, graças a diversas posições dos dedos (ver capítulo 3).

O algarismo para 100.000 tem sua origem puramente simbólica: pensa-se na "saparia" de girinos no Nilo e na grande fecundidade primaveril desses batráquios.

Quanto ao hieróglifo do milhão, sua origem poderia ter sido de ordem psicológica. Os egiptólogos que decifraram esse ideograma, acreditaram inicialmente que se tratava de um homem assustado pela importância considerável do número que se supunha exprimir. Na realidade, esse hieróglifo (que, não somente designava o valor do milhão, mas possuía também o sentido do "milhão de anos" ou da "eternidade") representava antes de tudo aos olhos dos egípcios *um gênio sustentando a abóbada celeste*. Na origem dessa imagem-sinal houve provavelmente um homem (talvez um sacerdote ou astrônomo) contemplando as estrelas do firmamento e tomando então consciência de sua multidão...

A NUMERAÇÃO ORAL EGÍPCIA

Os nomes de número da língua egípcia são-nos conhecidos segundo a língua copta e por grafias fonéticas que figuram nos textos hieroglíficos das pirâmides.

Eis as transcrições e, entre colchetes, as pronúncias aproximadas (cf. S.-A. Gardiner e G. Lefebvre):

1	w'	[wa']	10	md	[medj]
2	snw	[sénou]	20	dwty	[dwetye]
3	hmt	[khémet]	30	m'b'	[m'aba']
4	fdw	[fédou]	40	hm	[khém]
5	díw	[diwou]	50	díyw	[diyou]
6	srsw	[sersou]	60	sí	
7	sfh	[séfekh](1)	70	sfh	[séfekh][1]
8	hmn	[khémen] (1)	80	hmn	[khémen][1]
9	psd	[pesedj] (1)	90	psd	[pesedj][1]

št [shet]	h [kha']	db' [djebe']	hfn [hefen]	hh [heh]
100	1.000	10.000	100.000	1.000.000

Essa numeração foi portanto estritamente decimal. Para os números compostos ela procedia segundo o princípio exposto no exemplo seguinte:

4.326	fdw h	hmt št	dwty	srsw
	("quadro mil,	três centos e	vinte e	seis")
	(= 4 × 1.000 +	3 × 100 +	20 +	6).

[1] Embora os *nomes de números* 7, 8 e 9 tenham tido respectivamente a mesma estrutura consonantal que os nomes de 70, 80 e 90, pode-se supor que os egípcios os tenham pronunciado de uma maneira diferente para evitar qualquer confusão (algo como *séfekh* para 7 e *séfakh* para 70; *khémen* para 8 e *khéman* para 80, etc.).

As frações do número e o deus esquartejado

Para exprimir as frações de número, os egípcios serviam-se, de modo geral, do hieróglifo da boca (sinal que era lido *éR* e que, nesse contexto, tinha o sentido de "parte"), colocando-o embaixo do número que servia de denominador:

Fig. 14.33

Quando o denominador inteiro não podia levar o sinal da "boca", inscreviam o excedente na seqüência; assim:

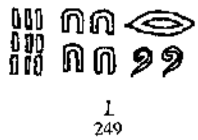


Fig. 14.34

Certas frações, como 1/2, 2/3 e 3/4, eram representadas por sinais especiais. Para 1/2 empregava-se simplesmente o hieróglifo seguinte (que era lido *GeS* e que exprimia a idéia de "metade"):  ou . Para 2/3 escrevia-se:  ou  ou  (literalmente: "as duas partes") e para 3/4:  (isto é, "as três partes").

Notemos que, com exceção das duas últimas expressões, os egípcios não conheceram as frações de numerador além da unidade. Para exprimir, por exemplo, o equivalente de nossa fração 3/5, eles não colocavam esta sob a forma 1/5 + 1/5 + 1/5; eles a decompunham antes numa soma de frações tendo por numerador [1]:  (3/5 = 1/2 + 1/10).

Para as medidas de capacidade (tanto para os cereais quanto para cítricos ou líquidos), os egípcios serviam-se de um curiosa notação, diferente da precedente, permitindo indicar as frações do *héqat* (unidade de medida das capacidades valendo, segundo a estimativa tradicional dada por G. Lefebvre, 4 litros 785 aproximadamente). Essa notação empregava as diferentes partes do olho fardado do deus-falcão Hórus:

Fig. 14.35

[1] Igualmente, a fração 47/60 era decomposta na forma: [figura] (47/60 = 1/3 + 1/4 + 1/5).

Este deus era conhecido sob o nome de *oudjat*, notado foneticamente com a ajuda de hieróglifos da maneira seguinte:

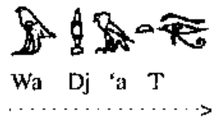


Fig. 14.36

O *oudjat* era ao mesmo tempo o olho de um ser humano e o de um falcão: comportava, portanto, as duas partes da córnea, a íris e a sobrancelha do olho humano, elementos aos quais se acrescentava, em posição inferior, as duas marcas coloridas características do falcão-peregrino. E como os submúltiplos mais usuais do *héqat* eram sucessivamente o meio, o quarto, o oitavo, o um-dezesseis avos, o um-trinta e dois avos e o um-sessenta e quatro avos, essa notação consistiu então em decompor o *oudjat* em seis partes e depois atribuir a cada uma delas uma das seis frações:

1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32 e 1/64

segundo a convenção dada na figura 14.37. Noutras palavras, no caso de uma leitura da direita para a esquerda, atribuía-se o valor 1/2 à parte direita da córnea, a fração 1/4 à íris, 1/8 à sobrancelha, 1/16 à parte esquerda da córnea, 1/32 à marca colorida oblíqua e 1/64 à marca colorida vertical [1].

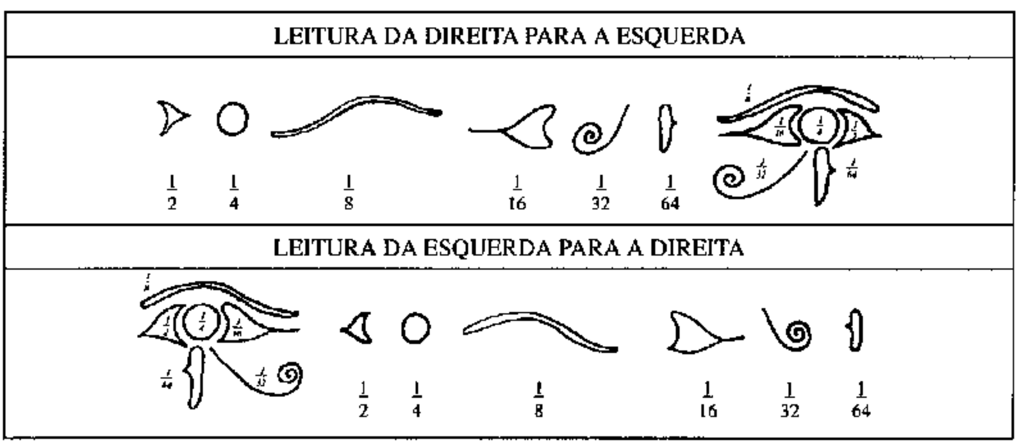


Fig. 14.37 - *A notação das frações do* héqat *para as medidas de capacidade.*

[1] Assinalemos brevemente que esse sistema de notação foi correntemente empregado nos papiros redigidos em caracteres hieráticos, mas com exceção do sinal para 1/2 esses símbolos só aparecem nas inscrições lapidares a partir da XX dinastia. Por outro lado, os egípcios usaram outros sistemas de notação das frações, notadamente para a expressão de medidas de comprimento e superfície, bem como para a das medidas ponderais. Não nos cabe examinar aqui essas notações (que pertencem essencialmente ao domínio metrológico). Remetemos o leitor para tanto à gramática de S. A. Gardiner, bem como aos trabalhos de K. Sethe.

O *oudjat* constituía uma sobrevivência dos mitos osirianos e seu simbolismo detinha um lugar importante nos ritos mágicos e funerários que se ligavam a ele. É na lenda dos deuses Osíris e Hórus que é preciso encontrar a semelhança da curiosa notação que acaba de ser descrita. Esses mitos foram-nos relatados inteiramente e de maneira coerente pelos escritores gregos, principalmente por Plutarco em seu *Ísis e Osíris*. São encontrados também, mas sob uma forma incompleta e fragmentária, na literatura mágica e religiosa do Egito antigo...

Nut, a deusa do Céu, desposou secretamente Geb, o deus da Terra, contra a vontade de Rê, o deus-Sol. Ao saber desse comércio ilícito, Rê entrou numa terrível cólera. E, do alto de seu trono, jogou sobre Nut um encanto destinado a impedi-la de dar a luz em qualquer mês ou ano que fosse. (Lembremos que, segundo a lenda, o ano só compreendia, nesta época, 360 dias repartidos em doze meses de trinta dias cada um.)

Assim destinada à esterilidade eterna, Nut foi confiar seu pesar a seu amigo Thot, o deus-mágico com cabeça de íbis, que era não somente o senhor supremo da aritmética, da fala, da escrita e dos escribas, mas também o protetor da Lua e o poderoso regente do tempo e do calendário para os deuses e os homens. Nutrindo um amor secreto pela deusa, este decidiu voar em seu socorro e entabulou uma partida de dados com a Lua. E obtendo vantagem sobre sua parceira, fez com que ela lhe desse um-sessenta e dois avos de seus fogos e sua luz, que dispunha para fabricar cinco dias inteiros, ele então, acrescentou aos 360 do ano como existia até aqui. (Desde então, segundo a lenda, o ano egípcio compreende 365 dias repartidos em doze meses de trinta dias, os cinco dias adicionais ou "epagômenos" vindo colocar-se no fim do último mês.)

A deusa Nut ganhou, portanto, à revelia do deus-Sol, cinco dias que não figuravam no calendário habitual. Ela apressou-se por aproveitá-los para dar à luz a cinco crianças: uma para cada dia ganhado da Lua por seu amigo Thot. E foi assim que deu a luz aos deuses Osíris, Haroeris, Seth, Ísis e Neftis.

Nessa época, os habitantes do Egito estavam ainda mergulhados na barbárie. Viviam dos frutos da terra; e, quando estes faltavam, devoravam-se uns aos outros. É importante dizer que não sabiam fazer nada com seus dez dedos. Mal eram capazes de defenderem-se contra as feras.

A sorte dessas pessoas ia, contudo, logo melhorar, pois um grande rei devia em pouco tempo instruí-los. Esse monarca não foi outro senão Osíris, o filho primogênito da deusa Nut e herdeiro de Geb no trono celeste.

Quando atingiu a maioridade, Osíris desposou a deusa Ísis. Tornou-se em seguida o primeiro soberano da terra do Egito após realizada sua unificação. Arrancou os egípcios de sua existência de animais selvagens. Revelou-lhes as múltiplas riquezas da natureza, inculcou-lhes a arte de cultivar os frutos da terra, mostrou-lhes como reconhecer o metal na sua ganga e ensinou-lhes a trabalhar o ouro e a forjar o bronze. Ensinou-lhes igualmente a maneira de fabricar armas e utensílios de todas as espécies, deu-lhes leis e, com a ajuda de Thot, iniciou-os na arte da escrita, da magia e da ciência. Enfim, incitou-os a respeitar os deuses e os homens. Depois disso, percorreu a terra inteira para civilizá-la.

Como antípoda desse ser bom e generoso, Seth, o irmão de Osíris, foi a própria encarnação do Mal neste mundo; invejoso, violento, sombrio e mau, odiava Osíris em razão da afeição que todos lhe dirigiam.

Tendo um dia decidido dar um golpe fatal em seu irmão, Seth juntou sessenta e dois cúmplices. Depois de ter tomado secretamente as medidas das dimensões de seu irmão, fez construir um supercofre em madeira preciosa, cujas dimensões correspondiam exatamente ao corpo de Osíris. Fez dele, em seguida, um móvel notavelmente decorado, encrustrado de

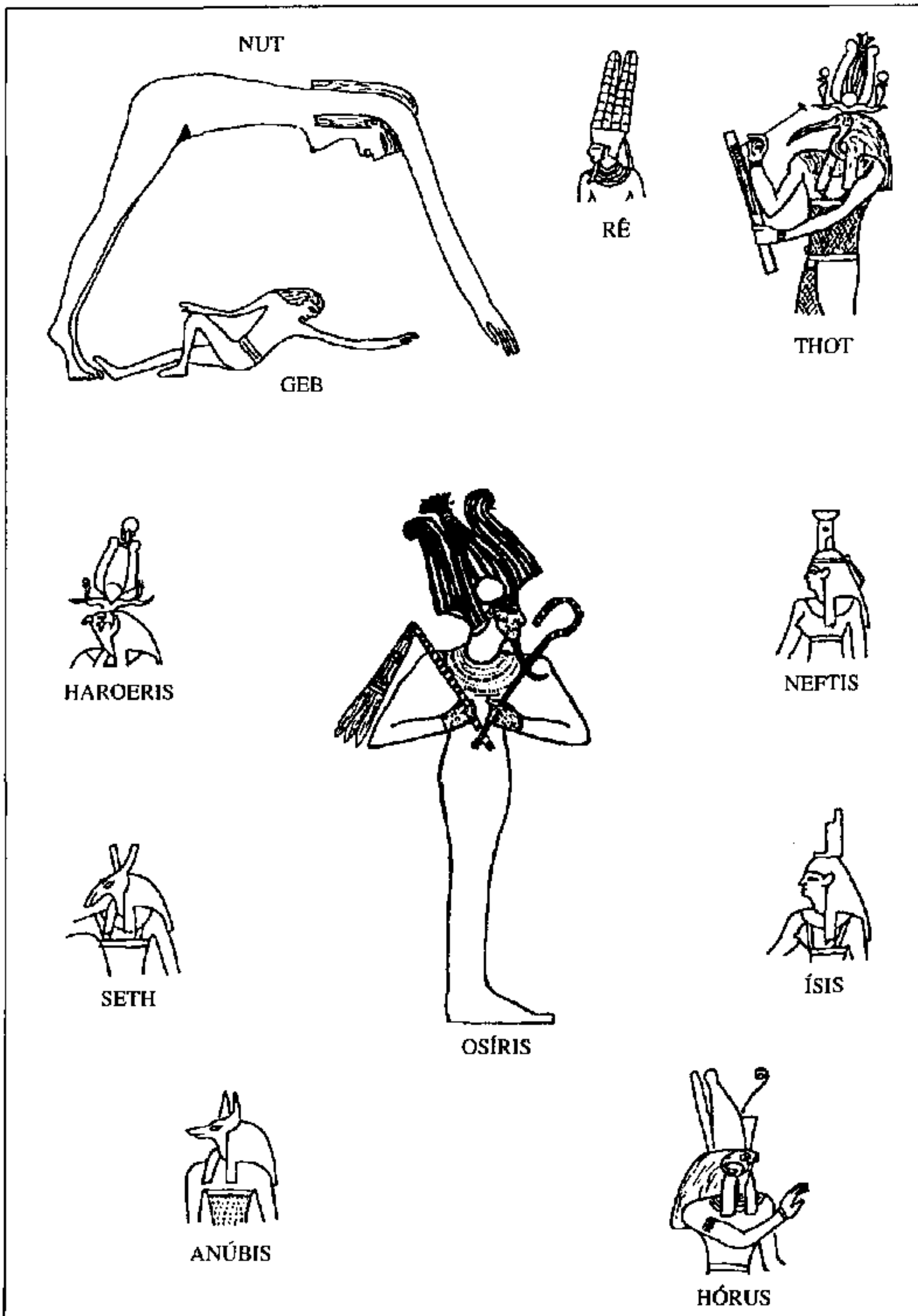

NUT
RÊ
THOT
GEB
HAROERIS
NEFTIS
SETH
ÍSIS
OSÍRIS
ANÚBIS
HÓRUS

Fig. 14.38

esmeraldas, ametistas e jaspe. Posteriormente, quando de um festim que ofereceu em honra de seu irmão e levou-lhe o cofre.

Vendo isto, todos os convivas exclamaram e exprimiram sua profunda admiração. Em resposta, Seth prometeu oferecê-lo àquele ou àquela que, deitando-se nele, o preenchesse *perfeitamente. Todos tentaram mas, naturalmente, só Osíris chegou a isso.* Seth e seus sombrios acólitos precipitaram-se sobre o cofre, abaixaram a tampa, pregaram-na e depois selaram-na com chumbo fundido. Depois disso, levaram o cofre ao Nilo e fizeram com que descesse até o mar. As ondas encarregaram-se em seguida de arrastá-lo, para abandoná-lo finalmente às margens do rio fenício Byblos. E foi assim que pereceu o bom Osíris, vítima do espírito do Mal.

No cúmulo da cólera e do desespero, Ísis, desafortunada irmã e esposa do defunto, chamou o deus Thot em socorro, que lhe devolveu a coragem e a incitou a partir em busca do corpo de Osíris. Depois de várias aventuras, reencontrou o corpo de seu esposo e o trouxe de volta ao Egito, onde se escondeu na proximidade das bordas de Nédit. Mas Seth, tendo descoberto o esconderijo, aproveitou de uma ausência de Ísis para apoderar-se do cadáver e despedaçá-lo em quatorze pedaços que dispersou pelo Nilo.

A infeliz mulher retomou então sua dolorosa busca. Um a um, conseguiu encontrar os pedaços do corpo de seu esposo, com exceção do membro viril, devorado pelo oxirrinco, um peixe do Nilo cúmplice do odioso Seth. Cada vez que encontrava um pedaço do corpo defunto, Ísis levantava um santuário osiriano no próprio local em que o tinha encontrado: é o que explica que tantas cidades egípcias tenham-se gabado de possuir a tumba do deus.

Quando acabou sua penosa tarefa, Ísis, com a ajuda de sua irmã Neftis, reconstituiu o corpo inteiro de seu esposo. As duas mulheres lançaram em seguida apelos patéticos convidando Osíris a retornar à terra. Seus lamentos foram ouvidos: tomado de piedade, o deus Rê enviou Thot e Anúbis que, dos treze pedaços de Osíris, fizeram um corpo imortal pela mumificação. E *foi assim que Osíris ressuscitou para tornar-se o deus dos mortais e da imortalidade da alma.* Tornou-se também o deus da vegetação e, por seu membro viril que permaneceu no fundo do Nilo, deu a esse rio a força fecundante.

De seu esposo, Ísis concebeu um filho póstumo, o pequeno Hórus que ela escondeu por muito tempo no meio de grandes papiros nos pântanos de Quêmnis, a fim de subtraí-lo às buscas de Seth. Criou seu filho num espírito de vingança. A essa tarefa, Hórus consagrou-se de corpo e alma. E quando sentiu-se suficientemente forte, provocou seu tio Seth, colocando-se assim numa luta muito longa. Os combates foram atrozes, de uma violência e selvageria inconcebíveis. Num deles, Seth arrancou o olho de Hórus, o cortou em seis pedaços e os espalhou através do Egito. Mas Hórus replicou emasculando Seth.

A assembléia dos deuses interveio finalmente em favor de Hórus e pôs fim a essa luta interminável, não tendo vencedor nem vencido. Colocou em seguida Hórus no trono do Egito, antes de promovê-lo a deus protetor dos faraós e garantidor da legitimidade do reino de cada um deles. Quanto a Seth, foi condenado a levar eternamente seu irmão Osíris e tornou-se ao mesmo tempo o deus maldito dos bárbaros e senhor do Mal.

O tribunal divino encarregou Thot, o deus dos sábios e magos, de reunir as partes mutiladas do olho de Hórus para restituí-las a seu proprietário e fazer dele, graças a seus poderosos sortilégios, um olho são e completo.

É por isso que o *oudjat* tornou-se, em seguida, para os egípcios, um dos mais importantes amuletos: um talismã carregando o fluido mágico, a luz e o conhecimento, simbolizando a *integridade do corpo, a saúde física, a visão total, a abundância e a fertilidade.*

Para consagrar à eternidade a luta entre Hórus e Seth, sinal divino da vitória do Bem sobre o Mal, e para garantir a vidência total, a fecundidade universal e boas colheitas, os escribas contábeis, presididos por Thot, empregaram o *oudjat* para designar as frações do *héqat* nas suas diferentes medidas agrárias, em particular para os cereais e as medidas de capacidade.

Quando um aluno-escriba observou um dia a seu mestre que o total das frações obtidas a partir do *oudjat* dava por valor apenas:

$$1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + 1/64 = 63/64$$

foi-lhe respondido que o 1/64 que faltava para perfazer a unidade seria sempre fornecido por Thot ao calculador que se colocava sob sua proteção...

A notação rápida dos escribas egípcios

Passamos agora a um tipo de notação numérica inteiramente diferente.

Para indicar os números inteiros em suas diversas inscrições monumentais, os lapidadores egípcios usaram essencialmente, como vimos, o sistema hieroglífico. Mas este sistema não foi aquele que os escribas empregaram mais correntemente. Para suas diversas contas, recenseamentos, inventários, relatórios e testamentos, como também em seus documentos administrativos, jurídicos, econômicos, literários, mágicos, religiosos, matemáticos e astronômicos, serviram-se muito mais freqüentemente da notação dita "hierática" do que do método hieroglífico propriamente dito.

Consideremos, por exemplo, os sinais numéricos inferiores a 10.000 que figuram no *Grande Papiro Harris* (do nome de seu descobridor). Trata-se de um importante manuscrito contemporâneo da XX dinastia (atualmente conservado no Museu Britânico). Nele é dado o estado das posses dos templos quando da morte do faraó Ramsés III (1192-1153 a.C.). Eis sua série, com poucas variantes gráficas:

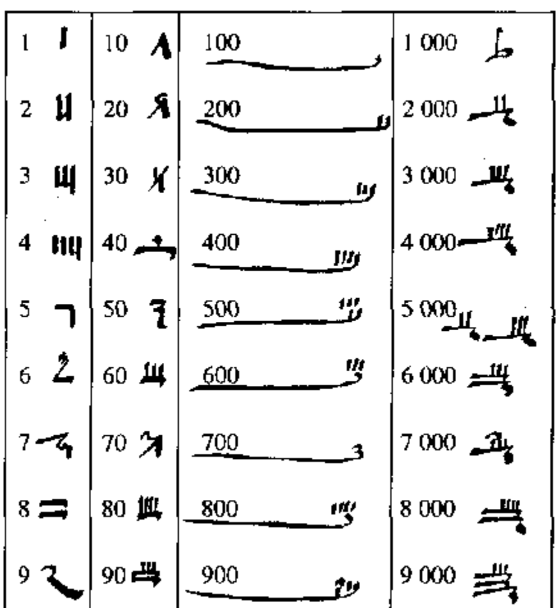


Fig. 14.39 - *Ref. Birch; Erichsen [1].*

Esses algarismos — que conhecemos, por um estudo paleográfico muito avançado, a quais valores se relacionavam — não têm em sua grande maioria, nenhum ponto comum aparente com seus correspondentes hieroglíficos e não parecem responder ao mesmo princípio que eles. Se os grafismos associados aos quatro primeiros números constituem, claro, agrupamentos ideográficos evidentes, tudo ocorre diferentemente, em contrapartida, com os algarismos restantes, tratando-se de sinais destacados de qualquer intuição visual direta.

Deve-se concluir, por isso, que esses algarismos corresponderam a criações totalmente originais com respeito a seus homólogos hieroglíficos? Noutras palavras, deve-se considerar a notação numérica contida neste papiro administrativo como uma espécie de "estenografia" do sistema lapidar egípcio, criada artificialmente pelos escribas para responder às necessidades da escrita rápida? Para poder compreendê-lo é necessário reportar-se ao quadro abaixo.

A ESCRITA "HIERÁTICA" EGÍPCIA

Contrariamente ao que se poderia acreditar, o sistema dos hieróglifos não foi a escrita comum do Egito dos faraós: quase não foi empregada para consignar as contas correntes, os recenseamentos ou os inventários, nem para redigir os relatórios, testamentos, documentos econômicos, administrativos, jurídicos, literários, mágicos, religiosos, matemáticos ou astronômicos.

Na verdade, o minucioso desenho dos hieróglifos respondia a fins decorativos e comemorativos e tinha um caráter solene. Era típico das inscrições nos monumentos de pedra (tumbas, monumentos funerários, palácios, paredes dos templos, obeliscos, etc.) e prestava-se muito mal a uma notação rápida.

Assim, desde a época das primeiras dinastias, os escribas simplificaram progressivamente seu traçado para terminar em verdadeiros sinais cursivos, aos quais os autores gregos deram o nome de *sinais hieráticos*.

Inicialmente, nada mudou nesse sistema. Só o aspecto dos caracteres foi modificado. Os sinais picturais dessa escrita monumental esquematizaram-se, com efeito, pouco a pouco. Os detalhes tornaram-se cada vez menos numerosos e os contornos dos seres ou dos objetos representados foram reduzidos ao essencial.

Na forma hierática do *curso d'água* por exemplo, as ondulações que figuravam muito claramente no sinal hieroglífico original desapareceram para dar lugar a uma linha grossa e quase reta. A cabeça humana tornou-se um sinal semelhante a nosso "L" maiúsculo, o sinal da serpente não foi mais evocador e o peixe reduziu-se a uma espécie de "Z" manuscrito. Nenhuma relação, evidentemente, com a origem dessas letras latinas, a não ser uma semelhança morfológica.

Para evitar as confusões sempre possíveis nesse gênero de escrita manuscrita, os escribas colocaram freqüentemente em evidência certos detalhes característicos do ser ou do objeto representado, acrescentando, algumas vezes, um ou diversos pontos diacríticos ao sinal correspondente. Um ponto marcado embaixo de uma linha grossa e quase reta identificava esta última ao hieróglifo da negação (os braços estendidos, em oposição, mãos abertas) e a distinguia do sinal associado ao curso d'água, por exemplo (fig. 14.41 e 14.42).

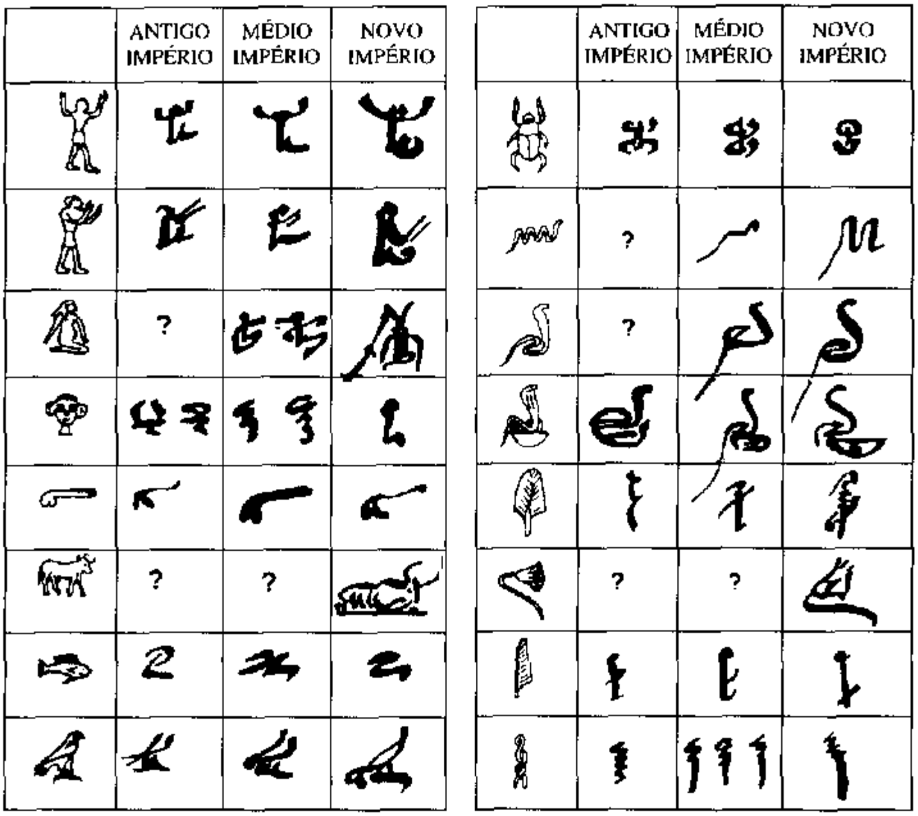


Fig. 14.40 - *Escolha de sinais "hieráticos" egípcios em relação a seus modelos hieroglíficos respectivos. Ref. G. Möller.*

Em alguns casos, a estilização hierática é evocadora e o sinal ou o agrupamento hieroglífico correspondente é reconhecido em sua abreviação. Todavia, a forma original é irreconhecível e necessita de treino para sua identificação.

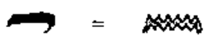


Fig. 14.41

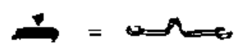


Fig. 14.42

Da mesma maneira os algarismos hieráticos para 20 e 30 foram distinguidos daquele da dezena por um ou dois traços suplementares:

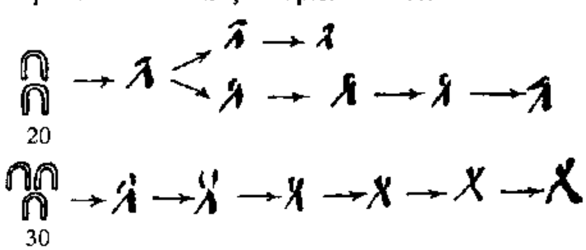


Fig. 14.43

Outra característica dessa escrita cursiva: a aparição de várias *ligaduras*, não somente num mesmo sinal, mas também entre dois ou mais sinais. (Lembremos que uma "ligadura" é um agrupamento de vários traços ou sinais numa só abreviação, executada graficamente sem levantar o pincel.) Isso explica a razão pela qual os agrupamentos de cinco, seis, sete, oito ou nove barras verticais adquiriram, ao termo dessa evolução gráfica, formas destacadas de qualquer intuição sensível:

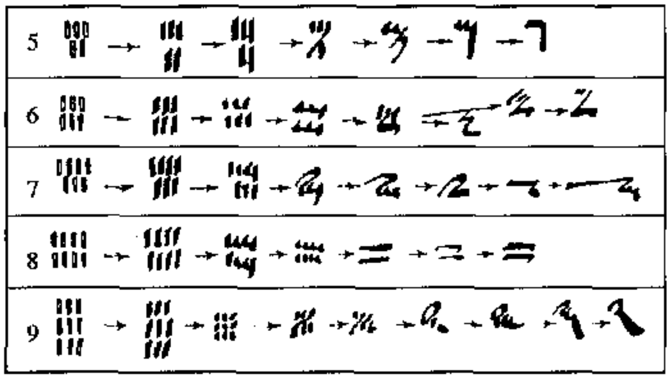


Fig. 14.44 - *Ref. G. Möller*

"Em todo caso", explica J. Sainte-Fare Garnot, "a meta a atingir é a mesma; levando em conta as possibilidades e também exigências do cálamo[1], trata-se de ganhar tempo, de escrever mais rápido. A natureza desse instrumento influenciou muito a escrita manuscrita egípcia; esforçou-se por chegar a um traçado ininterrupto, que se obtém ora por pequenos toques rápidos (...), ora com uma só pincelada (...). Trabalha-se no sentido de uma maior facilidade. As modificações acrescentadas aos hieróglifos são, por vezes, importantes e, muito freqüentemente, as formas da cursiva não têm com seus protótipos mais que uma semelhança muito vaga. Ao contrário, transpostos em hierático os hieróglifos complexos — a vespa, o gafanhoto, o crocodilo e outros ainda (fig. 14.40) — permanecem em geral muito reconhecíveis."

"Uma última particularidade dessa cursiva", acrescenta J. Sainte-Fare Garnot, "é a de só admitir uma única orientação: *escreve-se sempre da direita para a esquerda.* A própria natureza (um rolo) da superfície que cobria a forma mais típica e mais corrente (o papiro) tornava impraticável, se não impossível, escrever, tal seria o incômodo e o esforço para mover o cálamo, da esquerda para a direita." É verdade que as "folhas" de papiro, que serviam de suporte material para a escrita, eram coladas juntas de maneira que as fibras horizontais estivessem de um mesmo lado (o *rosto*) e as verticais do outro (o *verso*); eram enroladas em seguida, as fibras horizontais no interior e as verticais no exterior, para evitar que sua compressão em cilindro provocasse sua torção.

[1] O "cálamo" em questão aqui é um fino caniço com a ponta amassada, em forma de pincel, que se molhava numa matéria colorante.

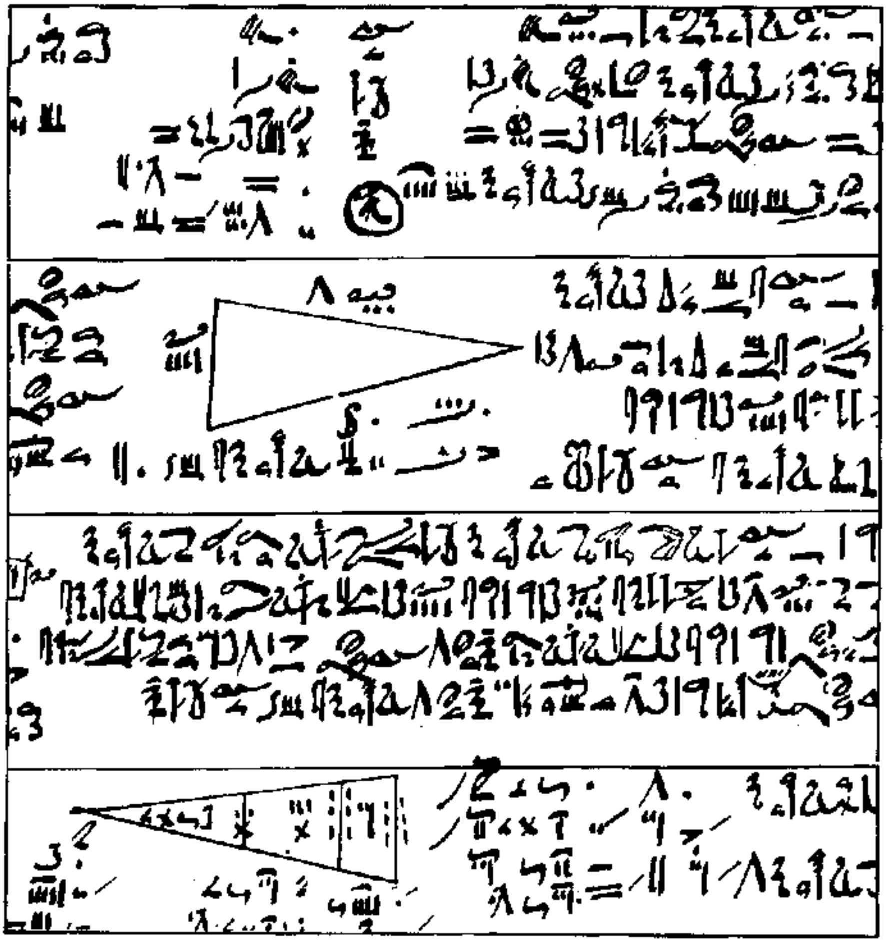


Fig. 14.45 - *Detalhe do Papiro Rhind, importante documento matemático redigido em caracteres hieráticos. Datando da época de Hyksôs (século XVII a.C. aproximadamente), esse documento constitui uma cópia de um tratado anterior que remontaria provavelmente à XII dinastia (1991-1786 a.C.). Museu Britânico. Ref. 10.057/58.*

Em suma, a relação existente entre esse sistema cursivo e o sistema hieroglífico foi de alguma maneira, para os antigos egípcios, a mesma que existe para nós entre as letras capitais de nossos monumentos de pedra e as manuscritas que empregamos mais correntemente:

A	B	C	D	E	F	K	R	S
𝒜	ℬ	𝒞	𝒟	ℰ	ℱ	𝒦	ℛ	𝒮
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*	*k*	*r*	*s*

(Imaginemos o embaraço no qual se encontraria um leitor chinês ou árabe, por exemplo, que não conhecesse a escrita latina e devesse estabelecer a relação entre as letras da primeira linha com as da segunda ou terceira linha.)

Assimilar a notação hierática a uma espécie de "estenografia" do sistema lapidar egípcio seria, todavia, um erro, pois se essa cursiva respondeu bem às mesmas necessidades de notação rápida tal como nossas atuais "estenografias", nem por isso apresentou menos com elas uma diferença essencial. Nossas escritas estenográficas correspondem, com efeito, a abreviações e a sinais gráficos puramente convencionais, criados artificialmente para as necessidades da rapidez da escrita e não derivam quase nada das letras de nosso alfabeto. Os sinais hieráticos egípcios, em contrapartida, foram apenas resultado de uma evolução puramente gráfica partindo de um certo número de protótipos picturais: uma evolução que foi influenciada — ou antes acentuada — por uma mudança de material (substituição pelo pincel do cinzel e da faca e pelo papiro da pedra).

Mas, à diferença do que ocorreu entre quase todos os outros povos, essa cursiva jamais conseguiu eliminar a escrita monumental na decoração dos edifícios, nas inscrições em pedra, etc., nem mesmo influenciar de maneira apreciável seu *ductus*. *Foi desenvolvida e usada conjuntamente com seu modelo hieroglífico.* Essa forma abreviada da escrita monumental egípcia permaneceu em uso corrente do III ao I milênios a.C. e serviu portanto, durante perto de 2.000 anos, tanto às necessidades da administração, justiça e negócios, quanto àquelas da instrução, da magia, da literatura, da ciência e da correspondência privada.

A partir do século XII a.C., essa cursiva foi pouco a pouco substituída em todos os seus empregos correntes por uma outra cursiva conhecida pelo nome de "demótica". Não desapareceu completamente, já que seu uso subsistiu (até o século III da era cristã) nos textos religiosos e na redação dos livros funerários sagrados. É o que explica a origem da palavra que lhe foi dada pelos gregos (a palavra grega *hiératikos* significa "sagrado".)

Dos algarismos hieroglíficos aos algarismos hieráticos

Tal como com os outros sinais gráficos, os algarismos manuscritos egípcios (que, eles também, responderam não a fins decorativos ou comemorativos, mas antes às necessidades da escrita rápida) foram, na verdade, esquematizações mais ou menos avançadas de algarismos lapidares e dos diversos agrupamentos que lhes eram respectivamente associados (ver quadro precedente).

Ainda semelhantes, nos documentos do III milênio a.C., a seus originais hieroglíficos, esses algarismos sofreram pouco a pouco uma profunda modificação de traçado e evoluíram em seguida independentemente de seus modelos.

Complicando-se pelo emprego de numerosas ligaduras e pela introdução de vários pontos diacríticos, as formas correspondentes transformaram-se progressivamente em sinais difíceis de reconhecer. Os sinais que resultaram deles só tiveram então com seus protótipos uma semelhança muito vaga, terminando por vezes em sinais desprovidos de qualquer valor de evocação visual direta (fig. 14.46).

Isso prova, portanto, que a evolução dos algarismos egípcios a partir de seus modelos iniciais foi feita sem nenhuma ruptura no espírito dos escribas egípcios e que a modificação que sofreram dessa maneira tinha sido ditada por razões essencialmente práticas.

Aliás, essa numeração decimal dispôs, ao termo de sua evolução puramente formal, de um algarismo particular para cada um dos números:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	200	300	400	500	600	700	800	900
1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000.

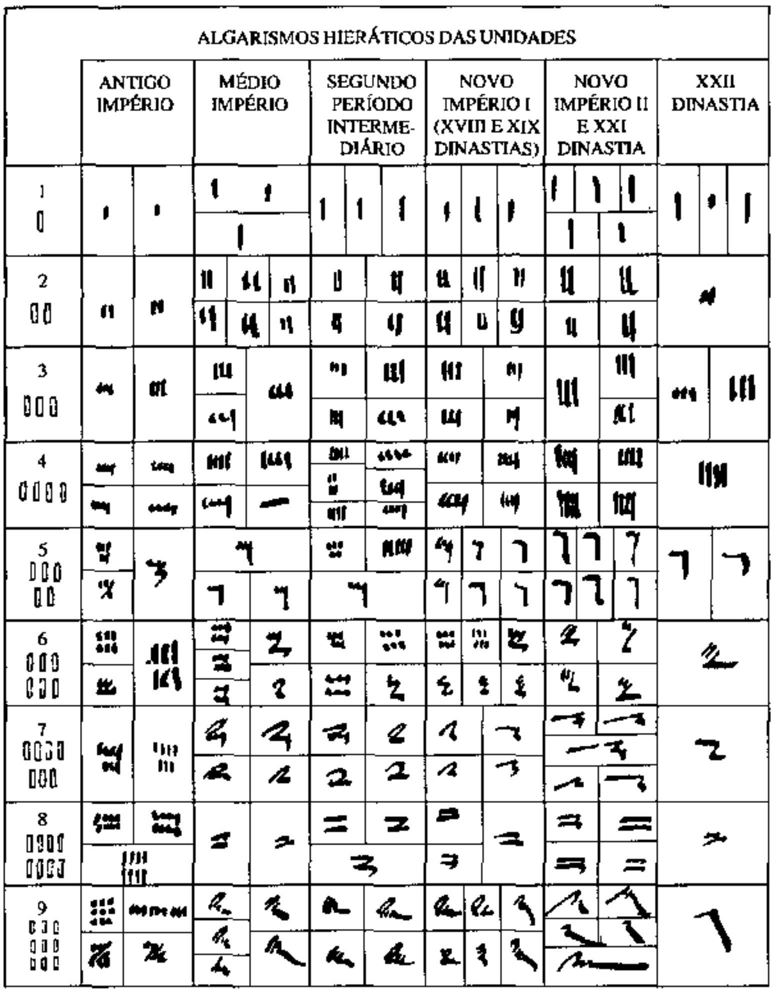


Fig. 14.46 A. *Ref. G. Möller.*

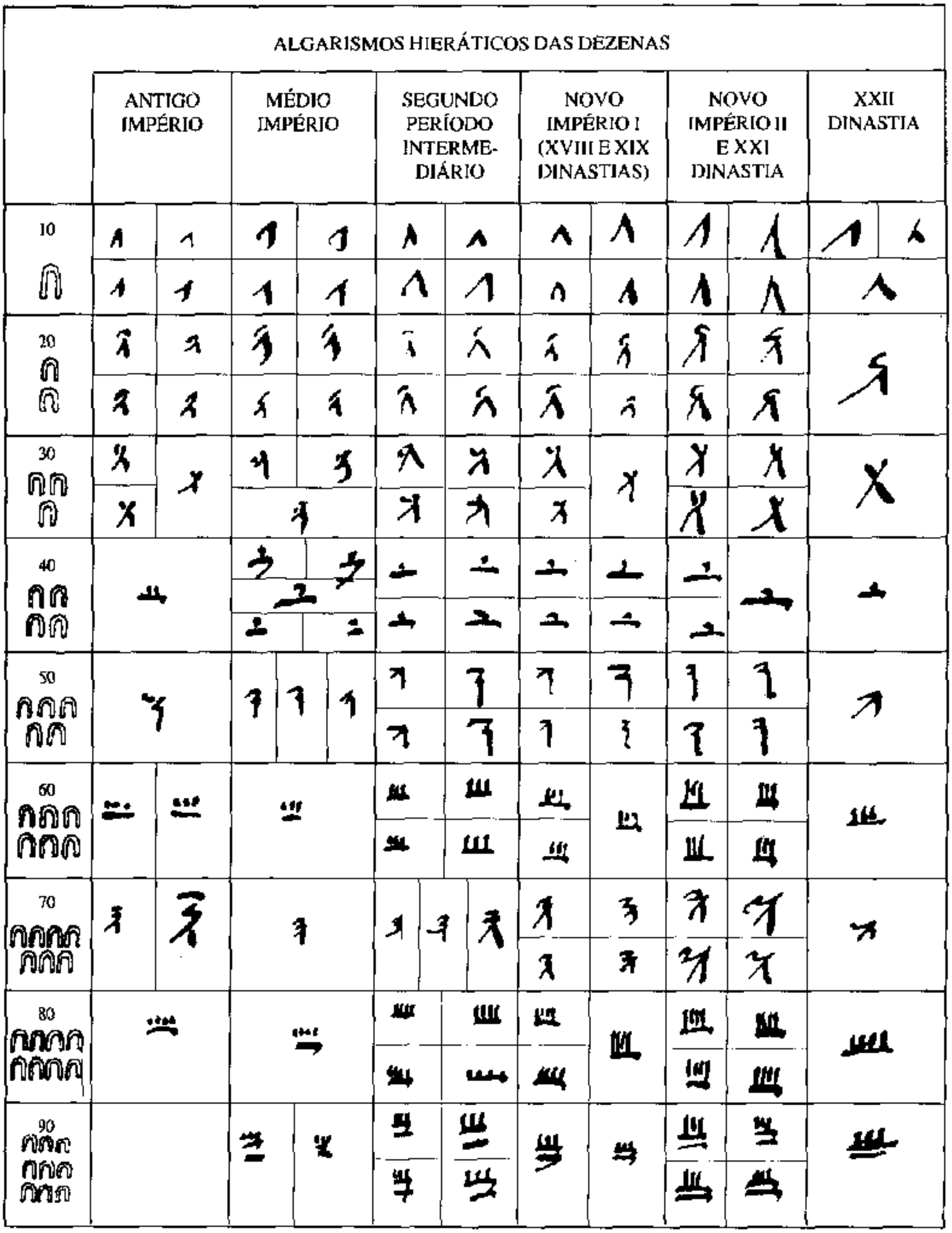


Fig. 14.46 B. *Ref. G. Möller.*

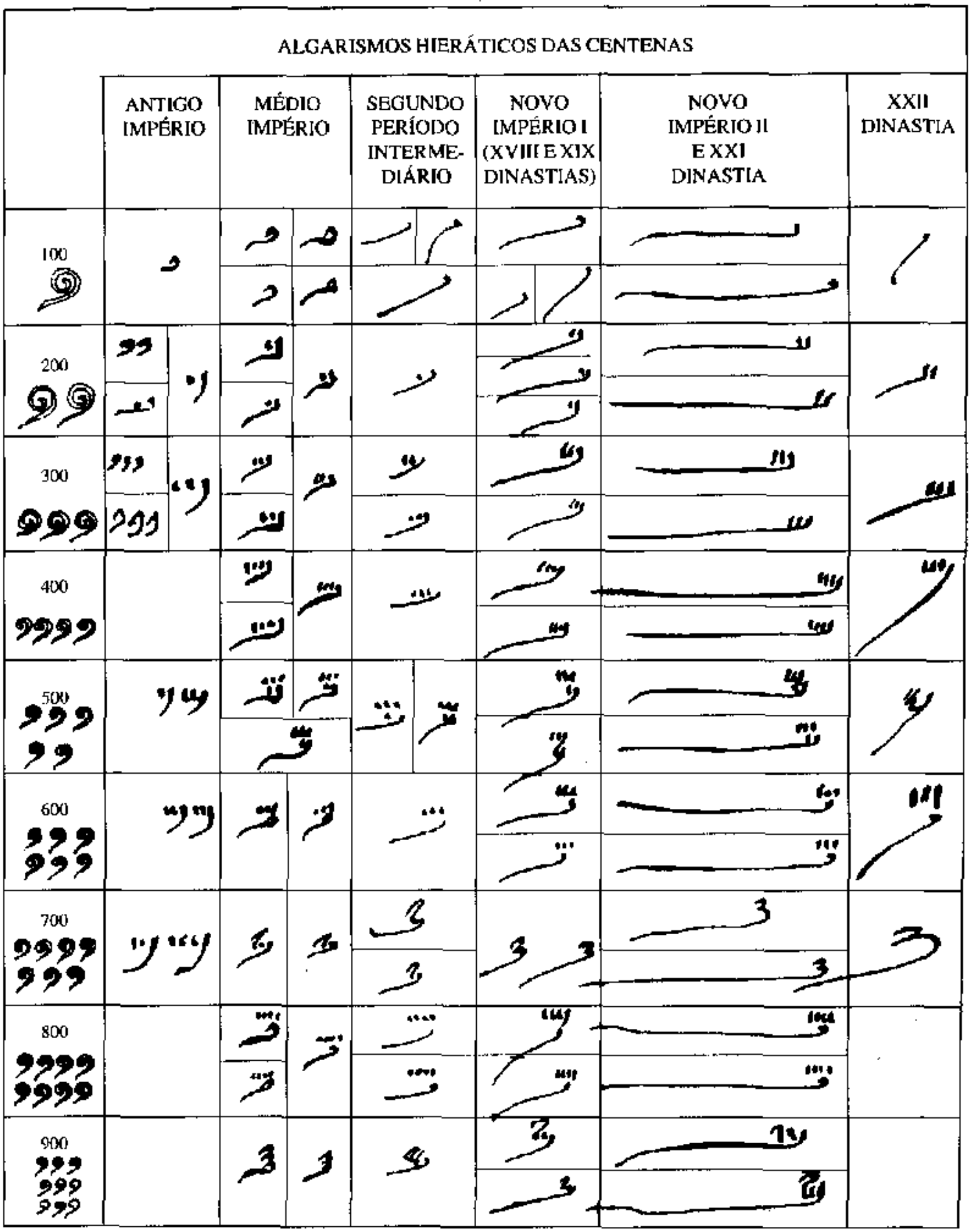


Fig. 14.46 C. *Ref. G. Möller.*

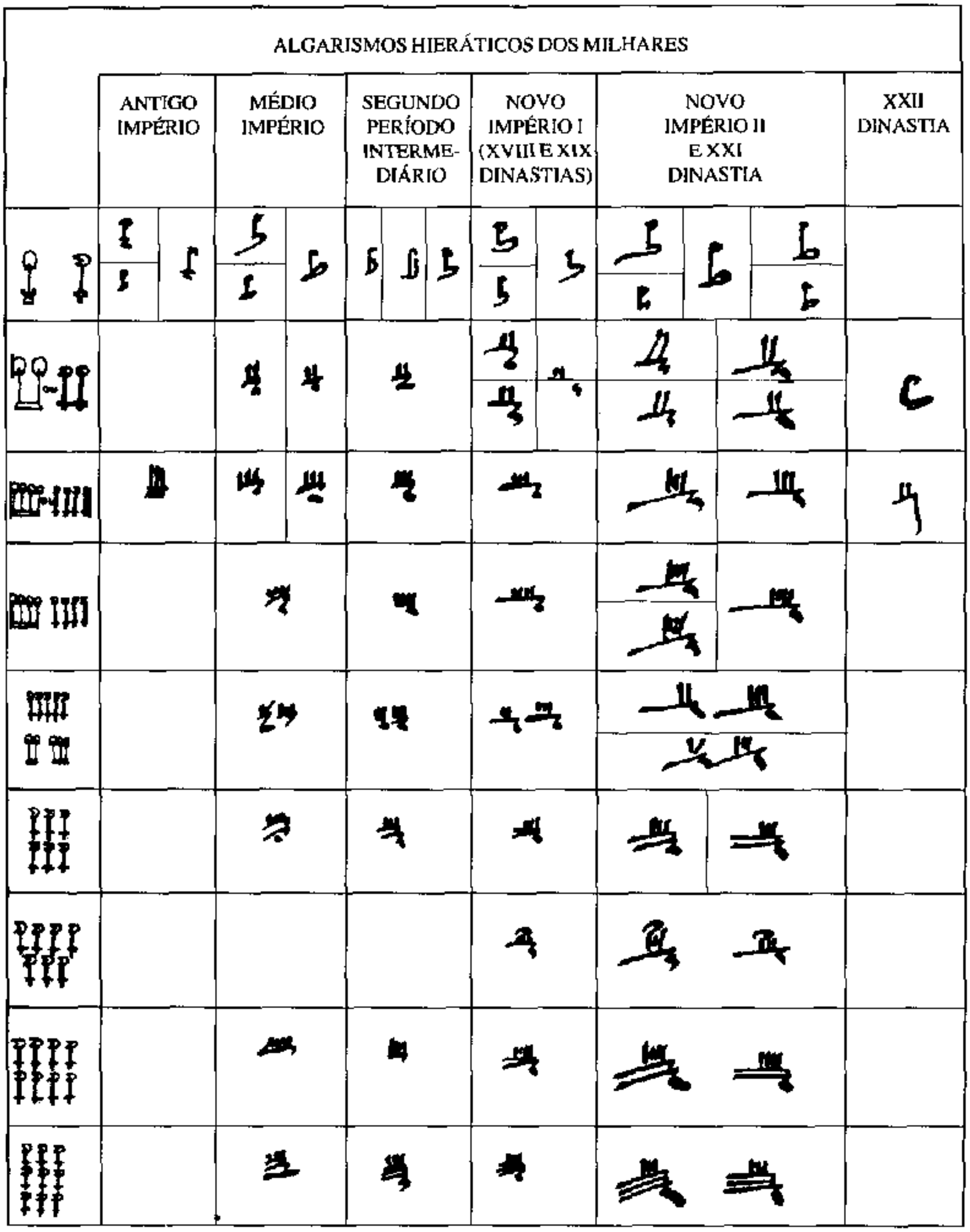


Fig. 14.46 D. *Ref. G. Möller.*

Para as necessidades de uma escrita rápida e partindo de uma numeração aditiva inteiramente rudimentar, os egípcios chegaram a um sistema de notação de números muito simplificado, em que a expressão do número 3.577, por exemplo, foi doravante representada por quatro símbolos somente (em lugar dos 22 exigidos pelo sistema hieroglífico):

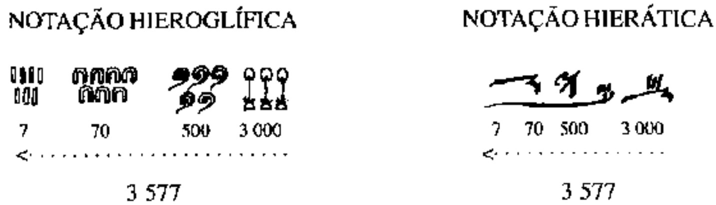


Fig. 14.47

Mas isso não deixou de ter um inconveniente: esse sistema exigia um grande esforço de memória para reter todos os sinais postos em jogo, apresentando assim sérias dificuldades para um não-iniciado.

Cálculos à sombra das pirâmides

Passemos agora sem transição ao domínio concernente ao método seguido pelos egípcios para efetuar seus cálculos.

Imaginemo-nos em 2000 a.C. aproximadamente, com um cultivador de cereais da região de Mênfis. No final da colheita, um funcionário do fisco veio para controlar o estado da produção e fixar o montante da taxa anual.

Este encarrega alguns trabalhadores de medir o grão em alqueires e embalá-lo nos sacos.

A colheita deu este ano duas espécies de trigo: o amidoeiro e a espeita, além de cevada vulgar.

Para não se enganar sobre a variedade dos cereais, os trabalhadores repartem o amidoeiro em fileiras de 15 sacos e a cevada em grupos de 19 sacos, esses grupos correspondendo respectivamente aos números 128, 84 e 369.

Ao termo dessa operação, o funcionário pega uma lasca de rocha que lhe servirá de "rascunho" e efetua agora alguns cálculos com a ajuda do algarismos hieroglíficos...

Malgrado o caráter muito rudimentar de sua numeração escrita, os egípcios, aprenderam desde há muito a fazer operações aritméticas mediante seus algarismos.

A adição e a subtração não apresentam nenhuma dificuldade: quanto à primeira, basta justapor ou superpor as representações cifradas dos números a adicionar, depois agrupar (mentalmente) os algarismos idênticos substituindo de cada vez dez sinais de uma categoria pelo algarismo da classe decimal imediatamente superior.

Para adicionar os números 1.729 e 696, por exemplo, superpõe-se inicialmente, como abaixo, as representações cifradas correspondentes. Agrupa-se, em seguida, mentalmente as barras verticais, as asas, as espirais e as flores de lótus. Depois, substitui-se cada vez dez traços por uma asa, dez asas por uma espiral, dez espirais por uma flor de lótus e assim por diante. O que, todas as reduções feitas, dá exatamente o resultado da operação:

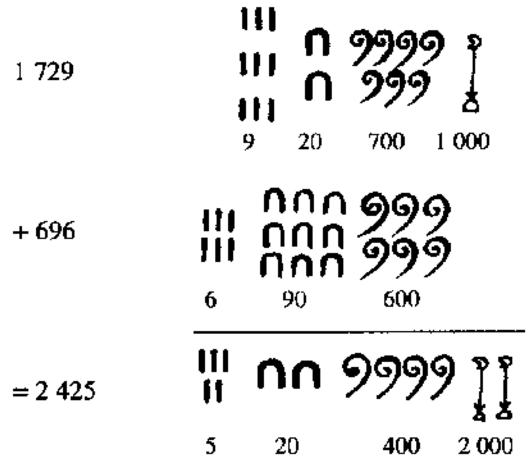


Fig. 14.48

Os egípcios sabiam também obter imediatamente o resultado da multiplicação ou da divisão de um número por dez: bastava-lhes substituir, na escrita do número em questão, cada símbolo pelo algarismo de seu décuplo no primeiro caso, e pelo de seu décimo no outro caso.

Multiplicado por dez, o número (= 1.464):

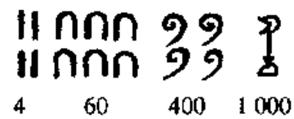


Fig. 14.49 A

é assim substituído automaticamente pelo seguinte (= 14.640):

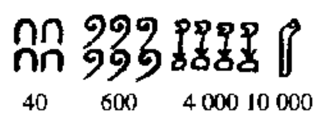


Fig. 14.49 B

Mas para a identificação ou a divisão dos outros números, procedem de maneira inteiramente diferente: não sabendo multiplicar ou dividir diretamente senão por 2, fazem geralmente, para tanto, *duplicações* sucessivas (ou séries de multiplicações por 2)...

Retornemos a nosso "inspetor de contribuições" que, querendo determinar o número total de sacos de trigo amidoeiro, vai efetuar a multiplicação de 128 por 12. Para tanto, procede da seguinte maneira:

1	12
2	24
4	48
8	96
16	192
32	384
64	768
128	1.536

Com esses algarismos hieroglíficos, inscreve, o multiplicador 12 na coluna da direita e, face a ele na coluna da esquerda, o número 1. Dobra em seguida sucessivamente cada um dos dois números até o momento em que o multiplicando 128 aparece na coluna da esquerda. O número 1.536, que corresponde assim a 128 na coluna da direita, constitui então o resultado dessa operação: 128 x 12 = 1.536.

Querendo determinar o número de sacos de espeita, multiplica agora 84 por 15. Dispõe sua operação como antes:

1	15
2	30
4	60
8	120
16	240
32	480
64	960

Inscreve na coluna da direita o multiplicador 15 e, face a ele na coluna da esquerda o número 1. Dobra em seguida sucessivamente cada um dos números. Mas como o multiplicando 84 não aparece desta vez na coluna da esquerda, prossegue a duplicação até o momento em que obtém o maior número contido nesse multiplicando. Pára, portanto, em 64 na coluna da esquerda e procura nesta os números cuja soma é igual a 84. Depois, marca com um pequeno traço os números assim retidos (aqui, os números 64, 16 e 4) e com uma pequena barra oblíqua os correspondentes da coluna da direita (isto é, 690, 240 e 60):

	1	15
—	2	30
—	4	60/
	8	120
—	16	240/
	32	480
—	64	960/

Adicionando os números assim marcados com o traço oblíquo, obtém então o resultado:

$$84 \times 15 = 960 + 240 + 60 = 1.260.$$

Para determinar o número de sacos de cevada, multiplica agora 369 por 19. E para tanto, procede da mesma maneira, escrevendo o multiplicador 19 na coluna da direita e, face a ele na coluna da esquerda, o número 1. Dobra em seguida sucessivamente esses dois números. Mas pára em 256 na coluna da esquerda, pois a multiplicação seguinte dará 512, que será superior ao multiplicando 369:

—	1	19/
	2	38
	4	76
	8	152
—	16	304/
—	32	608/
—	64	1.216/
	128	2.432
—	256	4.864/

Procura em seguida nessa mesma coluna os números cuja soma fornece o multiplicando 369. Os números retidos sendo 256, 64, 32, 16 e 1, a soma dos números correspondentes da coluna da direita lhe dá então o resultado buscado:

$$369 \times 19 = 4.864 + 1.216 + 608 + 304 + 19 = 7.011.$$

A colheita deu, portanto, 1.536 sacos de trigo amidoeiro, 1.260 sacos de espeita e 7.011 sacos de cevada. O funcionário arredonda o primeiro resultado para 1.530 e o terceiro para 7.010. E como deve prevalecer o décimo do produto total dessa colheita, fixa o imposto em 153 sacos de trigo amidoeiro, 126 sacos de espeita e 701 sacos de cevada...

A multiplicação à maneira egípcia é portanto simples e pode ser feita sem recorrer às tábuas de multiplicação.

A divisão é feita igualmente seguindo multiplicações consecutivas, mas o procedimento é efetuado no sentido inverso.

Perto de Tebas, no vale dos Reis, no tempo de Ramsés II (1290-1224 a.C.), arrombadores de tumbas acabam de despojar a tumba de um soberano da dinastia precedente. Subtraíram-lhe diademas, brincos, adagas, peitorais, pendentes, etc., todos em ouro dividido e encrustrado com massa de vidro.

Esses objetos preciosos são em número de 1.476 e o chefe dos arrombadores propõe repartir o butim entre seus onze homens e ele próprio. Toma um caco de cerâmica e faz a divisão de 1.476 por 12. Para tanto, coloca a operação como se ele tivesse de fazer uma multiplicação por 12, escrevendo o número 1 na coluna da esquerda e 12, o divisor, na coluna da direita. Depois dobra sucessivamente cada um desses números:

/1	12—
/2	24—
4	48
/8	96—
/16	192—
/32	384—
/64	768—

Mas aí ele pára em 768 na coluna da direita, pois a multiplicação seguinte fornecerá um número superior ao dividendo 1.476. Chegado a esse estágio ele procura, operando várias tentativas, na *coluna da direita* (e não mais na da esquerda) os números que, adicionados, dão esse dividendo. Retém assim os números 768, 384, 192, 96, 24 e 12 (cuja soma é justamente

1.476) e marca cada um deles com um pequeno traço horizontal. Adicionando os números correspondentes da coluna da esquerda (ou seja, 64, 32, 16, 8, 2 e 1), obtém muito facilmente o resultado de sua divisão:

$$1.476 : 12 = 64 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1 = 123.$$

Cada um dos bandidos toma 123 objetos preciosos que lhe cabem e o grupo se dispersa.

Naturalmente esse método só pode ser aplicado no caso em que o dividendo é um múltiplo do divisor. Mas quando a divisão não é sem resto, recorre-se às frações de número seguindo procedimentos que seria demorado e complicado explicar aqui. (Remetemos para tanto à obra de Gilliain.)

Os métodos de cálculo cifrado do Egito dos faraós tiveram assim o mérito de evitar aos calculadores terem de apelar para a memória: para multiplicar ou dividir bastaria saber adicionar e multiplicar por 2. Faltou-lhes contudo agilidade e unidade e foram lentos e muito complexos em comparação com os nossos meios atuais.

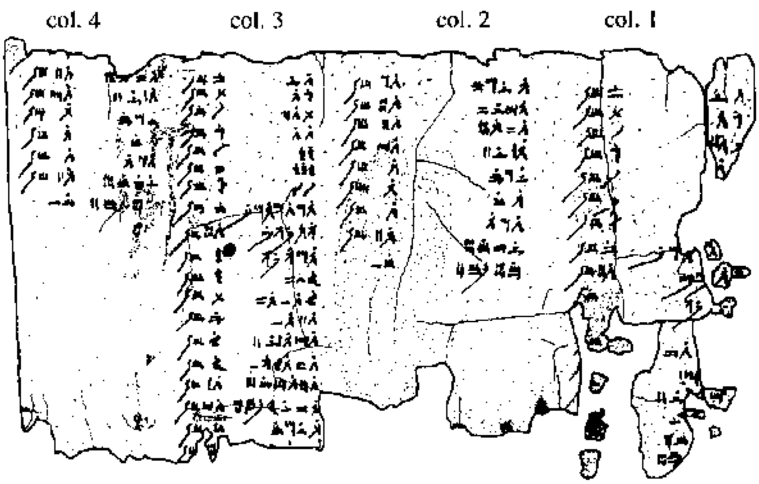


Fig. 14.50 - *Um manuscrito matemático (couro) redigido em caracteres hieráticos egípcios. Trata-se de uma tábua de conversão de frações em somas de frações de numerador igual a 1, que os escribas calculadores empregavam freqüentemente em suas diversas operações matemáticas. Ref. S. R. K. Glanville; O. Neugebauer. Museu Britânico. Leather Roll (BM 10.250).*

Jogos de escrita e de símbolos numéricos à maneira egípcia

Desde a Baixa Época os lapidadores egípcios (especialmente os que gravaram as inscrições dos templos de Edfu [1] e de Dendara [2] dedicaram-se abundantemente a todas as espécies de

[1] Situada no Alto Egito, na margem esquerda do Nilo, a uma centena de quilômetros ao sul de Luxor, a cidade de Edfu deve sua celebridade sobretudo ao imenso templo que foi elevado em seu território na época ptolomaica (304-30 a C.).

[2] Dendara encontra-se a 60 quilômetros ao norte de Luxor, na margem esquerda do Nilo. Consagrado à deusa Hathor, o templo erigido nessa cidade foi colocado em andamento sob os últimos Ptolomeus e acabado na época romana.

trocadilhos e de jogos de grafia erudita. Esses jogos de escrita, de que alguns constituem um modo singular de representação dos números, correspondem a uma certa lógica ou ao menos a uma "*tournure*" de espírito, característica do sistema egípcio. Seu fim foi sem dúvida o de enriquecer os modos de expressão do sistema hieroglífico, mas igualmente divertir os leitores iniciados ou colocar enigmas para os profanos. Eis alguns exemplos a título de curiosidade. Devemo-los aos trabalhos de P. Barguet, H. W. Fairman, J. -C. Goyon e C. de Wit. É evidente que, para tal assunto vale dizer inesgotável, os exemplos abaixo não poderiam constituir uma lista exaustiva.

HIERÓGLIFOS SERVINDO PARA REPRESENTAR OS NÚMEROS	EXPLICAÇÃO DOS JOGOS GRÁFICOS	REF.

NÚMERO 1

 arpão	Jogou-se com a homofonia do nome do número 1 (*wa'*) com o do arpão (*wa'*).	E. VII, 18, 10.
 sol	Por causa de sua unicidade.	E. IV, 6,4
 lua	Por causa de sua unicidade.	E, IV, 6, 4
 fração 1/30	Essa curiosa representação da unidade é empregada apenas no sentido de "um dia" ou de "primeiro dia"; a razão disso é evidente, pois: 1/30 do mês = 1 d.	E. IV 8, 4 E, VII, 7, 1

Fig. 14.51

NÚMERO 2

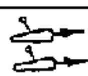
	Repetição do sinal do arpão empregado como representação da unidade.	E. IV, 14, 4.
	Combinação dos sinais do sol e da lua empregados como representação da unidade.	E. VI, 7, 5.

Fig. 14.52

NÚMERO 3

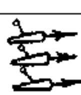
	Repetição do sinal do arpão empregado como repetição da unidade.	E, VII, 248, 10

Fig. 14.53

NÚMERO 4

 (pavilhão das festas jubilares)	Jogo gráfico de que ignoramos ainda a razão.	E. IV, 6, 5 E, IV, 6,6 E, VII, 15, 1.

Fig. 14.54

NÚMERO 5

 (estrela com 5 ramos)	Razão evidente.	E. IV 6, 3 E, IV, 6, 5 E. VII, 6, 4.

Fig. 14.55

NÚMERO 6

	Combinação do traço clássico (=1) e da estrela (=5).	E, IV, 5, 4

Fig. 14.56

NÚMERO 7

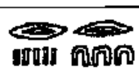
 (cabeça humana)	Sem dúvida por causa dos sete orifícios da cabeça (os dois olhos, as duas narinas, a boca e as duas orelhas).	E. IV 4,4 E. V, 305, 1.
	Combinação de dois traços clássicos (=2) e da estrela (=5).	E, IV 6, 5
 1/5 + 1/30	Somente no sentido de "sete dias": o 1/5 do mês é igual a 6 dias enquanto que o 1/30 do mês vale 1 dia.	E, IV, 8, 4. E, IV, 7, 1.

Fig. 14.57

NÚMERO 8

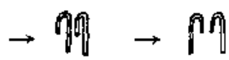
 íbis	O íbis, pássaro sagrado do Egito, encarnava o deus Thot, principal divindade da cidade de Hermópolis, que levava outrora o nome de *hmnw* [*khéménou*], a "cidade dos Oito", em homenagem ao *Ogdoade* (grupo de oito deuses iniciais que, segundo a teologia hermopolitana, teriam precedido à criação do mundo e assim personificado o caos).	E, III 77, 17 E, VII 13, 4 E, VII 14,2
	Grafia singular do algarismo 8. Trata-se de um decalque hieroglífico do sinal hierático:  que nada mais é que um derivado cursivo da combinação de oito traços clássicos representando o número 8 (cf. HP, nos 659-663):  hierático 	E, VI 92, 13
	Combinação de 3 traços clássicos (=3) e da estrela (=5).	E, IV 5, 2
	Combinação do sinal da Lua (=1) e da cabeça humana empregada como representação de 7.	E, IV 6, 4
	Combinação do traço clássico e da cabeça humana empregada como representação de 7	E, IV 9, 3

Fig. 14.58

NÚMERO 9

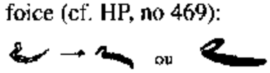
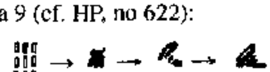
 brilhar	Jogou-se com a homofonia do nome do número 9 (*psd*) com o do verbo "brilhar" (*psd*).	E, IV 8, 2 E, VII, 8, 8
 foice	Trata-se de um decalque hieroglífico do sinal hierático da foice (cf. HP, no 469):  Sinal que então coincidiu com o algarismo hierático para 9 (cf. HP, no 622):  	E, VII, 15, 3 E, VII, 15, 9 E, VII, 17, 3.

Fig. 14.59A

	Combinação de 4 traços clássicos (=3) e da estrela	E, IV (=5), 6, 1
	Combinação de 2 traços clássicos e da cabeça humana empregada como representação de 7.	D, II, 47, 3

Fig. 14.59B

NÚMERO 10

 falcão	Segundo a teologia de Heliópolis, o deus-falcão Hórus foi a primeira divindade acrescentada à Grande Enéade para formar o "Colégio divino aumentado (a 10)". (A Grande Enéade foi a reunião dos nove deuses seguintes, supondo dar conta de todas as forças elementares em ação no universo: Atum, o criador; o casal composto de seus filhos Shu e Tefnut, personificando respectivamente a atmosfera e a umidade; o casal composto de seus netos Geb, a Terra, e Nut, o Céu; e enfim os dois casais Osíris-Ísis e Seth-Nephtys).	E, V 6, 5

Fig. 14.60

NÚMERO 14

	Combinação do falcão (=10) e do sinal do pavilhão das festas jubilares empregado como representação do número 4.	E, V 6, 5

Fig. 14.61

NÚMERO 15

 Fração ½	Somente no sentido de "quinze dias" ou de "décimo quinto dia": tratava-se da metade do mês = 15 dias.	E, VII 7, 6

Fig. 14.62

NÚMERO 17

	Combinação do sinal clássico da dezena e da cabeça humana representando o número 7.	E, VII 248, 9.

Fig. 14.63

NÚMERO 18

 1/2 + 1/10	Somente no sentido de "dezoito dias" ou de "décimo oitavo dia": a metade do mês = 15 dias e 1/10 do mês = 3 dias.	E, IV 9, 1. E, VII, 7, 6 E, VII, 6, 1

Fig. 14.64

NÚMERO 19

	Combinação do sinal clássico da dezena e da foice representando o número 9.	E, VII 248, 4.

Fig. 14.65

NÚMERO 20

	Repetição do sinal do falcão empregado como sinal da dezena.	E, VII 11, 8

Fig. 14.66

NÚMERO 107

	Combinação do sinal clássico da centena e da cabeça humana representando o número 7.	E, VII 248, 11.

Fig. 14.67

Contagens do Tempo dos Reis Cretenses e Hititas

Os algarismos cretenses

Entre 2200 e 1400 a.C., a ilha de Creta foi o centro de uma cultura muito avançada que a Arqueologia denominou de "minóica" (este nome deveu-se ao legendário rei Minos, que, segundo a Mitologia grega, foi um dos primeiros soberanos de Knossos, antiga capital cretense, situada na região próxima a onde hoje se encontra o porto de Cândia).

A descoberta dessa civilização particularmente original — tida sob vários aspectos, como precursora da cultura grega — foi uma descoberta recente da Arqueologia, pois até o século XIX era quase totalmente ignorada...

Esta civilização sucumbiu, aproximadamente em 1400 a.C., devido a um cataclisma natural ou a uma invasão micênica (civilização de origem grega), não subsistindo nenhum traço da civilização minóica, com exceção das fábulas conservadas pelos gregos.

Ao incessante entusiasmo do arqueólogo britânico Arthur Evans (1851-1941) devem-se os resultados mais espetaculares nesse domínio, como a descoberta do palácio de Knossos, que demonstrou uma correspondência entre lendas e os dados materiais, revelando provas da existência de uma das mais antigas civilizações européias.

Desde o fim do século XIX, as escavações arqueológicas empreendidas principalmente nos sítios de Knossos e de Malia ofereceram numerosos documentos cuja análise revelou a existência de um escrita "hieroglífica" entre 2000 e 1660 a.C.

Esses documentos permanecem enigmáticos, pois a escrita hieroglífica não foi ainda decifrada. Testemunham, contudo, um sistema de contabilidade que atendia às necessidades de uma "burocracia" nascida nos primeiros palácios da civilização minóica. Como prova temos as numerosas peças em forma de paralelepípedo e tabuletas de argila (provavelmente atas contábeis dando os detalhes de inventários, provisões, entregas ou trocas), cobertas de algarismos e de sinais hieroglíficos (desenhos mais ou menos esquemáticos representando seres ou objetos de toda espécies); sinais cuja finalidade era notar quantidades que correspondiam a diferentes gêneros contabilizáveis.

A notação numérica hieroglífica cretense foi estritamente decimal e repousou sobre o princípio aditivo.

A unidade era representada por um pequeno traço ligeiramente inclinado ou ainda por um pequeno arco de círculo que podia estar orientado em qualquer sentido. (Lembremos que a

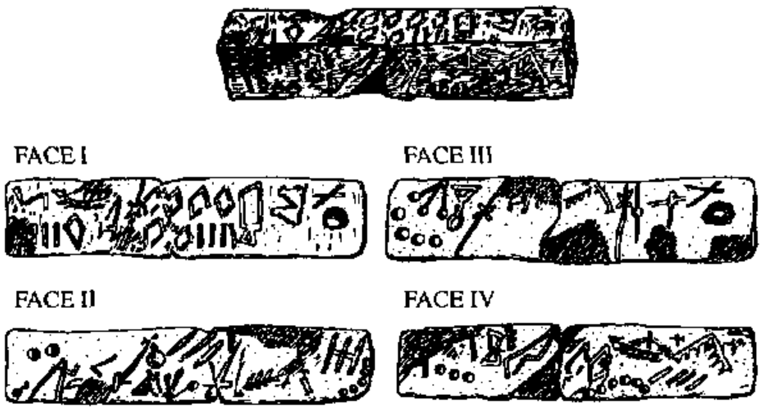


Fig. 15.1 - *Diversas faces inscritas de peças de argila em forma de paralelepípedo contendo sinais e algarismos da escrita hieroglífica cretense. Palácio de Knossos, 1ª metade do II milênio a.C.* Ref. Evans [2], Doc P 100.

escrita hieroglífica cretense era orientada ora da esquerda para a direita, ora da direita para a esquerda, ora nos dois sentidos; era *boustrophédon*, isto é, como os sulcos de arado traçados alienadamente partindo de uma extremidade do campo ou da outra.) A dezena, por sua vez, era figurada por um círculo (ou, em argila, por uma pequena impressão circular conferida pela pressão de um cálamo com a ponta redonda, perpendicularmente à superfície da argila), a centena por uma grande barra oblíqua (nitidamente diferenciada do pequeno traço da unidade) e o milhar por uma espécie de losango.

Fig. 15.2 - *Os algarismos hieroglíficos cretenses.*

Partindo desses sinais, os cretenses representavam os outros números repetindo cada um deles quando necessário.

Mas os algarismos não foram os únicos empregados. Outras escavações arqueológicas revelaram a existência de uma segunda escrita, originária do sistema hieroglífico, mas que substituiu suas imagens-sinais por traços esquemáticos freqüentemente impossíveis de identificar. A análise desses documentos conduziu A. Evans a distinguir duas variantes dessa forma de escrita e a chamá-las "linear A" e "linear B".

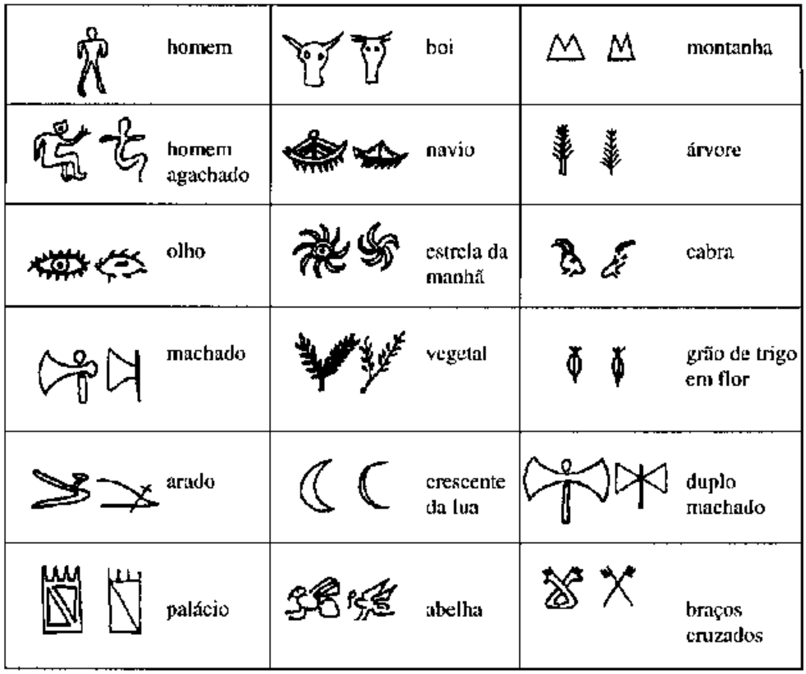


Fig. 15.3 - *Escolha de hieróglifos cretenses. Segundo A. Evans.*

O sistema dito "linear A" é o mais antigo. Foi empregado desde o início do II milênio antes da era cristã até por volta de 1400 a.C., ou seja, mais ou menos ao mesmo tempo que a escrita hieroglífica.

"Os sítios que forneceram os documentos do linear A são bastante numerosos: sobretudo Haghia Triada, Malia, Phaestos, Knossos. Os arquivos do sítio de Haghia Triada ofereceram um lote importante de tabuletas de contabilidade, infelizmente de uma grafia bastante negligenciada (fig. 15.4). São portanto inventários, com ideogramas e algarismos: as tabuletas têm a forma de pequenas páginas. Mas a linear A figura igualmente em objetos muito variados: vasos (com inscrições talhadas, pintadas ou mesmo escritas com tinta), selos, sinetes e etiquetas de argila; objetos de culto (tabuletas de libação); grandes lingotes de couro, etc. Essa escrita difundiu-se portanto não apenas nos meios administrativos, mas também nos santuários e provavelmente entre particulares" (O. Masson).

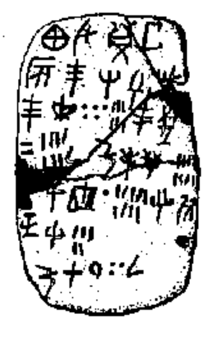
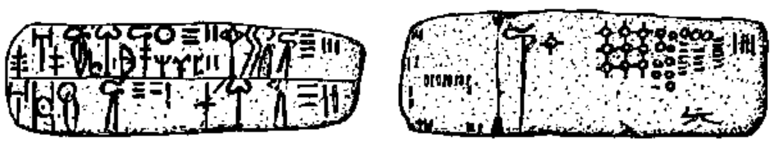


Fig. 15.4 - *Tabuleta cretense comportando sinais e algarismos da escrita dita "linear A". Haghia Triada, século XVI a. C. Ref. GORILA, HT 13, p. 26.*

A escrita dita "linear B" é a mais recente e a melhor conhecida das escritas cretenses. É datada habitualmente do período que vai de 1350 aproximadamente a 1200 a.C. É a época em que os micênicos conquistaram Creta e durante a qual a antiga civilização minóica difundiu-se pelo continente helênico, particularmente na região de Micenas e de Tirinto.

Os sinais dessa escrita foram principalmente gravados em tabuletas de argila, as primeiras das quais foram exumadas em 1900. Desde então, 5.000 tabuletas aproximadamente foram encontradas em Creta (somente em Knossos, mas num número bastante grande) e na Grécia continental (notadamente em Pylos e em Micenas). A escrita linear B é encontrada, portanto, fora de Creta. Notar-se-á também que essa escrita, aparentemente originada de um remanejamento do linear A, tinha servido para anotar um dialeto grego arcaico. Foi o que demonstrou o inglês M. Ventris que, depois da Segunda Guerra Mundial, a decifrou. É, aliás, a única escrita creto-minóica decifrada até hoje (o linear A e a escrita hieroglífica tendo correspondido a uma língua ainda mal conhecida).

A B



Ref. SM, t. II, no 50A Ref. SM, t. II, no 162 A

Fig. 15.5 - *Tabuletas cretenses comportando sinais e algarismos da escrita dita "linear B". Séculos XIV ou XIII a.C. Ref. Evans e Myres.*

O sistema linear A e o sistema linear B comportaram praticamente os mesmos sinais de numeração, a saber (fig. 15.6):

— uma barra vertical para a unidade;

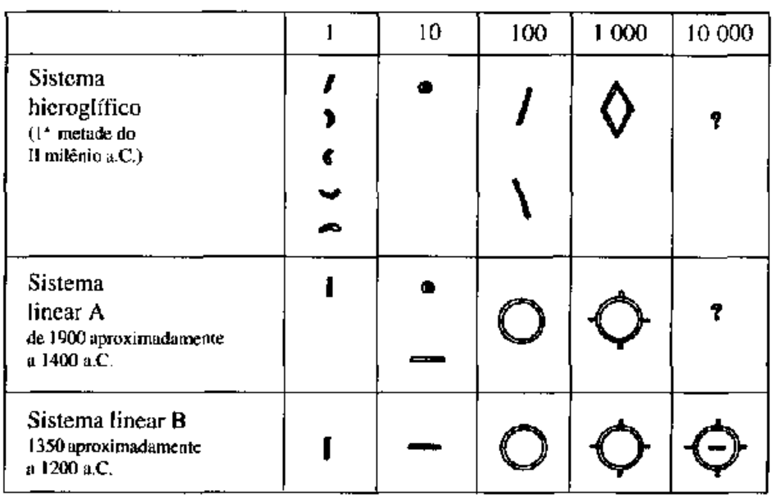


Fig. 15.6 - *Os algarismos cretenses.*

Exemplos pertencentes a documentos hieroglíficos provenientes do palácio de Knossos. 1ª metade do II milênio a.C.			Exemplos extraídos de tabuletas inscritas em linear A provenientes dos arquivos de Haghia Triada. 1600-1450 aproximadamente a.C.		
42		SM I P. 103 C	86		GORILA HT 107
160		SM I P. 101 C	95		GORILA HT 104
170		SM I P. 101 C	161		GORILA HT 21
407		SM I P. 109 D	684		GORILA HT 15
1.640		SM I P. 103 C	976		GORILA HT 102
2.660		SM I P. 100 D	3.000		GORILA HT 31

Fig. 15.7 - *O princípio das numerações cretenses.*

— uma barra horizontal (ou por vezes, em linear A somente, uma pequena impressão circular) para a dezena;
— um círculo para a centena;
— uma figura circular apresentando uma particularidade, para 1.000;
— e a mesma figura munida de uma pequena barra horizontal para 10.000 (esse algarismo sendo atestado apenas nas inscrições em linear B: ver fig. 15.6, última linha).

Para representar um número dado bastava então reproduzir cada um dos algarismos precedentes (fig. 15.7).

As numerações empregadas em Creta no II milênio a.C. (sistemas hieroglífico, linear A e linear B) foram, portanto, exatamente de mesma concepção intelectual que a notação hieroglífica egípcia e não sofreram, durante suas respectivas existências, nenhuma modificação de princípio[1].

Como o sistema monumental egípcio, essas numerações foram assim fundadas na base 10 e repousaram sobre o princípio de justaposição dos algarismos por adição. Além disso, os únicos números aos quais cada uma delas atribuía um sinal especial foram a unidade e as potências sucessivas de dez[2].

[1] Notar-se-á igualmente que o traço dos algarismos e dos sinais de escrita na argila não deu lugar em Creta a uma grafia cuneiforme (como foi o caso na Mesopotâmia).

[2] Notemos que o algarismo 10.000 (que só é atestado nas inscrições em linear B) se deduz do algarismo 1.000 por adjunção de uma barra horizontal colocada no interior deste último. Trata-se aí, com toda a evidência, da utilização do princípio multiplicativo (10.000 = 1.000 × 10), já que o traço horizontal nada mais é, nesse sistema, do que o algarismo da dezena (fig. 15.6).

A numeração hieroglífica hitita

A partir do II milênio a.C., os hititas (povo de origem indo-européia) instalaram-se progressivamente — sem dúvida por lenta infiltração — na Ásia Menor. Durante o período que vai do século XVIII ao XVI a.C., edificaram uma grande potência imperial de que convém distinguir duas fases principais: o Antigo Império (antes de 1600 até 1450 a.C.) e o Novo Império (1450-1200 a.C.).

Durante a época imperial, os hititas conduziram, com vários fracassos e vários sucessos alternados, uma política de conquista na Anatólia central e na Síria do Norte. Mas no fim do século XIII a.C., e sem dúvida sob os golpes dos "povos do mar", esse poderoso império desmoronou bruscamente. Um renascimento produziu-se, contudo, a partir do século IX aproximadamente a.C., no norte da Síria, onde vários pequenos Estados hititas mantiveram os elementos da tradição da época imperial no seio de grupos não homólogos. Foi então a entrada dessa civilização na fase dita "neo-hitita". Mas no século VII antes da era cristã todos esses pequenos Estados foram absorvidos pelo império assírio.

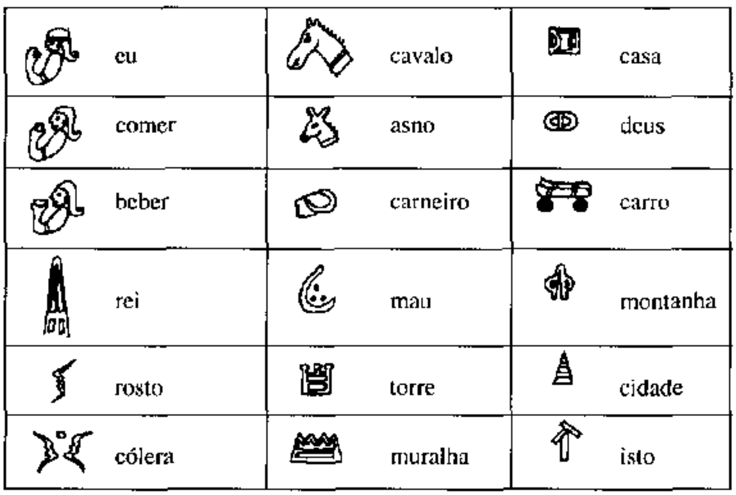


Fig. 15.8 - *Significado de alguns hieróglifos hititas. Segundo E. Laroche.*

Os hititas dispuseram de dois sistemas de escrita: um sistema hieroglífico correspondendo provavelmente a uma criação original e cujos primeiros testemunhos conhecidos remontam ao século XV a.C., e um sistema de grafia cuneiforme emprestado à civilização assírio-babilônia e cuja introdução situar-se-ia por volta do século XVII a.C.[1].

[1] O sistema cuneiforme de origem assírio-babilônia foi adaptado ao menos a três dialetos hititas (o *nesita*, falado na capital do império; o *luvita*, usado no sul-anatólio e o *palaíta*, no norte). É em caracteres cuneiformes que foram redigidas as múltiplas tabuletas que constituíram os arquivos reais da cidade de Hattuša (capital do império hitita, situada na atual Bogazköy, na Turquia, 150 km aproximadamente a leste de Ancara), documentos graças aos quais a história e a língua do povo hitita puderam ser em parte restituídas.

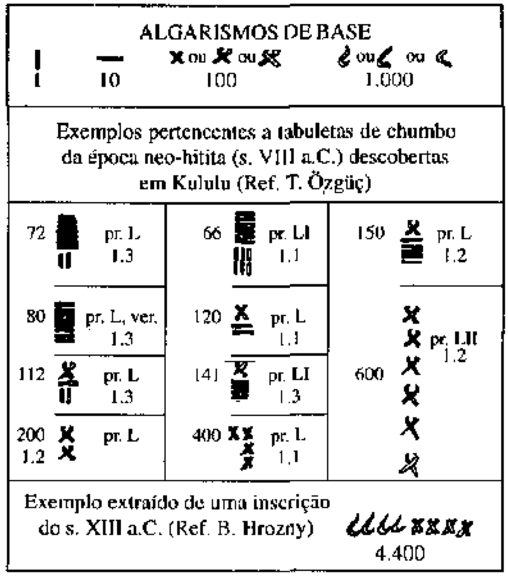


Fig. 15.9 - *A numeração hitita hieroglífica.*

"Assim, como sublinha E. Laroche, durante três séculos ao menos (1500-1200 a.C.), a escrita hieroglífica viveu na Anatólia, próxima do cuneiforme e constituiu com ele o duplo meio de expressão do Estado hitita. A prática por um povo de duas escritas simultâneas não é um fenômeno freqüente. Entrevê-se agora as razões que provocaram entre os hititas essa situação paradoxal. Os escribas de Hattusa, depositários da tradição babilônia, formaram um pequeno grupo privilegiado que, sozinho, tinha acesso à literatura e aos documentos em argila. A constituição de uma biblioteca respondia a uma necessidade e o emprego dos cuneiformes assegurava a ligação do reino com as chancelarias estrangeiras. Mas a tabuleta era, em suma, um documento proibido que não proclamava publicamente a sublimidade do deus nem a grandeza real. Havia sem dúvida entre os hititas o sentimento de que esses cuneiformes de empréstimo, de traçado mecânico e inexpressivo, davam lugar a uma outra escrita, mais visual, mais monumental, mais apta a fazer falar as efígies divinas e os perfis reais... Os hieróglifos são feitos para serem vistos e contemplados em paredes rochosas: animam o nome próprio como o relevo faz viver a pessoa inteira."

Entretanto, a escrita hieroglífica sobreviveu à escrita cuneiforme desde a destruição do Império hitita por volta de 1200 a.C. Serviu não apenas para fins culturais e dedicatórios, mas ainda, e talvez sobretudo, para fins laicos, por vezes documentos de negócios.

Na numeração hieroglífica hitita, uma barra vertical representava a unidade. Para exprimir as unidades seguintes formavam-se, por vezes, mediante o próprio sinal, pequenos grupos de dois, três, quatro ou cinco traços, a fim de facilitar ao olho a adição total das unidades. A dezena era em seguida representada por um traço horizontal, a centena por uma espécie de "cruz de Santo André" e o milhar por um sinal particular assemelhando-se a uma espécie de anzol (fig. 15.9).

Partindo daí, a figuração dos números intermediários não apresentava mais nenhuma dificuldade, já que bastava repetir cada sinal todas as vezes que o número em questão indicava as unidades.

Assim, à maneira do sistema hieroglífico egípcio e das três notações numéricas cretenses, a numeração hitita hieroglífica foi estritamente decimal e aditiva, já que só atribuía sinal especial à unidade e a cada uma das potências consecutivas de 10...

CAPÍTULO XVI

Os Algarismos Gregos e Romanos

As numerações gregas acrofônicas

Vamos agora para o mundo grego antigo e examinemos os sistemas de numeração empregados nas inscrições monumentais da segunda metade do I° milênio antes da era cristã.

Um desses sistemas, a enumeração antiga (a dos atenienses), atribui um sinal gráfico particular a cada um dos números:

1 5 10 100 500 1.000 5.000 10.000 50.000

e repousa sobretudo no princípio da adição (fig. 16.1).

1 I	100 H	10 000 M
2 II	200 HH	20 000 MM
3 III	300 HHH	30 000 MMM
4 IIII	400 HHHH	40 000 MMMM
5 Γ	500 𐅅	50 000 𐅇
6 ΓI	600 𐅅H	60 000 𐅇M
7 ΓII	700 𐅅HH	70 000 𐅇MM
8 ΓIII	800 𐅅HHH	80 000 𐅇MMM
9 ΓIIII	900 𐅅HHHH	90 000 𐅇MMMM
10 Δ	1 000 X	
20 ΔΔ	2 000 XX	
30 ΔΔΔ	3 000 XXX	
40 ΔΔΔΔ	4 000 XXXX	
50 𐅄	5 000 𐅆	
60 𐅄Δ	6 000 𐅆X	
70 𐅄ΔΔ	7 000 𐅆XX	
80 𐅄ΔΔΔ	8 000 𐅆XXX	
90 𐅄ΔΔΔΔ	9 000 𐅆XXXX	

Fig. 16.1 - *Sistema de notação numérica das inscrições da Ática atestado desde o século V a. C. até o início da era cristã. Ref. J. Franz; M. Guarducci; G. Guitel; G. Gundermann; W. Larfeld; S. Reinach; N.-M. Tod.*

O sistema ático apresenta uma interessante particularidade: se se despeza o caso da barra vertical da unidade, seus algarismos são apenas as iniciais dos nomes gregos dos seus correspondentes ou ainda das combinações dessas letras numerais; é o que se chama o princípio da *acrofonia*.

Prova:

O SINAL	APENAS LETRA	E CUJO VALOR É IGUAL A	CORRESPONDE À INICIAL DA PALAVRA	ISTO É, AO NOME DO NÚMERO
Γ	PI (trata-se da forma arcaica da letra P)	5	Πευτε Pénte	*Cinco*
Δ	DELTA	10	Δεκα Déka	*Dez*
H	ETA	100	Ηεκατον Hékaton	*Cem*
X	XI (pronunciar "KHI")	1.000	Χιλιοι Khílioi	*Mil*
M	MU	10.000	Μυριοι Myrioi	*Dez mil*

Fig. 16.2

Quanto aos sinais respectivamente associados aos números 50, 500, 5.000 e 50.000, são visivelmente compostos a partir dos precedentes, segundo o princípio multiplicativo:

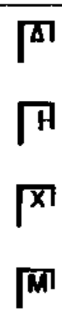
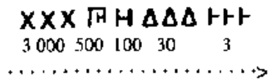
50		Γ . Δ	5 × 10
500		Γ . H	5 × 100
5.000		Γ . X	5 × 1.000
50.000		Γ . M	5 × 10.000

Fig. 16.3

Em outras palavras, no sistema ático, para quintuplicar o valor de uma das letras- numerais Δ, H, C e M, bastava colocá-la no interior da letra Γ=5.

Esse sistema, que na verdade só serviu para notar os números cardinais [1], foi empregado em metrologia (pesos, medidas, etc.) e na expressão das somas monetárias [2].

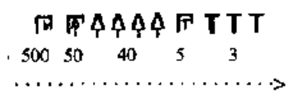
Assim, para notar somas expressas em *dracmas*, os atenienses retomavam os algarismos precedentes e repetiam tantas vezes quantas fosse necessário, substituindo, contudo, a barra vertical da unidade pelo símbolo ⊢ que representava a dracma:



3.633 dracmas

Fig. 16.4

Para os múltiplos do *talento*, que valia 6.000 dracmas, recorreram igualmente aos algarismos usuais, mas incorporaram a eles a letra T (inicial de TALANTON):



598 talentos

Fig. 16.5

Quanto aos submúltiplos da dracma (a saber, o óbolo, o semi-óbulo, o quarto de óbolo e o khalkos), representavam-nos por sinais gráficos especiais:

1 KHALKOS (ou 1/8 de óbolo)	X	X: inicial de ΧΑΛΚΟΥΣ
1 QUARTO DE ÓBOLO	Ɔ *ou* T	T: inicial de ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟΝ
1 SEMI-ÓBULO	C	
1 ÓBOLO (1/6 dracma)	I *ou* O	O: inicial de ΟΒΟΛΙΟΝ

Fig. 16.6

[1] Na origem, os números cardinais inscreviam-se sempre com todas as letras, mas a partir do século IV a. C. (provavelmente a partir do V a. C.) esses mesmos números foram igualmente notados num outro sistema que teremos a ocasião de estudar.

[2] É ele que se verá aparecer mais tarde nos ábacos gregos.

Na terceira linha figura a notação da soma de 3 talentos e 3.935 (+x?) dracmas sob a forma:

Fig. 16.7 - *Inscrição grega (fragmento) proveniente de Atenas e datando do século V a. C. Museu epigramático de Atenas. Inv. EM 12.355.*

Partindo desses sinais, os atenienses chegaram a exprimir muito facilmente as somas monetárias de que se serviam mais freqüentemente. Os exemplos que restituímos abaixo nos permitirão ter uma idéia[1]

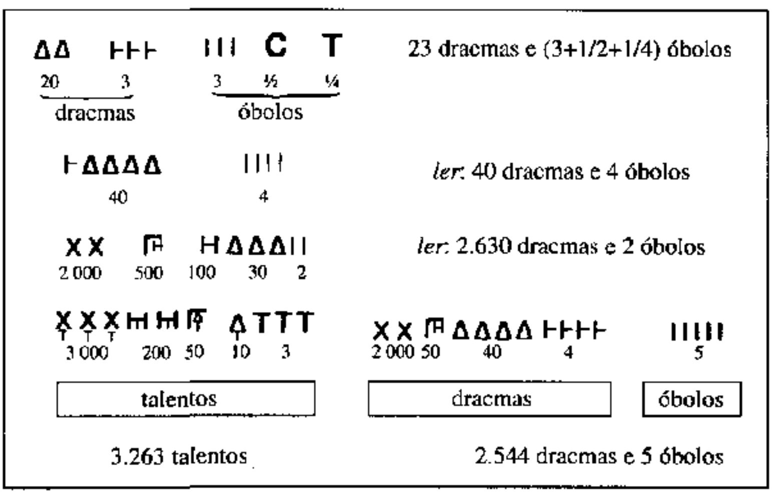


Fig. 16. 8

Os cidadãos dos outros Estados do mundo grego antigo empregaram igualmente, em suas diversas inscrições monumentais, durante a segunda metade do I milênio a. C., notações acrofônicas inteiramente semelhantes à numeração ática (fig. 16. e 16.10). É verdade que o uso do sistema ático — o mais antigo atestado dos sistemas gregos acrofônicos — generalizou-se pouco a pouco no século de Péricles, quando Atenas havia se tornado a cabeça de um certo número de cidades gregas.

---

[1] Na verdade, convenções semelhantes lhes permitiram uma representação relativamente fácil dos pesos e medidas (dracmas, minas, estateros etc.).

Contudo, seria um erro pensar que esses diferentes sistemas foram todos rigorosamente idênticos à numeração ateniense; cada um deles apresentava nítidas particularidades em relação aos outros. Não esqueçamos que nessa época cada Estado grego possuía seu próprio sistema ponderal, bem como seu próprio sistema monetário (estamos no meio da segunda metade do I milênio a. C. e o uso da moeda já se encontra largamente difundido na bacia mediterrânea). Além disso, a idéia de um *sistema metrológico "normalizado", como o de um sistema monetário internacional*, era totalmente estranho ao espírito helênico[1].

1 ⊢ (1 dracma)	10 Δ	100 H	1 000 X
2 ⊢⊢	20 ΔΔ	200 HH	2 000 XX
3 ⊢⊢⊢	30 ΔΔΔ	300 HHH	3 000 XXX
4 ⊢⊢⊢⊢	40 ΔΔΔΔ	400 HHHH	4 000 XXXX
5 ⊢⊢⊢⊢⊢	50 𐅄	500 𐅅	5 000 𐅆
6 ⊢⊢⊢⊢⊢⊢	60 𐅄Δ	600 𐅅H	6 000 𐅆X
7 ⊢⊢⊢⊢⊢⊢⊢	70 𐅄ΔΔ	700 𐅅HH	7 000 𐅆XX
8 ⊢⊢⊢⊢⊢⊢⊢⊢	80 𐅄ΔΔΔ	800 𐅅HHH	8 000 𐅆XXX
9 ⊢⊢⊢⊢⊢⊢⊢⊢⊢	90 𐅄ΔΔΔΔ	900 𐅅HHHH	9 000 𐅆XXXX

Exemplo:

𐅆 𐅅 HH ΔΔΔΔ ⊢⊢⊢⊢⊢⊢⊢⊢⊢

5 000 500 200 40 9

.....................................>

5.749 DRACMAS

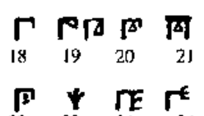
Fig. 16.9 - *Notação numérica das inscrições gregas da ilha de Cós (século III a. C.). Ref. N.-M. Tod.*

[1] Como explica P. Devambez: "A moeda era inicialmente uma unidade de peso, cada Estado (grego) tomou, em seu próprio sistema ponderal, uma peça-padrão de que os outros eram múltiplos ou submúltiplos. É assim que, em Egina e no Peloponeso, o peso-padrão do comércio, chamado *mina*, sendo de 628 gramas, escolheu-se por unidade monetária o centésimo desse peso: foi a *dracma*, que pesava então 6,28 g; a *diadracma* ou *estatero* representava, aproximadamente, o dobro (12,57 g); a subdivisão, o *óbolo*, pesava 1,04 g, contando como o sexto da dracma. Na Eubéia e na Ática, em que a mina pesava 436 g, a dracma era de 4,36 g; os múltiplos, *didracma* e *tetradracma* (ou 4 dracmas), pesavam, respectivamente, duas e quatro vezes mais, ou seja, 8,73 g e 17,46 g; o *óbolo*, sexto da unidade, era de 0,73 g."

1 dracma	⊢* ou ǀ**	
5	Γ*	Letra Π; inicial de Πεντε, cinco.
10	▷** ou Δ*	Letra Δ; inicial de Δεκα, dez.
50	ΓΕ ou Γ^Ε*	Sigla ΠΕ; abreviação de Πεντεδεκα, cinqüenta.
100	⊢Ε	Sigla HE; abreviação de Ηεκατον, cem.
300	ΤΕ*	Sigla T.HE; abreviação de Τριακοσιοι, trezentos.
500	Γ⊢Ε ou Γ⊢Ε	Sigla Π.HE; abreviação de Πεντακοσιο, quinhentos.
1.000	Ψ	Antiga forma beócia da letra X; inicial de Χιλιοι, mil.
5.000	Γ̄Ψ	Sigla Π.X; abreviação de Πενταχιλιοι, cinco mil.
10.000	Μ	Letra M; inicial de Μυριοι, dez mil.
*sinal atestado em THESPIAE unicamente. **sinal atestado em ORCHOMENAS unicamente.		

Fig. 16.10 - *Notação numérica das inscrições gregas de Orcômena e Tespies (século III a. C.). Ref. N.-M. Tod.*

Quando, contudo, são comparados os sistemas, dá-se conta rapidamente de sua origem comum (fig. 16.11 A e B).

Dracmas 1	 1 2 3 4 5	1 Epidauro, Argos, Neméia 2 Carystos, Orcômeno. 3 Ática, Cós, Naxos, Nésos, Imbros, Thespiae 4 Kérkira (autal Corfu), Hermíone 5 Trézen, Quersonese Táurica, Calcídica
5	 6 7 8 9 10	6 Epidauro 7 Thera 8 Trézen 9 Ática, Córcica, Naxos, Carystos, Nésos, Tebas, Thespiae, Queronese Táurica. 10 Calcídica, Imbros
10	 11 12 13 14 15 15 16 17	11 Argos 12 Neméia 13 Epidauro, Carystos 14 Trézen 15 Kérkira (autal Corfu), Hermíone 16 Ática, Cós, Naxos, Nésos, Mitilene, Imbros, Quersonese Táurica, Calcídica, Thespiae 17 Orcômeno, Hermíone
50	 18 19 20 21 22 23 24 24	18 Argos 19 Epidauro, Trézen, Cós, Naxos, Carystos 20 Neméia, Cós, Nesos, Ática, Tebas 21 Imbros 22 Trézen 23 Quersonese Táurica 24 Thespiae, Orcômeno

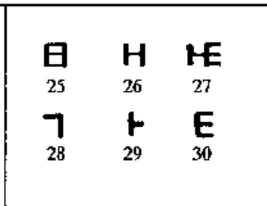
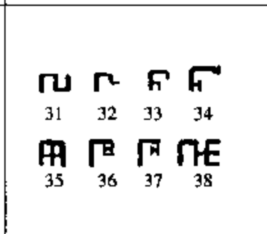
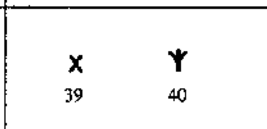
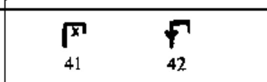
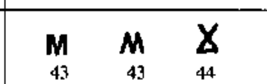
100		25 Epidauro, Argos, Neméia, Trézen 26 Ática, Tebas, Cós, Epidauro, Kérkira (autal Corfu), Naxos, Calcídica, Imbros 27 Thespiae, Orcômeno 28 Carystos 29 Quersonese Táurica 30 Quersonese Táurica, Quios, Nésos, Mitilene
500		31 Trézen 32 Epidauro 33 Carystos 34 Cós 35 Naxos 36 Epidauro 37 Epidauro, Trézen, Imbros, Tebas, Ática 38 Thespiae, Orchomenas
1.000		39 Ática, Tebas, Epidauro, Argos, Cós, Naxos, Trézen, Carystos, Nésos, Mitilene, Imbros, Calcídica Quersonese Táurica 40 Thespiae, Orcômeno
5.000		41 Ática, Cós, Tebas, Epidauro, Trézen, Calcídica Imbros 42 Thespiae, Orcômeno
10.000		43 Ática, Epidauro, Calcídica, Imbros, Thespiae, Orcômeno 44 Ática
50.000		45 Ática 46 Imbros

Fig. 16.11 - *Quadro geral dos sinais numéricos empregados nas diversas inscrições gregas da segunda metade do I milênio a. C. para a expressão das somas monetárias (os algarismos em questão dizem respeito, de uma maneira geral, a somas expressas em dracmas); esta aproximação revela a origem comum de todas as numerações gregas acrofônicas empregadas nessa época. Ref. M.-N. Tod.*

Fig. 16.12 - *O mundo grego antigo.*

Lançando, em seguida, um olhar sobre as figuras 16.14, 16.15 e 16.16, perceber-se-á também que as numerações originais eram inteiramente semelhantes à numeração hieroglífica egípcia e aos sistemas cretense e hitita (ver capítulos 14 e 15).

Devido, porém, ao inconveniente das notações desse gênero que exigiam repetições desmedidas de símbolos idênticos, os gregos procuraram simplificar a notação, dando um algarismo particular a cada um dos números:

1	5	10	50	100	500	1 000	5 000	10 000
	base auxiliar		5×10	10^2	5×10^2	10^3	5×10^3	10^4

Fig. 16.13

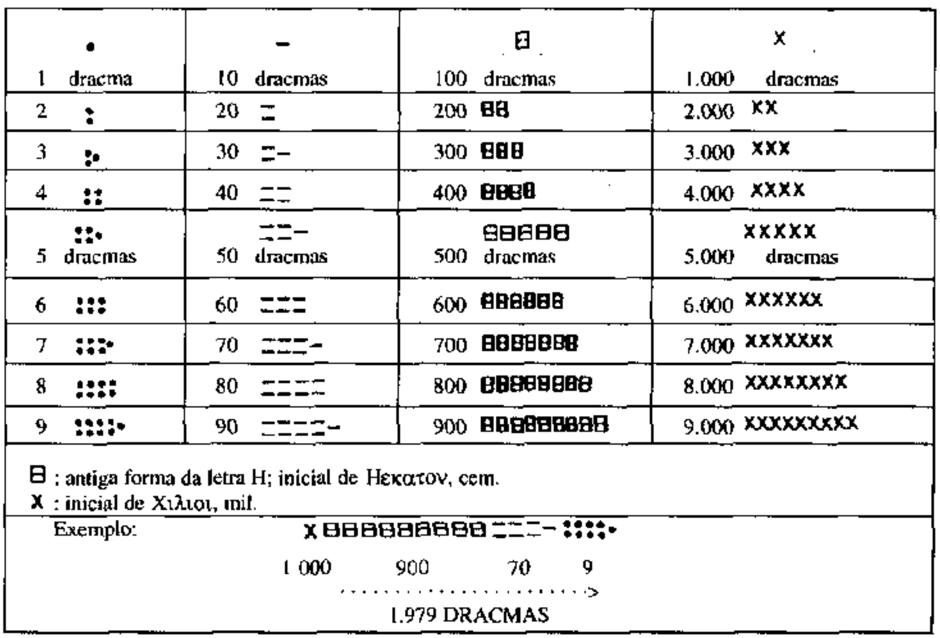


Fig. 16.14 - *Sistema de notação numérica das inscrições gregas antigas de Epidauro (início do século IV a. C.). Esse sistema, que é exatamente da mesma concepção que as numerações cretenses e que é acrofônico apenas para 100 e 1.000, não comporta nenhum algarismo para 5, 50, 500 ou 5.000. Ref. N.-M. Tod.*

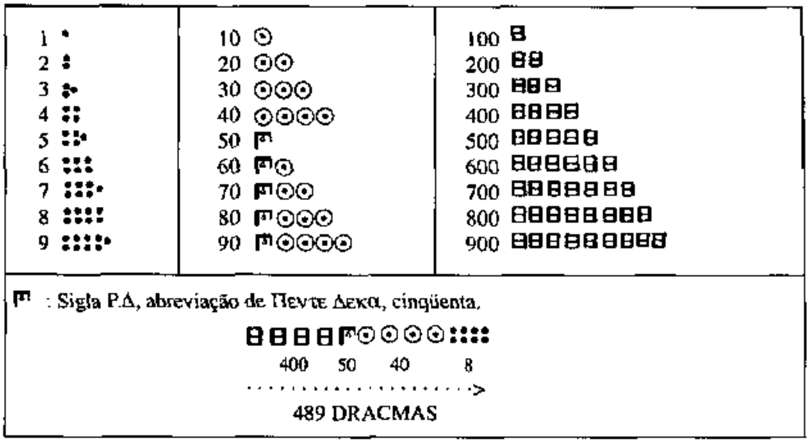


Fig. 16.15 - *Sistema numérico das inscrições gregas de Neméia (século IV a. C.): um sistema decimal só comportando algarismos suplementares para 50. Ref. N.-M. Tod.*

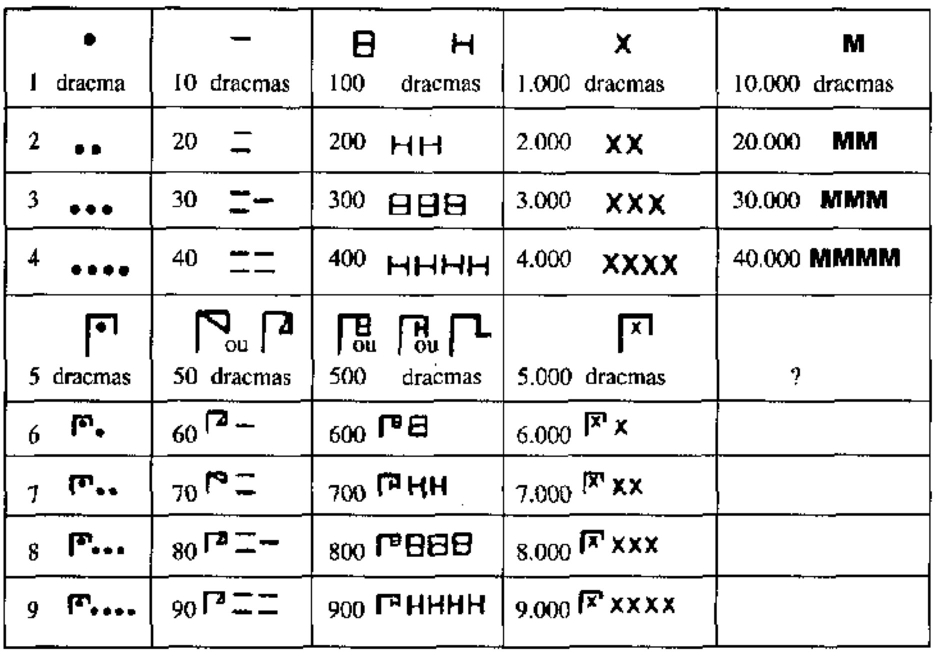


Fig. 16.16 - *Sistema de inscrições recentes de Epidauro (fim do século IV, meados do século III a. C.). Ref. N.-M. Tod.*

Os gregos acabaram por desenvolver um sistema matematicamente equivalente ao dos árabes meridionais e dos romanos.

E, assim, não lhes foi necessário mais do que 15 sinais para representar o número 7699, por exemplo, em lugar dos 31 outrora necessários nos sistemas cretenses e gregos arcaicos.

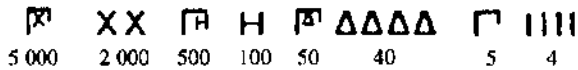


Fig. 16.17

Por outro lado, essa evolução marcou uma regressão na história do cálculo propriamente dito. Atribuindo um algarismo especial apenas à unidade e a cada potência de sua base, a numeração escrita grega permitia, no início, fazer operações por escrito, como a numeração egípcia tinha permitido a seus utilizadores. Mas introduzindo algarismos suplementares em sua lista inicial, os gregos privaram-na de qualquer possibilidade operatória. O que conduziu os calculadores gregos a não mais recorrer doravante senão a "mesas de contar".

OS ALGARISMOS DO REINO DE SABÁ

Trata-se da notação numérica empregada pelos antigos povos da Arábia meridional, notadamente pelos mineus e sabeus que partilharam entre si os territórios do atual Yêmen[1], durante o I milênio a. C. (cf. M. Cohen; J. G. Février; M. Höffner).

Essa numeração escrita era fundada no princípio aditivo, e atribuiu um sinal gráfico especial não somente a cada uma das potências consecutivas de dez, mas também ao número cinco, bem como à cinqüentena (fig. 16.19).

Por outro lado, tal como os sistemas gregos que acabamos de analisar, essa numeração apresenta um caráter acrofônico: com exceção do caso dos sinais para 1 e 50, todos os outros são, efetivamente, letras do alfabeto, que são as iniciais respectivas dos nomes semíticos dos números 5, 10, 100 e 1.000[2]:

---

[1] As inscrições que esses povos nos deixaram referem-se aos temas mais variados: construções de edifícios em andares, trabalhos de irrigação, construções de grandes diques de retenção, oferendas às divindades astrais, sacrifícios de animais, relatos de conquistas, enumerações de butins etc. A escrita correspondente, que notava línguas semíticas vizinhas do árabe, e que derivou, sem dúvida (com notáveis modificações), da antiga escrita fenícia, repousava num alfabeto de 29 consoantes figuradas por caracteres de formas geométricas e quase todos de mesmo tamanho. (Cf. M. Cohen; J. G. Février; M. Rodinson.)

[2] Não se exclui, aliás, que os sul-árabes tenham sido, com respeito a esse ponto, influenciados pelos gregos. Com efeito, sabemos por outros estudos que os contatos existiram efetivamente, ao menos durante a segunda metade do I milênio a. C., entre os gregos e os sábeo-mineanos. Trata-se, contudo, de uma simples conjectura.

1	𐩽	Simples barra vertical
5	𐩠 (a) *ou* 𐩠 (b)	Letra HA, inicial da palavra sul-arábica: HAMSAT, "cinco".
10	𐩲	Letra 'AYIN, inicial da palavra: 'AŠARAT, "dez"
50	𐩾 (a) *ou* 𐩾 (b)	Metade do sinal da centena
100	𐩣 (a) *ou* 𐩣 (b)	Letra MIM, inicial da palavra: MI'AT, "cem"
1.000	𐩱 (a) *ou* 𐩱 (b)	Letra 'ALIF, inicial da palavra: 'ALF, "mil".
(a) Leitura da esquerda para a direita.		(b) Leitura da direita para a esquerda.

Fig. 16.18.

Notar-se-á que, nas inscrições mineanas e sabeanas, as menções numéricas são geralmente enclavadas entre os dois sinais: 𐩿 𐩿, para evitar qualquer confusão entre as letras-numerais e as letras propriamente ditas (fig. 16.22 e 16.24). Aliás, ocorre freqüentemente a mudança de orientação dos algarismos numa mesma inscrição, já que a direção das linhas da escrita sul-arábica é *boustrophédon*, isto é, orientada alternativamente da direita para a esquerda e da esquerda para a direita.

1 𐩽	10 𐩲	100 𐩣	1 000 𐩱
2 𐩽𐩽	20 𐩲𐩲	200 𐩣𐩣	2 000 𐩱𐩱
3 𐩽𐩽𐩽	30 𐩲𐩲𐩲	300 𐩣𐩣𐩣	3 000 𐩱𐩱𐩱
4 𐩽𐩽𐩽𐩽	40 𐩲𐩲𐩲𐩲	400 𐩣𐩣𐩣𐩣	4 000 𐩱𐩱𐩱𐩱
5 𐩠	50 𐩾	500 𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣	5 000 𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱
6 𐩠𐩽	60 𐩾𐩲	600 𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣	6 000 𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱
7 𐩠𐩽𐩽	70 𐩾𐩲𐩲	700 𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣	7 000 𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱
8 𐩠𐩽𐩽𐩽	80 𐩾𐩲𐩲𐩲	800 𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣	8 000 𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱
9 𐩠𐩽𐩽𐩽𐩽	90 𐩾𐩲𐩲𐩲𐩲	900 𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣𐩣	9 000 𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱𐩱

Fig. 16.19 - *Os sinais e o princípio da numeração sul-arábica. Esse sistema é atestado apenas no período que vai dos séculos V ao II-I a. C. (as inscrições posteriores à era cristã, ao que parece, fazem apenas menções numéricas expressas "com todas as letras").*

Notar-se-á, enfim, que a numeração sul-arábica — ao menos a do antigo reino de Sabá — apresenta, com respeito a seus homólogos gregos, uma diferença muito interessante, já que ela comporta, por assim dizer, um verdadeiro *embrião de numeração de posição.*

Com efeito, quando um dos algarismos

10 50 100

Fig. 16.20

era colocado à direita do sinal mil numa inscrição, lendo-se da direita para a esquerda, esse algarismo era então multiplicado (mentalmente) por 1.000.

Por exemplo, a seguinte menção numérica:

2 000 30 50 200

Fig. 16.21

(à qual estaremos inicialmente tentados a atribuir o valor:

200 + 50 + 30 + 2.000 = 2.280,

conforme o uso tradicional do princípio aditivo) correspondia, na verdade, no espírito dos sabeanos, ao valor:

(200 + 50 + 30) × 1.000 + 2.000 = 282.000.

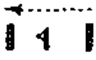
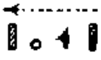
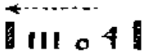
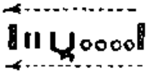
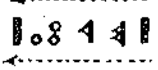
CIS IV; inscr. No 924		5	Notar a irregularidade
RES; inscr. No 2.740, 1.7		50	
RES; inscr. No 2.868, 1.4		60	
RES; inscr. No 2.743, 1.10		63	
RES; inscr. No 2.774, 1.4		47	
RES; inscr. No 2.965, 1.4		180	Notar-se-á a escrita singular do número 30: O OO em lugar de OOO

Fig. 16.22 - *Exemplos extraídos das inscrições mineanas (séculos III-I a. C.). Os números abaixo referem-se ao conteúdo de alguns recipientes oferecidos às divindades astrais da antiga Arábia meridional, ou a listas de presentes oferecidos a essas divindades, ou ainda a animais sacrificados. (Comunicação pessoal de C. Robin.)*

Igualmente, um desses algarismos colocado à esquerda do sinal para 1.000, numa inscrição, lendo-se da esquerda para a direita, era então multiplicada por 1.000. A menção:

Fig. 16.23

era lida, portanto, 282.000 (e não 2.280!).

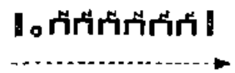
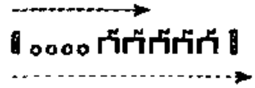
RES; insc. 3.945, 1.13		500
RES; insc. 3.945, 1.13		3.000
RES; insc. 3.945, 1.19		12.000
CIS IV; insc. 413, 1.2		6.350
RES; insc. 3.945, 1.4		16.000
RES; insc. 3.943, 1.2		31.000
RES; insc. 3.943, 1.3		45.000

Fig. 16.24 - *Exemplos extraídos das inscrições do antigo reino de Saba (século V a. C.). Essas inscrições, que provêm principalmente do sítio de Sirwah, dão relatos de conquistas militares e enumeram diversos inventários: efetivos militares, recursos materiais, butins, prisioneiros etc. (Comunicação pessoal de C. Robin.)*

Tal uso, que pode igualmente engendrar confusões entre seus leitores, fez com que os lapidadores sabeus criassem o hábito de fazer preceder cada uma de suas representações algarítmicas pela expressão do número correspondente, com todas as letras...

Feliz precaução que permite aos decifradores contemporâneos interpretar, sem equívoco, essas notações por vezes ambíguas!

Os algarismos romanos

Assim como os sinais das numerações precedentes, os algarismos romanos não permitiram a seus *utilizadores fazerem cálculos*.

Tentemos somente, para nos convencermos disso, efetuar uma adição mediante esses algarismos; sem a tradução desta no nosso sistema atual, ser-nos-ia muito difícil, para não dizer impossível, resolvê-la.

O exemplo seguinte é muito mais convincente:

	CCXXXII		232
+	**CCCCXIII**	+	413
+	**MCCXXXI**	+	1.231
+	**MDCCCLII**	+	1.852
	MMMDCCXXVIII		3.728

Na verdade, os algarismos romanos não são sinais que servem para efetuar operações aritméticas, *mas abreviações destinadas a notificar e reter os números*. E é por isso que os contadores romanos (e os calculadores europeus da Idade Média depois deles) sempre apelaram para *ábacos de fichas* para efetuar cálculos.

Como a maioria dos sistemas da Antigüidade, a numeração romana foi regida, sobretudo, pelo princípio da adição: seus algarismos (I=1, V=5, X=10, L=50, C=100, D=500 e M=1.000) eram independentes uns dos outros, sua justaposição implicava geralmente na soma dos valores correspondentes:

CLXXXVII = 100 + 50 + 10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 = 187
MDCXXVI = 1.000 + 500 + 100 + 10 + 10 + 5 + 1 = 1.626.

Os romanos, contudo, complicaram seu sistema introduzindo nele a regra, segundo a qual *qualquer sinal numérico colocado à esquerda de um algarismo de valor superior diminui-se dele*. E assim os números 4, 9, 19, 40, 400 e 900, por exemplo, foram muito freqüentemente escritos sob as formas abaixo:

IV	(= 5 - 1)	em lugar de	**IIII**
IX	(= 10 - 1)	em lugar de	**VIIII**
XIX	(= 10 + 10 - 1)	em lugar de	**XVIIII**
XL	(= 50 - 10)	em lugar de	**XXXX**
XC	(= 100 - 10)	em lugar de	**LXXXX**
CD	(= 500 - 100)	em lugar de	**CCCC**
CM	(= 1.000 - 100)	em lugar de	**DCCCC**

Um povo que, em poucos séculos, atingiu um nível técnico muito alto, conservou assim, curiosamente, durante toda sua existência, um sistema inutilmente complicado, não operatório o que denota um arcaísmo no pensamento.

Na verdade, a grafia dos algarismos romanos, bem como a prática simultânea do princípio aditivo e do princípio subtrativo, logicamente contraditórios num sistema de numeração, constituiu os vestígios de um passado em que o pensamento lógico não tinha ainda conhecido seu pleno desenvolvimento...

Tal como os conhecemos hoje, os algarismos romanos parecem, à primeira vista, terem sido calcados em letras do alfabeto latino:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

Fig. 16.25.

Mas, na realidade, como já reconheceram Mommsen e Hübner, esses grafismos não são as formas iniciais dessa numeração. Foram precedidos, com efeito, por formas bem mais antigas, nada tendo a ver com as letras alfabéticas. Na verdade, são apenas modificações tardias de formas muito mais antigas[1].

Originalmente, a unidade era representada por um traço vertical; o número 5, pelo desenho de um ângulo agudo; a dezena, por uma cruz; a cinqüentena, por um ângulo agudo munido de um traço vertical; a centena, por uma cruz cortada por um traço vertical; o número 500, por um semicírculo de aspecto particular e o milhar, por um círculo cortado por uma cruz:

1 5 10 50 100 500 1 000

Fig. 16.26

Por razões formais evidentes, os algarismos primitivos para 1, 5 e 10 foram, em seguida, respectivamente confundidos com as letras I, V e X.

Por seu turno, o algarismo inicial da cinquentena[2] evoluiu, de início, graficamente para as formas sucessivas abaixo, antes de ser confundido, por volta do século I antes da nossa era, com a letra L (2):

50

Fig. 16.27

[1] As mais antigas atestações conhecidas do uso das letras L, D e M enquanto sinais de numeração não remontam muito além do século I antes da era cristã. Que saibamos, a mais antiga inscrição romana, atribuindo a letra L para 50, data apenas de 44 a. C. (cf. CIL, I, inscr. no 594). Quanto à primeira menção conhecida do emprego das letras-numerais M e D, figura numa inscrição latina datada de 89 a. C., que dá o número 1.500 sob a forma MD (cf. CIL, I, inscr. no 590).

[2] Encontra-se ainda por vezes esse sinal em textos contemporâneos ao reinado de Augusto (27 a. C.-14 d. C.) (cf. CIL, IV, inscr. no 9.934).

O algarismo primitivo da centena evoluiu do mesmo modo, num primeiro estágio, na direção desta forma mais arredondada: Ↄ|C. Depois, num afã de abreviação, esta foi paulatinamente cindida em duas para finalmente ser empregada somente sob uma ou outra das duas formas seguintes: Ↄ *ou* C. Por analogia com as formas e sob a influência da inicial da palavra latina *Centum* ("cem"), este último sinal foi então assimilado à letra C.

O algarismo arcaico para 500, por sua vez, sofreu inicialmente uma rotação de 45° para a esquerda; evoluiu, em seguida, para o sinal: Ɖ para ser, finalmente, confundido com a letra D[3]:

Fig. 16.28

1	I	CIL I 638, 1449
2	II	CIL I 638,744
3	III	CIL I 1471
4	IIII	CIL I 638, 587, 594
5	Λ	CIL I 1449
	ou	CIL I 590,809
	V	1449,1479,1853
6	VI	CIL I 618
7	VII	CIL I 638
8	VIII	CIL I 698,1471
9	VIIII	CIL I 594,590
10	X	CIL I 638,594, 809, 1449
14	XIIII	CIL I 594
15	XV	CIL I 1479
19	XVIII	CIL I 809
20	XX	CIL I 638
24	XXIIII	CIL I 1319
40	XXXX	CIL I 594
50	↓	CIL I 214,411 e 450
		CIL I 1471,638, 1996
	⊥ (curvo)	CIL I 617,1853
	⊥	CIL I 744, 1853
	L	CIL I 594, 1479 e 1492
51	⊥I	CIL I 638
74	⊥XXIIII	CIL I 638
95	LXXXXV	CIL I 1479
100	C	CIL I 638,594,25, 1853
300	CCC	CIL I 1853
400	CCCC	CIL I 638
500	Ɖ	CIL I 638, 1533 e 1853
	D	CIL I 590
837	ƉCCCXXXVII	CIL I 638

1 000	ↀ	CIL I 1533, 1578, 1853 e 2172
	⫝̸	CIL X 39
	∞	CIL I 594 e 1853
	⋈	CIL X 1019
	⋈	CIL VI 1251a
	Ꮊ	CIL I 593
	M	CIL I 590
1 200	∞CC	CIL I 594
1 500	MD	CIL I 590
2 000	∞∞	CIL I 594
2 320	∞∞CCCXX	CIL I 1853
3 700	ↀↀↀƉCC	CIL I 25
5 000	ↁ	CIL X 817
	ↁ	CIL 1853 e 1533
	ↁ	CIL I 2172
5 000	IↃↃↃ	CIL I 590, 594
7 000	ↁↀↀ	CIL I 2172
8670	ↁↀↀↀDCLXX	CIL I 1853
10 000	(ⴲ)	CIL I 1252, 198
	ↂ	CIL I 583
	CCIↃↃ	CIL I 1474
	ↂ	CIL I 744
	ↂ	CIL I 1724
12 000	ↂↀↀ	CIL I 1578
21 072	ↂↂↀLXXII	CIL I 744
30 000	CCIↃↃ CCIↃↃ CCIↃↃ	CIL I 1474
30 000	ↂↂↂ	CIL I 1724
50 000	IↃↃ	CIL I 593
100 000	ↈ	CIL I 801
	ↈ	CIL I 801
	CCCIↃↃↃ	CIL I 594

Fig. 16.29 - *Menções numéricas pertencentes a inscrições latinas monumentais, época republicana e início da época imperial.*

[1] Esses sinais são encontrados ainda algumas vezes nos textos da época imperial (ver CIL, VIII, inscr. no 2.557).

Quanto ao algarismo do milhar, evoluiu inicialmente para a forma: ф. Esta, por sua vez, deu nascimento às diversas variantes seguintes, pelas quais a letra latina M foi então substituída progressivamente a partir do século I a. C., sob a influência da palavra latina *Mile*[1]:

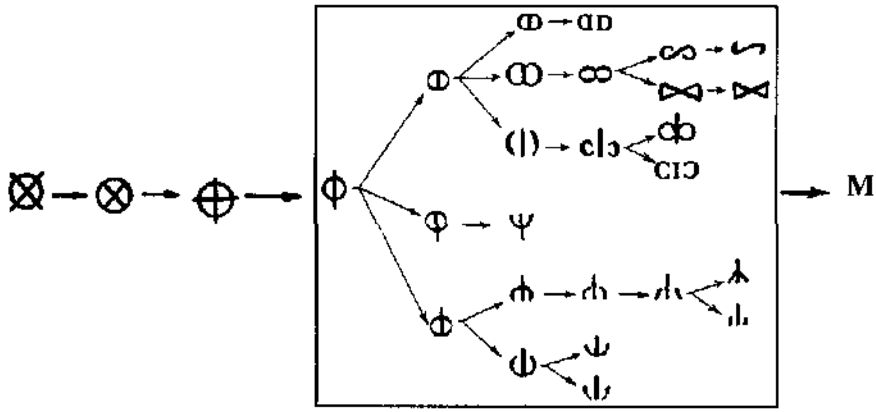


Fig. 16.30

28	XXIIX	CIL I 1319	140	CXL	CIL I 1492
45	X⊥V	CIL I 1996	268	CC⊥XIIX	CIL I 617
69	LXIX	CIL I 594	286	CCXCVI	CIL I 618
74	LXXIV	CIL I 594	340	CCCX⊥	CIL I 1529
78	LXXIIX	CIL I 594	345	CCCX⊥V	CIL I 1853
79	LXXIX	CIL I 594	1290	∞CCXC	CIL I 1853

Fig. 16.31 - *Inscrições latinas da época republicana, ilustrando o uso do princípio subtrativo. O emprego desse princípio (que corresponde, sem dúvida, a uma influência do sistema vulgar sobre o sistema monumental) foi igualmente limitado nas inscrições elegantes.*

[1] As diversas formas associadas ao número 1.000 no quadro da figura 16.29 foram utilizadas sobretudo na época republicana, mas são encontradas também em alguns textos da época imperial de Roma (ver, por exemplo, CIL, IV, inscr. 1.251a; CIL, X, inscr. 39 e 1.019; CIL, VIII, inscr. 20.978 e 21.568; CIL, XII, inscr. 4.397; etc.). Algumas dentre elas chegaram a sobreviver muito tempo à ruína da civilização romana, e são encontradas ainda em bom número de obras impressas no século XVII (fig. 16.6 a 16.70).

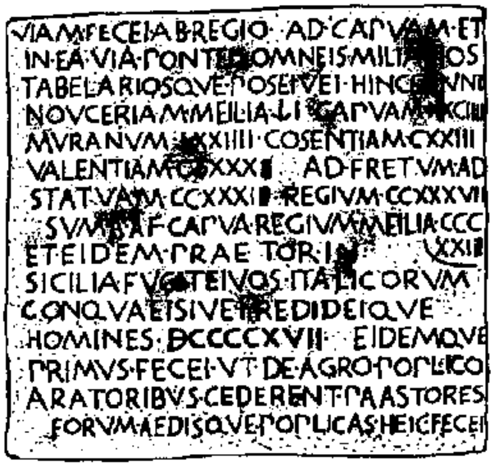


Fig. 16.32 A - *Inscrição militar encontrada no Forum Pompilii em Lucania (Itália Meridional) e conservada no Museo della Civiltà Romana, Roma. Estabelecida por C. Popilius Laenas, cônsul em 172 e em 158 a. C. (cf. CIL, I, 638).*

linha 4	ↆI	51
linha 4	XXCIIII	84
linha 5	ↆXXIIII	74
linha 5	CXXIII	123
linha 6	CↆXXX	180
linha 7	CCXXXVI	231
linha 7	CCXXXVII	237
linha 8	CCCXXI	321
linha 12	Ɖ CCCXVII	917

Fig. 16.32 - *Menções numéricas figurando na inscrição ao lado.*

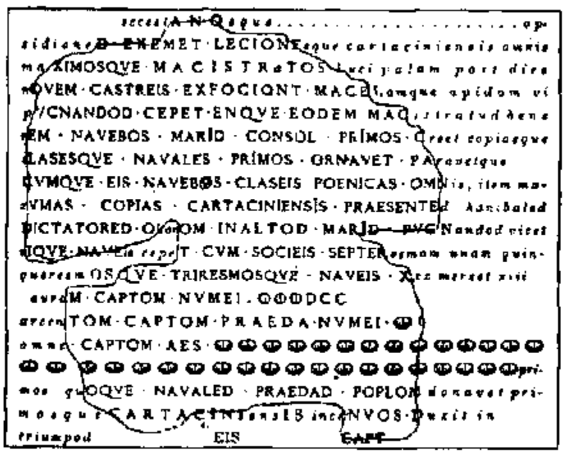
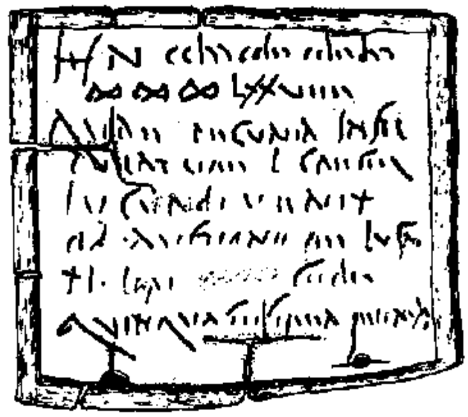


Fig. 16.33 - *Elogium de Diulius, o vencedor dos cartagineses quando da batalha de Myles, em 260 a. C. Inscrição regravada no início da época imperial, sob o reinado de Cláudio (41-54 d. C.) num estilo contemporâneo do século III a. C. Encontrada no Forum romano no atracamento das proas (columna rostrata) e conservada no Palazzo dei Conservatori de Roma (cf. CIL, t. I, 195).*

Nas linhas 15 e 16, o algarismo para 100.000 é repetido ao menos 23 vezes (e no máximo 33 vezes, segundo a reconstituição do Corpus); na linha 13, o número 3.700 é escrito sob a forma:

ΦΦΦ DCC

Nota - As letras capitais (impressas em caracteres tipográficos normalizados) correspondem a uma transcrição da parte ainda intacta da inscrição. As letras itálicas correspondem a uma reconstituição (feita pelo Corpus) da parte deteriorada.



TRANSCRIÇÃO

HS n. ccIↄↄ ccIↄↄ ccIↄↄ Iↄↄ
∞ ∞ ∞ LXXVIIII*

quae pecunia in stipulatum L. Caecili Iucundi
venit ob auctione (m) M. Lucreti Leri [mer]
cede quinquagesima minu [s]

*Ver figuras 16.29 e 16.30.

Fig. 16.34 - *Segunda veneziana de um tríptico encontrado em Pompéia e portanto muito anterior a 79 d. C. (data da destruição da cidade).*
Trata-se de um reconhecimento de uma dívida, redigida (na escrita comum romana clássica) após uma venda pública. A soma de 38.079 sestércios (linhas 1 e 2) é, segundo o Corpus, *a mais elevada que os "livros" retêm. É composta:*
— de 37332 sestércios (provenientes da venda);
— e de um interesse de 1/50 (*mercede quinquagesima*), ou seja, 2%=746,64 sest., arredondada para 747 sest. (cf. CIL, t. IV, inscr. 3.340, X).

Os algarismos etruscos

Os algarismos romanos (cuja normalização por identificação a letras da escrita latina monumental foi feita numa época tardia da história de Roma) nasceram, na realidade, centenas de anos — talvez mesmo milhares de anos — antes da civilização romana.

Vários séculos antes de Júlio Cesar, os etruscos[1],e mais geralmente os povos itálicos (oscos, équos, úmbrios...), inventaram sinais de numeração de uma grafia e de uma estrutura idênticas às dos algarismos romanos arcaicos. A unidade foi representada por um traço vertical; o número 5, por um ângulo agudo com o vértice dirigido para o alto; a dezena, por uma cruz ou uma espécie de "X"; a cinquentena, por uma espécie de flecha orientada para o alto; e o número cem, por um "X" cortado por um traço vertical (fig. 16.35).

Muito antes de seus sucessores, aplicaram até mesmo a esses algarismos o princípio aditivo e o princípio subtrativo ao mesmo tempo, como o testemunham várias inscrições etruscas do século VI antes de nossa era, em que os números 19 e 38 foram notados, seguindo o princípio subtrativo sob as formas: 10 + (10 - 1) e 10 + 10 + (10 - 2) (fig. 16.35).

[1] Os etruscos (cuja origem e língua, não indo-européia, são ainda mal conhecidas) dominaram a Itália dos séculos VII ao IV a. C., da planície do Pó até a Campania. Desapareceram completamente na época do Império Romano, incorporando-se a seus vencedores.

1	I	CIE 5710
2	II	CIE 5708 TLE 26
3	III	CIE 5741
4	IIII	CIE 5748
5	Λ *ou* Ո	CIE 5705, 5706, 5683, 5677 & 5741
		ACIL, Tafel IV Nº 114
6	IΛ	CIE 5700
7	IIΛ	CIE 5635
8	IIIՈ	CAII, Tafel IV Nº 114
9	IIIIΛ	CIE 5673
10	X *ou* X *ou* +	CIE 5683,5741, 5710 5748, 5695, 5763, 5797 5707, 5711 & 5834
		CIE 5689 & 5677
		TLE 126
19	XIX	CIE 5797
36	IΛXXX	CIE 5683
38	IIIΛXXX	CIE 5741

38	XIIXXX	CIE 5707
42	IIX XXX	CIE 5710
44	IIIIXXXX	CIE 5748
50	↑ *ou* ↑ *ou* ↑	CIE 5708, 5695, 5705 5706, 5677 e 5763
		Buonamici, p. 245
52	II↑	CIE 5708
55	Λ↑	CIE 5705 & 5706
60	X↑	CIE 5695
75	ΛX·X↑	CIE 5677
82	II+++↑	TLE 26
86	IIIIIIXXX↑	CIE 5763
100	✳ *ou* ✳ *ou* ✳	ACII, Tafel IV Nº 114
		Buonamici, p. 473
106	IΛ✳	SE, XXIII, série II (1965), p. 473

Fig. 16.35 - *Menções numéricas pertencentes a inscrições etruscas.*

Fig. 16.36 - *Moedas etruscas (do século V a. C.) levando os algarismos:*
Λ e X
5 e 10
Coleção do Landesmuseum de Darmstadt. Ref. K. Menninger II, p. 48.

Fig. 16.37 - *Fragmento de uma inscrição etrusca comportando as menções:*

X↑X — *160*; IIIՈXX — *208*; ՈX — *15.*

Ref. ACII, Tafel IV, no 114.

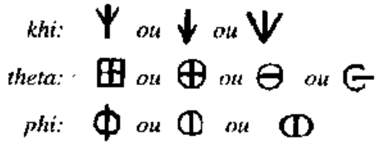
Uma explicação contestável

Segundo uma hipótese comumente admitida em nossos dias, todos esses algarismos seriam originários de algarismos etruscos, que teriam sido eles próprios de origem grega.

É interessante lembrar que a escrita latina provém da escrita etrusca e que esta última é diretamente originária da escrita helênica. Ora, por várias razões o alfabeto etrusco vincula-se aos alfabetos gregos arcaicos de tipo "ocidental"[1].

Assim, supôs-se que o alfabeto etrusco "pôde ser emprestado de um alfabeto grego de tipo ocidental no próprio solo da Itália, já que a mais antiga das colônias gregas, possuindo um tal alfabeto, a de Cumes, remonta a aproximadamente 750 a. C. e sua formação precede de meio-século a eclosão da civilização toscana" (R. Bloch).

Desse modo, após ter operado aproximações de formas gráficas, numerosos especialistas da numeração romana deduziram que os antigos sinais latinos para 50, 100 e 1.000 derivavam respectivamente das letras seguintes, que pertenciam ao alfabeto calcídico (um alfabeto grego de tipo ocidental empregado precisamente pelas colônias gregas da Sicília); letras cujos sons permaneceram, é verdade, sem emprego em etrusco e em latim, que teriam sido assimiladas, em seguida, às formas gráficas dos caracteres latinos que se sabe:



Segundo essa hipótese, a letra grega *theta* (inicialmente ⊞ ou ⊕ ; secundariamente: ⊖ ou ⊖) teria então, por etapas, se tornado C, e isso sob a influência da inicial do termo latim *centum*.

A explicação (que bom número de latinistas, epigrafistas e historiadores das ciências colocam ainda hoje como um dogma) é certamente sedutora, mas não poderia ser aceita.

Por que razão, com efeito, se teria introduzido no sistema romano três caracteres estrangeiros particulares, e apenas três? E por que letras alfabéticas? Sem dúvida, se responderia, por que os gregos empregaram freqüentemente letras alfabéticas como sinais de numeração.

Na Antigüidade, é verdade, os helenos usaram duas numerações escritas cujos "algarismos" nada mais eram do que letras de seu alfabeto:

— *uma empregando geralmente iniciais de nomes de número (fig. 16.1 a 16.11);*
— *a outra empregando o conjunto das letras do alfabeto (fig. 17.34):*

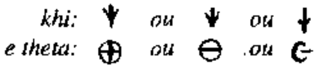
A	alfa	1	I	iota	10	P	rô	100
B	beta	2	K	kapa	20	Σ	sigma	200
Γ	gama	3	Λ	lambda	30	T	tau	300
Δ	delta	4	M	mu	40	Y	upsilon	400
E	epsilon	5	N	nu	50	Φ	phi	500
....	....	....	Ξ	ksi	60	X	khi	600
H	eta	8	O	ômicron	70	Ψ	psi	700
Θ	theta	9	....	....	....	Ω	ômega	800

[1] Os alfabetos gregos arcaicos repartem-se normalmente em duas categorias:
— *os alfabetos de tipo dito ocidental*, que (como o alfabeto calcídico, por exemplo) dão o valor fonético "kh" à letra Ψ ou ↓ ou Ѱ.
— e *os alfabetos de tipo oriental* que (como o alfabeto de Mileto ou de Corinto, por exemplo) atribuem a esta o som "ps", enquanto que o valor fonético "kh" é representado pela letra + ou X.

Ora, a letra *khi*, que se teria emprestado para o valor de 50 em latim, vale 1.000 no primeiro desses dois sistemas e 600 no segundo; a letra *theta*, que se teria emprestado para o valor de 100 em latim, vale 9 na segunda numeração grega; e a letra *phi*, que teria estado na origem do algarismo romano para 1.000, vale 500 no segundo sistema! Por que essas divergências?

É verdade que as formas gráficas dos algarismos romanos arcaicos para 50 e 1.000 aproximam-se das letras calcídicas *khi* e *phi*, mas não se trata simplesmente de uma coincidência?

Admitindo a hipótese de empréstimo, pelos romanos, dos sinais gregos seguintes para notar os números 50 e 100:



Muito provavelmente, o mesmo empréstimo teria sido igualmente feito pelos etruscos. Como explicar então que, para os mesmos valores, estes últimos tivessem, na realidade, empregado algarismos de uma confecção totalmente diferente, a saber (fig. 16.35):

A hipótese, como se vê, não é, portanto, muito sólida. O erro provém do fato dos especialistas acreditarem durante várias gerações que os algarismos romanos eram os filhos naturais dos algarismos etruscos, enquanto, na realidade, se tratava de "primos".

A origem dos algarismos romanos

Essa questão, mesmo tendo permanecido obscura por muito tempo, não deixa, contudo, dúvida alguma: os sinais I, V e X são de longe os mais antigos da série. Anteriores a qualquer espécie de escrita (e portanto a qualquer alfabeto), esses algarismos e os valores correspondentes apresentam-se muito naturalmente ao espírito humano submetido a certas condições. Noutras palavras, os algarismos romanos e etruscos são verdadeiros fósseis pré-históricos; derivam diretamente da prática do entalhe, aritmética primitiva bem conhecida cujo princípio consiste em fazer entalhes num fragmento de osso ou num bastão de madeira permitindo a qualquer um estabelecer uma correspondência biunívoca entre as coisas a enumerar e os traços destinados a representá-los.

Imaginemos um pastor que tem o hábito de registrar o número de seus animais seguindo essa técnica simples, provinda de tempos pré-históricos.

Operou, então, como seus predecessores o fizeram, sempre *gravando sem interromper*, num bastão de osso ou de madeira, tantos entalhes quantas unidades há no número considerado. Esse procedimento não é, contudo, muito cômodo, já que obriga o pastor a recontar o conjunto dos entalhes de seu bastão cada vez que se trata de reencontrar o número total de cabeças de seu rebanho.

O olho humano, é verdade, não é "um instrumento de medida" suficientemente preciso; *seu poder de percepção imediato dos números não ultrapassa jamais o número quatro.* Nosso homem pode, portanto, facilmente distinguir de uma só olhada (sem contar) um, dois, três ou mesmo quatro entalhes paralelos. Mas aqui páram suas faculdades naturais de identificação visual dos números, pois, além de quatro entalhes, tudo se confunde no seu espírito e será necessário para ele apelar para o procedimento de contagem abstrato e, assim, conhecer seu número exato.

Nosso pastor, que sentiu essa dificuldade, toma consciência da falta de comodidade de seu sistema e procura, portanto, algum meio "a seu alcance" para remediá-lo. Então, um dia, tem uma idéia.

Como antes, faz com que os animais passem um por um e grava um entalhe no seu bastão para cada animal que desfila diante dele. Mas, uma vez que tenha marcado quatro traços semelhantes consecutivos, tem a idéia de modificar a confecção do quinto entalhe para que a série dos traços permaneça reconhecível à primeira olhada. Com o número *cinco*, criou, assim, uma nova unidade de contagem que lhe é tanto mais familiar quanto correspondente ao número de dedos de uma mão...

Para qualquer indivíduo, a gravura em osso ou em madeira apresentará as mesmas características e mesmas dificuldades. Conduzirá, portanto, obrigatoriamente às mesmas soluções seja na África, Ásia, Oceania ou na América. E em qualquer latitude a imaginação criadora de sinais gráficos encontrar-se-á, então, limitada a essas condições.

Assim, nosso pastor disporá, nessa circunstância, apenas de um número muito reduzido de possibilidades.

Para distinguir o quinto traço dos quatro precedentes, a primeira idéia que lhe vem ao espírito é a que consiste em mudar simplesmente sua orientação. Inclina, portanto, fortemente esse traço em relação aos quatro primeiros e obtém uma representação gráfica que corresponde à posição do polegar em relação aos outros dedos.

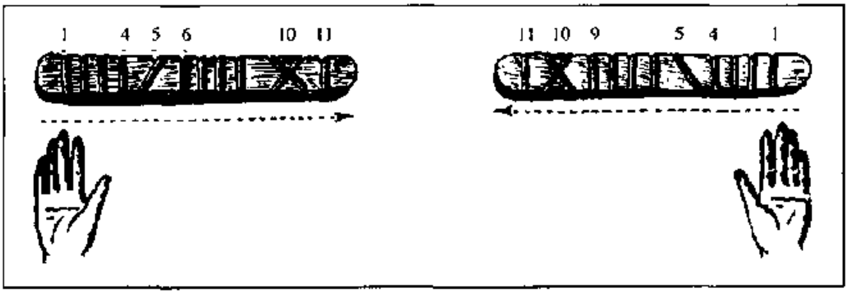


Fig. 16.38

Uma outra idéia consiste, por sua vez, em acrescentar ao quinto entalhe um pequeno traço suplementar (oblíquo ou horizontal) fazendo deste um verdadeiro sinal distintivo em forma de "t", de "Y" ou de "V" diversamente orientado:

Retomando, em seguida, os quatro primeiros traços, o pastor prossegue a contagem de seus animais até o nono. Mas, no décimo, se encontra mais uma vez coagido a modificar a confecção do entalhe correspondente para que a série dos traços permaneça ainda identificável à primeira olhada. E como se trata do número total de dedos das duas mãos reunidas, pensa, então, para tanto, numa marca evocando algo como o "duplo" de uma das representações escolhidas para 5. É então que chega, em todos os casos de figuras, a um sinal em forma de "X" ou de cruz:

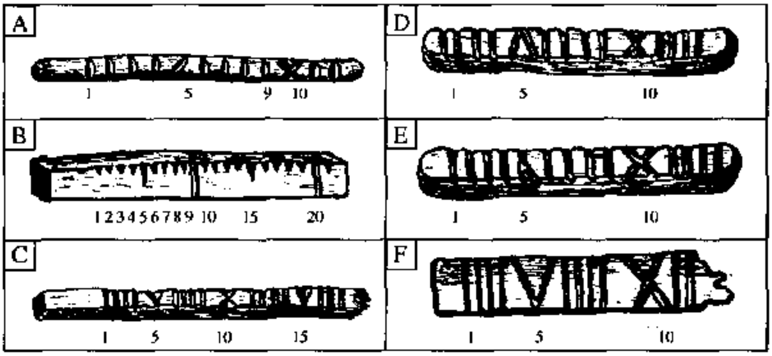


Fig. 16.39 - *Todo utilizador da talha será conduzido a representar os números 1, 5, 10, 15 etc., de uma destas maneiras.*

Cria, portanto, uma nova unidade numérica (a *dezena*) e a contagem em sua talha concorda doravante com a contagem digital elementar.

Retomando os entalhes simples, o pastor prossegue a contagem de seus animais até o décimo quarto, depois, para permitir ao olho distinguir o décimo quinto traço dos quatorze precedentes, confere-lhe uma forma diferente. Mas não cria novo símbolo; lhe dá simplesmente a forma do "algarismo" 5, já que se trata aqui de "uma mão depois das duas mãos reunidas".

Opera, em seguida, da mesma maneira até 19, mas desta vez, dá ao vigésimo traço uma forma idêntica ao algarismo da dezena.

Posteriormente, continua a contagem até o número 24, mediante entalhes ordinários, e marca o vigésimo quinto número com o algarismo 5. Procede assim até: $9 + 4 \times 10 = 49$.

Mas, então, encontra-se ainda na obrigação de imaginar um novo sinal particular para marcar a cinqüentena, pois não poderia reconhecer visualmente uma seqüência comportando mais de quatro sinais representando a dezena. E é muito naturalmente que chega, assim, a um dos sinais seguintes (acrescentando simplesmente um traço a uma das representações de 5).

Depois disso, nosso homem prossegue a enumeração das cabeças de seu rebanho e, operando como anteriormente, atinge todos os números compreendidos entre 50 e $50 + 49 = 99$.

Na centena sente a mesma necessidade de introduzir uma outra notação particular. E é ainda muito naturalmente que chega a um dos grafismos seguintes (acrescentando um ou dois traços a uma das representações de 10, ou ainda, tomando o "duplo" de um dos algarismos para 50):

Depois, como ocorreu mais acima, prossegue a contagem até 100 + 49 = 149. Para o número seguinte retoma o sinal da cinqüentena e continua da mesma maneira até 150 + 49 = 199.

Em 200, retoma desta vez o algarismo da centena e continua sua enumeração até 200+49=249. E assim por diante até 99 + 4 × 100 = 499.

Introduz, em seguida, um novo sinal para 500 e continua a contar até 500 + 499 = 999. Depois, um outro sinal para 1.000, que lhe permitirá considerar os números até 4.999 (= 999 + 4 × 1.000), etc.

Assim, estando na incapacidade de reconhecer visualmente uma série de mais de quatro sinais análogos, esse pastor, graças ao tamanho assim concebido, chegará a discernir bem facilmente quantidades tais como 50, 100, 500 ou 1.000 sem para isso contar todas as unidades. E se, por razões puramente materiais, o bastão empregado a partir da unidade não permitisse atingir um desses números, bastar-lhe-ia confeccionar tantas talhas quantas fosse necessário.

A talha assim estruturada dá a seus utilizadores a possibilidade de elevar-se a números relativamente grandes, praticamente a todos os necessários, sem que tenham de considerar seqüências de mais de quatro algarismos de uma mesma categoria. Na circunstância, esta age, por assim dizer, como uma *alavanca*, esse outro instrumento que confere a seus utilizadores a possibilidade de levantar fardos cujo peso ultrapassa, de longe, suas próprias capacidades físicas.

Define, ademais, uma verdadeira numeração escrita que dá um algarismo particular a cada um dos termos da série:

$$
\begin{array}{rl}
1 & \\
5 & \\
10 & = 5 \times 2 \\
50 & = 5 \times 2 \times 5 \\
100 & = 5 \times 2 \times 5 \times 2 \\
500 & = 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \\
1.000 & = 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \\
5.000 & = 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \\
\ldots & \ldots
\end{array}
$$

Ela dá, portanto, nascimento a um sistema decimal que faz o número 5 desempenhar o papel de uma base auxiliar (e aos números 2 e 5 o de duas bases alternadas) e cujas ordens de unidade consecutivas são exatamente os da numeração romana. E, como vimos, engendra também grafismos inteiramente comparáveis aos dos algarismos arcaicos ou etruscos.

Ora, o emprego simultâneo do princípio aditivo e do princípio subtrativo nas numerações etrusca e romana constituiu igualmente uma reminiscência dessa velha prática.

Retornemos a nosso pastor que, após ter enumerado seus animais e tê-los recenseado, segundo diversas categorias, deseja agora transcrever numa prancheta de madeira o resultado desta *contagem*. Chegando ao número 153, seus animais se repartem como se segue:

26 vacas leiteiras,
35 vacas estéreis,
39 bois,
e 44 touros.

Para indicar um desses números, o de seus bois por exemplo, a primeira idéia que lhe vem ao espírito consiste em marcá-lo, "recopiando" simplesmente os traços consecutivos que figuram no bastão:

IIII	V	IIII	X	IIII	V	IIII	X	IIII	V	IIII	X	IIII	V	IIII
1	5		10		15		20		25		30		35	39

Fig. 16.40

Mas percebe rapidamente que uma tal *notação cardinal* é por demais fastidiosa, já que faz intervir o conjunto das unidades sucessivas de cada número considerado.

Para contornar a dificuldade, pensa então numa representação de tipo *ordinal*, bem mais cômoda e mais abreviada do que a precedente.

Para os números de 1 a 4 adota uma notação cardinal notando sucessivamente assim:

I II III IIII

Não pode fazer de outro modo pois para indicar, por exemplo, que um traço é o terceiro da série, deve marcar dois traços diante dele, para que o lugar que ocupa apareça efetivamente como o terceiro.

Mas não ocorre o mesmo com o número 5, representado por uma forma particular, a de um "V", por exemplo, que serve precisamente para distinguir o quinto traço dos quatro precedentes. *Assim, esse "V" basta a si mesmo e dispensa transcrever os quatro traços que se encontram gravados diante dele na talha*; em lugar de indicar esse número pela notação IIIIV, basta, portanto, escrever V.

Desde então, o número 6 (um traço depois do V) é transcrito simplesmente VI (e não mais IIIIVI), o número 7 (dois traços depois do V): VII, e assim por diante até VIIII (=9).

Por sua vez, o sinal em forma de "X" representa sozinho o décimo traço da série e torna, portanto, inútil a indicação dos nove sinais que o precedem. Segundo o mesmo princípio, escrevem-se os números 11,12, 13 e 14 sob as formas XI, XII, XIII e XIIII (e não mais IIIIVIIIIXI, IIIIVIIIIXII, etc.) E o número 15 (que corresponde ao "V" em seguida do "X") é notado simplesmente XV (e não mais IIIIVIIIIXIIIIV, nem XIIIIV), cada "X" apagando assim os nove traços que o precedem e o último "V" os quatro traços imediatamente diante dele. Para os números de 16 a 19 escreve-se igualmente XVI, XVII, XVIII e XVIIII. Depois, para o número 20 (que corresponde ao décimo "X" da série), nota-se XX. E assim por diante.

Depois de ter feito a contagem de seus animais mediante entalhes de seu bastão, transcreve agora sua contagem escrevendo isso sobre uma prancheta de madeira:

	XXVI	(= 26) para as vacas leiteiras,
	XXXV	(= 35) para as vacas estéreis,
	XXXVIIII	(= 39) para os bois,
e	**XXXXIIII**	(= 44) para os touros.

Mas no afã de abreviação, nosso pastor imagina também um outro princípio. Em lugar de escrever o número 4 com quatro traços, nota-o sob a forma IV, exprimindo assim que o quarto traço da série encontra-se exatamente diante do "V": IIII → (III)IV → IV. Dessa maneira, faz-se a economia de dois símbolos. Igualmente, em lugar de escrever o número 9 sob a forma VIIII, nota-o IX, exprimindo assim que o nono traço da série encontra-se exatamente antes de "X" no bastão talhado: IIIIVIIII → (IIIIVIII)IX → IX. Dessa maneira, faz a economia de três símbolos. Representa, em seguida, da mesma forma os números 14, 19, 24...

Assim se explica o emprego, nas numerações romana e etrusca, das formas IV, IX, XIV, XIX, etc., ao lado de IIII, VIIII, XIIII, XVIIII...

Concebe-se, portanto, que os povos, usando desde há muito a técnica do entalhe, tenham chegado ao longo da História, independentemente de qualquer influência etrusca ou latina, à notações gráfica e matematicamente equivalentes às dos etruscos e romanos. A hipótese parece tão evidente que se poderia admiti-la mesmo na ausência de qualquer prova. Mas os testemunhos existem e são muito numerosos.

Uma etimologia reveladora

Sem dúvida não é por acaso que o vocabulário latino da contagem se refere às realidades dessa técnica primitiva do número.

Em latim, "contar" diz-se *rationem putare*[1]. Ora, como mostrou M. Yon (citado por L. Gerschel), o termo *ratio* tem não apenas o sentido de "conta"[2], mas ainda o de "relação"[3].

Não é porque, entre os latinos, essa palavra referia-se, na origem, à prática do entalhe (em que "contar" é justamente estabelecer uma correspondência elemento a elemento, isto é, uma *relação*, mediante uma série de traços)? É precisamente o que L. Gerschel mostrou graças a numerosos exemplos.

Quanto ao termo *putare*, "significa propriamente *tirar, retirar por excisão, numa certa coisa, o que nela se encontra de supérfluo, o que não é indispensável ou mesmo o que é prejudicial ou estranho a essa coisa, mas deixando subsistir o que parecia útil e sem defeito*; mas é empregado sobretudo na prática para dizer *talhar uma árvore, podar*; donde o sentido de

---

[1] De um de seus contemporâneos, Plauto escrevia: *Postquam comedit rem, post rationem putat.* "E é agora, quando desperdiçou seus bens, que faz sua conta!" (*Trin.* 417).

[2] Encontra-se um exemplo dessa acepção em Cícero (*Flacc.* XXVII, 69): *Auri ratio constat; aurum in aerario est.* "A contagem de ouro é exata; o ouro encontra-se bem no tesouro público".

[3] Um exemplo de *ratio* no sentido de "relação aritmética" nos é fornecido pela expressão *pro ratione* ("em relação", "em proporção"), empregada por Catão, por exemplo (*Agr.* I, 5). O mesmo termo é utilizado no sentido de "relação arquitetural" por Vitrúvio (III, 3, 7).

'talhar uma conta' ou 'realizar uma conta por excisão'". Em suma, "numa operação de contagem que descreve a expressão *rationem putare*, se o termo *ratio* é o fato de representar cada coisa a ser contada por um traço correspondente, a ação que define *putare* consistirá, por sua vez, no entalhe feito com uma faca numa vara para realizar materialmente o traço: tantas coisas a contar, quantos entalhes *talhados* na vara, por excisão evidentemente, *retirando da madeira uma pequena porção supérflua*, segundo a definição de *putare*. Dessa maneira, *ratio* é o espírito que põe em relação cada objeto com um traço; *putare* é a mão que talha o traço na madeira" (L. Gerschel).

Outras confirmações

Uma outra confirmação da precedente restituição nos é fornecida por F. Škarpa que publicou e estudou em detalhe os diferentes tipos de talhas empregadas desde tempos imemoriais pelos pastores dálmatas, na ex-Iugoslávia. Numa delas, a unidade é figurada por um pequeno entalhe, o número 5, por um entalhe ligeiramente maior, e o número 10, por um traço muito mais alongado do que os outros (o que não deixa de evocar as graduações de nossos "duplos velocímetros" e de nossos termômetros). Um outro tipo de talha utilizada pelos pastores dálmatas consiste em representar a unidade por um entalhe vertical, o número 5, por um entalhe oblíquo, e a dezena, por uma cruz. Um terceiro, enfim, dá-nos, para os números 1, 5 e 10, os sinais seguintes (fig. 16.41 A):

Fig. 16.41 A

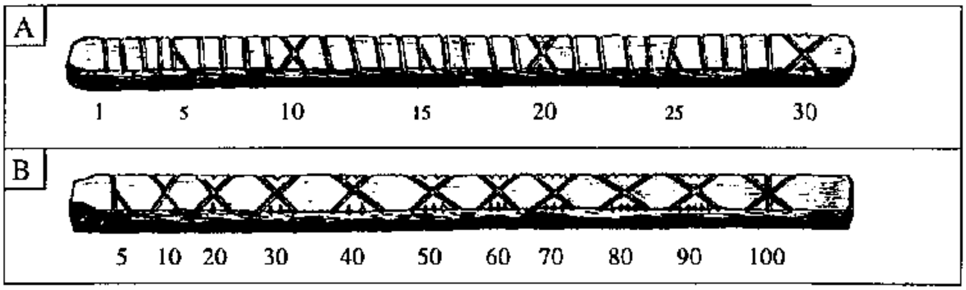


Fig. 16.41 B - *Talhas de pastores registradas na Dalmácia. Ref. F. Škarpa. Tabul. II, sl. 4, (talha A) e Tabul. II, sl. 5 (talha B).*

Não se trata aí de algo bem semelhante aos algarismos romanos ou etruscos? Isso é tão verdadeiro quanto o tipo de talha para 100, idêntico ao algarismo etrusco para 100:

Fig. 16.42

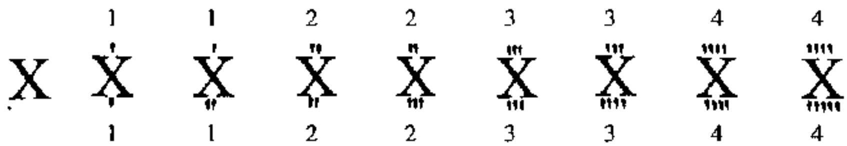
Poder-se-ia, claro, perguntar por que os utilizadores desse tipo de talha empregaram um tal algarismo para a centena e não o "algarismo-metade" para 50, como foi o caso entre os etruscos (fig. 16.31).

Mas um exame atento deste tipo de talha fornece-nos logo a resposta: o que caracteriza esse gênero de talha é que as dezenas, de 20 a 90, se distinguem umas das outras por pequenos entalhes acrescentados à quina inferior e à quina superior, seu número, sendo igual ao de dezenas repartidas, segundo o princípio do desdobramento.

Uma talha desse tipo poderá prescindir de uma parca para 50. Suponhamos, com efeito, que um pastor, usando essa técnica, queira reter os resultados do recenseamento de suas 83 vacas leiteiras e 77 vacas estéreis (enumerações que já terá efetuado, segundo o princípio dado mais acima); lhe bastará para tanto notar os resultados da maneira seguinte (num pedaço de madeira que ele conservará em seguida):

Fig. 16.43

Esse pastor, portanto, não teve necessidade de introduzir um algarismo especial para marcar a cinqüentena, já que teve a idéia de representar os números de 20 a 90 da maneira seguinte (acrescentando ao sinal da dezena pequenos entalhes nas quinas inferior e superior desses bastões, estes sendo de mesmo número que as dezenas correspondentes):



10	20	30	40	50	60	70	80	90

Fig. 16.44

Um último tipo de talha conhecido na Dalmácia oferece-nos os algarismos seguintes:

Fig. 16.45

A introdução do sinal N para 50 parece suficientemente natural, já que bastou acrescentar uma barra vertical ao algarismo para 5 — tal como o sinal para 100 tinha sido diferenciado mais acima do sinal para 10 pelo acréscimo de uma barra vertical ao sinal X (fig. 16.41 B).

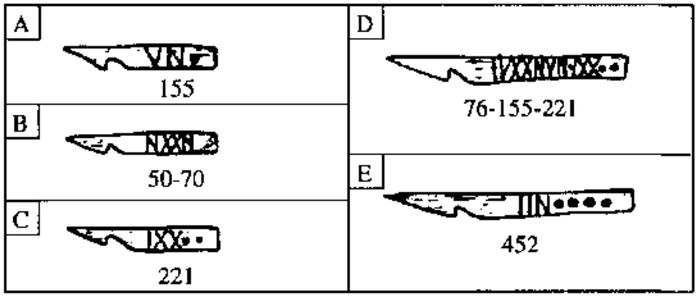


Fig. 16.46 - *Talhas de pastores encontradas na Dalmácia. Ref. F. Škarpa, Tabul IV, sl. 10.*

Séries inteiramente análogas encontram-se igualmente no Tirol austríaco e nos Alpes suíços. São encontrados assim em Saanen, nas talhas camponesas de contas paralelas, em Ulrichen, nos bastões que serviam outrora para medir o leite, bem como em Visperterminen, nas famosas *talhas de capitais* em que somas emprestadas aos burgueses pela comuna ou pelas fundações eclesiásticas eram consignadas mediante algarismos:

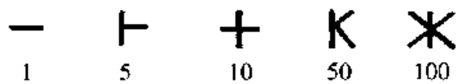


Fig. 16.47

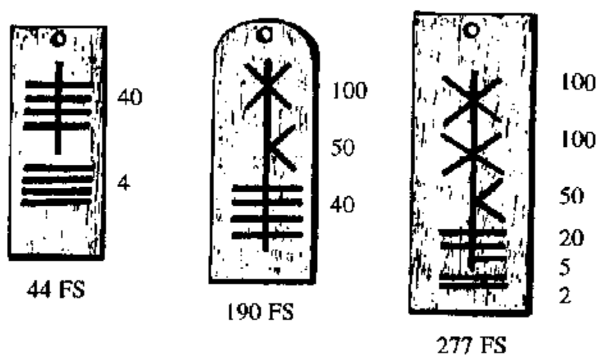


Fig. 16.48

Um outro testemunho ainda nos é fornecido pelos *algarismos calendários*, sinais numéricos bizarros, figurando nessas pranchetas e bastões calendários de madeira, que eram empregados desde o fim da Idade Média até o século XVII no mundo anglo-saxão e no mundo germânico ocidental, desde a Áustria até a Escandinávia (fig. 16.52 a 16.54).

Com poucas variantes gráficas, essas pranchetas dão, com efeito, para a indicação do *número de ouro*[1] a série de algarismos abaixo (cf. E. Schnippel) (fig. 16.52 e 16.53):

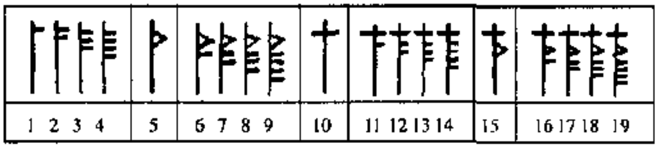


Fig. 16.49

Da mesma forma, os algarismos empregados nos *Clog-Almanacks* ingleses do Renascimento são os seguintes (fig. 16.54):

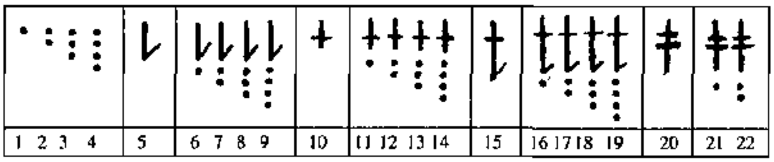


Fig. 16.50

Enfim, os algarismos que figuram nos calendários rúnicos escandinavos têm por protótipo (cf. N. Lithberg):

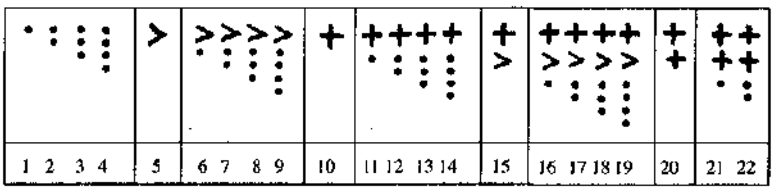


Fig. 16.51

---

[1] Trata-se aqui do *ciclo de Meton*, que consiste num período de nove anos.

Ora, todas essas notações — que parecem diferentes à primeira vista, mas que um exame detalhado prova que sua origem remonta à prática do entalhe — dão todas, para os números *1*, *5* e *10*, sinais que não se deixará de aproximar dos algarismos romanos I, V e X e dos algarismos etruscos I, Λ e + ou X.

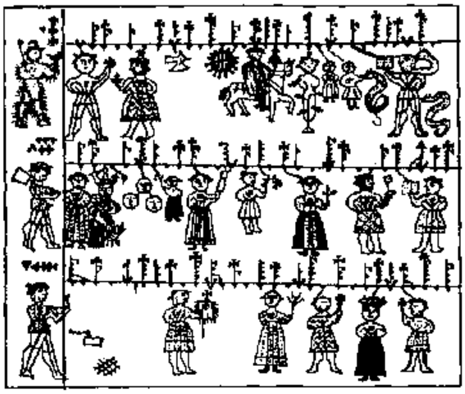


Fig. 16.52 - *"Página" de um calendário de madeira de 1.526. Coleção Figdorschen, Viena, no 799. Ref. Riegl. Tafel I.*

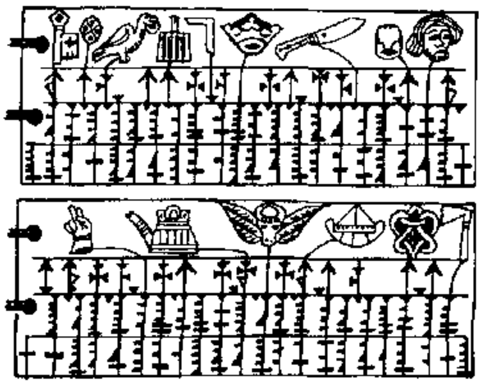


Fig. 16.53 - *Duas "páginas" de um calendário de madeira tirolês do século XV. Coleção Figdorschen, Viena, no 800. Ref. Riegl. Tafel V.*

Fig. 16.54 - *Clog Almanack inglês (bastão calendário) do Renascimento. Ashmolean Museum, Oxford Clog C. Ref. E. Schnippel, Tafel. IIIa.*

Melhor ainda, os zuñis (indios pueblos da América do Norte vivendo no Novo México, na fronteira do Arizona, e cujas tradições têm 2.000 anos de idade) empregavam ainda no último século, em seus "bastões de irrigação" descritos pelo etnólogo F.-H. Cushing, uma série igualmente comparável a dos romanos:
— um simples entalhe para a unidade;
— um entalhe um pouco mais profundo em forma de "V" (ou ainda um traço oblíquo) para 5;
— e um sinal em forma de "X" para 10.

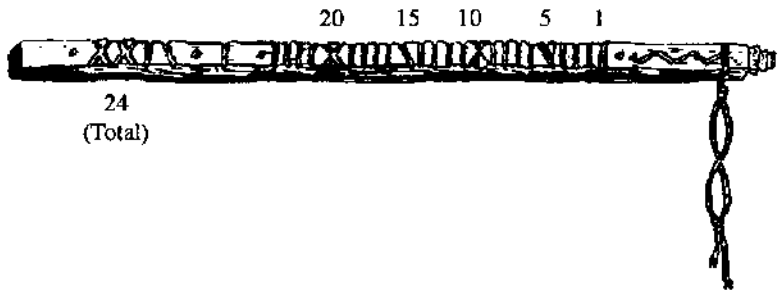


Fig. 16.55 - *Bastão de irrigação dos zuñis do Novo México. A contagem efetuada na talha da direita para a esquerda totaliza 24, que se encontra marcado na outra extremidade sob a forma de XXI\, o que evoca bem a representação romana — XXIV — em que se faz uso do princípio subtrativo. Ref. F.-H. Cushing, fig. 21.*

Não resta dúvida: *os algarismos romanos, como os algarismos etruscos, derivam diretamente da prática do entalhe.* Doravante, portanto, nos é possível avançar essa explicação com respeito à gênese destes algarismos.

Povos pastores que viveram no solo italiano bem antes dos etruscos e romanos praticaram desde a mais alta Antigüidade (e talvez mesmo desde a pré-história) a técnica do bastão talhado, tal como os Zuñis ou os pastores dálmatas, por exemplo, o descobriram por seu próprio uso. E foi, portanto, muito naturalmente que chegaram aos valores e sinais seguintes:

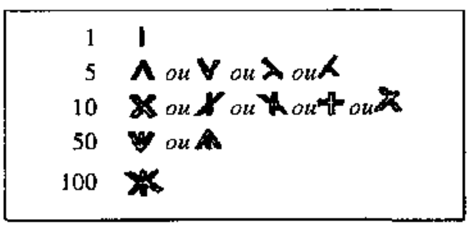


Fig. 16.56

Herdeiros dessa velha tradição, os etruscos e os romanos depois deles retiveram, em seguida desses sinais, somente as formas respectivas abaixo:

ETRUSCOS ROMANOS

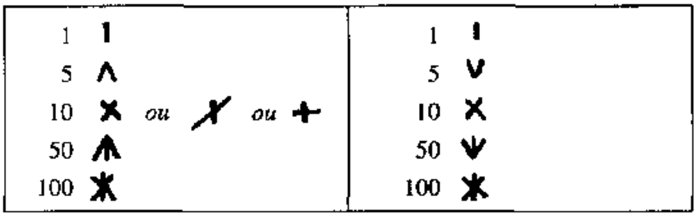


Fig. 16.57 A

Os romanos completaram, então, a série, acrescentando a ela um sinal particular para 500 e outro para 1.000 (o algarismo 500 nada mais era do que a metade direita do do milhar[1], ele mesmo obtido pela inscrição num círculo do algarismo primitivo para dez; cf. fig. 16.29, 16.30 e 16.35):

Algarismos para 1.000 

Fig. 16.57 B

Esses sinais sofreram, entre eles mesmos ao longo dos séculos, algumas modificações gráficas antes de serem substituídos pelas letras alfabéticas que se sabe...

Tal é, portanto, a explicação mais plausível da origem dos algarismos romanos ou etruscos. E não é o testemunho seguinte que irá nos contradizer. A. -P. Ninni relata, com efeito, que os camponeses e pastores toscanos, para suas diversas contagens diárias, usavam, ainda no último século, bem menos algarismos ditos "arábicos" do que os sinais seguintes que conheciam pelo nome de *cifre chioggiotti*:

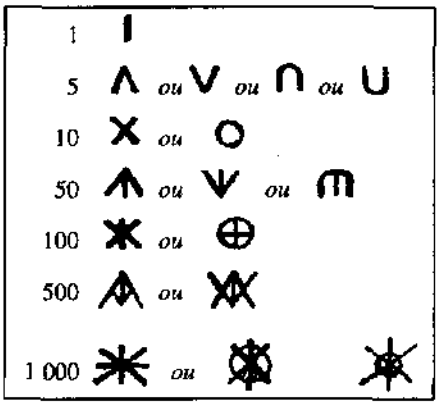


Fig. 16.58

[1] Uma forma bem semelhante encontra-se numa *gema* (fig. 16.79) representando um calculador etrusco que efetua operações aritméticas numa mesa de contar, mediante pequenas pedras, e tendo na mão esquerda um livro de contas em que se inscreve, bem nitidamente, a série etrusca (essa gema é conservada no Gabinete de medalhas da Biblioteca Nacional de Paris; cf. Chabouillet, *Catálogo*, no 1.898).

Em lugar de ver nisso, como G. Buonamici o fez, descendentes dos algarismos etruscos ou romanos, não é mais judicioso considerá-los antes como uma sobrevivência dessa tradição muito antiga do entalhe, mais antiga do que qualquer escrita e que constitui um dos elementos comuns a todos os meios rurais da terra?

Talvez um arqueólogo descubra um dia, num jazigo pré-histórico, alguns ossos entalhados mostrando sinais numéricos semelhantes aos algarismos romanos...

Notações latinas dos grandes números

A maior letra numeral do sistema romano, tal como o conhecemos e o utilizamos algumas vezes ainda, corresponde apenas ao número mil. A aplicação simples do princípio aditivo aos sete algarismos de base desse sistema permite, portanto, apenas a representação dos números inferiores a 5.000. Assim, quando nos ocorre usar esses algarismos nos é materialmente impossível notar grandes números; como representar, com efeito, um número tal como 87.000 se não pela justaposição fastidiosa de 87 símbolos idênticos a M!

Os antigos tentaram, não sem dificuldade, livrar-se da dificuldade adotando um certo número de convenções de escrita. As dificuldades que os romanos — e os povos latinos do Ocidente medieval, depois deles — sentiram com respeito a isso são muito eloqüentes e merecem, por conseguinte, uma atenção particular.

Na época republicana, os romanos dispuseram de um procedimento gráfico relativamente simples que lhes permitiu atribuir uma notação especial a cada um dos números 5.000, 10.000, 50.000 e 100.000. Eis os principais sinais atestados (que se encontram ainda, esporadicamente, até à época do Renascimento):

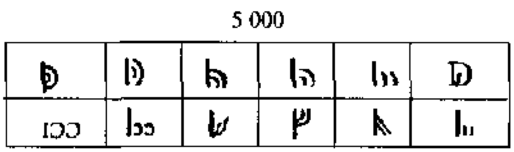


Fig. 16.59 A

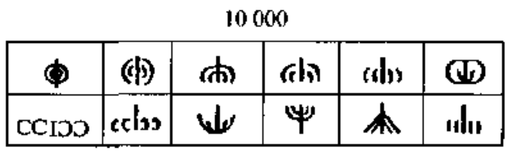


Fig. 16.59 B

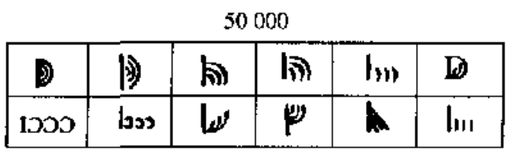


Fig. 16.59 C

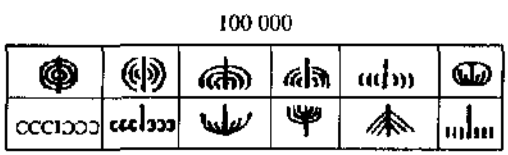


Fig. 16.59 D

Ora, aproximando esses algarismos uns dos outros e comparando-os às diversas formas arcaicas do algarismo para 1.000 (fig. 16.30), damo-nos conta de sua origem comum, uma vez que todos esses algarismos não constituem nada de diferente do que estilizações, mais ou menos reconhecíveis, de cinco sinais originais.

A idéia que presidiu à formação de quatro desses símbolos primeiros constituiu um procedimento geométrico muito simples. Partindo do sinal romano primitivo para 1.000 (figurado inicialmente por um círculo cortado em dois por um traço vertical), forjou-se os símbolos de 10.000 e de 100.000, inscrevendo-os num círculo uma ou duas vezes e os símbolos para 5.000 e 50.000, tomando a metade direita de cada um desses dois sinais precedentes (fig. 16.62):

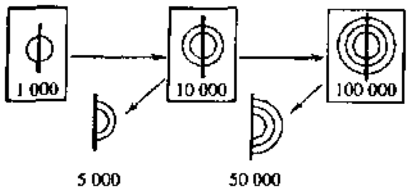


Fig. 16.59 E

Seguindo esse princípio, os romanos teriam podido, evidentemente, notar os números 500.000, 1.000.000, 5.000.000 etc., sob as formas seguintes:

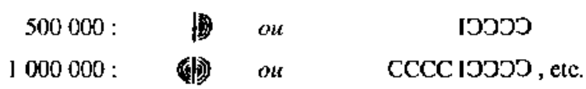


Fig. 16.60

Mas, em razão do caráter sem dúvida muito fastidioso desse gênero de grafismo, que permite facilmente ao olho identificar os algarismos superiores a 100.000 — e talvez também porque o latim não disponha de nome particular para as unidades superiores à centena de mil [1] — os romanos não parecem ter prolongado o procedimento.

Notemos igualmente que uma tal representação é encontrada, até o milhão inclusive, numa obra publicada em 1582 por um autor helvético de nome Freigius (fig. 16.61, 16.62 e 16.70):

I	V	X	L	C	I	CIↃ	IↃↃ	CCIↃↃ	IↃↃↃ	CCCIↃↃↃ	DↃↃↃ	CCCCDↃↃↃ
1	↓ 5	10	↓ 5 × 10	10^2	↓ 5×10^2	10^3	↓ 5×10^3	10^4	↓ 5×10^4	10^5	↓ 5×10^5	10^6

Fig. 16.61

[1] Na sua *História natural* (XXXIII, 133), Plínio assinala que, em seu tempo, os romanos não sabiam nomear as potências de dez superiores a 100.000. Para um milhão, por exemplo, diziam: *decies centena milia*, "dez centenas de mil".

Outras convenções, freqüentemente usadas pelos romanos a partir do fim da época republicana e ainda bem atestadas na Idade Média cristã, permitiram simplificar a notação dos valores superiores a 1.000 e atingir números ainda mais altos.

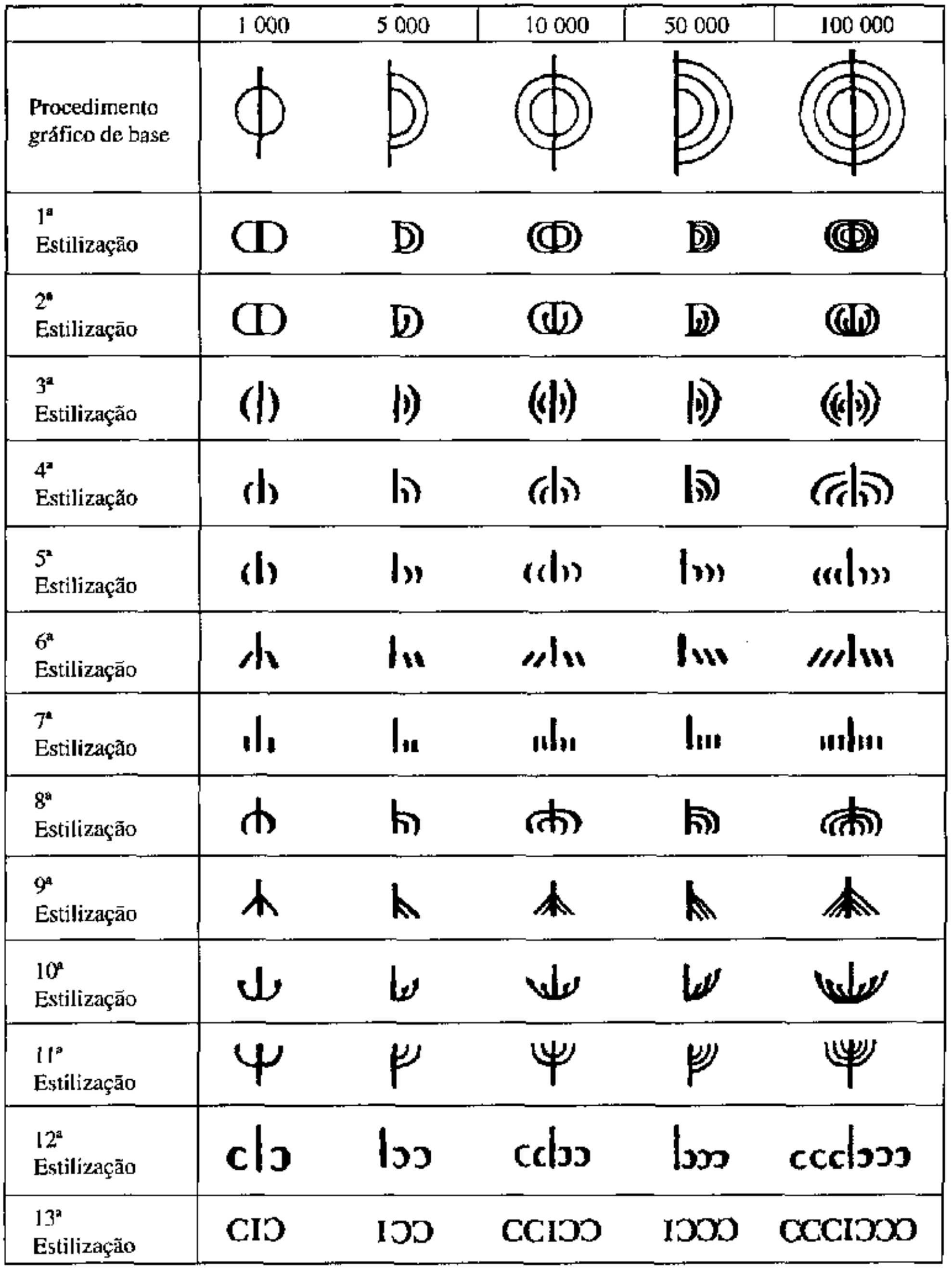


Fig. 16.62 - *Classificação dos algarismos romanos arcaicos para 1.000, 5.000, 10.000, 50.000 e 100.000.*

Uma delas consistia em multiplicar por 1.000 toda menção numérica dotada de uma barra horizontal superior. Esta permitiu, portanto, representar, sem dificuldade, todos os números compreendidos entre 1.000 e 5.000.000.

Exemplos pertencentes a inscrições latinas, das quais as mais antigas remontam ao fim da República:

$\overline{\text{V}}$	= 5 000	= 5 × 1 000	CIL, VIII, 1 577
$\overline{\text{X}}$	= 10 000	= 10 × 1 000	CIL, VIII, 98
$\overline{\text{LXXXIII}}$	= 83 000	= 83 × 1 000	CIL, I, 1 757

Fig. 16.63

Exemplos extraídos de um manuscrito astronômico latino do século XI ou XII (Bibl. Nac. de Paris, MS Lat. 14.069, fol. 19):

	IIIIDCCCLXX	4 870
	VDLXIII	5 568
	VDCCCCXXVI	5 916
	VICCLXIII	6 264

Fig. 16.64

É preciso notar que essa convenção de escrita se prestava, por vezes, à confusão com um outro uso mais antigo: para distinguir as letras destinadas a indicar números das empregadas por seu valor fonético, os romanos tinham o hábito de sublinhar suas letras-numerais (um uso que é encontrado particularmente em certas abreviações latinas, por exemplo:

$\overline{\text{II}}$VIR = *duumvir*; $\overline{\text{III}}$VIR = *triumvir*).

É provavelmente por essa razão que na época do imperador Adriano (século II d. C.) a multiplicação por 1.000 foi indicada, algumas vezes, enquadrando-se o número em questão com duas barras verticais e com um traço horizontal colocado em posição superior.

Exemplos restituídos:

35 000	|XXXV| 35 × 1000		
557 274	|DLVII| 557 × 1000	+	CCLXXIV 274

Fig. 16.65

Contudo, essa notação foi geralmente reservada a um uso inteiramente diferente.

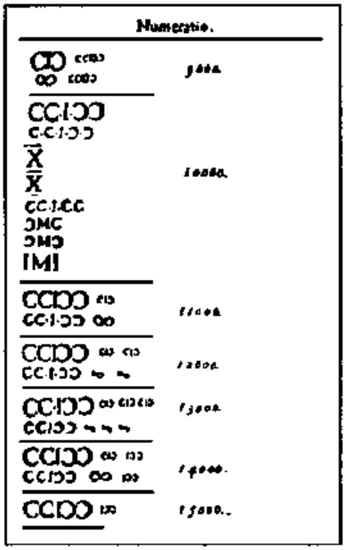


Fig. 16.66 - *O uso dos algarismos romanos arcaicos na obra de Petrus Bungus sobre a mística dos números (*Mysticae numerorum significationes opus... *[Obra das significações místicas dos números]) publicada em 1584-1585, em Bérgamo. Biblioteca Nacional de Paris (R. 7.489).*

Toda menção numérica encerrada numa espécie de retângulo incompleto era, com efeito, de uma maneira geral, multiplicada antes por 100.000, permitindo, assim, representar todos os números compreendidos entre 1.000 e 500.000.000[1].

Exemplos extraídos de algumas inscrições latinas da época imperial de Roma:

⌈XII⌉ [a]	1 200 000	12 × 100 000
⌈XIII⌉ [b]	1 300 000	13 × 100 000
⌈∞ ∞⌉ [c]	200 000 000	2 000 × 100 000

a. Cf. CIL, I, 1.409.
b. Cf. CIL, VIII, 1.641.
c. Inscrição de Éfeso do ano 103. Cf. R. Cagnat, in: RAR, XXXV (1.899), p. 181.

Fig. 16.67

[1] Notemos que, segundo alguns autores, um prolongamento lógico do método de sobrelinhamento teria sido utilizado pelos romanos, conjuntamente com a regra do enquadramento, e teria assim permitido a representação dos números compreendidos entre 1.000 e 5.000.000.000:

Exemplos:

1.000.000.000	$\overline{\overline{\mathrm{M}}}$	=	1.000 × 1.000.000
2.300.000.000	$\overline{\overline{\mathrm{MMCCC}}}$	=	2.300 × 1.000.000.

Não encontramos, contudo, nenhuma atestação disso nas inscrições romanas que conhecemos.

Exemplos restituídos:

$\boxed{\text{MDCLII}}$		$\overline{\text{XXVIII}}$		CCCXVI
1 651 × 100 000	+	78 × 1 000	+	316

....>

165 178 316

Fig. 16.68

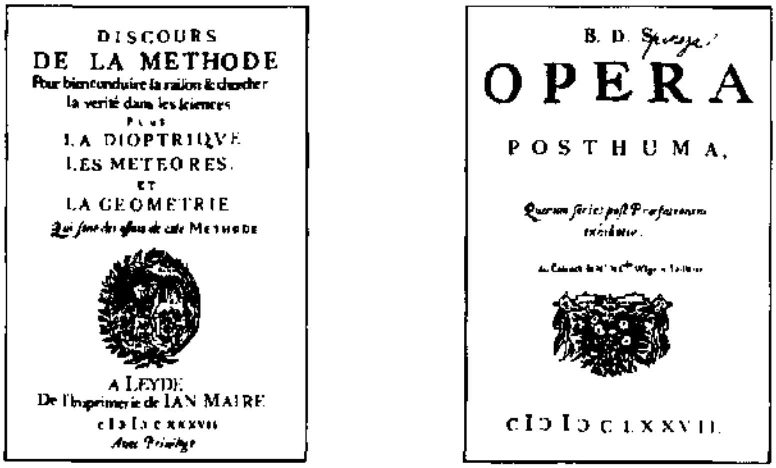


Fig. 16.69 - *Frontispícios de obras de R. Descartes e B. D. Spinoza, publicados, respectivamente, em 1637 e 1677. As datas são em algarismos romanos arcaicos.*

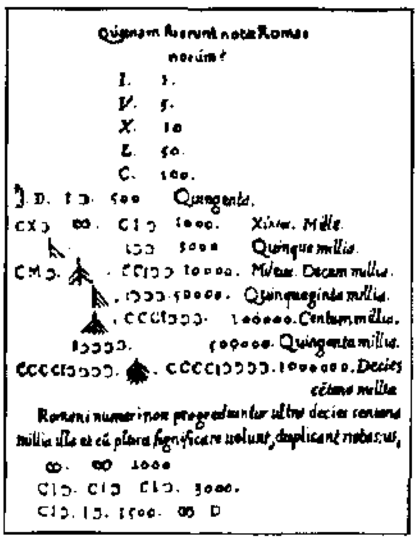


Fig. 16.70 - *Algarismos romanos arcaicos numa obra publicada em 1582 por Freigius. Segundo D. -E. Smith, II, p. 61.*

Fig. 16.71 - *Detalhe de uma página de um manuscrito português de 1200, relativo ao cálculo de Beda, o Venerável. Biblioteca pública de Lisboa. Ms. Alcobaça 394 (426), fol. 252, Ref. R. Burnam, pr. XV.*
Algarismos associados às figuras:

$\overline{\text{XL}}$ XXX = 40 030
$\overline{\text{L}}$ XC = 50 090
$\overline{\text{LX}}$ = 60 000.

Tais notações, entretanto, podiam prestar-se à confusão e dar lugar a erros de interpretação.

Um imperador romano aprendera isso às suas despesas na sua juventude, como reporta Suetônio (*Galba*, 5).

O imperador Tibério teve um dia de pagar somas importantes a legatários da sucessão de sua mãe Lívia. Mas teve discórdias com um deles, o futuro imperador Galba, reduzindo o legado destinado a esse último de 50.000.000 para 500.000 sestércios.

O montante do legado tinha sido indicado pela mãe de Tibério na forma:

$\overline{\text{CCCCC}}$.

Mas Galba não tinha tomado o cuidado de fazer inscrever essa soma "com todas as letras". E quando apresentou-se ao imperador, este pensava que as cinco "C" de 500 tinham sido enquadradas e tratava-se, por conseguinte, da representação de

$$500 \times 100.000 = 50.000.000 \text{ sestércios.}$$

Mas como os lados desse enquadramento eram curtos demais, Tibério tirou vantagem disso e interpretou essa notação como um superlinhamento dos cinco "C" ("Teria sido necessário, diz Tibério, que minha mãe tivesse indicado essa soma sob a forma $\overline{\text{CCCCC}}$, para dar razão a ti!"). E como o superlinhamento de uma menção numérica valia apenas mil vezes mais, Galba recebeu do imperador apenas a soma de

$$500 \times 1.000 = 500.000 \text{ sestércios!}$$

Percebe-se assim toda a insegurança que esse sistema podia apresentar para seus utilizadores.

Os romanos fizeram intervir outras convenções, como, por exemplo: em lugar de repetir as letras C e M para exprimir os múltiplos sucessivos de 100 ou 1.000, escrevia-se inicialmente o número das centenas ou dos milhares que se queria indicar e colocava-se, em seguida, a letra C ou a letra M em posição de coeficiente ou de instância superior:

200	II.C	ou	II^{C}	2.000	II.M	ou	II^{M}
300	III.C	ou	III^{C}	3.000	III.M	ou	III^{M}
....				....			

Mas, longe de simplificar o sistema, essas diversas convenções complicaram-no consideravelmente, o princípio aditivo tendo sido falsificado por um afã de economia de símbolos.

Vê-se, portanto, a complexidade e a insuficiência da numeração romana que, recorrendo às convenções e aos princípios mais diversos, acabou por perder a coesão e por privar-se de qualquer possibilidade operatória. E não há dúvida de que esse sistema marcou uma regressão muito nítida em relação a todas as numerações da História...

Os ábacos gregos e romanos

Para efetuar as operações aritméticas, os gregos, etruscos e romanos fizeram, portanto, uso não de seus algarismos, mas de *ábacos*.

É, sem nenhuma dúvida, a esse tipo de instrumento de cálculo que aludiu o historiador grego Políbio (210-128 a. C.) pondo estas palavras na boca de Sólon (que viveu no fim do século VII e início do VI a. C.)

"Os que vivem na corte dos reis são exatamente como as peças de uma mesa de contar. É a vontade do calculador que lhes faz valer um *khalkos* ou um talento" (*História natural*, V, 26).

Compreenderemos melhor a alusão se soubermos que o *talento* e o *khalkos* eram, respectivamente, a mais forte e a mais fraca das unidades monetárias da Grécia antiga e que estas eram simbolizadas pelas colunas extremas do ábaco de peças.

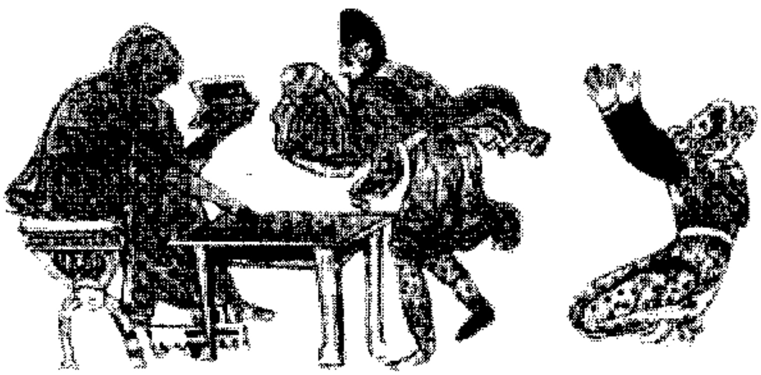


Fig. 16.72 - *Detalhe do vaso de Dario (proveniência: Canossa, Itália do Sul; por volta de 350 a. C.). Museu Arqueológico Nacional, Nápoles.*

O testemunho trazido por vários outros autores gregos, de Heródoto a Lísias, dão igualmente fé disso. Contudo, as descrições do ábaco grego não são feitas somente pelo texto, mas também pela imagem. O *Vaso dito "de Dario"* é o exemplo mais célebre. (fig. 16.72).

Trata-se de um vaso pintado proveniente de Canossa, na Itália do Sul (outrora colônia grega) e datando de aproximadamente 350 a. C. As diversas pinturas que ornam o vaso supõe-se que descrevam as atividades de Dario, quando de suas expedições militares.

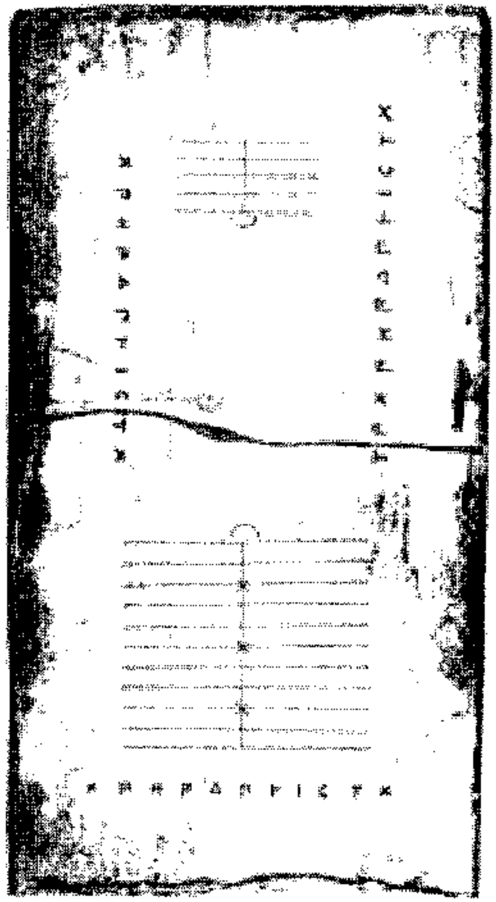


Fig. 16.73 - *A Mesa de Salamina. Esse documento A", que já se interpretou erroneamente como uma mesa de jogo A" é, na verdade, um instrumento de cálculo. Data incerta (séculos V ou IV a. C.). Museu nacional epigráfico de Atenas.*

Num detalhe desse documento percebe-se o tesoureiro do rei da Pérsia que determina, executando operações mediante peças na mesa de contar, o montante do tributo imposto a uma cidade conquistada; face a ele, um personagem lhe transfere o tributo exigido, enquanto uma outra pessoa suplica ao funcionário que consinta uma redução de taxas, julgadas altas demais pela cidade que representa...

Os calculadores gregos mantinham-se diante de um dos lados da mesa horizontal, colocando nelas pedras ou fichas, no interior de um certo número de colunas delimitadas por sinais traçados preliminarmente, essas peças de contagem valendo, cada uma, uma unidade simples.

Um documento datando da época heróica (século V a. C.) nos permitirá ter uma idéia mais precisa. Trata-se da grande placa de mármore branco, encontrada em 1846, na ilha de Salamina, pelo arqueólogo grego Rhangabés (fig. 16.73).

Consiste num quadro retangular de 149 centímetros de comprimento, 75 centímetros de largura e 4,5 centímetros de espessura, no qual são traçadas, a 25 centímetros de um dos lados, cinco linhas paralelas e, a 50 centímetros da última dessas linhas, onze outras linhas igualmente dispostas em paralelo, cortadas em duas por uma linha perpendicular e de que a terceira, a sexta e a nona são marcadas por uma cruz no ponto de interseção.

Além disso, três séries, mais ou menos idênticas, de letras ou de sinais gregos são arranjadas na mesma ordem, nos três lados da mesa. A mais completa das séries compreende os treze sinais seguintes:

T 𐅆 X 𐅅 H 𐅄 Δ Γ 𐅂 I C T X

Fig. 16.74

Como foi visto no começo deste capítulo, esses símbolos correspondiam, na verdade, a sinais numéricos: os da numeração acrofônica (fig. 16.1) servindo aqui para notar somas monetárias expressas em *talentos, dracmas, óbolos* e *khalkoi*, isto é, múltiplos e submúltiplos da *dracma*.

Valiam, respectivamente, partindo da esquerda para a direita na série precedente: 1 *talento* ou 6.000 *dracmas*, depois 5.000, 1.000, 500, 100, 50, 10, 5 e 1 *dracmas*, em seguida, 1 *óbolo* ou 1 sexto da *dracma*, 1 semi-*óbulo* ou 1 dúzia da *dracma*, 1 quarto de *óbolo* ou 1 vinte e quatro avos de *dracma* e, enfim, 1 *khalkos* (ou 1/8 *óbolo* ou ainda 1 quarenta e oito avos da *dracma*) (fig. 16.75):

T	1 talento	Inicial de TÁLANTON, "talento"
𐅆	5.000 dracmas	
X	1.000 dracmas	Inicial de KHÍLIOI, "mil" (dracmas)
𐅅	500 dracmas	
H	100 dracmas	Inicial de HEKATÓN, "cem" (dracmas)
𐅄	50 dracmas	
Δ	10 dracmas	Inicial de DÉKA, "dez" (dracmas)
Γ	5 dracmas	Inicial de PÉNTE, "cinco" (dracmas)
𐅂	1 dracma	
I	1 óbolo	Marca da unidade para a contagem dos óbolos
C	½ óbolo	Metade da letra O, inicial de OBÓLION
T	¼ óbolo	Inicial de TETARTHMÓRION
X	1 khalkos	Inicial de KHALKOUS
	1 talento =	6.000 dracmas
	1 dracma =	6 óbolos
	1 óbolo =	8 khalkos

Fig. 16.75

No ábaco de Salamina, cada coluna era associada a uma ordem de unidades.

As pedras ou as peças que eram depositadas nele valiam, cada uma, uma unidade simples, mas mudavam de valor, de acordo com o lugar que ocupassem.

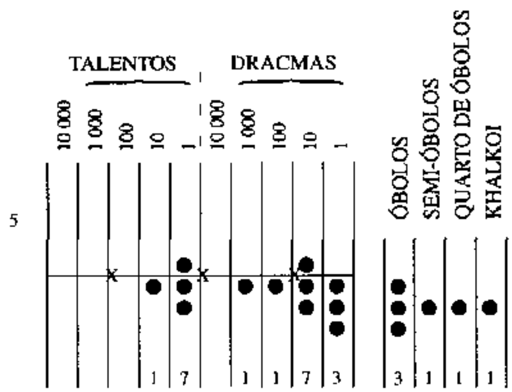


Fig. 16.76 - *Princípio do ábaco grego de Salamina. Aqui, representação da soma de "17 talentos, 1.173 dracmas, 3 óbolos, 1 semi-óbulo, 1 quarto de óbolo e 1 khalkos". (Precisemos que a forma* khalkoi *é o plural de* khalkos.*)*

As quatro colunas colocadas na extremidade direita da figura 16.76 eram reservadas às frações da dracma, a primeira à direita correspondendo aos *khalkos* (um quarenta e oito avos da *dracma*), a seguinte aos *quartos de óbolo* (um vinte e quatro avos da *dracma*), a terceira aos *semi-óbolos* (sextos da *dracma*).

As cinco colunas seguintes (colocadas à direita da cruz central na figura 16.76) eram associadas aos múltiplos da *dracma*; a primeira à direita sendo reservada às unidades, a seguinte às dezenas, a terceira às centenas, etc.

Além disso, na parte inferior de cada uma dessas colunas, uma peça designava uma unidade correspondendo à fileira dessa coluna; e, na parte superior, designava cinco unidades da mesma coluna.

Enfim, as cinco últimas colunas (colocadas à esquerda da cruz central na figura 16.76) eram, respectivamente, associadas aos *talentos*, às dezenas de talentos, às centenas, e assim por diante.

Um talento eqüivalendo a 6.000 dracmas, o calculador devia, a cada vez, substituir as fichas correspondendo a 6.000 dracmas por uma peça na coluna dos talentos (sexta coluna partindo da direita para a esquerda).

E graças a essas diferentes divisões, podiam-se efetuar adições, subtrações ou multiplicações (fig. 16.77 e 16.78).

Os etruscos e seus sucessores romanos empregaram também ábacos de peças.

Ver-se-á na figura 16.79, que reproduz a *gema* do calculador etrusco: é uma pedra gravada em que figura um homem calculando com a ajuda de peças, numa mesa de contar, e consignando seus resultados numa tabuleta de madeira que leva algarismos etruscos (fig. 16.35).

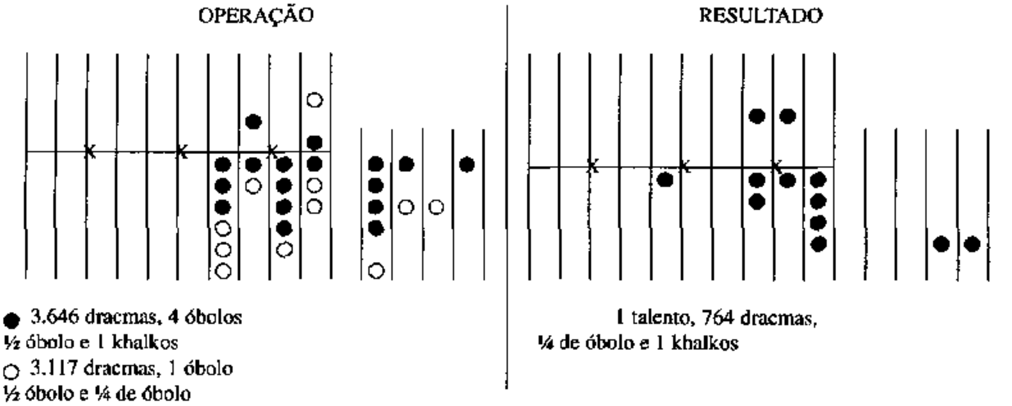


Fig. 16.77 - *Prática da adição no ábaco grego de Salamina. O exemplo escolhido é o da adição da soma: 3.646 dracmas, 4 óbolos, ½ óbolo e 1 khalkos (peças figuradas em preto) e a soma 3.117 dracmas, 1 óbolo, ½ óbolo e ¼ de óbolo (peças figuradas em branco). Reduzindo o conjunto de peças, segundo as convenções monetárias estabelecidas, obtém-se o resultado: 1 talento, 764 dracmas, ¼ de óbolo e 1 khalkos.*

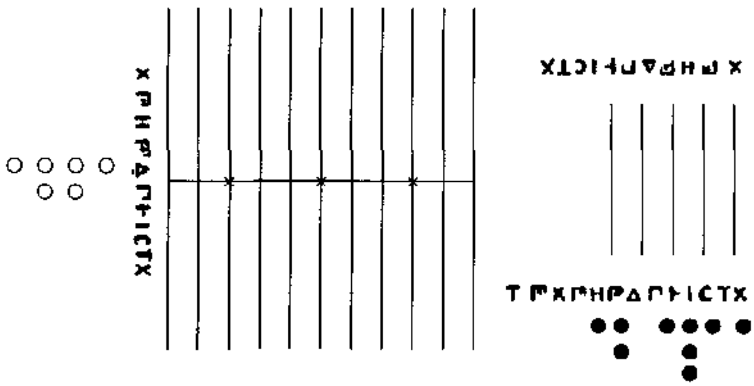


Fig. 16.78 - *Para multiplicar a soma de 121 dracmas, 3 óbolos, ½ óbolo e 1 khalkos por 42, por exemplo, começava-se por colocar no ábaco o multiplicador 42, dispondo as peças correspondentes sob os sinais numéricos apropriados da série à esquerda da mesa. Colocava-se, em seguida, o multiplicando da mesma maneira, dispondo as peças correspondentes (peças pretas) sob as linhas numéricas de uma das duas séries à direita. Depois, por um jogo sutil de peças, chegava-se ao resultado (ver um método análogo na figura 16.84).*

Para os romanos, vários escritos testemunham isso, como esta citação de Marcial[1]:

Coponem laniumque balneumque, tonsorem tabulamque calculosque et paucos... haec praesta mihi, Rufe...

("Um dono de bar, um açougueiro, banhos, um barbeiro, uma mesa de cálculo [=*tabulamque calculosque*] com suas peças... encontre-me tudo isso, Rufus...")

---

[1] *Epigramas*, tomo I, livro 2, 48; trad. H. J. Izaac, p. 70.

Fig. 16.79- *A gema do calculador etrusco. Data incerta. Gabinete de medalhas, Biblioteca nacional de Paris. Ref. Intaille 1898.*

Ou ainda este curto extrato das *Sátiras* de Juvenal[1]:

Computat, et ceuet. Ponatur calculus, adsint cum tabula pueri; numeras sestertia quinque omnibus in rebus; numerentur deinde labores.

("Calcula e desloca para trás. Que se ponham aí as pedras [=*calculus*], que os escravos venham com a mesa [de contar]: tu encontras cinco mil sestércios em tudo. Faz agora o total de meus trabalhos.")

Em Roma, o ábaco de peças consistia numa mesa na qual divisões em linhas paralelas, traçadas preliminarmente, separavam as diferentes ordens de unidades da numeração latina. A palavra *ábaco* provém, aliás, da palavra latina *abacus*, que designava um certo número de dispositivos, tendo por caráter comum apresentar uma superfície plana (mesas, bufês, aparadores, etc.) e servindo, seja para diferentes espécies de jogos, seja para a prática do cálculo aritmético (fig. 16.80).

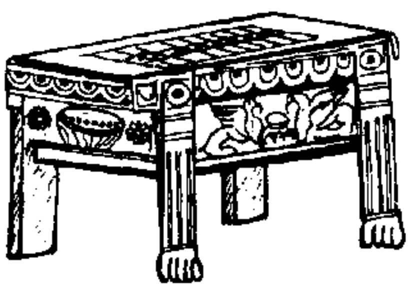


Fig. 16.80 - *Um ábaco romano de* calculi *(reconstituição).*

[1] *Sátira*, IX, 40-43; trad. P. de Labriolle e F. Villeneuve.

Cada uma dessas colunas simbolizava geralmente uma potência de dez. Partindo da direita para a esquerda, a primeira era associada às unidades, a seguinte, às dezenas, a terceira, às centenas, a quarta, aos milhares e assim por diante. Para representar os números bastaria, então, colocar tantas pedras ou fichas (com valor de uma unidade simples) quantas fossem necessárias. Essas peças de contagem foram chamadas *pséphoi* pelos gregos (literalmente, "pedra", "número"), e *calculi* (singular: *calculus*) pelos romanos. Contudo, certos autores (como Cícero, nos seus *Philosophica Fragmenta* [Fragmentos Filosóficos], V, 59) designaram-nos pelo nome de *aera* ("bronze"), em alusão à matéria correntemente utilizada a partir da época imperial (fig. 16.81).

Fig. 16.81 - *Fichas romanas de cálculo. Segundo os originais conservados no Städtisches Museum de Wels, Alemanha.*

Para fazer figurar, por exemplo, o número 6.021 nas colunas do ábaco, era necessário colocar em cada coluna um número de fichas idêntico a quantas unidades houvesse em cada ordem em questão, ou seja, 1 peça na primeira, 2 na segunda, "nada" na terceira (ausência de centenas) e 6 na quarta.

Para 5.673 colocavam-se igualmente 3 fichas na primeira, 7 na segunda, 6 na terceira e 5 na quarta (fig. 16.82).

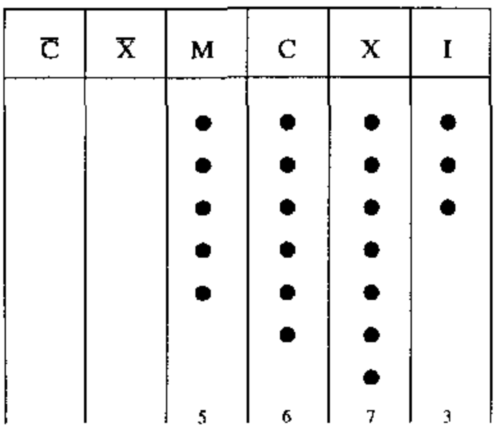


Fig. 16.82 - *O princípio do ábaco romano de* calculi.

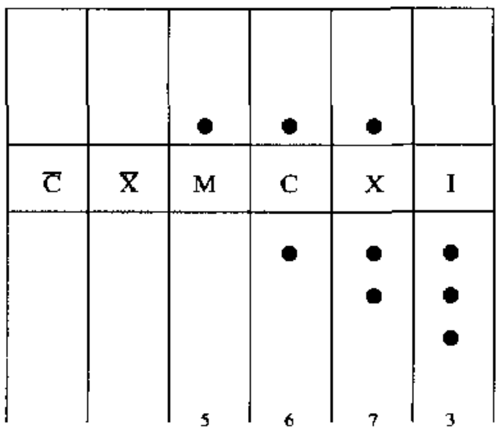


Fig. 16.83 - *Simplificação do princípio do ábaco romano de* calculi.

Para simplificar, subdividiu-se cada uma dessas colunas em duas partes; uma peça da parte de baixo designou, então, uma unidade de ordem correspondente, enquanto que uma peça da parte de cima valeu a metade da ordem imediatamente superior (5 para a parte superior da primeira coluna, 50 para a da segunda, 500 para a da terceira, etc.) (fig. 16.83).

Graças a essas divisões e a um jogo sutil de peças (acrescentando, subtraindo ou colocando uma ou várias dentre elas de uma coluna para a outra), chegava-se, portanto, a efetuar cálculos.

Para adicionar um número a um outro já representado, fazia-se com que figurasse, por sua vez, no ábaco, e "lia-se" o resultado obtido após ter procedido às reduções que se impunham. Se, numa coluna dada, o número das peças chegava a atingir ou ultrapassar a dezena, substituíam-se dez dessas peças por uma só dentre elas, na coluna situada imediatamente à sua esquerda (fig. 16.82).

Notemos que, para as operações no ábaco simplificado, a convenção foi um pouco modificada: cinco unidades da parte inferior de uma coluna eram substituídas por uma unidade da parte superior dessa mesma coluna, enquanto duas unidades dessa mesma parte superior eram substituídas por uma unidade da parte inferior da coluna situada imediatamente à esquerda (fig. 16.83).

As subtrações eram efetuadas segundo um procedimento semelhante e as multiplicações faziam a soma de vários de seus produtos parciais.

Seja, por exemplo, efetuar o produto de 720 por 62. Começa-se por colocar o multiplicando (720) e o multiplicador (62) como é indicado na figura 16.84 A.

Em seguida, pelo 7 do multiplicando (que vale então 700), multiplica-se o 6 do multiplicador (que vale 60) e encontra-se 42 (isto é, 42.000). Coloca-se, portanto, 2 fichas na quarta coluna e 4 outras fichas na quinta.

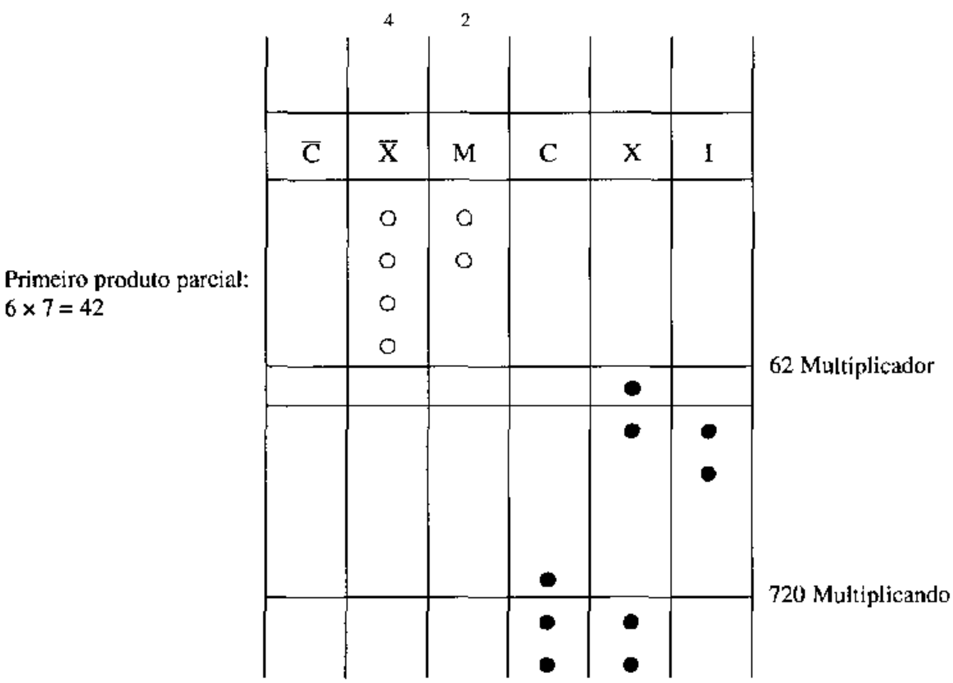


Fig. 16.84 A

Após, pelo 7 do multiplicando (que vale 700), multiplica-se o 2 do multiplicador e coloca-se o resultado (ou seja, 1.400) no ábaco, colocando 4 fichas na terceira coluna e 1 outra ficha na quarta.

Segundo produto parcial (figurado em círculos brancos): $2 \times 7 = 14$

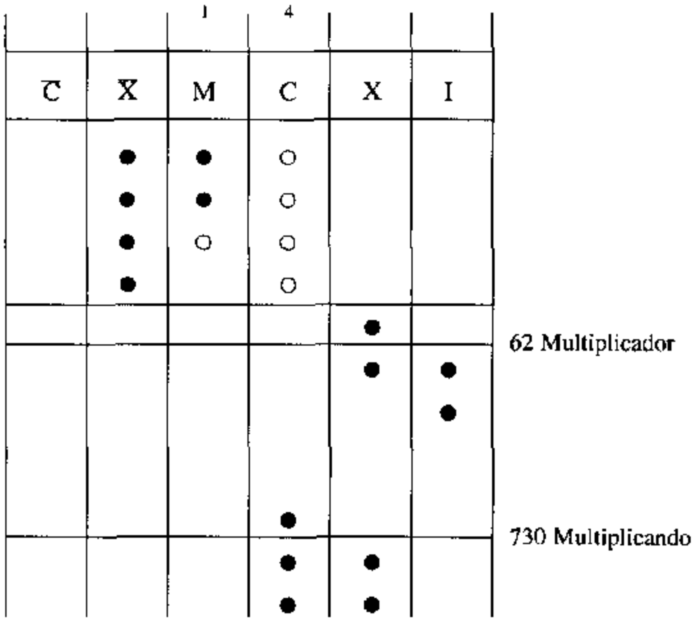


Fig. 16.84 B

Suprime-se agora o 7 do multiplicando, e multiplica-se o 6 do multiplicador (que vale 60) pelo 2 do multiplicando (que tem por valor 20), coloca-se o resultado (ou seja, 1.200), posicionando-se 2 fichas na terceira coluna e 1 ficha na quarta.

Terceiro produto parcial (figurado em círculos brancos): $6 \times 2=12$

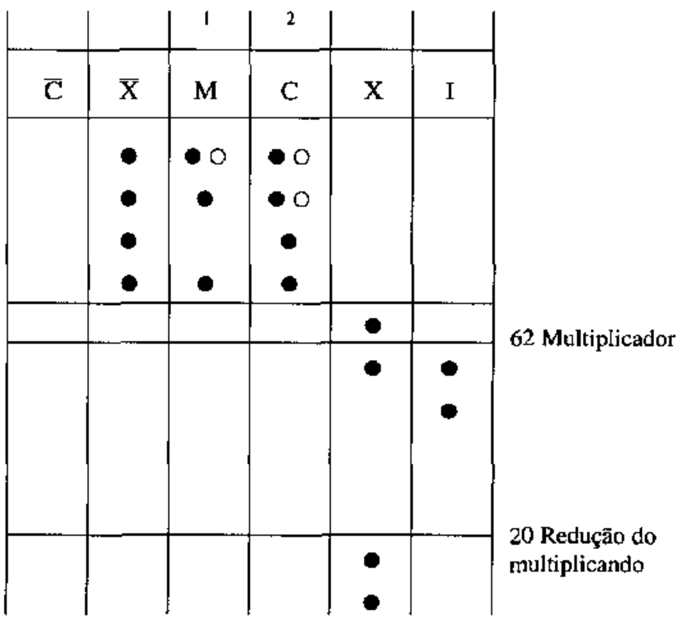
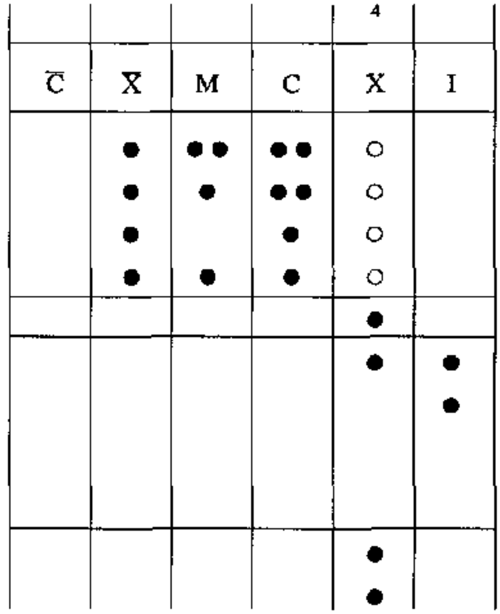


Fig. 16.84 C

Enfim, pelo 2 do multiplicando (que vale 20) multiplica-se o 2 do multiplicador e colocam-se 4 fichas na segunda coluna.

Quarto produto parcial
(figurado em
círculos brancos):
$2 \times 2 = 4$

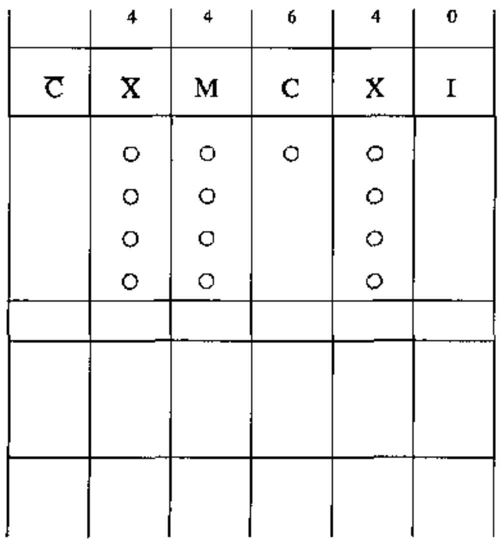


62 Multiplicador

20 Multiplicando
reduzido

Fig. 16.84 D

Reduzindo agora as diversas fichas dispostas assim na mesa, obtém-se, então, facilmente, o resultado que se procura: $720 \times 62 = 44.640$.



Resultado

Fig. 16.84 E

O cálculo no ábaco de fichas era, portanto, muito lento e muito difícil, supondo da parte dos aritméticos um aprendizado preliminar longo e laborioso. Compreende-se, então, que a prática das operações tenha permanecido por muito tempo sob domínio de uma casta muito privilegiada de especialistas.

Mas, por tradicionalismo esses procedimentos de cálculo subsistiram por muito tempo no Ocidente, onde se permaneceu profundamente ligado aos algarismos e à aritmética de origem romana. Conheceram até mesmo um favor considerável nos países cristãos, desde o início da Idade Média até uma época relativamente recente (ver capítulo 26).

Todas as administrações, todos os comerciantes e todos os banqueiros, bem como os senhores e príncipes, tinham então sua mesa de cálculo[1] e faziam suas fichas particulares em metal, prata ou ouro, segundo sua importância, riqueza ou a posição social que ocupavam. *Sou de latão, não de prata!*, dizia-se na época para exprimir que não se era nem rico nem nobre[2].

Fig. 16.85 A - *O uso do ábaco de fichas subsistiu na Europa até a época do Renascimento (e mesmo em certos lugares até a época da Revolução Francesa). Percebe-se aqui um especialista nesse tipo de cálculo, numa ilustração alemã do início do século XVI. Tratado de aritmética de Köbel, publicado em Augsburg em 1514.*

---

[1] A existência, nos séculos XVI, XVII e XVIII, na Europa, de tratados muito numerosos de aritmética prática mencionando esse uso dá uma idéia da extensão considerável que o cálculo no ábaco de fichas conheceu antes da Revolução Francesa.

[2] Lembremos que os funcionários britânicos das Finanças utilizaram, até o fim do século XVIII, o procedimento de contagem por fichas para o cálculo dos impostos, usando mesas chamadas *exchequers* ou ainda *checker-boards* (em razão das divisões que comportavam). É a razão pela qual o ministro das Finanças da Grã-Bretanha chama-se ainda *the chancellor of the exchequer* ("o chanceler do xadrez").

Fig. 16.85 B - *"Senhora Aritmética" ensinando a jovens nobres a arte do cálculo mediante fichas na mesa de contar. Tapeçaria francesa do século XVI. Museu de Cluny.*

Fig. 16.86 - *Ficha de cálculo em metal, levando as armas de Michel de Montaigne (e o contorno do colar da ordem de São Michel de Montaigne). Essa ficha foi encontrada há uns vinte anos nas ruínas do Castelo de Montaigne, mas sua matriz de origem havia sido reencontrada um século antes. Ref. A. Brieux.*

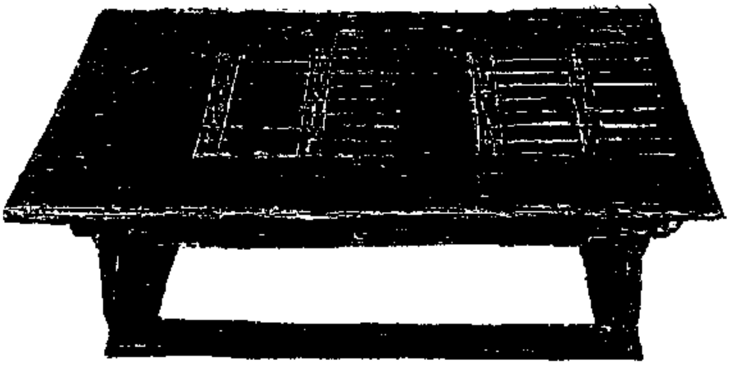


Fig. 16.87 - *Mesa de cálculo do século XV: um dos raros ábacos conhecidos dessa época. Museu Histórico de Dinkels-Buhl, Alemanha.*

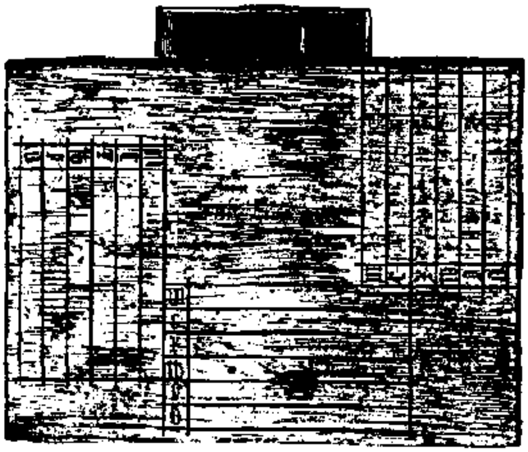


Fig. 16.88 - *Mesa de cálculo com três divisões, séculos XVI-XVII, outrora utilizada na Suíça e na Alemanha para o cálculo das taxas e dos impostos. As letras que figuram nela são (de baixo para cima): d para os denários* (denarius)*; s para os tostões ou shillings* (solidus)*; lb ou lib para as libras (*libras*); depois X, C e M para 10, 100 e 1.000 libras. Museu Histórico de Bâle. Inv. no 1892.209. Neg. 1.500.*

Aliás, mesmo na época da Renascença, numerosos autores fizeram coro destas palavras. Assim, Michel de Montaigne (1533-1592):

Julgamos dele não segundo seu valor, mas à moda das fichas, segundo a prerrogativa de seu sangue (Ensaios, livro III, ed. de Bordeaux, 192, I, 17).

Igualmente, Georges de Brébeuf (1618-1661), retomando a fórmula de Políbio.

Os cortesãos são fichas;
Seu valor depende de seu lugar;
No favor, milhões
E zeros na desgraça.

Igualmente ainda, essas palavras de Fénelon, que fez com que Solon dissesse:

As pessoas desta corte pareciam com as fichas de que alguém se serve para contar; representam, de certa forma, a fantasia do príncipe.

E Boursault (1638-1701):

Mas não esqueça jamais, se obtenho vossa graça,
Que tivéssemos nós, um e outro, ainda mais poder
Somos fichas que o rei faz valer.

Enfim, madame de Sévigné, que endereça esta palavra à sua filha em 1671:

Descobrimos, com estas fichas que são tão boas, que eu teria tido quinhentos e trinta mil libras de bens, contando todas minhas pequenas sucessões.

O ábaco dessa época consistia igualmente numa mesa, na qual divisões traçadas preliminarmente separavam as diferentes ordens de unidades (fig. 16.87 e 16.88). Os números eram figurados nela mediante fichas (feitas de matérias as mais diversas), cujo valor dependia de sua posição. Em traços consecutivos, de baixo para cima, uma ficha valia assim uma unidade, uma dezena, uma centena, um milhar e assim por diante. Entre dois traços consecutivos, uma ficha valia 5 unidades da linha imediatamente inferior (fig. 16.89 e 16.90).

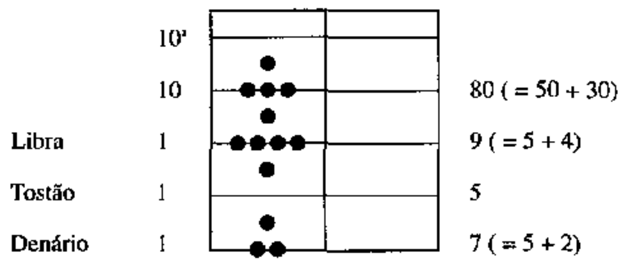


Fig. 16.89 - *Representação da soma de 89 libras, 5 tostões e 7 denários na mesa de cálculo francesa (séculos XVI-XVIII).*

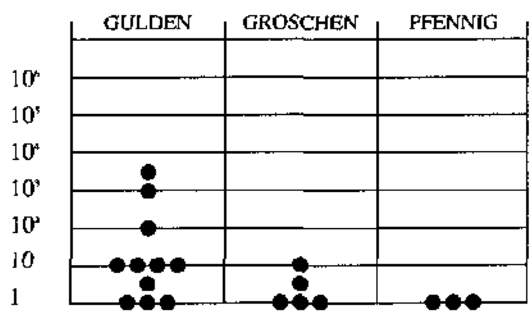


Fig. 16.90 - *Representação da soma de 6.148 gulden, 18 groschen e 3 pfennig na mesa de cálculo germânica (séculos XVI-XVIII).*

Essas mesas de contar facilitavam a prática da adição ou da subtração, mas prestavam-se bem dificilmente às multiplicações, divisões e menos ainda à resolução de problemas mais complexos.

As operações aritméticas tais como eram praticadas nesse dispositivo não tinham muitos pontos comuns, é verdade, com as operações modernas que levavam os mesmos nomes. (A multiplicação, por exemplo, reduzia-se à soma de vários produtos parciais ou ainda a uma seqüência de *duplicações*, isto é, dobramentos de números. Quanto à divisão, reduzia-se a uma sucessão de partilhas em partes iguais.)

Esse inconveniente está em particular na origem da feroz polêmica que, desde o início do século XVI, opôs os *abacistas*, sustentadores do cálculo por fichas e encerrados numa rotina impregnada de numerações arcaicas como a grega ou a romana, aos *algoristas*, que defendiam com obstinação a prática do cálculo com a pena, ancestral dos métodos atuais[1] (ver capítulo 26).

Eis, por exemplo, o que escreverá Simon Jacob (morto em Frankfurt em 1564) com respeito ao cálculo com o ábaco:

É verdade que parecia ter alguma vantagem nos cálculos domésticos em que é freqüentemente preciso somar, subtrair ou acrescentar, mas nos cálculos da arte, um pouco mais complicados, é freqüentemente embaraçoso. Não digo que não se possa fazer nas linhas [do ábaco] esses cálculos, mas toda a vantagem que um pedestre livre e sem carga tem sobre aquele que está pesadamente carregado o cálculo com algarismos tem sobre o cálculo com linhas...

O ábaco de cera e o ábaco de pó

A palavra latina *abacus* deriva do grego *abax* ou *abakion*, significando "travessa, mesa, tabuleta", que, por sua vez, tem sua origem muito provável na palavra semítica antiga *abq*, "areia, pó".

É verdade que o "ábaco de pó" faz parte das tradições orientais. Mas seu uso é mencionado também no Ocidente greco-romano ao lado do ábaco de fichas, notadamente por Plutarco e por Apuleio. Trata-se de uma tabuleta munida de um quadro com as bordas levantadas, que se preenche de *areia fina*, sobre o qual delimitam-se colunas sucessivas e no qual se *traçam algarismos* com o dedo ou uma ponta (fig. 16.91).

Outro tipo de instrumento de cálculo empregado em Roma era o ábaco de cera. Verdadeira "calculadora" portátil que se pendurava no ombro, esse ábaco consistia numa pequena prancheta de osso ou madeira, untada de uma fina camada de *cera negra* em que se delimitavam colunas sucessivas e em que se traçavam os algarismos mediante um *estilete* de ferro (e cuja ponteira circular, numa das extremidades, servia para apagar por pressão na superfície da cera).

Um espécimen romano, datando do século VI, é assinalado por D. -E. Smith: a peça (que faz ainda parte da coleção da John Rylands Library, de Manchester) é feita de osso e consiste em duas placas de ferro retangulares, religadas num díptico por uma dobradiça também em ferro, com três estiletes de ferro, iguais àqueles já citados.

---

[1] O cálculo com a pena arrebatará muito cedo entre os matemáticos e astrônomos o cálculo com o ábaco, este último tendo doravante um uso quase exclusivamente comercial e financeiro. É apenas com a Revolução Francesa que o uso do ábaco será proibido nas escolas e administrações.

Horácio (65-8 a. C.) já fazia alusão a esse instrumento, escrevendo isso no primeiro livro das *Sátiras*[1]:

...causa fuit pater his, qui macro pauper agello noluit in Flaui ludum me mittere, magni quo pueri magnis e centurionibus orti laeuo suspensi loculos tabulanque lacerte ibant octonos referentes Idibus aeris...

("...devo a meu pai que, pobre de um magro pequeno bem, não quis me enviar à escola de Flavius, em que as crianças nobres, originárias de nobres centuriões, com sua caixa de escaninho e sua prancheta [=*tabulanque*] penduradas no ombro esquerdo, iam, pagando aos Idos oito escudos de bronze...")

Notemos que os povos europeus da Idade Média tinham, provavelmente, usado um e outro desses dois instrumentos, ao lado do ábaco de fichas.

No seu *Vocabularium* (1053), Papias (que se pode considerar como uma das testemunhas dos conhecimentos de seu tempo) fala do ábaco como "uma mesa coberta de *areia verde* [2]". E é exatamente o que se encontra em Rémy d'Auxerre no seu comentário da *Aritmética* de Martianus Capella (por volta de 420-490), em que descreve o dispositivo como "a mesa polvilhada de areia azul ou verde, em que as *figuras* [=os algarismos] são desenhadas mediante um rádio".

Fig. 16.91 - *Mosaico representando Arquimedes (287?-212 a. C.) efetuando operações aritméticas num ábaco de algarismos (pó ou cera) no momento em que um soldado romano se apressa em assassiná-lo. Documento do século XVIII. Städtische Galerie Liebieghaus, Frankfurt (Alemanha).*

---

[1] *Sátiras*, livro I, VI, 70-75; trad. F. Villeneuve, p. 81-82, Belles Lettres, Paris, 1932.

[2] Eis a citação latina integral, segundo a edição do *Vocabularium* de Papias por D. E. Smith (Milão, 1.476, fol. 2 v): *Abacus vel abax* [=areia] *tabula: in qua iruidi pulue formae depinguntur.*

Quanto ao ábaco de cera, Adelard de Bath (c. 1.095-c. 1.160) fazia alusão a ele explicando (cf. Boncompagni [1]):

Vocatur [Abacus] etiam radius geometricus, quia cum ad multa pertineat, maxime per hoc geometricae subtilitates nobilis illuminantur.

("[O ábaco] chama-se assim rádio geométrico porque permite numerosas operações. Em particular, graças a ele as finezas da geometria tornam-se perfeitamente claras e compreensíveis.")

Enfim, é muito possível que Radulph de Laon (cerca de 1125) tenha pensado num ou noutro desses dispositivos escrevendo estas frases (cf. Smith e Karpinski):

... ad arithmeticae speculationis investigandas rationes, et ad eos qui musices modulationibus deserviunt numeros, necnon et ad ea quae astrologorum sollerti industria de variis errantium siderum cursibus... Abacus valde necessarius inveniatur.

("...Para o exame das regras da reflexão matemática e dos números que estão na base das modulações musicais, bem como para os cálculos que, graças ao hábito industrioso dos astrólogos, explicam os trajetos variados dos astros errantes... o ábaco se revela absolutamente indispensável.")

Esses autores, contudo, não precisam a natureza dos algarismos empregados nos ábacos dos dois tipos precedentes, sobretudo no tempo de Papias, Adelard ou de Radulph. Empregaram-se certamente os algarismos "arábicos", já bem conhecidos na época, na Europa (ver capítulo 26). Mas utilizaram-se também os algarismos gregos alfabéticos (de $\alpha = 1$ a $\theta = 9$), muito melhor conhecidos antes e depois desta época, bem como os algarismos romanos, que foram, de alguma maneira, os sinais numéricos "oficiais" da Europa medieval.

De toda forma, a natureza dos algarismos importa pouco nos instrumentos de cálculo deste gênero, pois em razão mesmo de sua estrutura (*que faz com que os símbolos escolhidos tomem um valor variando segundo a posição que ocupam nas representações numéricas*), as colunas sucessivas do ábaco de pó, como as do ábaco de cera, são suscetíveis de tornar operatórios mesmo os algarismos mais primitivos da História. Eis a prova, precisamente nos algarismos romanos.

Retomemos o exemplo da multiplicação de 720 por 62 e tentemos efetuar a operação mediante algarismos romanos, numa tabuleta coberta de cera ou areia.

A técnica permaneceria válida para qualquer numeração decimal sob a condição de esquecer seus algarismos superiores ou iguais a 10 e de reter apenas seus nove primeiros.

Começa-se por inscrever o multiplicando (720) e o multiplicador (62) nas linhas de baixo (fig. 16.92 A).

$\overline{C}$	X	I	C	X	I	
				VI	II	← Multiplicador (62)
			VII	II		← Multiplicando (720)

Fig. 16.92 A

Depois, pelo 7 do multiplicando (que vale então 700), multiplica-se o 6 do multiplicador (que vale 60); encontra-se 42 (ou antes 42.000). Escreve-se portanto, no alto, o algarismo 2, na quarta coluna, e 4, na quinta.

Primeiro produto parcial:
6 × 7 = 42 →

$\overline{\mathrm{C}}$	$\overline{\mathrm{X}}$	$\overline{\mathrm{I}}$	C	X	I
	IV	II			
				VI	II
			VII	II	

Fig. 16.92 B

Depois, pelo 7 do multiplicando (que vale 700), multiplica-se o 2 do multiplicador e nota-se o resultado (ou seja, 1.400) traçando um 4, na terceira coluna, e um 1, na quarta.

Segundo produto parcial
2 × 7 = 14 →

$\overline{\mathrm{C}}$	$\overline{\mathrm{X}}$	$\overline{\mathrm{I}}$	C	X	I
	IV	II			
		I	IV		
				VI	II
			VII	II	

Fig. 16.92 C

Suprime-se agora o 7 do multiplicando e a seguir multiplica-se o 6 do multiplicador (que vale 60) pelo 2 do multiplicando (que tem por valor 20) e escreve-se o resultado (ou seja, 1.200), inscrevendo-se um 2, na terceira coluna, e um 1, na quarta.

Terceiro produto parcial
6 × 2 = 12 →

$\overline{\mathrm{C}}$	$\overline{\mathrm{X}}$	$\overline{\mathrm{I}}$	C	X	I
	IV	II			
		I	IV		
		I	II		
				VI	II
				II	

Fig. 16.92 D

Enfim, pelo 2 do multiplicando (que vale 20) multiplica-se o 2 do multiplicador e escreve-se um 4 na segunda coluna.

Quarto produto parcial:
$2 \times 2 = 4$ →

$\overline{\text{C}}$	$\overline{\text{X}}$	$\overline{\text{I}}$	C	X	I
	IV	II			
		I	IV		
		I	II		
				IV	
				VI	II
				II	

Fig. 16.92 E

Apaga-se, em seguida, o multiplicando e o multiplicador e procede-se agora às reduções que se impõem em cada coluna, começando por aquela que corresponde à ordem de unidades de menor valor, ou seja, aqui pela última.

O algarismo que é escrito nela sendo inferior a 10, passa-se à terceira coluna e faz-se a soma de 4 e 2.

Obtém-se, portanto, 6, que se escreve nesse lugar depois de ter apagado os dois outros algarismos.

Passa-se, em seguida, à quarta coluna e procede-se à adição de 2, 1 e 1; obtém-se 4, que é escrito no lugar dos três outros algarismos que acabam de ser apagados.

Quanto à quinta coluna, permanecerá igual, já que o algarismo que está contido nela é inferior à dezena. Resta apenas ler diretamente o resultado nas colunas, ou seja, $720 \times 62 = 44.640$.

$\overline{\text{C}}$	$\overline{\text{X}}$	$\overline{\text{I}}$	C	X	I
	IV	II			
		I	IV		
		I	II		
				IV	
	IV	IV	VI	IV	

← *Resultado*

Fig. 16.92 F - *Reduções por apagamentos sucessivos.*

A primeira "calculadora" de bolso

Ao lado dos "modelos de escritório ou de escola", alguns calculadores romanos utilizaram uma verdadeira "calculadora" de bolso, cuja invenção é, sem dúvida, anterior à era cristã.

Prova disso: um baixo relevo que orna um sarcófago romano do século I que nos mostra um jovem *calculator*[1] mantendo-se de pé face a seu mestre e efetuando operações aritméticas com a ajuda de um instrumento desse tipo (fig. 16.96).

Esse instrumento consiste numa pequena palheta metálica munida de um certo número de ranhuras paralelas (geralmente nove), associadas cada uma a uma ordem de unidade e ao longo das quais escorregam botões móveis de mesmo tamanho[2].

Deixando de lado, no momento, as duas primeiras ranhuras da direita, cada uma das sete outras é subdividida em duas peças distintas: uma, na posição inferior, contendo quatro botões móveis, a outra, mais curta e em posição superior, contendo apenas uma só delas.

Fig. 16.93

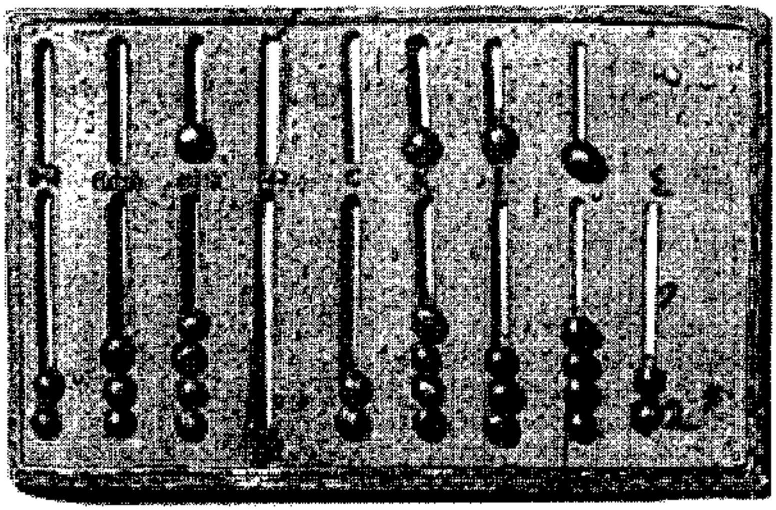


Fig. 16.94 - *Ábaco romano "de bolso" (em bronze). Início da era cristã. Gabinete de medalhas, Biblioteca Nacional de Paris. (Ref. br. 1.925).*

---

[1] Entre os romanos o nome *calculator* designava, por um lado, os "professores de cálculo", cuja tarefa principal era ensinar aos jovens a arte do cálculo mediante o ábaco portátil ou o ábaco de fichas e, por outro lado, nas casas importantes de patrícios, o mantenedor das contas ou intendente (igualmente chamado *dispensator*). Acrescentemos que se estes fossem escravos, eram chamados *calculones*; se se tratasse de homens livres e de boa família, receberiam o nome de *calculatores* ou ainda de *numerarii*.

[2] Fora o ábaco reproduzido na figura 16.94, reconhece-se hoje ao menos dois outros exemplares: o do British Museum, de Londres, e o do Museu das Termas, de Roma.

Entre essas duas fileiras de ranhuras percebe-se uma série de sinais associados cada um a uma ranhura; trata-se de algarismos exprimindo as diversas potências sucessivas de dez na numeração romana clássica e mediante os quais os banqueiros e publicanos contavam por *as, sestércios ou denários*[1] (fig. 16.62 e 16.67):

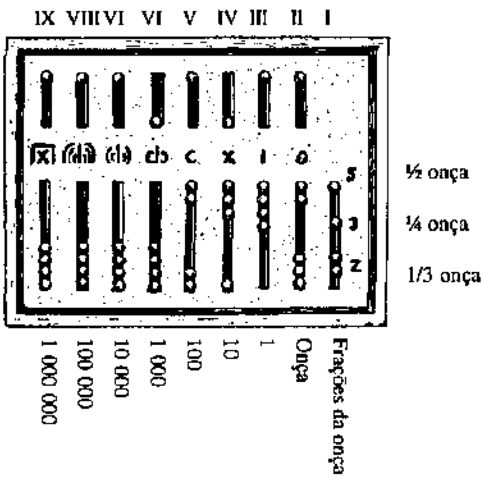


Fig. 16.95 - *O princípio do ábaco romano portátil. O dispositivo representado nesta figura pertencera ao jesuíta alemão Athanase Kircher (1601-1680). Museu das Termas, de Roma.*

Cada uma dessas sete ranhuras era, portanto, associada a uma potência de dez: partindo da direita para a esquerda, a terceira ranhura era atribuída às unidades, a quarta, às dezenas, a quinta, às centenas, e assim por diante (fig. 16.95).

As unidades de uma certa ordem de inteiros, quando não ultrapassavam o número 4, eram indicadas na ranhura inferior correspondente, levantando para o alto tantos botões quantos fossem necessários.

Quando essas unidades atingiam ou ultrapassavam o número 5, começava-se por aproximar do centro o botão da ranhura superior (esta valendo então 5 unidades da ordem correspondente), depois, representava-se como precedente o complemento na ranhura inferior.

---

[1] A unidade monetária romana era o *as* de bronze (cujo peso não deixou de baixar desde as origens da moeda romana — por volta do século IV a. C. — até o Império, esse padrão tendo pesado sucessivamente 273 g, 9 g, 109 g, 27 g e, enfim, 2,3 g sob o Baixo Império). Seus múltiplos foram o *sestércio* (em prata no século III a. C.; em bronze sob Cesar e em latão sob o Império), o *denário* (em prata) e, a partir da época de Cesar, o *aureus* (em ouro). No século III a. C.: 1 denário = 2 as e 1/2, e 1 sestércio = 4 denários = 10 as. A partir do século II a. C. (depois de uma reforma geral das moedas): 1 sestércio = 4 as; 1 denário = 4 sestércios = 16 as e 1 aureus = 25 denários = 400 as.

Ao considerarmos uma contagem em denário, o número representado no ábaco da figura 16.95 corresponde (excetuando as duas primeiras ranhuras à direita) à soma de 5.284 denários [4 botões colocados no alto na ranhura inferior III significando 4 unidades ou 4 denários; o botão da ranhura superior IV, colocado na direção do centro, e os 3 botões da ranhura inferior correspondente próximos do centro significando (5 + 3) dezenas ou 80 denários; 2 botões da ranhura inferior V, colocados no alto, significando 2 centenas ou 200 denários; enfim, o botão da ranhura superior VI, colocado no centro, valendo 5 milhares ou 5.000 milhares].

Fig. 16.96 - *Baixo-relevo ornando um sarcófago proveniente de uma tumba romana do século I de nossa era. Museu Capitolino, Roma.*

As duas primeiras ranhuras à direita, por sua vez, serviam para marcar as divisões do *as*[1].

A segunda ranhura, marcada pelo sinal O, compreendia uma ranhura superior, levando um só botão, como anteriormente, e uma ranhura inferior, levando não 4 mas 5 botões; servia para marcar os múltiplos da onça ou duodécimos do as, cada botão inferior valendo uma onça e o botão superior, 6 onças (convenção que permitia, então, compreender até 11/12 do as).

Quanto à primeira ranhura, dividida em três partes e levando quatro botões móveis, permitia considerar a semi-onça, o quarto de onça e a *dual* (ou terço de onça).

---

[1] Precisemos que, na aritmética comercial dos romanos, as frações de uma unidade monetária, ponderal ou outra, eram sempre referidas ao *as* — unidade aritmética de base, subdividida em doze partes iguais chamadas "onças" (ou *unciae*, em latim) — que davam então seu nome ao inteiro correspondente, qualquer que fosse sua natureza. Cada múltiplo ou submúltiplo do as (ou da unidade que esse "as" representava) era então atribuída a uma denominação particular. Por exemplo, para seus submúltiplos:

1/2: as semins	1/5: as quincunx	1/8: as octans	1/11: as deunx	1/48: as sicilicus
1/3: as triens	1/6: as sextans	1/9: as dodrans	1/12: as uncia	1/72: as sextula
1/4: as quadrans	1/7: as septunx	1/10: as dextans	1/24: as semuncia	

Ao ser colocado o botão do alto na altura do sinal seguinte, valia então 1/2 onça ou 1/24 do as:

S ou  ou  sigla de: (*as*) *semuncia*, 1/24 do as.

e quando colocado aquele do meio na altura do sinal seguinte, valia 1/4 de onça ou 1/48 do as:

 ou  ou  sigla de: (*as*) *sicilicus*, 1/48 do as.

Enfim, cada um dos dois botões de baixo da ranhura valia 1/3 de onça ou 2/72 do as, quando era colocado na altura do sinal seguinte:

Z ou 2 ou  sigla de: (*as*) *duae sextulae*, 2/72 do as e de: *duella*, "a dual".

Os quatro botões da primeira ranhura distinguiam-se, provavelmente, por três cores diferentes (uma para a semi-onça, outra para o quarto de onça e uma terceira para o terço de onça), no caso em que esses botões se encontrassem reunidos na mesma ranhura (como no ábaco da figura 16.95). Em certos ábacos, contudo, esses botões eram separados e repartidos em três ranhuras.

Tratava-se, portanto, de um instrumento de cálculo inteiramente semelhante aos famosos contadores de bolas que continuam a ter um lugar muito importante no Extremo Oriente e em certos países do Leste (ver capítulo 21).

Graças a um "dedilhado" muito elaborado e respondendo a regras precisas, essa "calculadora" de bolso (uma das primeiras da História) permitia àqueles que sabiam usá-la de forma rápida e simples efetuar diversas operações aritméticas.

Uma questão, portanto, é colocada: por que os povos ocidentais da Idade Média, herdeiros diretos da civilização romana, preferiram as antigas mesas de cálculo a esse instrumento bem melhor concebido e certamente bem mais performativo?

Ainda se ignora. É possível que essa invenção tenha sido o feito de uma escola particular de calculadores e que tenha desaparecido ao mesmo tempo que ela, um pouco antes da queda do Império Romano...

CAPÍTULO XVII

O Alfabeto e a Numeração

A invenção do alfabeto, último aperfeiçoamento da escrita

A invenção do alfabeto foi capital na história das civilizações: forma superior de transcrição da palavra, adaptável às inflexões de qualquer linguagem articulada, deu, com efeito, a possibilidade de escrever todas as palavras de uma dada língua mediante um pequeno número de sinais fonéticos simples chamados de *letras*.

Essa descoberta fundamental foi feita por volta do século XV a.C., próximo da costa da Síria-Palestina, por semitas do noroeste que, no afã da abreviação, procuraram romper com as escritas extremamente complicadas de tipo egípcio ou assírio-babilônio então em uso no Oriente Próximo. Em razão das múltiplas relações mantidas com os povos mais diversos, os fenícios, grandes mercadores e ousados navegadores, asseguraram à invenção um sucesso e uma difusão consideráveis. No Oriente transmitiram-na inicialmente a seus vizinhos imediatos: moabitas, edomitas, amonitas, hebreus e aramaicos. Nômades e comerciantes circulando no interior, estes últimos propagaram-na em seguida entre todos os povos do Oriente Próximo, do Egito à Síria e à península arábica e da Mesopotâmia aos confins do continente indiano. A partir do século IX a.C., a escrita alfabética de origem fenícia difundiu-se igualmente pela orla do Mediterrâneo e foi pouco a pouco adotada pelos povos ocidentais, que a adaptaram a suas respectivas línguas, modificando ou acrescentando a ela alguns sinais.

As vinte e duas letras fenícias deram portanto nascimento, no tempo dos reis de Israel e Judá, à escrita dita "paleo-hebraica", de que derivaria o alfabeto dos samaritanos atuais, que permaneceram fiéis às antigas tradições hebraicas. Um pouco mais tarde, engendraram a escrita aramaica, que está na origem do alfabeto hebraico dito "quadrático" (a escrita hebraica atual), bem como aos alfabetos palmireano, nabateu, siríaco, árabe e indianos. Ao mesmo tempo, serviram de base para a elaboração do alfabeto grego, o primeiro da história comportando uma notação rigorosa e integral das vogais. Este inspirará por sua vez os alfabetos itálicos (osco, umbro, etrusco), depois o latim, antes de dar nascimento aos alfabetos gótico, armênio, georgiano e cirílico (russo). Numa palavra, os alfabetos atualmente em uso no mundo são quase todos descendentes mais ou menos diretos do alfabeto fenício.

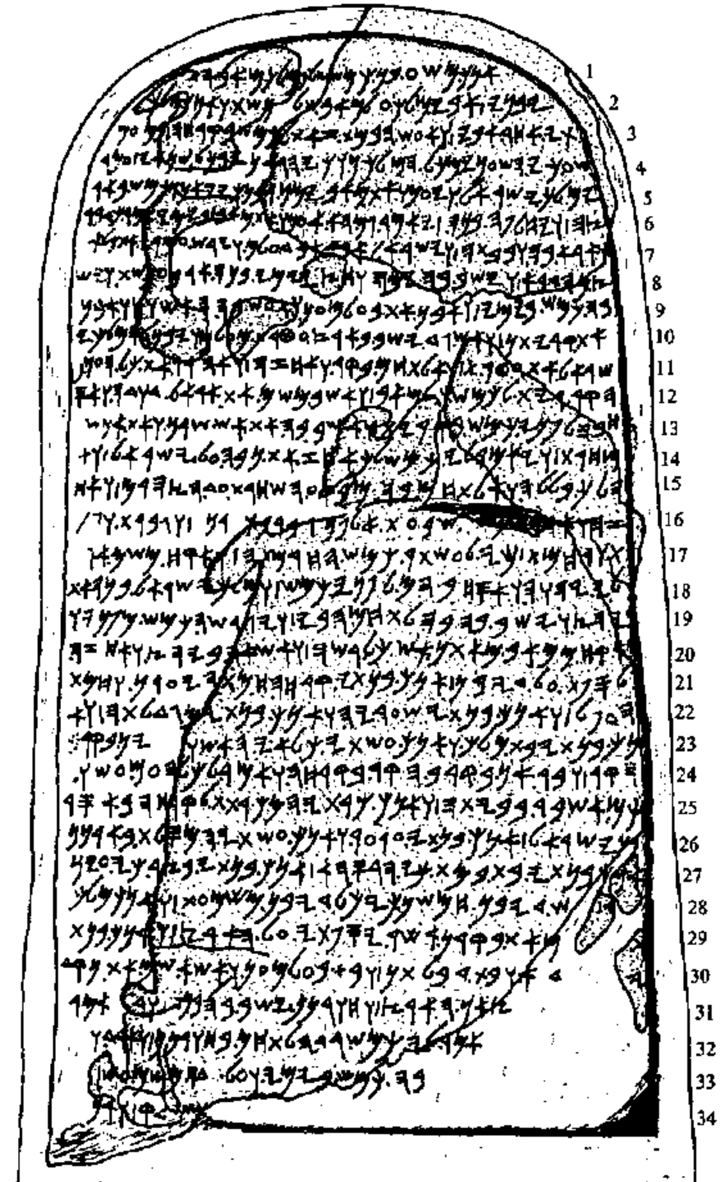


Fig. 17.1 - *Estela do rei Mesha de Moab, contemporâneo dos soberanos israelitas Achab (874-853 a.C.) e Joram (851-842 a.C.). Museu do Louvre. Ref. M. Lidzbarski. II, Tafel I. Trata-se de uma das mais antigas inscrições conhecidas redigidas em caracteres "paleo-hebraicos" (a língua notada aqui é o moabita, um dialeto cananeu muito próximo do hebreu e do fenício). Essa estela, que o soberano fez edificar em 842 a.C. em Dibôn-Gad, sua capital, fornece-nos várias informações sobre as relações que existiam então entre Moab e Israel. Constitui também o único documento conhecido até aqui, encontrado fora da Palestina e datando dessa época, em que o nome do deus Yahvé é explicitamente mencionado.*

Das letras à numeração alfabética

Fato notável: a ordem e os nomes das vinte e duas letras de origem foram conservados quase intactos pela maioria dos alfabetos. São encontrados tanto em hebraico ou aramaico quanto em siríaco, grego, etrusco ou árabe antigo. "A ordem das letras fenícias, explica J.-G. Février, é assegurada pela concordância absoluta entre os velhos abecedários etruscos (o de Marsilana remonta a 700 a.C.) e as numerosas poesias hebraicas contidas no Antigo Testamento e apresentando o alfabeto em acróstico (*Salmos*, 9, 10, 25, 34, 37, 111, 112 etc.). Os mais antigos abecedários etruscos tinham conservado as vinte e duas letras do alfabeto fenício, o que torna seu testemunho ainda mais precioso."

Ora, essa ordem é muito antiga, já que é encontrada nos abecedários de Ugarit, que remontam ao menos ao século XIV antes da nossa era[1].

E é porque as letras alfabéticas foram conservadas nessa ordem imutável que desempenharam um papel importante no domínio da numeração. Os parênteses seguintes confirmam-no...

Um pastor muçulmano da África do Norte, a quem se confiavam ovelhas para pastagem, enumerava-as recitando esta ladainha:

Louvor a Alá, o senhor do universo,
O clemente, o misericordioso,
O soberano no dia da retribuição,
É a ti que adoramos, é de ti que imploramos o socorro.
Dirige-nos no reto caminho,
No sendeiro daqueles que satisfizeste com teus benefícios,
Daqueles que não incorrem na tua cólera e que não se perdem jamais.
Amém...

---

[1] Ugarit é o nome da antiga cidade que prosperou entre os séculos XVII e XIII a.C. e cujos vestígios foram encontrados quando das escavações empreendidas desde 1929 no sítio de Ras Shamra, próximo de Lattaquié, na Síria.
Nesse sítio, descobriu-se em particular tabuletas redigidas em trinta caracteres cuneiformes alfabéticos, transcrevendo uma língua aparentada ao hebreu e ao fenício. Descoberta capital, já que ofereceu o mais antigo alfabeto semítico ocidental completo atualmente conhecido. Esse alfabeto cuneiforme, contudo, não é o primeiro da história: sabemos, com efeito, que o alfabeto "linear" semítico ocidental (de que as mais antigas atestações conhecidas não são anteriores ao século XII a.C.), o ancestral de todos os alfabetos contemporâneos, foi já completamente constituído no século XV a.C. e conhecido dos escribas de Ugarit, que tinham apenas adaptado as letras correspondentes à grafia cuneiforme, característica de sua escrita na tabuleta de argila.
Com efeito, "a descoberta de vários abecedários ugaríticos (fig. 17.5) mostrou que esses trinta sinais cuneiformes eram arranjados, de uma maneira geral, seguindo a ordem tradicional das letras lineares semíticas ocidentais e que as oito letras ugaríticas não tendo correspondente em fenício eram ou intercaladas entre as vinte e duas letras fundamentais, ou colocadas no fim da lista alfabética" (M. Sznycer).

Fig. 17.2 - *Alfabetos semíticos ocidentais comparados.*

FENÍCIO séculos X-VI a.C.	HEBRAICO Início da era cristã aprox.	HEBRAICO Moderno	GREGO ANTIGO Antigo	ALFABETOS ITÁLICOS
'Alef	א	א	Alpha	a
Beth	ב	ב	Beta	b
Guimel	ג	ג	Gamma	g
Dalet	ד	ד	Delta	d
He	ה	ה	Epsilon	e
Waw	ו	ו	Digamma	v
Zayin	ז	ז	Zeta	z
Het	ח	ח	Eta	h
Tet	ט	ט	Theta	th
Yod	י	י	Iota	i
Kaf	כ	כ	Kappa	k
Lamed	ל	ל	Lambda	l
Men	מ	מ	Mu	m
Num	נ	נ	Nu	n
Samekh	ס	ס	Ksi	s?
'Ayin	ע	ע	Omikron	o
Pe	פ	פ	Pi	p
Sade	צ	צ	San	s
Qoph	ק	ק	Koppa	q
Resh	ר	ר	Ro	r
Shin	ש	ש	Sigma	s
Taw	ת	ת	Tau	t
			Upsilon	u
			Phi	f
			Khi	kh
			Psi	dh
			Omega	e

Fig. 17.3 - *Alfabetos fenício e hebreu comparados ao grego e aos itálicos.*

FENÍCIO E ARAMAICO		HEBREU		SIRÍACO		ÁRABE ANTIGO		GREGO	
'alef	(')	alef	(')	olap	(')	alif	(')	alpha	(a)
beth	(b)	bet	(b,v)	bet	(b)	ba	(b)	beta	(b)
guimel	(g)	guimel	(g)	gomal	(g)	jim	(j)	gama	(g)
dalet	(d)	dalet	(d)	dolat	(d)	dal	(d)	delta	(d)
he	(h)	he	(h)	he	(h)	ha	(h)	epsilon	(e)
waw	(w)	vav	(v)	waw	(w)	wa	(w)	*faw**	(f)
zayin	(z)	zayin	(z)	zayin	(z)	zay	(z)	dzeta	(dz)
het	(h)	het	(h)	het	(h)	ha	(h)	eta	(ê)
tet	(t)	tet	(t)	tet	(t)	ta	(t)	theta	(th)
yod	(y)	yod	(y)	yud	(y)	ya	(y)	iota	(i)
kaf	(k)	kaf	(k,kh)	kop	(k)	kaf	(k)	kappa	(k)
lamed	(l)	lamed	(l)	lomad	(l)	lam	(l)	lambda	(l)
men	(m)	mem	(m)	mim	(m)	mim	(m)	mu	(m)
num	(n)	nun	(n)	nun	(n)	nun	(n)	nu	(n)
samekh	(s)	samekh	(s)	semkat	(s)	sin	(s)	ksi	(ks)
'ayin	(')	'ayin	(')	'e	(')	'ayin	(')	ômicron	(o)
pe	(p)	pe	(p,f)	pe	(p,f)	fa	(f)	pi	(p)
sade	(s)	tsade	(ts)	sode	(s)	sad	(s)	*san*	(s)
qoph	(q)	qoph	(q)	quf	(q)	qaf	(q)	*qoppa*	(q)
resh	(r)	resh	(r)	rish	(r)	ra	(r)	rô	(r)
shin	(sh)	shin	(s,sh)	shin	(sh)	shin	(sh)	sigma	(s)
taw	(t)	tav	(t)	taw	(t)	ta	(t)	tau	(t)
						tha	*(th)*	*upsilon*	*(u)*
						kha	*(kh)*	*phi*	*(ph)*
						....		....	
				(*) Letra chamada *faw* ou *digama*, que caiu em desuso em seguida.					

Fig. 17.4 - *A ordem das 22 letras fenícias foi conservada quase sem nenhuma alteração na maioria dos casos. Os nomes atribuídos neste quadro às letras fenícias são atestados a partir do século VI a.C. (ou mais cedo ainda). Mas a ordem e os valores fonéticos correspondentes são muito antigos: remontam ao menos ao século XIV a.C. (fig. 17.5).*

Em lugar de contar seus animais dizendo, em sua língua, algo como um, dois, três, quatro..., *ele pronunciava as palavras sucessivas da recitação e ultrapassava uma nova etapa na ordem regular cada vez que uma ovelha passava diante dele. E quando o último animal desfilava sob seus olhos, retinha de uma vez por todas a palavra correspondente que simbolizava doravante para ele a importância numérica do rebanho.*

É preciso dizer que esse pastor era muito supersticioso. Era atormentado pelo temor ancestral do "pecado da enumeração", que exprime o adágio bem conhecido: "Crianças ou ovelhas contadas, o lobo as come."[1]

[1] N. do T.: Provérbio intraduzível em francês. Nas culturas de língua portuguesa (e também em outras culturas), esse temor ancestral de que fala o autor pode ser ilustrado pela fórmula de "contar carneirinhos" para espantar a insônia (talvez causada em tempos imemoriais pelo temor de uma enumeração errada) e atrair o sono.

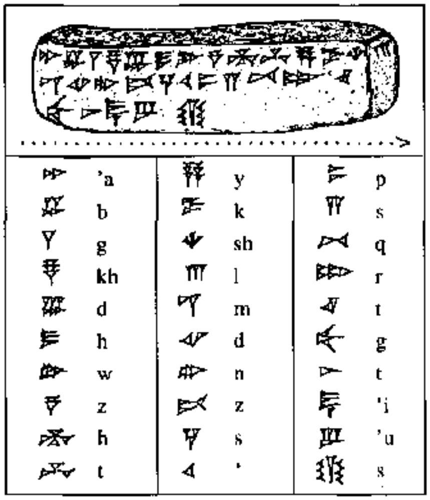


Fig. 17.5 - *Abecedário ugarítico do século XIV a.C. encontrado intacto em 1948 em Ras Shamra. Museu de Damas. Cópia inédita do autor segundo modelagem. Ref. PRU II, 1957, p. 199; documento nº 184 A.*

Ainda difundida em nossos dias, essa velha crença (cuja superstição relativa ao 13 constitui um sobrevivente na França) traduz com efeito o temor e a repugnância que, desde tempos imemoriais, as tradições populares tiveram (e às vezes ainda têm) pelo número e a arte de contar.

Na África, por exemplo, muitos casebres possuem apenas uma única entrada: deve-se portanto cuidar de todas as pessoas que vão dormir ali, pois se uma delas cometesse a imprudência de dormir com os pés voltados para o exterior, os espíritos malignos da noite, que têm por vocação tudo contar à sua passagem, teriam rapidamente enumerado seus artelhos e ela seria levada imediatamente!

Segundo a mesma crença, os números não exprimiriam somente quantidades aritméticas: encerrariam também idéias e forças desconhecidas do comum dos mortais. Forças ora benéficas, ora maléficas, podendo deslocar-se numa corrente invisível um pouco à maneira de um rio subterrâneo! Convém, se se é crente, não os empregar com um mau propósito: se se pode sem inconveniente contar elementos que não dizem respeito a você (como por exemplo os seres ou os objetos de outrem), é preciso evitar, em contrapartida, enunciar os números que se referem a seres caros ou coisas que tocam a você diretamente, pois *nomear uma entidade é permitir circunscrevê-la*. Não se deve, portanto, jamais pronunciar o número de seus irmãos, esposas ou crianças, nem o de seus bois, ovelhas ou casas, nem tampouco sua idade ou o montante total de seus bens: isso poderia, com efeito, dar aos espíritos do Mal a idéia de apreender a potência escondida desses números e deixar-lhes por conseguinte todo o poder de agir sobre as pessoas ou coisas enumeradas...

Por pura superstição, portanto, nosso pastor tinha adotado essa recitação para ser, ao mesmo tempo, capaz de determinar o número de seus animais e conjurar a má sorte. Essa ladainha, é verdade, apresentou-se a ele como uma espécie de "máquina de contar" possuindo simultaneamente virtudes protetoras: nada mais era, com efeito, do que o conjunto dos sete versículos da *fatiha* ("a abertura"), pelos quais começa o Corão e que todo muçulmano deve conhecer de cor e recitar rigorosamente na ordem de sua sucessão regular.

Independentemente de qualquer consideração religiosa ou supersticiosa, esse pastor utilizava essa ladainha um pouco como as crianças se servem hoje ainda das contagens infantis [*comptines*][1], canções que elas recitam para determinar, pela sucessão das sílabas correspondentes, aquele ou aqueles a quem um papel particular será atribuído em seus jogos (e que os soldados alemães recitavam outrora para dizimar cruelmente seus prisioneiros!).

As contagens infantis começam geralmente por "um, dois, três". Compreendem, em seguida, duas ou mais fórmulas de três sílabas e terminam ora com a repetição dos três primeiros nomes de número, ora por uma frase significando "salva-te" ou ainda "e depois vai-se embora". Várias dentre elas deformaram-se pelo uso, ao ponto de tornarem-se incompreensíveis. Mas é por vezes possível reencontrar sua formulação original, como por exemplo na célebre canção seguinte:

Am, stram, gram,
Pîké, pîké, kollégram,
Bouré, bouré, ratatam,
Am, stram, gram.

que é uma velha contagem infantil germânica deformada na boca das crianças e cuja tradução é esta:

Uma, duas, três,
Voa, voa, besouro,
Corre, corre, cavaleiro,
Uma, duas, três.

Correspondendo muitas vezes a velhas fórmulas mágicas, as contagens infantis constituem sem dúvida, elas também, um sobrevivente do antigo temor místico dos números. Foram provavelmente imaginadas por preceptores ou pastores supersticiosos que tinham encontrado nisso um meio cômodo de contar crianças ou animais, preservando-os da má sorte.

Igualmente, uma criança inadaptada (que eu mesmo observei há alguns anos) tinha o hábito de enumerar os seres e as coisas ao seu redor pronunciando, sempre nesta ordem, os nomes próprios seguintes: *André, Jacques, Paul, Alain, Georges, Jean, François, Gérard, Robert...*

Com efeito, no dormitório, seu camarada André ocupava sempre o primeiro leito, Jacques o segundo, Paul o terceiro, Alain o quarto e assim por diante. De sorte que essa ordem de sucessão invariável estava fixada na sua memória visual, transformando-se de uma vez só no seu espírito numa série numérica.

E foi exatamente o que ocorreu nas longínquas eras em que o homem contava reportando-se a pontos de referência corporais. Quando se tem o costume de considerar um certo número de partes do corpo numa ordem convencionada preliminarmente, sempre a mesma, sua sucessão, pela força da memória e do hábito, acaba, cedo ou tarde, por tornar-se numérica e abstrata,

---

[1] N. do T.: O autor refere-se aqui e a seguir às contagens infantis tal como são feitas nos países de cultura francesa. No Brasil, temos como exemplos dessas contagens infantis: "minha-mãe-mandou-bater-neste-daqui..." e "salamê-min-güê...".

passando os pontos de referência correspondentes a evocar então cada vez menos partes do corpo e a suscitar mais fortemente no espírito a idéia de uma certa série numérica; tendem portanto a destacar-se de seu contexto para tornarem-se aplicáveis a seres, objetos ou elementos quaisquer.

G. Guitel relata também que uma menininha, após ganhar algumas balas, pôs-se a contá-las com a série bem conhecida *janeiro, fevereiro, março, abril, maio, junho, julho...*

Teria podido também empregar, para tanto, a sucessão invariável das letras do alfabeto (A, B, C, D, E...), já que é verdade que uma série de palavras ou de símbolos se torna uma espécie de "máquina de contar", desde que disposta numa ordem rigorosa...

Compreende-se melhor, portanto, porque certos povos no curso da história tiveram a idéia de notar os números mediante suas letras alfabéticas seguindo a ordem fixa do abecedário de origem fenícia.

Como assinala S. Reinach, encontra-se assim, entre os gregos, a partir do século VI antes da nossa era, um sistema de numeração de 1 a 24 repousando na sucessão invariável das 24 letras de seu alfabeto:

Α	1	Ι	9	Ρ	17
Β	2	Κ	10	Σ	18
Γ	3	Λ	11	Τ	19
Δ	4	Μ	12	Υ	20
Ε	5	Ν	13	Φ	21
Ζ	6	Ξ	14	Χ	22
Η	7	Ο	15	Ψ	23
Θ	8	Π	16	Ω	24

Fig. 17.6

As tabuletas de Heliastes, por exemplo, foram enumeradas segundo esse sistema, a letra em evidência indicando o número de uma das dez seções entre as quais os juízes eram repartidos (de A a K). Encontra-se igualmente esse sistema na numeração dos 24 cantos da *Ilíada* e da *Odisséia*, bem como nas inscrições funerárias da baixa época (em que os números 20 e 13 são respectivamente representados Y e N nas expressões do tipo "20 anos e 13 dias").

Mas trata-se aí apenas de uma simples numeração alfabética, não de um "sistema de numeração alfabético" propriamente dito que, por sua vez, implica uma estrutura muito mais elaborada, de que examinaremos agora os principais exemplos...

As letras numerais hebraicas

Para indicar as datas do calendário israelita, enumerar os parágrafos e os versos do Antigo Testamento ou paginar certas obras publicadas em hebraico, os judeus usam ainda em nossos dias um sistema de notação cujos "algarismos" nada mais são do que as letras do alfabeto hebraico.

É preciso lembrar que essas letras são escritas e lidas da direita para a esquerda, conforme a maioria das escritas semíticas. Mas estas são sempre separadas umas das outras (um pouco como na escrita em letras capitais latinas) e mantêm geralmente a mesma forma no início ou no fim da palavra. Exceção é feita, contudo, a cinco dentre elas: as letras *kaf, men, num, pe* e *tsade*, que tomam um aspecto diferente em posição final (as formas terminais correspondentes são deduzidas de uma forma geral das formas ordinárias pelo prolongamento do traço inferior):

LETRAS	Kaf	Men	Num	Pe	Tsade
Formas ordinárias	כ	מ	נ	פ	צ
Formas terminais associadas	ך	ם	ן	ף	ץ

Fig. 17.7

Definitivamente as letras hebraicas quadráticas são, no conjunto, muito simples e bem equilibradas, mas é necessário caligrafar com cuidado, pois as semelhanças por vezes embaraçosas que existem entre elas podem ocasionar erros de leitura da parte do neófito. É notadamente o caso das letras seguintes que apresentamos, a fim de tornar sua comparação mais fácil:

ב כ פ b k p	ד ר ך d r k final	מ ט m t	ו ז v z
ג נ g n	ה ח ת h h t	ס ם s m final	ע צ ' ts

Fig. 17.8

Com essas precisões colocadas, a numeração hebraica consiste em empregar as vinte e duas letras do alfabeto hebraico — colocadas na ordem das letras fenícias de que derivam — associando as nove primeiras (de *Aleph* a *Tet*) aos nove primeiros números, as nove seguintes (de *Yod* a *Tsade*) às nove dezenas e as quatro últimas (de *Qoph* a *Tav*) às quatro primeiras centenas (fig. 17.10).

א 'Alef	ו Vav	כ Kaf	ע 'Ayin	ש Shin
ב Bét	ז Zayin	ל ל Lamed	פ Pé	ת Tav
ג Guimel	ח Hét	מ Mém	צ Tsadé	
ד Dalet	ט Tét	נ Nun	ק Qof	
ה Hé	י Yod	ס Samekh	ר Resh	

Fig. 17.9 - *Alfabeto hebraico moderno.*

Letras hebraicas	Nomes e transcrições das letras		Valores numéricos
א	'Alef	'a	1
ב	Bét	b	2
ג	Guimel	g	3
ד	Dalet	d	4
ה	Hé	h	5
ו	Vav	v	6
ז	Zayin	z	7
ח	Hét	h	8
ט	Tét	t	9
י	Yod	y	10
כ	Kaf	k	20

Letras hebraicas	Nomes e transcrições das letras		Valores numéricos
ל	Lamed	l	30
מ	Mém	m	40
נ	Nun	n	50
ס	Samekh	s	60
ע	'Ayin	'	70
פ	Pé	p	80
צ	Tsadé	ts	90
ק	Qof	q	100
ר	Resh	r	200
ש	Shin	sh	300
ת	Tav	t	400

Fig. 17.10 - *Numeração alfabética hebraica.*

Para escrever um número composto com a ajuda dessas letras numerais, bastava então justapor as que indicam as diferentes ordens de unidades consecutivas que são conhecidas nelas, começando a partir da direita para a esquerda pelo "algarismo" correspondente à ordem numérica mais elevada.

TEXTO DA INSCRIÇÃO

ESTE É O MONUMENTO
DE ESTER, FILHA
DE ADAIO, FALECIDA
NO MÊS DE SHEVAT
DO ANO 3 (ג) DA "SHEMITA".
ANO TREZENTOS
46 (מו) DEPOIS DA DESTRUIÇÃO
DO TEMPLO (DE JERUSALÉM) (*)
PAZ! PAZ!
SOBRE ELA

(*) 346 (da Shemita) + 70 = 416 d.C.

Fig. 17.11 - *Inscrição sepulcral judaica (redigida em aramaico), datada de 416 da era cristã, encontrada perto da costa sudoeste do mar Morto. Museu de Amã (Jordânia). Cf. IR, inscrição nº 174.*

Os números são incorporados portanto muito facilmente às inscrições ou manuscritos hebraicos. Mas se as letras são empregadas para exprimir números, como fazer para distinguir um grupo de letras normais de um grupo de letras numerais?

TEXTO DA INSCRIÇÃO

CI-GÎT UMA MULHER INTELIGENTE
PRONTA PARA TODOS OS PRECEITOS
DA FÉ, QUE ENCONTROU A FACE
DE DEUS, O MISERICORDIOSO,
NO TERMO QUE CONTA (?).
QUANDO HANNA PARTIU,
TINHA A IDADE DE 56 ANOS.

נו - נ׳ו׳

60 50

56

Fig. 17.12 - *Parte de uma inscrição bilíngüe (hebraico-latina) gravada numa estela funerária de calcário tenro, descoberta em Oria (Itália meridional), séculos VII ou VIII de nossa era. Cf. CII, inscrição nº 634 (tomo I, p. 452).*

Quando um número é representado por uma só letra, é de uso seguir essa letra de um pequeno acento ligeiramente inclinado e colocado na extremidade superior esquerda:

א׳ ג׳ ל׳ פ׳ ש׳

300 80 30 3 1

Fig. 17.13

Quando o número é representado por duas ou mais letras, dobra-se o acento e coloca-se o conjunto representado entre as duas últimas letras à esquerda (fig. 17.14). Mas como esses acentos servem, aliás, de sinais de abreviação, os escribas e lapidadores por vezes imaginaram outros sistemas, como a pontuação ou supralineamento das letras numerais (fig. 17.15).

ש נ״ב ל״ה

2 50 300 5 30

Fig. 17.14

150	קֹנֹ	IHE nº 183 data: 1389-90	25	כ"ה	IHE nº 26 data: 1239
175	קע"ה	IHE nº 100 data: 1415	27	כ"ז	IHE nº 27 data: 1240
196	קֹצֹוֹ	IHE nº 201 data: 1436-37	28	כ"ח	IHE nº 45 data: 1349
219	רי"ט	Manuscr. Mus. Brit. Add. 27.106 fol. 81a data: 1459	32	לֹבֹ	IHE nº 110 data: 1271-72
312	שי"ב	Manuscr. Mus. Brit. Add. 27.146 data: 1552	44	מ'ד'	IHE nº 139 data: 1283-84

Fig. 17.15 - *Menções numéricas pertencentes a documentos ou inscrições hebraicas da Idade Média. Ref. Cantera e Millas.*

Outra questão: a maior letra numeral hebraica corresponde apenas ao valor 400; como se faz então para ir além desse número?

תתק	תת	תש	תר	תק
100 400 400	400 400	300 400	200 400	100 400
900	800	700	600	500

Fig. 17.16

Para os números de 500 a 900, a solução adotada na prática usual consiste em combinar sucessivamente a letra *Tav* (que vale 400) com as que representam as centenas complementares (fig. 17.16 e 17.17).

תתס"ט 9 60 400 400 869	IHE nº 102 data: 1108
תתק"ם 40 100 400 400 940	IHE nº 107 data 1180
תֹתֹקֹמֹגֹ 3 40 100 400 400 943	IHE nº 108 data: 1183

Fig. 17.17 - *Menções pertencentes a inscrições sepulcrais judaicas da Espanha.*

Pode-se também representar cada um dos números 500, 600, 700, 800 e 900 pelas formas terminais respectivas das letras *Kaph, Mem, Nun, Pe e Tsade* (ver mais acima):

ץ	ף	ן	ם	ך
ts final	p final	n final	m final	k final
900	800	700	600	500

Fig. 17.18

Este último sistema — que é encontrado, por exemplo, no manuscrito 1822 de Oxford (citado por G. Scholem) — é admitido apenas para os cálculos cabalísticos. Assim, na prática corrente, cada uma das formas finais precedentes tem apenas o valor numérico da letra correspondente.

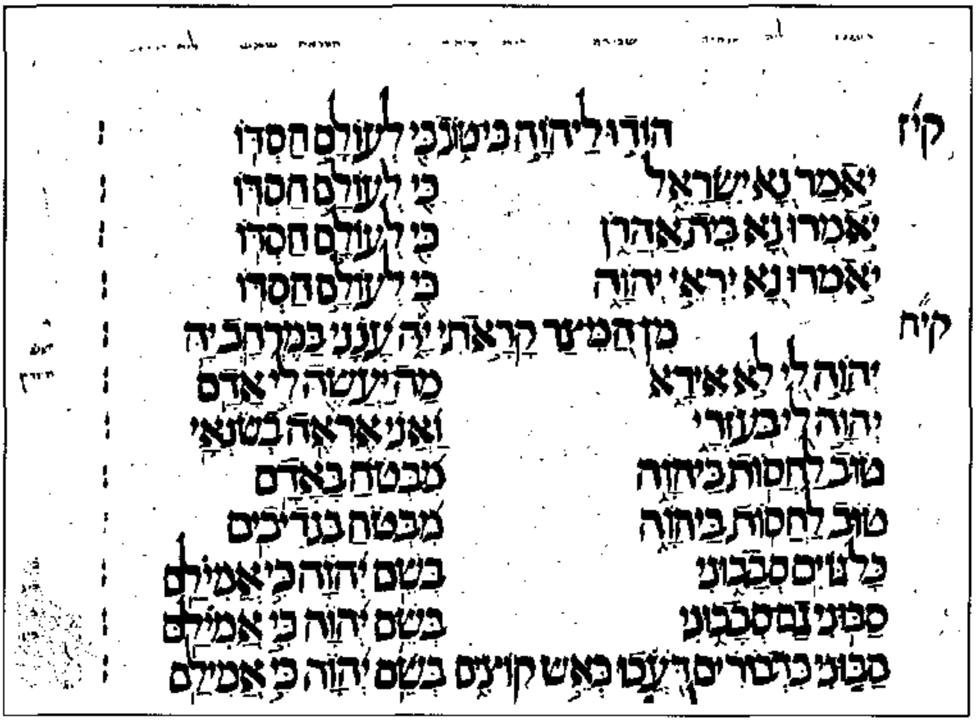

קיז הודו ליהוה כי טוב כי לעולם חסדו
יאמר נא ישראל כי לעולם חסדו
יאמרו נא בית אהרן כי לעולם חסדו
יאמרו נא יראי יהוה כי לעולם חסדו
קיח מן המצר קראתי יה ענני במרחב יה
יהוה לי לא אירא מה יעשה לי אדם
יהוה לי בעזרי ואני אראה בשנאי
טוב לחסות ביהוה מבטח באדם
טוב לחסות ביהוה מבטח בנדיבים
כל גוים סבבוני בשם יהוה כי אמילם
סבוני גם סבבוני בשם יהוה כי אמילם
סבוני כדבורים דעכו כאש קוצים בשם יהוה כי אמילם

Fig. 17.19 - *Página de um códice hebraico (datado de 1311 da era cristã) reproduzindo os salmos 117 e 118 de Davi (números indicados na margem da direita mediante letras numerais hebraicas). Biblioteca do Vaticano. Cod. Vat. ebr. 12, Fol. 58 (pars. sup.).*

No que diz respeito à representação dos milhares, costuma-se colocar dois pontos por cima da letra das unidades, dezenas ou centenas correspondentes. Noutras palavras, cada vez que se coloca por cima de uma letra numeral hebraica dois pontos, seu valor é multiplicado por 1.000.

א ···>	א̈	ב ···>	ב̈	מ ···>	מ̈	צ ···>	צ̈
1	1 000	2	2 000	40	40 000	90	90 000

Fig. 17.20

Para indicar, por exemplo, o ano de 5739 do calendário israelita — que corresponde, no calendário gregoriano, ao período que vai de 2 de outubro de 1978 a 21 de setembro de 1979[1] —, podemos assim encontrar a notação seguinte num desses pequenos calendários bilíngües à venda em qualquer quitandeiro ou açougueiro *cacher*[2]:

ה̈תשל״ט

9 30 300 400 500

Fig. 17.21

Contudo, essa regra nem sempre foi estritamente seguida pelos escribas e lapidadores judaicos, já que estes últimos freqüentemente exploraram uma possibilidade de simplificação de sua notação numérica que o uso tradicional lhes tinha oferecido.

Uma inscrição sepulcral judaica de Barcelona, gravada em 1299/1300 da era cristã, dá assim a expressão do ano 5060 do calendário israelita sob a forma abaixo (cf. IHE nº 140), os pontos tendo aqui por finalidade evitar qualquer confusão entre as letras normais e as letras numerais.

ה̇ס̇ (= 5 × 1 000 + 60)

60 5

Fig. 17.22

[1] "Na sua forma atual, esse calendário remonta ao século IV de nossa era. Em nossos dias, os meses judaicos começam com a conjunção calculada, teórica, e não mais, com a observação do novo crescente. O ponto de partida dos cálculos foi a neomênia da segunda-feira, 24 de setembro de 344, 1º Tisri de seu calendário, início de um novo ano. Tendo avaliado que duzentos e dezesseis ciclos de Meton ou quatro mil e cento e quatro anos bastavam para alojar seu passado, os cronologistas judeus fixaram a primeira neomênia da criação na segunda-feira, 7 de outubro do ano de 3761 antes de nossa era" (P. Couderc).

[2] Ocorre por vezes que, na expressão das datas, os milhares são suprimidos: 739, por exemplo, para 5739; é portanto um pouco como quando escrevemos 78 para 1978, no que ninguém se pode enganar.

Trata-se aí de uma irregularidade muito interessante devida ao fato de que os judeus são, de um modo geral, estritamente conformados à regra seguinte: a escrita hebraica era orientada da direita para a esquerda, os números sendo escritos portanto igualmente da direita para a esquerda, começando pela letra numeral a mais elevada. Está convencionado, além disso, que, de duas letras numerais distintas, a da direita representa obrigatoriamente um valor superior. Assim, uma notação do tipo precedente não apresenta nenhuma ambigüidade: a letra *He* tendo ordinariamente apenas dois valores possíveis, 5 ou 5.000, e sendo colocada à direita da letra *samekh* (que vale aqui apenas 60), só pode ser atribuída ao valor 5.000.

...שמואל בר חלאבו...

...בשנת תתד

804

"...SAMUEL, FILHO DE HALABU...
...NO ANO 804"

Fig. 17.23 - *Fragmento de uma inscrição sepulcral judaica encontrada em Barcelona e datada do ano 804 [= 4804] da era israelita (@ 4804 - 3760 = 1044 da era cristã). Cf. IHE nº 106.*

Outros exemplos:

5 109	הקט 9 100 5	Inscrição funerária de Toledo datada de 1349. Ref. IHE nº 85.
5 156	הקנו 6 50 100 5	Manuscrito datado de 1396. Museu Britânico, Add. 2806 fol. 11a

Fig. 17.24

Mais interessante ainda é a irregularidade assinalada por G.H.F. Nesselmann (p. 484): para indicar o número total de versículos da Torah, ou seja, 5.845, alguns sábios judeus da Idade Média preferiram empregar a forma seguinte (em que os milhares e as centenas são notados, respectivamente, mediante o "algarismo" das unidades correspondentes):

החמ"ה

Hé Mém. Hét. Hé

5 40 8 5

Fig. 17.25

Conforme a regra de uso que acabamos de enunciar, esta escrita não comporta nenhuma ambigüidade: a letra *Het*, por exemplo, cujo valor normal é igual a 8, não pode ser atribuída a esse número já que está situada à direita da letra *Mem* cujo valor, como se sabe, é igual a 40. Não pode tampouco valer 8.000, já que está à esquerda da letra *He* atribuída ao número 5.000. Só pode, portanto, corresponder às centenas.

Essa irregularidade pode, aliás, ser explicada bem facilmente. Em hebraico, o número 5.845 é enunciado com efeito da maneira seguinte:

HAMISHAT	'ALAFIM	SHMONEH	ME'OT	ARBA'IM	VE	HAMISHA
"Cinco	mil	oito	centos	quarenta	e	cinco"

Ora, esta expressão "com todas as letras" faz aparecer a decomposição aritmética:

$$5 \times 1.000 + 8 \times 100 + 40 + 5$$

que se pode transcrever em português: 5 mil e 8 centos e quarenta (e) cinco, ou em hebraico[1]:

ה׳ אלפים ח׳מאות מ״ה

5 40 cento 8 mil 5

Fig. 17.26

É uma expressão que se pode então abreviar omitindo as palavras para "mil" e "cento".

Outra irregularidade: em conseqüência de um escrúpulo religioso, os judeus evitam geralmente representar o número 15 sob sua forma regular, a saber:

יה

5 10

Fig. 17.27

Empregam antes a seguinte combinação[2]:

טו

6 9

Fig. 17.28

Pela mesma razão, essa irregularidade estende-se ao número 16 que, em lugar de ser colocado sob a forma normal:

יו

6 10

Fig. 17.29

[1] Tais expressões mistas são encontradas por exemplo nas inscrições funerárias hebraicas da Espanha (IHE nº 61) e em alguns manuscritos da época medieval (p. ex.: Mus. Brit. Add. 26.984, fol. 143b).

[2] Essa combinação é encontrada notadamente nas inscrições sepulcrais espanholas (ver IHE nºˢ 61, 80 e 87). É encontrada ainda em nossos dias nos pequenos calendários bilíngües (de que já falamos mais acima) em que a numeração dos dias de cada mês é feita regularmente à exceção do 15º e 16º dias.

é geralmente decomposto da maneira abaixo[1]:

טז
7 9

Fig. 17.30

Essas anomalias atêm-se, de fato, a um tabu imposto pela religião judaica no que diz respeito à escrita hebraica do nome de Yahvé:

יהוה
H W H Y

Fig. 17.31

Esse nome de quatro letras (que é designado freqüentemente como o nome do tetragrama divino) é considerado, pela tradição judaica, como "o Verdadeiro Nome Próprio e estritamente pessoal do deus de Israel" e como o "Nome gerador por excelência", cuja procissão dava conta de todos os enigmas do mundo e do universo. Assim, nenhum homem pode escrevê-lo ou pronunciá-lo sem cair sob as penas do interdito. E como o tetragrama é apresentado também sob as formas abreviadas seguintes (YH, YW, HW, YHW, etc.)[2], os grupos 10 + 5 (YH) e 10 + 6 (YW) devem ser proibidos no uso corrente, da mesma forma que o próprio Nome divino (fig. 17.31, 17.32 e 20.24).

יהו	הו	יו	יה
W H Y	W H	W Y	H Y

Fig. 17.32

Tais são, grosso modo, os princípios da numeração hebraica. Mas esta evidentemente não é a única notação numérica que tem por algarismos as letras do alfabeto. O sistema grego fornece um outro exemplo disso.

O alfabeto numeral grego

"A importância do alfabeto grego, explica Ch. Higounet, é capital na história da nossa escrita assim como na da civilização. Fora ter servido para notar a língua da cultura mais rica do mundo antigo e que transmitiu a mensagem de um pensamento incomparável, foi também o

---

1 *Assinalemos igualmente que, se essa regra parece ter sido escrupulosamente seguida para 15, ela nem sempre o foi para 16. Na página de rosto de uma cópia da* Mishná Torah *de Maimônides, feita no século XV em Portugal, o número 15 está bem posto sob a forma 9 + 6, mas o número 16 é notado sob a forma 10 + 6 (Mus. Brit., Ms Harl. 5.698, fol. 252^{v}).*

2 Encontra-se aliás essas formas em vários nomes próprios do Antigo Testamento (sempre para exprimir uma homenagem a Deus), como em:

JOSUÉ	יהושע	*(YHWsh')*	*"YHWH é saudado"*
JORAM	יורם	*(YWrm)*	*"YHWH é exaltado"*
AZARIAH	עזריה	*('zrYH)*	*"YHWH ajuda"*

intermediário ocidental entre o alfabeto semítico e o alfabeto latino, intermediário não somente histórico, geográfico e gráfico, mas estrutural, já que foram os gregos os primeiros a ter a idéia da notação rigorosa e integral das vogais.

"Não há dúvidas quanto à origem fenícia do alfabeto grego. A forma primitiva de quase todas as letras gregas, sua ordem e nome carregam o testemunho que confirma esta hipótese. Heródoto chamava as letras de *Phoinikéia grammata*, isto é, 'escrita fenícia'. Os gregos atribuíam a introdução do alfabeto a Cadmos, o fundador legendário de Tebas, que teria trazido dezesseis letras da Fenícia; depois Palâmedas teria acrescentado quatro delas durante a guerra de Tróia e o poeta Simônides de Céos, mais tarde, quatro outras.

"As mais antigas inscrições, as da copa do Dipylon de Atenas, vasos do monte Hymette, fragmentos de Corinto e talvez os da ilha de Thera, são do século VIII antes de nossa era. Parece, por conseguinte, provável, que o empréstimo do alfabeto pelos gregos aos fenícios e sua adaptação a sua língua tenham tido lugar por volta do fim do II milênio ou o início do I. (Alguns autores recuaram esses empréstimos dos gregos aos fenícios até o século XV antes da nossa era; outros, ao contrário, baixaram sua data ao fim do século VIII...) Seja como for, a adaptação não foi feita de uma vez só mas por uma série de experiências regionais. Assim encontra-se, inicialmente, um grande número de alfabetos locais que são classificados, segundo o número de seus caracteres e segundo suas particularidades, em *alfabetos arcaicos* (Thera, Melos), *orientais* (Ásia Menor, e o arquipélago costeiro, Cíclades, Ática, Mégara, Corinto, Argos, colônias jônias da Sicília e da Itália meridional) e *ocidentais* (Eubéia, Grécia continental, colônias não-jônicas). A unificação só foi feita pouco a pouco no século IV, tendo como modelo o alfabeto oriental de Mileto, dito "jônico", depois que Atenas decidiu oficialmente, em 403, adotá-lo em lugar de sua escrita local.

"As primeiras inscrições são freqüentemente escritas da direita para a esquerda, por vezes *boutrophedon* [alternativamente da esquerda para a direita e da direita para a esquerda]; mas após 500 a.C., a orientação é invariavelmente da esquerda para a direita. Para comparar a forma dos caracteres semíticos e das letras gregas é preciso portanto levar em conta essa mudança de orientação, onde as letras estão normalmente no sentido da escrita [fig. 17.33]...

"Lembremos os nomes das letras gregas: *alfa, beta, gama, delta, epsilon, digama, zeta, eta, teta, iota, kapa, lambda, mu, nu, ksi, ômicron, pi, san, koppa, rô, sigma, tau.* O *digama* desapareceu muito cedo, e o *san* e o *koppa* também foram abandonados. Em contrapartida, uma outra forma do *waw* semítico deu o *ípsilon* e três sinais complementares, *phi, khi* e *psi* foram acrescentadas para notar os sons não expressos pelas letras semíticas. Enfim, o *ômega* foi criado para distingui-lo do *ômicron*, o som longo do *o* [fig. 17.33].

"O alfabeto grego clássico do século IV compôs-se, finalmente, de vinte e quatro letras, vogais e consoantes. A maneira pela qual se fez a notação das vogais vale que nos detenhamos nela, já que foi por essa inovação que o alfabeto grego tornou-se o ancestral de todos os alfabetos europeus modernos.

"A notação da frase não pode, em grego, prescindir das vogais como nas línguas semíticas. Nestas, com efeito, o lugar da palavra indica sua categoria e sua função, portanto sua vocalização. Em grego, são as desinências que desempenham um papel; importava, por conseguinte, fixá-las com precisão. Ora, a língua fenícia tinha, por outro lado, consoantes guturais que o grego não possuía, o qual dispõe, ao contrário, de consoantes aspiradas desconhecidas das línguas semíticas. Os gregos converteram os sinais das guturais semíticas, que lhes eram inúteis, em sinais necessários para a notação das vogais. O *'alef* tornou-se a vogal *alfa* (a); o *he* transformou-se em *epsilon* (e), o *waw*, inicialmente *digama, deu* o *ípsilon* (u); o *yod* foi convertido em *iota* (i) e o *'ayin em ômicron* (o). É pelas aspiradas que foram criados os sinais *phi, khi, psi*. Os gregos

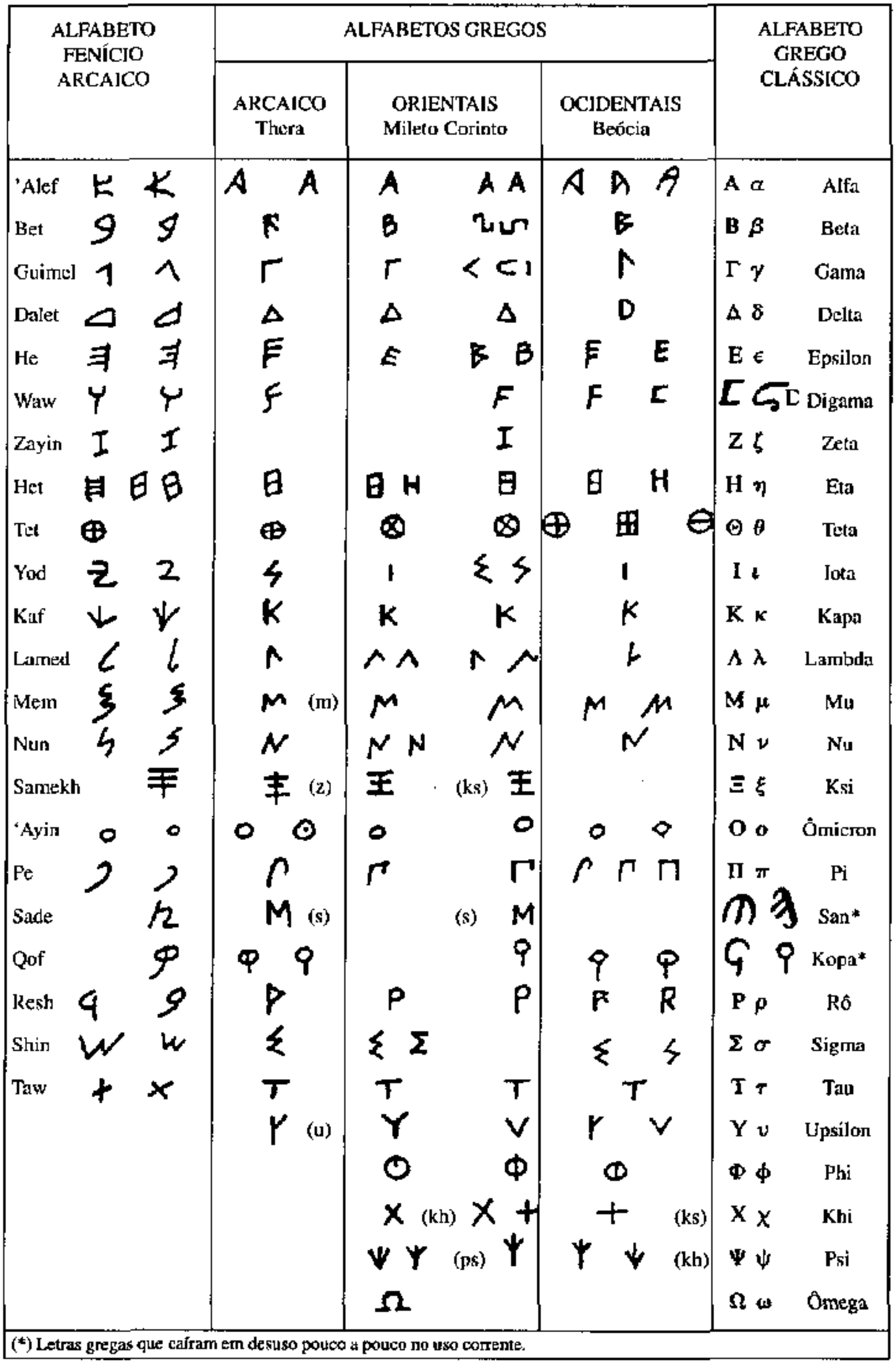


Fig. 17.33 - *Alfabetos gregos comparados ao alfabeto fenício arcaico. Ref. J. G. Février e H. Jensen.*

adaptaram, em suma, o sistema de notação semítica às particularidades de sua língua. Mas se se constata os resultados dessa adaptação, a origem da concepção da própria notação vocálica continua a escapar-nos.

"Mal constituída dessa maneira, a escrita grega começou a diversificar-se em categorias, segundo o material empregado e, talvez, a destinação do texto. A escrita monumental das inscrições gravadas em pedra conservou por muito tempo mais ou menos as formas clássicas, enquanto que o emprego do papiro e a multiplicação das necessidades da vida intelectual, administrativa e quotidiana fizeram evoluir rapidamente a escrita corrente na direção de tipos mais ou menos diferenciados."

Algumas precisões vão-nos facilitar a compreensão do princípio da numeração grega que alguns qualificaram de "erudita" e que nada mais é, na realidade, do que um sistema alfabético empregando procedimentos inteiramente análogos aos do sistema das letras numerais hebraicas.

Um papiro grego datando do último quartel do século III a.C. e atualmente conservado no Museu do Cairo (sob o número de inventário 65.445) vai nos permitir ter uma pequena idéia (fig. 17.40).

O conteúdo desse papiro, que foi publicado por O. Guéraud e P. Jouguet, "é de um caráter escolar evidente. É uma espécie de manual em que a criança podia exercitar-se a ler e a contar ao mesmo tempo que encontrava aí diversas noções úteis para sua educação... Ao mesmo tempo que se iniciava na leitura, a criança aprendia a conhecer os números. O lugar dado no manual à série dos números, depois dos quadros de sílabas, é bastante natural, em suma, já que as letras gregas tinham também um valor numérico. É lógico que, depois das combinações de letras em sílabas, se tenha ensinado ao aluno suas combinações em números".

A numeração em questão emprega, com efeito, as vinte e quatro letras do alfabeto grego clássico às quais acrescentava os três sinais alfabéticos *digama, kopa e san*, que pouco a pouco caíram em desuso (fig. 17.33). Repartia em seguida esses vinte e sete sinais em três classes numéricas: a primeira, destinada às unidades, comporta as oito primeiras letras do alfabeto clássico entre as quais o antigo *digama* (o antigo *waw* semítico) é intercalado para representar o sexto valor.

A segunda classe, a das dezenas, contém as oito letras seguintes, mais o sinal *kopa* (o antigo *Qof*) que é atribuído ao valor 90; a terceira classe, enfim, a das centenas, comporta as oito últimas letras clássicas às quais se acrescenta o sinal *San* (o antigo *Sade*) cujo valor numérico é então igual a 900 (fig. 17.34).

UNIDADES				DEZENAS				CENTENAS			
Α	α	alfa	1	Ι	ι	iota	10	Ρ	ρ	rô	100
Β	β	beta	2	Κ	κ	kapa	20	Σ	σ	sigma	200
Γ	γ	gama	3	Λ	λ	lambda	30	Τ	τ	tau	300
Δ	δ	delta	4	Μ	μ	mu	40	Υ	υ	upsilon	400
Ε	ε	epsilon	5	Ν	ν	nu	50	Φ	φ	phi	500
Ϛ	ϛ	digama*	6	Ξ	ξ	ksi	60	Χ	χ	khi	600
Ζ	ζ	zeta	7	Ο	ο	ômicron	70	Ψ	ψ	psi	700
Η	η	eta	8	Π	π	pi	80	Ω	ω	ômega	800
Θ	θ	teta	9	Ϟ	ϙ	kopa	90	Ϡ	ϡ	san (sampi)	900

(*) Nos manuscritos bizantinos esse algarismo é indicado por ϛ, condensado de *sigma* e de *tau*. Os gregos de hoje, que conservaram o alfabeto cifrado para alguns usos particulares (um pouco como nós para os algarismos romanos) chamam-no *stigma*.

Fig. 17.34 - *Numeração grega alfabética.*

Para figurar os números intermediários, procede-se em seguida por simples adição. Para os números de 11 a 19, por exemplo, serve-se da letra *iota*, associada à dezena, e coloca-se sucessivamente a sua direita as letras da classe das unidades. E, para distinguir essas letras numerais das letras ordinárias, acrescenta-se a elas um pequeno traço superior[1] (fig. 17.35).

No fim do rolo do papiro precedente encontramos, assim, o resto de uma série de números conservada até 25, cuja transcrição e tradução aqui está (cf. O. Guéraud e P. Jouguet, pr. II, linhas 21 a 26).

$\overline{\mathrm{H}}$	8	$\overline{\mathrm{K}}$	20
$\overline{\Theta}$	9	$\overline{\mathrm{KA}}$	21
$\overline{\mathrm{I}}$	10	$\overline{\mathrm{KB}}$	22
$\overline{\mathrm{IA}}$	11	$\overline{\mathrm{K\Gamma}}$	23
$\overline{\mathrm{IB}}$	12	$\overline{\mathrm{K\Delta}}$	24
$\overline{\mathrm{I\Gamma}}$	13	$\overline{\mathrm{K}\epsilon}$	25

Fig. 17.35

"É flagrante", observam O. Guéraud e P. Jouguet, "o caráter elementar da lista dos algarismos proposta, que nem mesmo continha todos os símbolos de que o aluno teria necessidade para compreender o quadro dos quadrados dos números que está no fim do manual (fig. 17.40). Mas esse próprio quadro, fornecendo algumas noções de cálculo elementar, dava precisamente a oportunidade para colocar sob os olhos do pequeno leitor uma série de símbolos que completava a do início do rolo e permitia que ele aprendesse os princípios da numeração grega de 1 a 640.000; e era talvez essa sua finalidade essencial."

"Em suma", concluem, "as poucas noções matemáticas contidas no manual visavam sem dúvida menos a ensinar aritmética do que a aprender a reconhecer e a ler os sinais usados na numeração."

Como o escriba desse papiro pôde chegar a expressar os números de 1 a 640.000, enquanto que a maior letra numeral grega vale apenas 900? Até 9.000 ele simplesmente retomou as nove letras-algarismos da classe das unidades munindo cada uma de um pequeno sinal distintivo colocado no alto e à esquerda[2]:

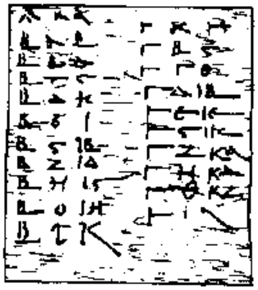
ʾA	ʾB	ʾΓ	ʾΔ	ʾE	ʾϚ	ʾZ	ʾH	ʾΘ
1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000

Fig. 17.36

[1] Tal é o sinal distintivo que encerra a maioria dos manuscritos gregos. O uso que consiste em colocar um pequeno acento no alto e à direita de cada letra é apenas, na verdade, uma prática convencional empregada abusivamente pela tipografia moderna (o acento, por sua vez, teve uma outra destinação).

[2] Trata-se aí de um uso muito difundido nos papiros gregos. São encontrados particularmente numa carta datada do décimo quarto ano do reinado de Ptolomeu XI de Alexandria (103 a.C.), em que a quantia de 5.000 caniços é expressa sob a forma (cf. G. Wagner, pr. III):

Notemos, ademais, que em tipografia grega é de uso corrente representar os nove primeiros milhares colocando uma espécie de *iota* subscrito na parte inferior à esquerda de cada letra em questão: ͵α, ͵β, ͵γ ...



TRANSCRIÇÃO

	(vezes)		(igual)	
A		A		A
B	————	A	————	B
B	————	B	————	Δ
B	————	Γ	————	ς
B	————	Δ	————	H
B	————	E	————	I
B	————	ς	————	IB
B	————	Z	————	IΔ
B	————	H	————	Iς
B	————	Θ	————	IH
B	————	I	————	K

Fig. 17.37 - *Tabelas de multiplicação por 2 e 3 expressas com a ajuda das letras numerais gregas. Segundo um documento do Museu Britânico.*

Tendo chegado a 10.000, isto é, à *miríade* (Μυριοι), segundo patamar da numeração grega, exprimiu-a por um M (inicial do nome grego de "dez mil") pondo por cima desta última letra um *alfa*; partindo desse princípio notou talvez os múltiplos consecutivos da miríade sob a forma seguinte [2]:

$\overset{\alpha}{M}$	$\overset{\beta}{M}$	$\overset{\gamma}{M}$	$\overset{\delta}{M}$	$\overset{\varepsilon}{M}$ ...	$\overset{\iota\alpha}{M}$	$\overset{\iota\beta}{M}$ ...	$\overset{\chi\xi\theta}{M}$ ...
10 000	20 000	30 000	40 000	50 000	110 000	120 000	6 690 000

Fig. 17.38

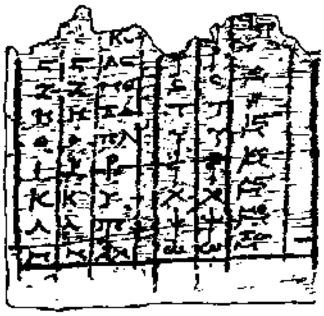
Anotando esses números sob a forma: 1 miríade, 2 miríades, 3 miríades e etc., o escriba pôde portanto atingir o número 640.000 sem nenhuma dificuldade. Teria evidentemente podido prolongar o procedimento até a 9.999ª miríade, que teria então expresso da seguinte maneira:

$$\overset{\theta\text{ϡ}\text{ϙ}\theta}{M} \quad (\overset{9999}{M} = 99\,990\,000)$$

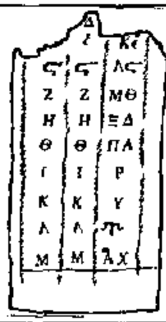
Fig. 17.39

[1] O nome grego do número "dez mil" é escrito colocando um acento no ípsilon: Μυριοι e o da expressão "um número muito grande" é notado mediante as mesmas letras mas colocando o acento no primeiro *iota*: Μυριοι.

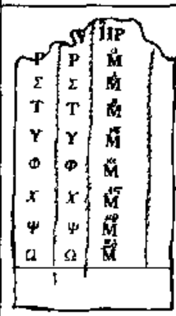
Tais procedimentos de notação dos grandes números foram freqüentemente empregados, com diversas variantes, pelos matemáticos gregos.



TRANSCRIÇÃO	TRADUÇÃO
Coluna da esquerda	Coluna da direita



	4	
	5	25
6	6	36
7	7	49
8	8	64
9	9	81
10	10	100
20	20	400
30	30	900
40	40	1 600



	90	8 100
100	100	10 000
200	200	40 000
300	300	90 000
400	400	16 000
500	500	250 000
600	600	360 000
700	700	490 000
800	800	640 000

Fig. 17.40 - *Extrato de um papiro grego datando do último quartel do século III a.C. e figurando entre as aquisições do museu do Cairo (sob o número de inventário 65.445). Ref. O. Guéraud e P. Jouguet, pr. X. Trata-se de uma mesa de quadrados: o quadro da coluna da esquerda dá os quadrados dos números de 1 a 10, depois, por dezenas, os de 10 a 40 (os quadrados de 1, 2 e 3 foram perdidos na lacuna); o da coluna da direita dá os quadrados de 50 a 800.*

Encontra-se assim, em Aristarco de Samos (-310?/-230?) a notação seguinte para o número 71.755.875 (exemplo citado por P. Dedron e J. Itard, p. 278):

ʹζροε Μ ʹεωοε

$$7\,175 \times 10\,000 + 5\,875$$

Fig. 17.41

Vêm em seguida as *miríades terceiras* (sinal $\overset{\gamma}{M}$) que partem de 100.000.000 × 10.000 = 1.000.000.000.000; depois as *miríades quartas* (sinal $\overset{\delta}{M}$) e assim por diante[1].

Para escrever números ainda maiores, Arquimedes (-287?/-212) propôs um sistema de notação mais elaborado do que os precedentes em "um pequeno tratado que chegou até nós sobre o número de grãos de areia que poderia conter uma esfera tendo como diâmetro a distância da terra às estrelas fixas; o autor dá-lhe, para simplificar, o título de o *Arenário* [*Arenarius* (*liber*), em latim; ψαμμιτς, em grego]. Tendo de operar com os números que ultrapassavam a miríade de miríades, imaginou classes duplas compreendendo oito algarismos em lugar de quatro, isto é, oitenas ou octetos de algarismos. O primeiro octeto compreendia os números de 1 a 99.999.999; o segundo, os números que partem de cem milhões etc. Os números eram primeiros, segundos, etc., segundo pertenciam ao primeiro octeto, ao segundo, etc. (...)

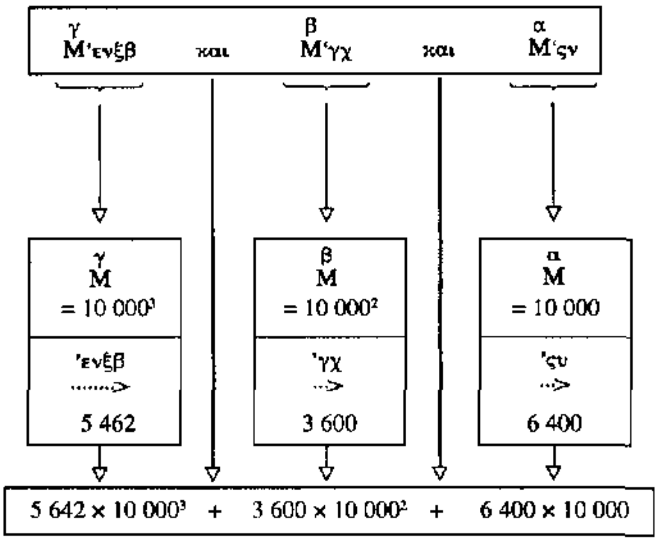


Fig. 17.45

"Não foi preciso mais do que isso para fazer ver até que grau os matemáticos gregos levaram o estudo e as aplicações da aritmética..."

"Quanto à conclusão fundamental desse tratado, ela é que o número de grãos de areia que conteria a esfera do mundo é menor do que o oitavo termo do oitavo octeto, ou do que o sexagésimo quarto termo da progressão décupla: 10, 100, 1.000, etc., isto é, do que a unidade seguida de sessenta e quatro zeros" (C. -E. Ruelle).

---

[1] Notar-se-á portanto essa diferença entre o procedimento de Apolônio e o do papiro da figura 17.40:
— no papiro, os símbolos $\overset{\alpha}{M}$ $\overset{\beta}{M}$ $\overset{\gamma}{M}$ $\overset{\delta}{M}$ são associados aos múltiplos consecutivos da miríade (10.000; 10.000 × 2; 10.000 × 3; 10.000 × 4; 10.000 × 5 etc.);
— em Apolônio, em contrapartida, os mesmos símbolos são associados às potências sucessivas da miríade (10.000; 10.000^2; 10.000^3; 10.000^4; 10.000^5 etc.).

Mas o procedimento proposto por Arquimedes — cujo fim foi apenas teórico — não encontrou o favor dos matemáticos gregos que preferiram, parece, o sistema de Apolônio...

Digamos, para terminar, que desde a Antigüidade até o fim da época medieval a numeração grega alfabética desempenhou no Oriente Próximo e mais geralmente no Mediterrâneo oriental um papel quase tão importante quando o que foi tido pelo sistema latino na Europa ocidental.

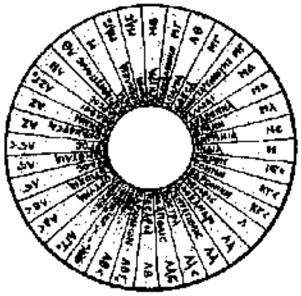


Fig. 17.46 - *Parte de um relógio de sol portátil datando da época bizantina e atualmente conservado no Museu de l'Ermitage em São Petsburgo.*

Esse disco dá o conjunto das regiões em que o relógio solar pode ser utilizado com, em frente, as latitudes que lhes são respectivamente associadas, essas últimas sendo expressas com a ajuda das letras numerais gregas e dadas na ordem decrescente no sentido horário. Ref. L. F. C. Tischendorf; J. de Solla Price.

TRANSCRIÇÃO		TRADUÇÃO		
ΙΝΔΙΑ	Η	Índia	8	
ΜΕΡΟΗ	(erro, ler Iς <) IςΕ	Meroéia	16	1/2
COHNH	< (*) ΚΓ	Siene	23	1/2
ΒΕΡΟΝΙΚΗ	< ΚΓ	Beronice	23	1/2
ΜΕΜΦΙC	Λ	Mênfis	30	
ΑΛΕΞΑΝΔRΙ	ΛΑ	Alexandria	31	
ΠΕΝΤΑΠΟΛΙC	ΛΑ	Pentápolis	31	
BOCTRA	< ΛΑ	Bostra	31	1/2
ΝΕΑΠΟΛΙC	Γο (**) ΛΑ	Neápolis	31	2/3
KECARIA	ΛΒ	Cesaria	32	
ΚΑΡΧΗΔωΝ	Γο ΛΒ	Cartago	32	2/3
....	< ΛΒ	....	32	1/2
....	..	....		
....	Γο ΛΓ	....	33	2/3
ΓΟΡΤΥΝΑ	< ΛΔ	Gortina	34	1/2
ΑΝΤΙΟΧΙΑ	< ΛΕ	Antióquia	35	1/2
ΡΟΔΟC	Λς	Rodes	36	
ΠΑΜΦΥΛΙΑ	Λς	Pamfília	36	
ΑΡΓΟC	< Λς	Argos	36	1/2

TRANSCRIÇÃO		TRADUÇÃO		
COPAKOYCA	ΛΖ	Siracusa	37	
ΑΘΗΝΑΙ	ΛΖ	Atenas	37	
ΔΕΛΦΟΙ	Γο ΛΖ	Delfos	37	2/3
TAPCOC	ΛΗ	Tarsa	38	
ΑΔΡΙΑΝΟΥΠΟΛΙC	ΛΘ	Adrianópolis	39	
ACIA	Μ	Ásia	40	
ΗΡΑΚΛΕΙΑ	Γο ΜΑ	Heracléia	41	2/3
ΡωΜΗ	Γο ΜΑ	Roma	41	2/3
ΑΓΚΥΡΑ	ΜΒ	Ankara	42	
ΘΕCCΑΛΟΝΙΚΗ	ΜΓ	Tessalônica	43	
ΑΠΑΜΙΑ	ΛΘ	Apaméia	39	
ΕΔΕCΑ	ΜΓ	Edessa	43	
ΚωΝCΤΑ'ΤΙΝΟΥΠ	ΜΓ	Constantinopla	43	
ΓΑΛΛΙΑΙ	ΜΔ	Gaula	44	
ΑΡΑΒΕΝΝΑ	ΜΔ	Aravena	44	
ΘΡΑΚΗ	ΜΑ	Trácia	41 (***)	
ΑΚΥΛΗΙΑ	ΜΕ	Aquiléia	45	

(*) O sinal < corresponde à fração 1/2.
(**) Go=2/3.
(***) Talvez 44.

Fig. 17.46 B

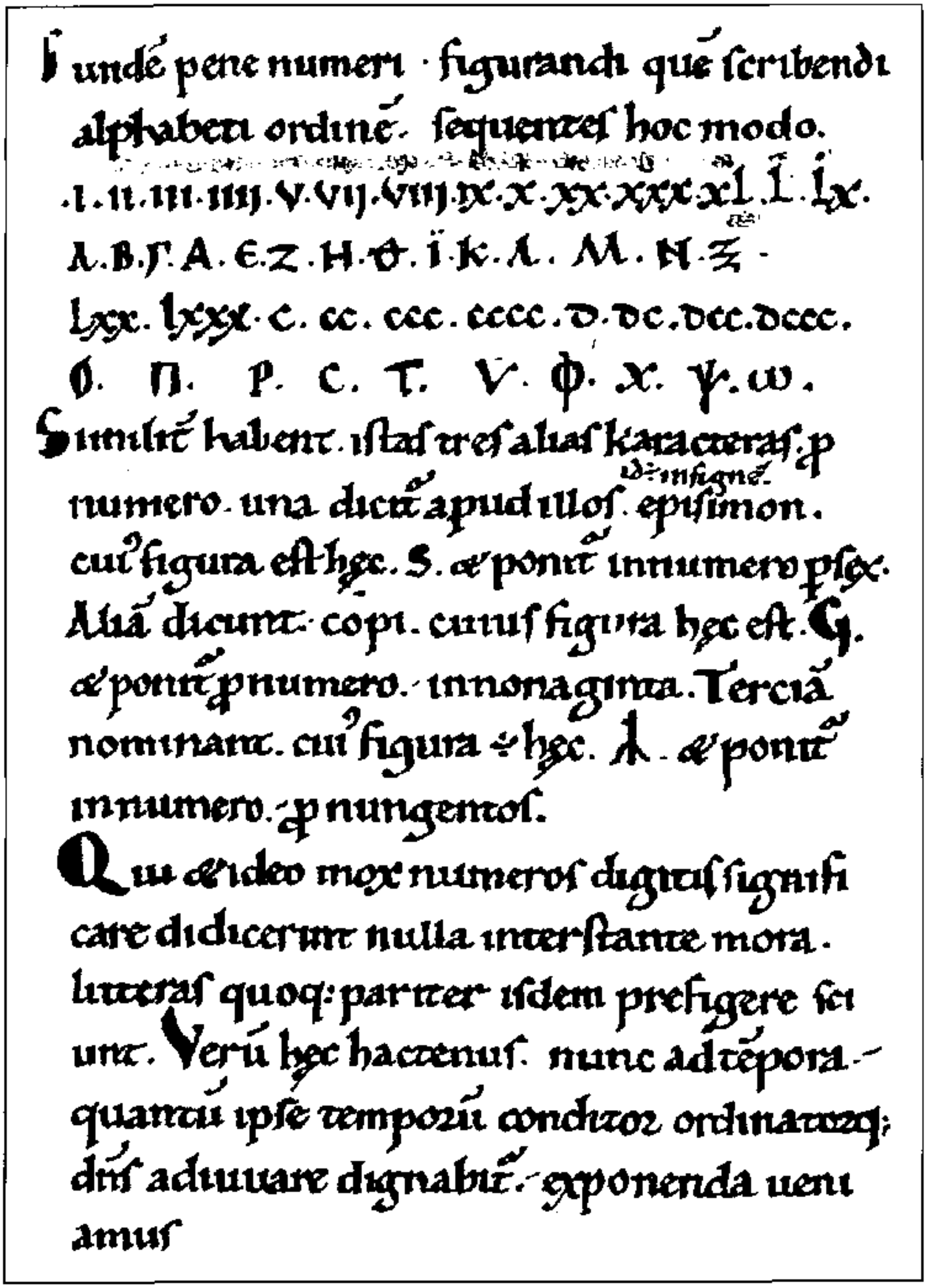

Sunde pene numeri · figurandi que scribendi
alphabeti ordine sequentes hoc modo.
.i.ii.iii.iiij.v.vij.viij.ix.x.xx.xxx.xl.l.lx.
Α.Β.Γ.Δ.Ε.Ζ.Η.Θ.Ϊ.Κ.Λ.Μ.Ν.Ξ.
lxx.lxxx.c.cc.ccc.cccc.d.dc.dcc.dccc.
Ο. Π. Ρ. C. Τ. Υ. Φ. Χ. Ψ. ω.
Similiter habent istas tres alias karacteras pro
numero. una dicitur apud illos. id est insignem. episimon.
cuius figura est hec. S. et ponitur in numero pro sex.
Aliam dicunt copi. cuius figura hec est. G.
et ponitur pro numero. in nonaginta. Terciam
nominant. cuius figura est hec. ⅄. et ponitur
in numero pro nungentos.
Qui et ideo mox numeros digitis signifi
care didicerint nulla interstante mora.
litteras quoque pariter eisdem prefigere sci
unt. Verum hec hactenus. nunc ad tempora
quantum ipse temporum conditor ordinatorque
dominus adiuvare dignabitur. exponenda veni
amus

Fig. 17.47 - *Extrato de um manuscrito espanhol referindo-se ao cálculo manual de Beda, o Venerável (ver capítulo 3), copiado por volta de 1130, provavelmente em Santa Maria de Ripoll, na Catalunha. Madrid, Bibl. Nacional. Cod. A, 19, fol. 2 (parte superior esquerda). Ref. R. Burmam, pr. XLI. Para explicitar as figuras digitais (desenhadas nos fólios seguintes) o escriba emprega duas espécies de notações numéricas: o sistema latino e o sistema grego alfabético (sistema de que estabelece aqui a correspondência).*

ⲁ̄	ⲃ̄	ⲅ̄	ⲇ̄	ⲉ̄	ⲋ̄	ⲍ̄	ⲏ̄	ⲑ̄
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ⲓ̄	ⲕ̄	ⲗ̄	ⲙ̄	ⲛ̄	ⲝ̄	ⲟ̄	ⲡ̄	ϥ̄
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ⲣ̄	ⲥ̄	ⲧ̄	ⲩ̄	ⲫ̄	ⲭ̄	ⲯ̄	ⲱ̄	ⳁ̄
100	200	300	400	500	600	700	800	900
ⲁ̿	ⲃ̿	ⲅ̿	ⲇ̿	ⲉ̿	ⲋ̿	ⲍ̿	ⲏ̿	ⲑ̿
1 000	2 000	3 000	4 000	5 000	6 000	7 000	8 000	9 000
ⲓ̿	ⲕ̿	ⲗ̿	ⲙ̿	ⲛ̿	ⲝ̿	ⲟ̿	ⲡ̿	ϥ̿
10 000	20 000	30 000	40 000	50 000	60 000	70 000	80 000	90 000
ⲣ̿	ⲥ̿	ⲧ̿	ⲩ̿	ⲫ̿	ⲭ̿	ⲯ̿	ⲱ̿	ⳁ̿
100 000	200 000	300 000	400 000	500 000	600 000	700 000	800 000	900 000

Fig. 17.48 - *Numeração copta. Ref. Mallon; Till. A escrita dos cristãos do Egito repousa num alfabeto de 31 letras, 24 das quais saíram diretamente do grego (o resto derivando de sinais da antiga escrita "demótica" egípcia). Contudo, o copta emprega os mesmos sinais numéricos que o grego (isto é, utiliza as 24 letras originadas do grego como sinais de numeração e acrescenta a elas os três sinais* digama, kopa *e* san *atribuindo-lhes os mesmos valores que em grego). No sistema numeral copta os números são representados por letras sobre as quais se coloca um único traço até 999 e dois traços a partir de 1.000.*

LETRAS ARMÊNIAS maiúsculas	LETRAS ARMÊNIAS minúsculas	NOMES DE LETRAS	VALORES FONÉTICOS em armênio ocidental	VALORES FONÉTICOS em armênio oriental	VALORES NUMÉRICOS
Ա	ա	ayp/ayb	a	a	1
Բ	բ	pén/bén	p	b	2
Գ	գ	kim/gim	k	g	3
Դ	դ	ta/da	t	d	4
Ե	ե	yétch	é	ye / e	5
Զ	զ	za	z	z	6
Է	է	ê	é	é	7
Ը	ը	et	e	e	8
Թ	թ	to	t	t / th	9

Fig. 17.49 - *Sistema alfabético numeral armênio.*

A língua armênia, que predomina numa região da Ásia Menor situada entre a Turquia (Anatólia), a ex-URSS e o planalto iraniano, é transcrita num alfabeto compreendendo 32 consoantes e 6 vogais. Especialmente adaptado a essa língua, esse alfabeto foi constituído no início do século V de nossa era pelo padre Mesrop Machtots (c. 362-440) que para tanto se inspirou no grego e nas línguas semíticas e que desejara assim dotar os armênios de uma ferramenta cultural, literária e religiosa permitindo-lhes, além disso, afirmar sua existência própria aos olhos de outros povos.

LETRAS ARMÊNIAS maiúsculas	LETRAS ARMÊNIAS minúsculas	NOMES DE LETRAS	VALORES FONÉTICOS em armênio ocidental	VALORES FONÉTICOS em armênio oriental	VALORES NUMÉRICOS
Ժ	ժ	jê	j	j	10
Ի	ի	ini	i	i	20
Լ	լ	lyoun	l	l	30
Խ	խ	khê	kh	kh	40
Ծ	ծ	dza/tsa	dz	ts	50
Կ	կ	gen/ken	g	k	60
Հ	հ	ho	h	h	70
Ձ	ձ	tsa/dza	tz	dz	80
Ղ	ղ	ghad	gh	gh	90
Ճ	ճ	djê/tchê	dj	tch	100
Մ	մ	mén	m	m	200
Յ	յ	hi	y	y / h	300
Ն	ն	nou	n	n	400
Շ	շ	cha	ch	ch	500
Ո	ո	vo	o	o	600
Չ	չ	tcha	tch	tch	700
Պ	պ	bê/pê	b	p	800
Ջ	ջ	tchê/djê	tch	dj	900
Ռ	ռ	ra	r (enrolado)	rr	1 000
Ս	ս	sê	s	s	2 000
Վ	վ	vêv	v	v	3 000
Տ	տ	dyun/tyun	d	t	4 000
Ր	ր	ré	r (fechado)	r	5 000
Ց	ց	tso	ts	ts	6 000
Ւ	ւ	hyun	u	iu	7 000
Փ	փ	pyur	p (forte)	p	8 000
Ք	ք	kê	k (forte)	k	9 000
Օ	օ	o	ô	o	
Ֆ	ֆ	fê	f	f	

Fig. 17.49 (seqüência). - *À imagem de seu modelo grego (com uma capacidade mais extensa por causa do número das letras assim postas a contribuir) a numeração armênia utiliza as 9 primeiras letras para notar as unidades da primeira classe decimal, as 9 seguintes para as dezenas, as 9 seguintes para as centenas e as 9 outras letras ainda para os milhares. Notar-se-á contudo que somente 36 das 38 letras desse alfabeto receberam um valor numérico. Ref. Aghayan; Meillet; Pihan.*

LETRAS GEÓRGICAS		VALOR		LETRAS GEÓRGICAS		VALOR	
maiúsculas	minúsculas	fonético	numérico	maiúsculas	minúsculas	fonético	numérico
Ⴀ	ⴀ	a	1	Ⴐ	ⴐ	r	100
Ⴁ	ⴁ	b	2	Ⴑ	ⴑ	s	200
Ⴂ	ⴂ	g	3	Ⴒ	ⴒ	t	300
Ⴃ	ⴃ	d	4	Ⴓ	ⴓ	u	400
Ⴄ	ⴄ	e	5	Ⴣ	ⴣ	vi	500
Ⴅ	ⴅ	v	6	Ⴔ	ⴔ	p'	600
Ⴆ	ⴆ	z	7	Ⴕ	ⴕ	k'	700
Ⴡ	ⴡ	h	8	Ⴖ	ⴖ	γ	800
Ⴇ	ⴇ	t'	9	Ⴗ	ⴗ	q	900
Ⴈ	ⴈ	i	10	Ⴘ	ⴘ	š	1 000
Ⴉ	ⴉ	k	20	Ⴙ	ⴙ	tš	2 000
Ⴊ	ⴊ	l	30	Ⴚ	ⴚ	tš	3 000
Ⴋ	ⴋ	m	40	Ⴛ	ⴛ	dz	4 000
Ⴌ	ⴌ	n	50	Ⴜ	ⴜ	ts'	5 000
Ⴢ	ⴢ	ï	60	Ⴝ	ⴝ	tš'	6 000
Ⴍ	ⴍ	o	70	Ⴞ	ⴞ	h	7 000
Ⴎ	ⴎ	p	80	Ⴤ	ⴤ	h	8 000
Ⴏ	ⴏ	j	90	Ⴟ	ⴟ	dj	9 000
				Ⴠ	ⴠ	h	10 000

Fig. 17.50 - *O sistema alfabético numeral geórgico: uma escrita e uma numeração influenciadas pelo grego da época cristã. Ref. M. Cohen; Février; Friedrich [3]; Jansen; Pihan. O georgiano é uma língua que predomina, na ex-URSS, entre a Armênia e o Cáucaso. Existe na Geórgia duas escritas distintas: uma chamada* khoutsouri, *"presbiteral", de que reproduzimos aqui os caracteres, e a outra chamada* mkhédrouli, *"militar", comportando cada uma 38 letras.*

LETRAS GÓTICAS	VALOR fonet.	numer.	LETRAS GÓTICAS	VALOR fonet.	numer.	LETRAS GÓTICAS	VALOR fonet.	numer.
𐌰	a	1	𐌹	i	10	𐍂	r	100
𐌱	b	2	𐌺	k	20	𐍃	s	200
𐌲	g	3	𐌻	l	30	𐍄	t	300
𐌳	d	4	𐌼	m	40	𐍅	w	400
𐌴	e	5	𐌽	n	50	𐍆	f	500
𐌵	q	6	𐌾	y	60	𐍇	ch	600
𐌶	z	7	𐌿	u	70	𐍈	hw	700
𐌷	h	8	𐍀	p	80	𐍉	o	800
𐌸	th	9	𐍁	(sem valor fonético)	90	𐍊	(sem valor fonético)	900

Fig. 17.51 - *Um outro sistema alfabético numeral influenciado pelo grego na época cristã: o sistema gótico. "Nos confins setentrionais do Império, no leste, o cristianismo de língua grega atingiu pelo Danúbio os germanos orientais, os godos, que em seguida perderiam sua língua e fundir-se-iam entre as populações diversas, da Criméia à África do Norte, deixando entre outras lembranças o termo "gótico" mais ou menos mal aplicado. Um godo cristão, tornado bispo, Wulfila (311-384) traduziu a Bíblia, ao menos na maior parte, na sua língua materna. Para fazer isso dotou essa língua de uma escrita (gótica) que é grego maiúsculo livresco com alguns sinais complementares" (M. Cohen). Esta última escrita remontaria, sem dúvida, ao século III de nossa era, em que teria sido criada, igualmente por imitação do sistema grego, por Pharnavaz, primeiro rei do país. Ref. M. Cohen; J. G. Février; K. Menninger.*

A	1	K	10	T	100
B	2	L	20	V	200
C	3	M	30	X	300
D	4	N	40	Y	400
E	5	O	50	Z	500
F	6	P	60		
G	7	Q	70		
H	8	R	80		
I	9	S	90		

Fig. 17.52 - *Alfabeto numeral empregado por alguns místicos da Idade Média e do Renascimento: uma espécie de adaptação da numeração grega ao alfabeto latino. Sistema descrito, notadamente, em 1653 por A. Kircher (*Oedipi Aegyptiaci *[Édipos egípcios], t. II, pars. prima, p. 488).*

A Origem da Numeração Alfabética: Grega ou Judaica?

A numeração grega alfabética foi, com poucas exceções, inteiramente análoga ao sistema das letras numerais hebraicas, fato que leva à pergunta: qual dos dois sistemas poderia ter inspirado o outro?

Para tentar ver isso um pouco mais claramente, vamos fazer abaixo um balanço comparativo do estado atual dos respectivos documentos.

Mas convém inicialmente eliminar um dogma que toda uma sucessão de autores transmite ainda impassivelmente desde mais de um século.

A invenção fenícia das letras-algarismos: uma lenda

Sustentou-se por muito tempo que, bem antes dos gregos e judeus, os fenícios tinham atribuído valores numéricos às letras de seu alfabeto e forjado por conseguinte a primeira numeração alfabética da história.

Esta hipótese, porém, não repousa sobre nenhum fundamento, pois até então não se chegou a descobrir entre esse povo, nem mesmo entre os aramaicos, seus herdeiros no plano cultural, o emprego de um sistema desse tipo.

A conjectura provém, na realidade, de uma inferência sem provas nem testemunhos que parte apenas do fato de que os fenícios chegaram a essa extrema simplificação da escrita que é o alfabeto.

Na verdade, como veremos no quadro seguinte, as inscrições fenícias e aramaicas exumadas até aqui — mesmo as mais tardias — revelam uma só categoria de notação numérica, nada tendo a ver estritamente com as letras numerais.

No que tange à origem das letras-algarismos, os conhecimentos mais recentes colocam os judeus e os gregos numa posição totalmente primeira (ver p. 561 e segs)...

A NOTAÇÃO NUMÉRICA DOS SEMITAS DO NOROESTE

As notações numéricas empregadas pelos diversos povos durante o I milênio a.C. semíticos do noroeste (fenícios, aramaicos, palmireanos, nabateanos, etc.) pertencem a uma tradição característica, originada incontestavelmente num fundo comum.

Atualmente, a mais antiga inscrição semítica do noroeste, a dos, "algarismos" propriamente ditos (pondo de lado o caso dos ugaritanos e dos hebreus) data apenas da segunda metade do século VIII a.C. Trata-se de uma inscrição gravada na estátua colossal de um rei de nome Panamu, proveniente do montículo de Gercin a 7 quilômetros a nordeste de Zencirli na Síria do norte, não longe da fronteira turca.

A razão dessa aparição tardia é a preferência que os semitas tinham, em geral, pelos nomes de número. A prova disso é que "mais tarde, quando o emprego de sinais numéricos se tornou corrente, preferia-se, como se faz ainda hoje nos cheques, justapor a notação em algarismos e a indicação correspondente com todas as letras" (J. -G. Février).

Pode-se, contudo, ter uma idéia precisa da maneira pela qual esses povos forjaram a notação numérica.

Comecemos pelos aramaicos. Hábeis comerciantes que circulavam pelo interior das terras próximo-orientais desde o fim do II milênio a.C., souberam impor sua língua e sua cultura da Anatólia ao Egito e das costas da Síria-Palestina aos confins do subcontinente indiano, passando pela Mesopotâmia e a Pérsia, desde a época do Império assírio até o advento do Islã.

O sistema aramaico é conhecido pelos numerosos papiros econômicos e jurídicos que nos deixaram os membros de uma colônia militar judaica (falando e escrevendo o aramaico), estabelecida no século V a.C., na cidade egípcia de Elefantina.

Atendo-nos no momento apenas às variedades mais antigas do sistema, essa numeração atribuiu uma simples barra vertical à unidade e procede até nove por repetições sucessivas do traço. E para que os agrupamentos correspondentes permaneçam reconhecíveis à primeira olhada, esses traços são dispostos geralmente segundo um ritmo ternário (fig. 18.1 A).

O sistema atribui em seguida um sinal gráfico especial à dezena e, curiosamente, também, à vintena (fig. 18.i B e 18.1 C), enquanto os outros números inferiores a cem são representados por repetições desses sinais tantas vezes quantas necessário for (fig. 18.1 D e 18.1 E).

Para todos os valores de 1 a 99, a numeração aramaica baseia-se no princípio segundo o qual a justaposição de dois ou mais algarismos implica a adição de seus valores respectivos.

Até este ponto a notação aramaica é idêntica, com poucos detalhes de diferença, aos outros sistemas semíticos ocidentais (fig. 18.2), como veremos adiante.

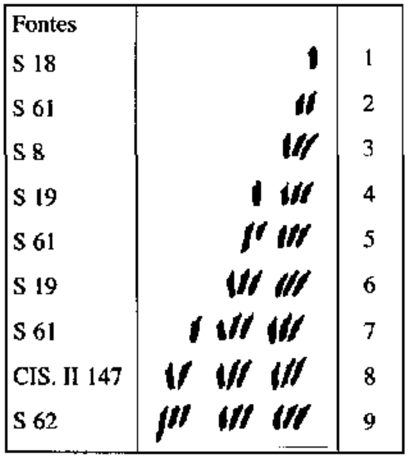


Fig. 18.1 A - *Representação aramaica das nove primeiras unidades. Pode-se notar nele o mesmo número de figura. Esses sinais pertencem a papiros de Elefantina (século V a.C.).*

SINAL DA DEZENA

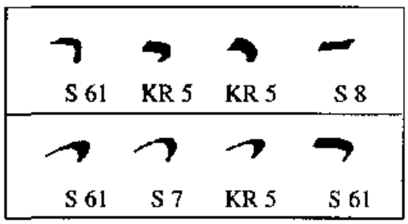


Fig. 18.1 B

SINAL DA VINTENA

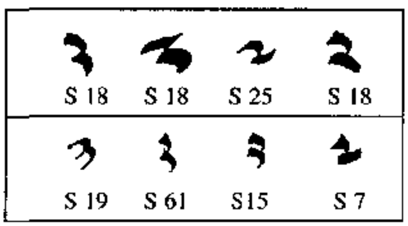


Fig. 18.1 C

NOTAÇÃO DAS DEZENAS

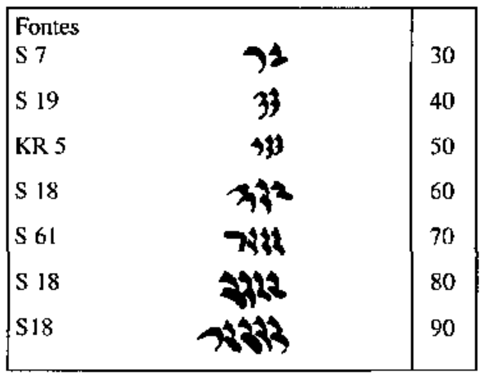


Fig. 18.1 D

NÚMEROS INFERIORES A 100

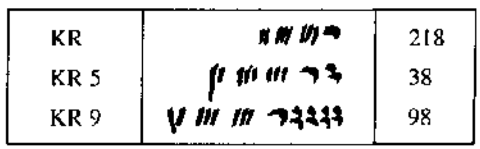
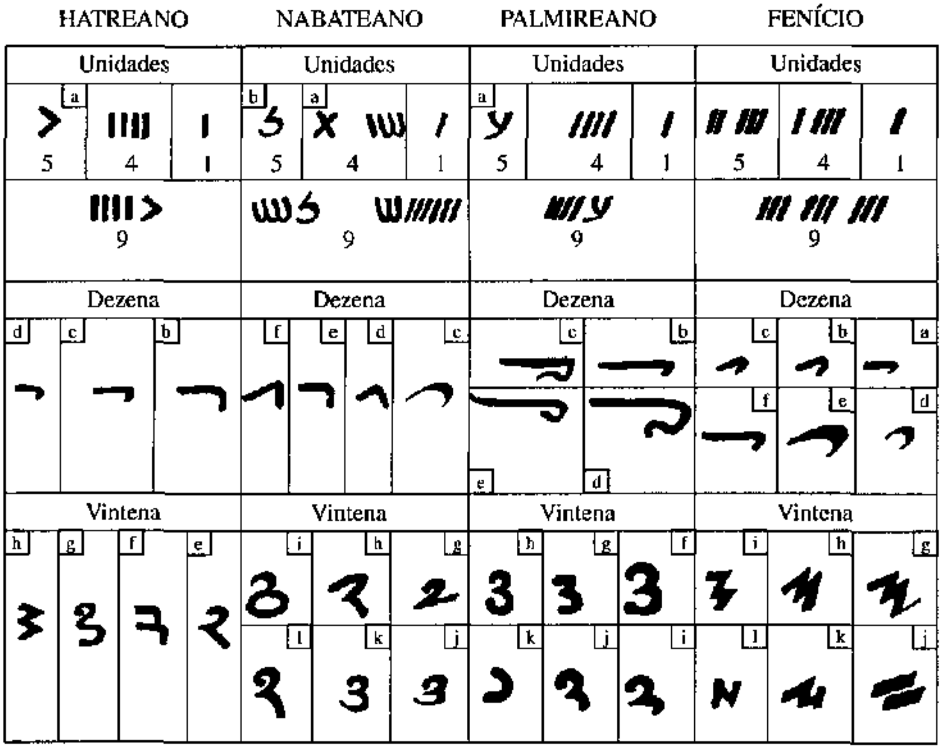


Fig. 18.1 E



FONTE DOS DOCUMENTOS

HATREANO	NABATEANO	PALMIREANO	FENÍCIO
Ref.: Aggoula; Milik [1]; Naveh [2]	Ref.: Cantineau	Ref.: Lidzbarski	Ref.: Lidzbarski
a Hatra nº 65	a CIS, II^1, 161	a CIS, II^3, 3.913	a CIS, I^1, 165
b Hatra nº 65	b CIS, II^1, 212	b CIS, II^3, 3.952	b CIS, I^1, 165
c Hatra nº 62	c CIS, II^1, 158	c CIS, II^3, 4.036	c CIS, I^1, 93
d Abrat As-Saghira	d CIS, II^1, 147 B	d CIS, II^3, 3.937	d CIS, I^1, 88
e Abrat As-Saghira	e CIS, II^1, 349	e CIS, II^3, 3.915	e CIS, I^1, 165
f Hatra nº 62	f CIS, II^1, 163 D	f CIS, II^3, 3.937	f CIS, I^1, 3A
g Abrat As-Saghira	g CIS, II^1, 354	g CIS, II^3, 4.032	g CIS, I^1, 87
h Hatra nºs 34, 65, 80	h CIS, II^1, 211	h CIS, II^3, 3.915	h CIS, I^1, 93
i Dura-Europos	i CIS, II^1, 161	i CIS, II^3, 3.969	i CIS, I^1, 7
j Inscrição de Ashoka encontrada no vale de Laghman	j CIS, II^1, 213	j CIS, II^3, 3.969	j CIS, I^1, 86B
k Ostraca nºs 74 e 113 de Nisa	k CIS, II^1, 204	k CIS, II^3, 3.935	k CIS, I^1, 13
l Hatra nºs 62 e 65	l CIS, II^1, 204	l CIS, II^3, 3.915	l CIS, I^1, 165
	m N, II, p. 12	m CIS, II^3, 3.917	m CIS, I^1, 143
	n CIS, II^1, 163 D		n CIS, I^1, 65
	o CIS, II^1, 161		o IS, I^1, 7
			p CIS, I^1 p,217

Fig. 18.2

Os outros sistemas semíticos ocidentais são:

— o dos *fenícios* (grandes mercadores e ousados navegadores estabelecidos desde meados do III milênio a.C. em Canãa nas costas da Síria-Palestina), que é atestado apenas a partir do século VI a.C.;

— o *nabateano* (usado ao menos desde o século II a.C. pelo povo dos nômades assim chamados, que são encontrados instalados a partir do século IV a.C. em Petra, no território da atual Jordânia, na interseção das rotas que ligam a Arábia, o Egito, a Palestina e a Síria);

— o *palmireano* (utilizado desde o início de nossa era pelos habitantes da antiga cidade de Palmira, no deserto da Síria, a leste de Homs e a nordeste de Damas);

— o *siríaco antigo*, atestado desde o início de nossa era;

— o *hatreano* (usado durante os primeiros séculos da era cristã pelos habitantes da antiga cidade de Hatra, na Mesopotâmia superior, ao sudoeste de Mossul na parte ocidental iraquiana do Tigre, entre a estepe e o deserto);

— o *arameu-indiano* (sistema utilizado nas inscrições kharoshthî da antiga província de Gandhara, a leste do Afeganistão e ao norte da província indiana do Punjab desde o século IV a.C. até o século III da era cristã);

— e enfim, o *árabe ante-islâmico* (séculos V-VI d.C.).

Mas, contrariamente ao que, tão freqüentemente, foi afirmado, a presença de um sinal aparentemente particular para vinte não constituiu, no traço de uma numeração vigesimal anterior legada aos semitas por algum povo indígena.

Um exame *atento dos diferentes aspectos dos sinais semíticos ocidentais* para 10 e 20 revela que o algarismo da vintena nada mais é que o resultado da superposição de dois sinais idênticos ao da dezena.

Para convencer-se disso é preciso observar em primeiro lugar que o algarismo 10 era, inicialmente, constituído por um traço horizontal e, as dezenas consecutivas tinham sido figuradas por esses traços agrupados dois a dois:

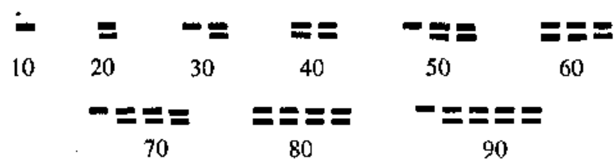


Fig. 18.3 - *Notação das dezenas figurando na inscrição aramaica de Zencirli (século VIII a.C.). Ref. Donner e Röllig, Inscr. nº 215.*

Segundo uma evolução gráfica normal, comum a todas as escritas cursivas (traçadas em papiro ou pergaminho com um caniço com a ponta achatada — espécie de pincel que se mergulhava numa matéria corante), esse traço transformou-se numa linha encurvada para a direita. Desta forma, os dois traços da dezena serviram para expressar o número 20 foram reunidos pouco a pouco num único sinal, por uma espécie de ligadura nascida de uma necessidade de notação rápida, para dar lugar a um algarismo com os grafismos mais diversos:

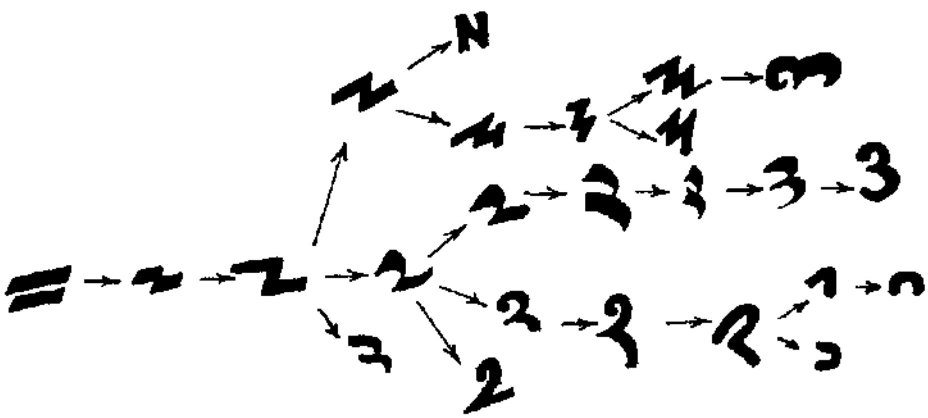
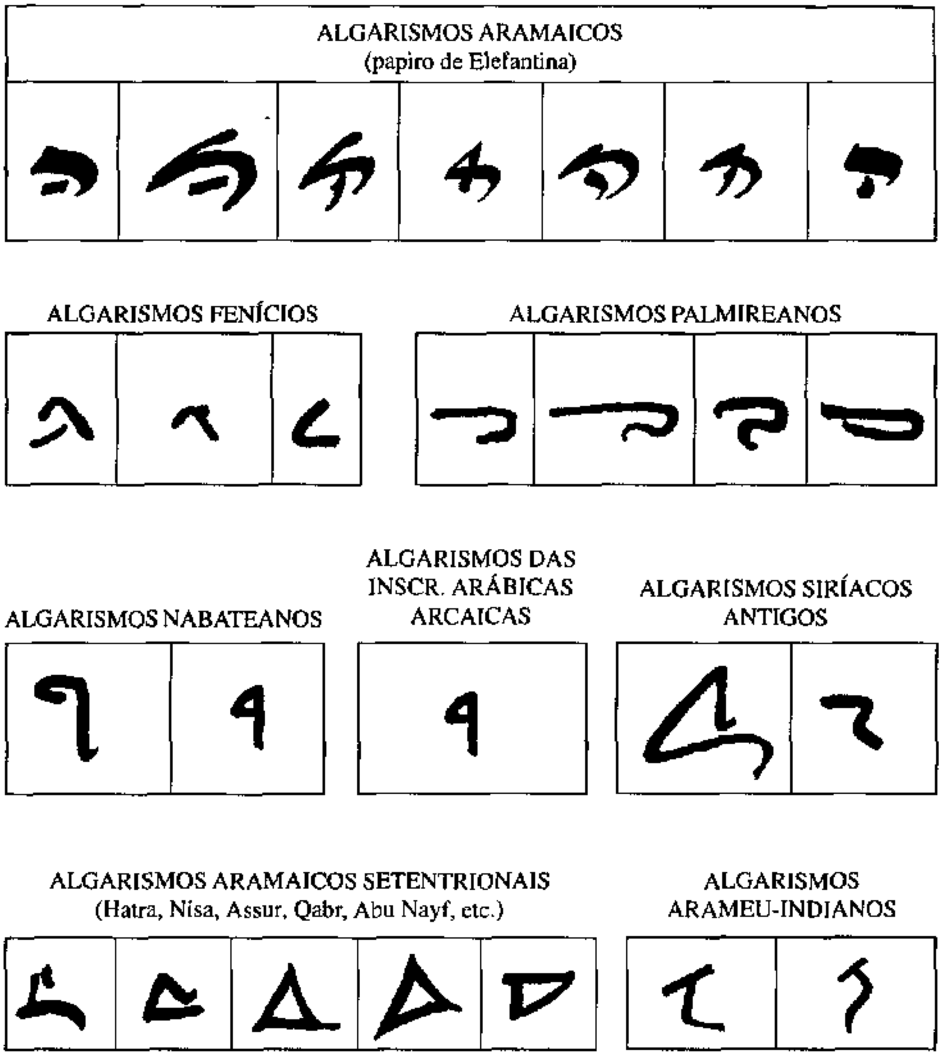


Fig. 18.4 - *Origem e evolução gráfica do algarismo 20.*

Essa notação numérica era estritamente decimal. E, com pouco arranjo dos sinais, esta foi idêntica aos sistemas lineares cretenses para os números inferiores a 100 (ver capítulo 15). Alguns estudiosos concluíram que "a arte de contar do povo aramaico tinha sido muito primitiva", porém, alguns foram além e afirmaram que essa numeração seria baseada apenas no princípio da adição e, "como faltava sinais para ir além da segunda potência de sua base", seria "esgotada muito rapidamente".

Para os números inferiores a 100 a notação aramaica foi primitiva. Mas para as quantidades superiores à centena, esse sistema apresentou uma característica muito interessante que lhe conferiu uma nítida superioridade sobre bom número de numerações da Antigüidade.

Os papiros de Elefantina e várias outras inscrições semíticas ocidentais revelam, que o sistema possuía não somente um algarismo para 100, mas também um algarismo para 1.000 e um outro para 10.000 (embora os dois últimos não sejam atestados nem entre os fenícios nem entre os palmirenses). Além disso, em lugar de repetir cada um desses sinais, o sitema possuía, para representação das centenas, milhares ou dezenas de milhar, o seguinte dispositivo: colocava-se à direita do algarismo 100, 1.000 ou 10.000, sempre que necessário, barras de unidades (fig. 18.7 e 18.8).



FONTE DOS DOCUMENTOS

a CIS II 147	h Hatra	o CIS II 4.021	u CIS II 147
b S 19	i S 15	p CIS II 3.935	v CIS I 7
c S 61	j KR 4	q Sumatar Harebesi	w Assur
d Inscr. de Sari	k S 61	r CIS II 161	x En-Namara (Cantineau p. 49).
e Ostr. de Nisa 113	l CIS I 165	s CIS II 163 D	y Bühler, p. 77
f Qabr Abu Nayf	m CIS I 143	t CIS II 3.915	
g Hatra	n CIS II 3.999		

Fig. 18.5 - *Diversas variantes do algarismo semítico da centena.*

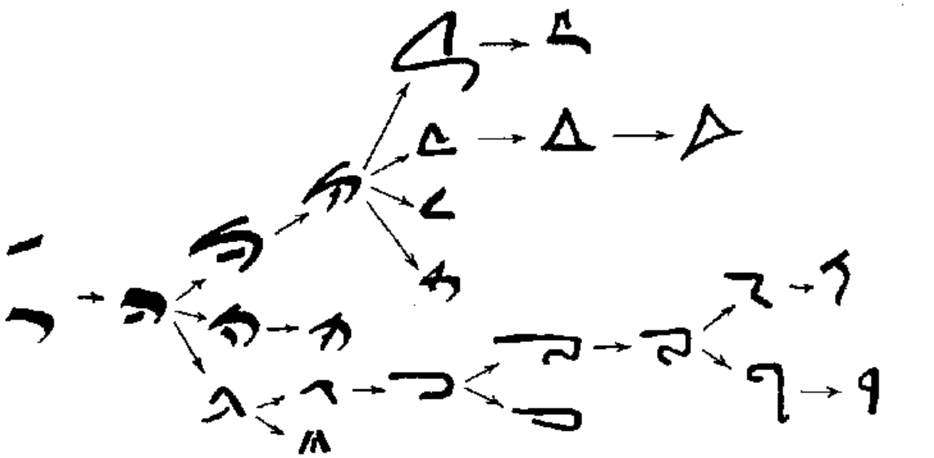


Fig. 18.6 - *Origem e evolução gráfica do algarismo da centena.*

Todos esses sinais derivam da superposição de duas variantes gráficas do algarismo da dezena: uma combinação com valor multiplicativo à qual se acrescentou uma espécie de índice superior com a finalidade de evitar qualquer confusão com a superposição primitiva de 20 e que evoluiu para os grafismos mais diversos.

ARAMAICO DE ELEFANTINA

S 61	100 × 5	500
CIS II[1] 147	100 × 8	800
S 61	100 × 9	900

S 19	100 × 1	100
S fragm. 3	100 × 2	200
S 19	100 × 4	400

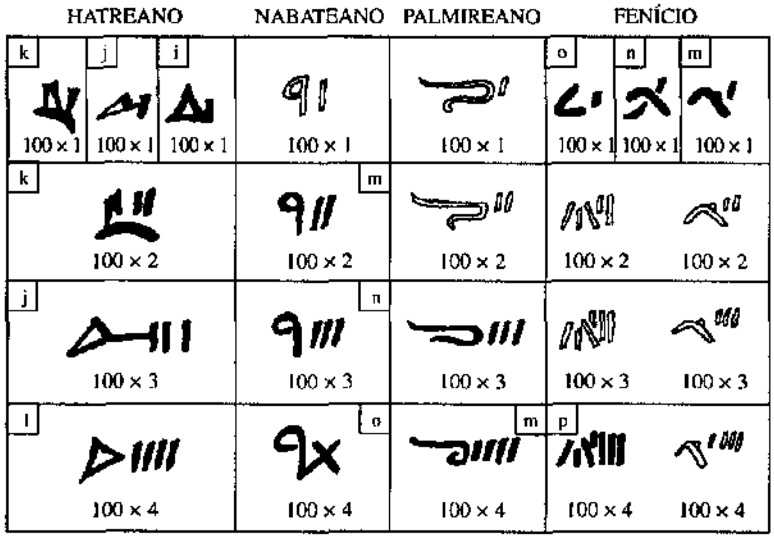
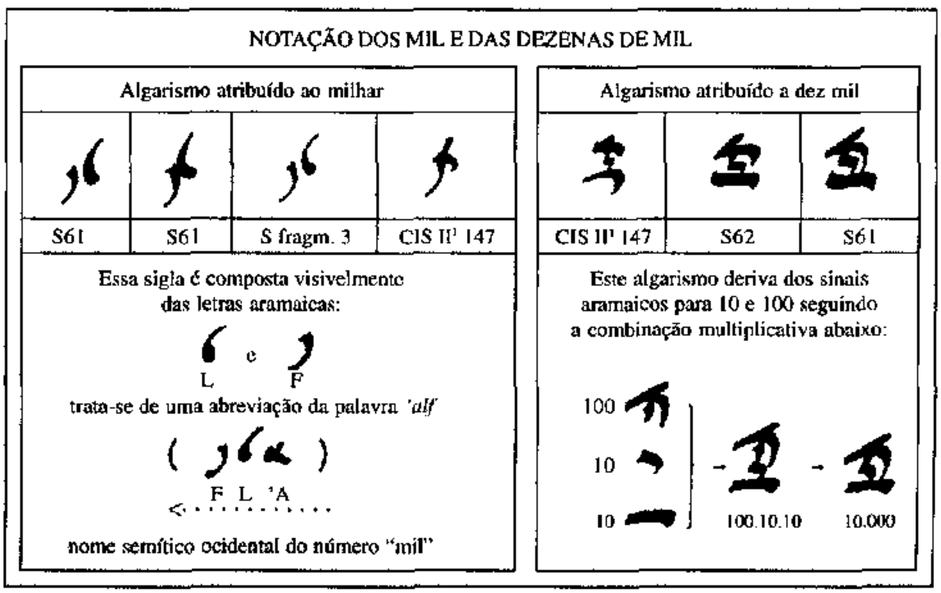


Fig. 18.7 - *Notação semítica dos múltiplos da centena.*
(Traços cheios: exemplos atestados; traços duplos: restituições).
Ver as referências nas figuras 18.2 e 18.5.



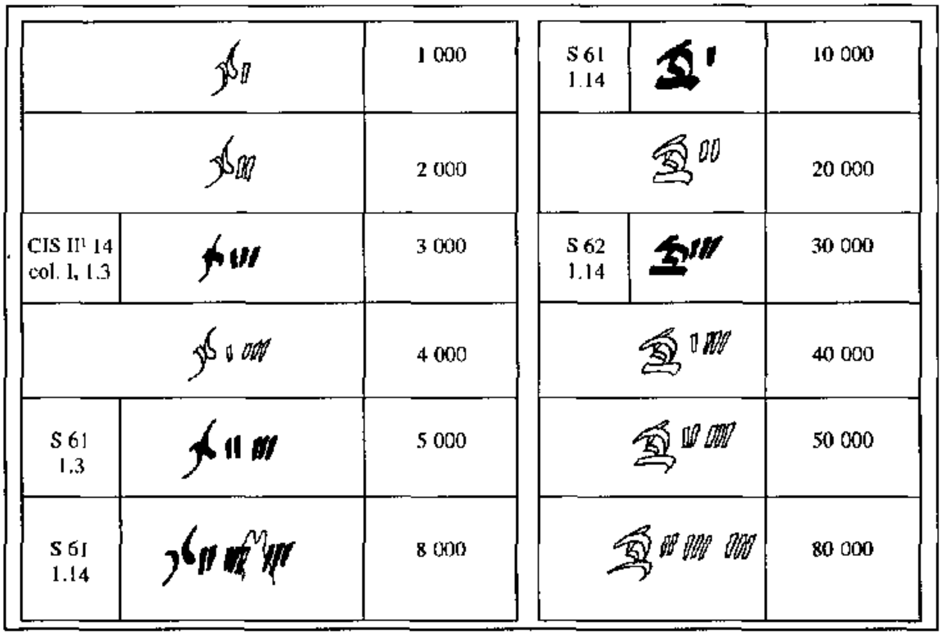


Fig. 18.8 - *Notação aramaica das unidades superiores ou iguais a mil.*
(Tais algarismos não parecem atestados entre os outros semitas do Noroeste).

Noutras palavras, para os números de 1 a 99, esses semitas tinham recorrido ao princípio aditivo, mas para os múltiplos de 100, 1.000 ou 10.000 tinham pensado em utilizar o princípio multiplicativo escrevendo os números em questão sob a forma

1 × 100	1 × 1 000	1 × 10 000
2 × 100	2 × 1 000	2 × 10 000
3 × 100	3 × 1 000	3 × 10 000
4 × 100	4 × 1 000	4 × 10 000
5 × 100	5 × 1 000	5 × 10 000
6 × 100	6 × 1 000	6 × 10 000
7 × 100	7 × 1 000	7 × 10 000
8 × 100	8 × 1 000	8 × 10 000
9 × 100	9 × 1 000	9 × 10 000

Donde, para os números intermediários superiores à centena, uma expressão segundo um princípio ao mesmo tempo aditivo e multiplicativo.

O uso de um tal princípio corresponde às tradições numerais dos povos semíticos.

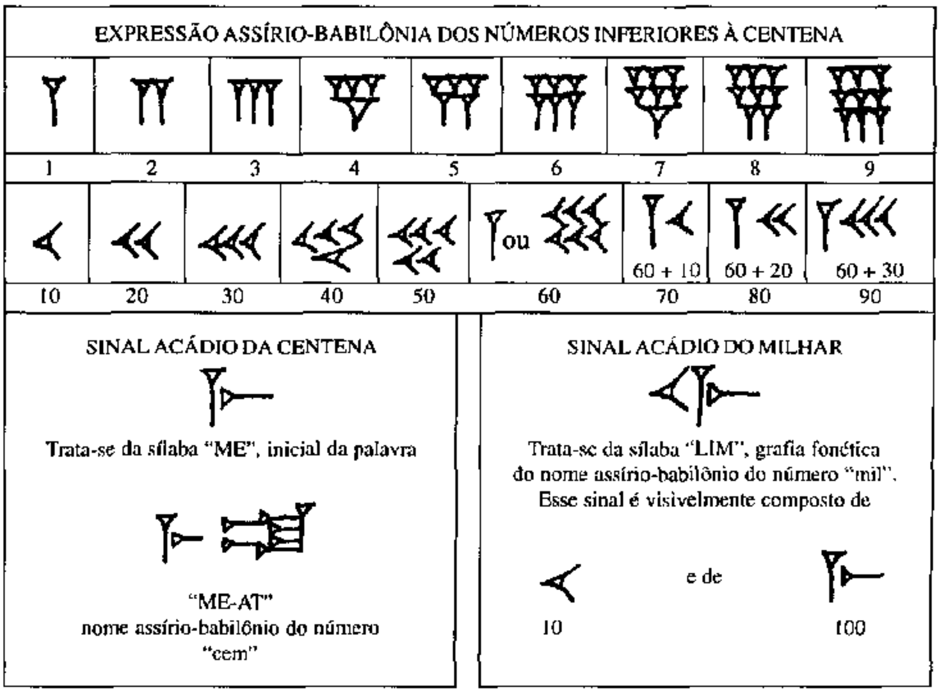
Claro, é encontrado em quase todos os semitas do noroeste (fenícios, palmirenses, nabateanos, etc.) que, como vimos, utilizaram notações numéricas de mesma origem que o sistema aramaico de Elefantina.

É encontrado igualmente nos semitas ditos orientais.

Sabemos que os assírios e babilônios que herdaram a numeração sexagesimal aditiva dos sumérios, modificaram completamente a estrutura desta última, conservando a grafia cuneiforme correspondente.

Em razão desse costume de contar por centenas e milhares, e não encontrando algarismo nem para 100 nem para 1.000 no sistema de seus predecessores, seus escribas tiveram a idéia de escrever esses dois números por um meio fonético e indicar seus múltiplos consecutivos usando não mais o princípio da adição, mas o princípio multiplicativo (fig. 18.9; ver também p. 321-325).

Todas as numerações semíticas ocidentais (com exceção, claro, do sistema hebraico tardio) não tiveram estritamente nada a ver com o uso das letras numerais.



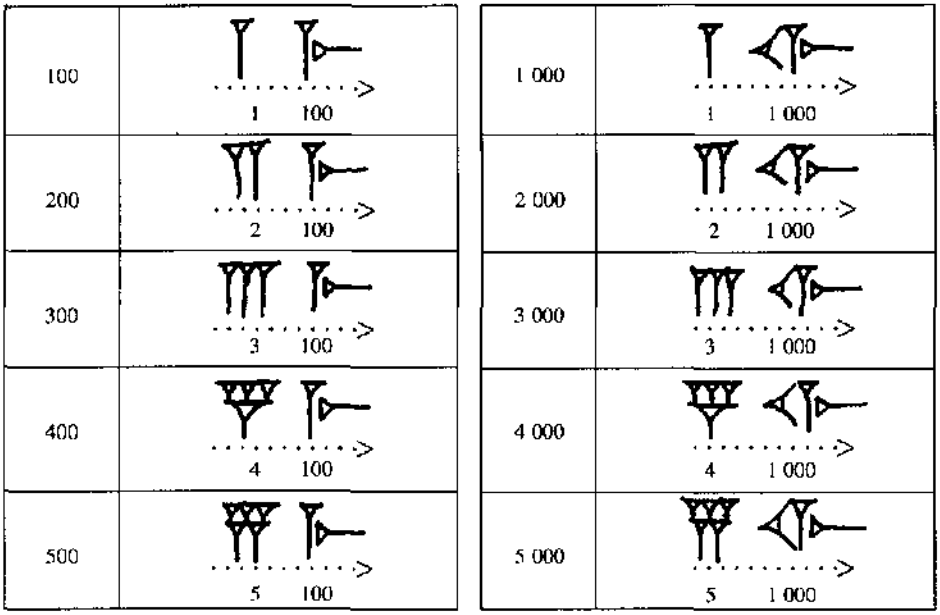


Fig. 18.9 - *A numeração corrente assírio-babilônia: uma adaptação do sistema sumério às tradições de contagem semíticas (ver capítulo 13).*

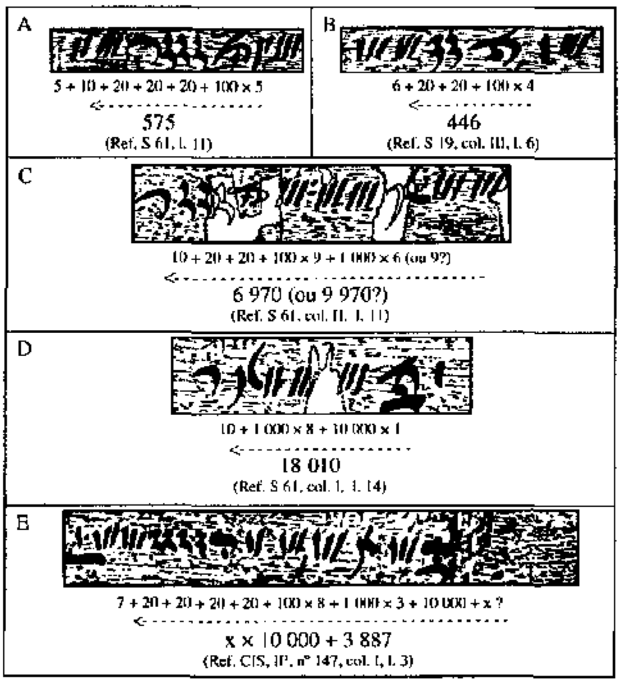


Fig. 18.10 - *Interpretação e fac-símile de menções numéricas extraídas dos papiros de Elefantina.*

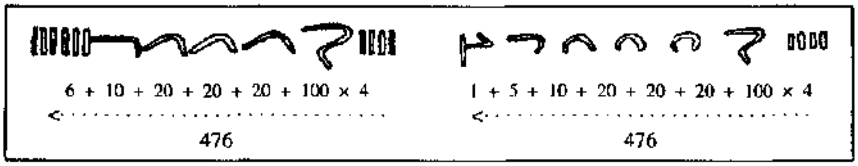
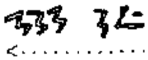


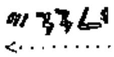
Fig. 18.11 - *Interpretação e fac-símile de dois exemplos pertencentes a inscrições siríacas de Sumatar Harabesi, datadas do ano 476 da era selêucida (= 165-166 d.C.). Ref. J. Naveh.*

Fig. 18.12 - *Inscrição fenícia do século V a.C. Ref. CIS I[1], n° 7.*

No final da linha 4 (à esquerda) e no início da linha seguinte, percebe-se a representação do número 180 sob a forma:

 (1 x 100 + 20 + 20 + 20 + 20)

Na mesma linha 5, percebe-se a notação de 143 com uma ligeira diferença na representação do número 100:

 (1 x 100 + 20 + 20 + 3)

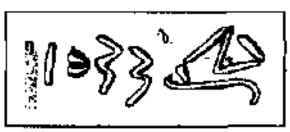


Fig. 18.13 - *Expressão do número 547 na inscrição siríaca de Sari. Ref. J Naveh. Da direita para a esquerda: sinal da centena atrelado ao algarismo 5: (5 × 100 + 20 + 20 + 5 + 1 + [1]).*

Os mais antigos testemunhos arqueológicos conhecidos atestando o uso das letras numerais gregas

Entre as mais antigas atestações conhecidas do uso da numeração grega alfabética figuram as moedas datadas do reino de Ptolomeu II Filadelfo (286-246 a.C.), segundo soberano da dinastia macedônica dos lágides, que reinaram sobre o Egito pouco antes da morte de Alexandre, o Grande (fig. 18.14).

Números de inventário das moedas	Expressão das datas	Transcrição e Tradução	
CGC 44		K	20
CGC 45		KA	21
CGC 46		KA	21
CGC 48		KB	22
CGC 49		KL	23
CGC 50		KA	24
CGC 53		KE	25
CGC 57		KZ	27
CGC 50		KH	28

Números de inventário das moedas	Expressão das datas	Transcrição e Tradução	
CGC 61		A	30
CGC 63		AA	31
CGC 68		AB	32
CGC 70		AL	33
CGC 73		AA	34
CGC 99		AE	35
CGC 100		A	36
CGC 101		AZ	37
CGC 77		AH	38

Fig. 18.14 - *Menções numéricas extraídas das mais antigas moedas gregas datadas com a ajuda das letras numerais (as datas reportam-se ao reino de Ptolomeu II Filadelfo [286-246 a.C.]; a mais antiga dentre elas data de 266-265 e a mais recente é de 248-247). Moedas conservadas no Museu Britânico e publicadas no catálogo de R. S. Poole.*

Citemos também um papiro grego encontrado em Elefantina, constituindo um contrato de casamento concluído desde o 7º ano do reinado de Alexandre IV (reinado: 323-311 a.C.), filho de Alexandre, o Grande (reinado: 356-323 a.C.). Esse documento, datado do ano 317-316 a.C., expressa o dote de *Alfa Dracmas*:

 (transcrição: ⊢ A; tradução: *dracma*: A)

Fig. 18.15

A letra numeral A tem, muito provavelmente, o valor do milhar nesse documento. A menos que quem tenha dotado a moça tenha sido avaro suficiente para atribuir-lhe uma só dracma (posto que a letra *alfa* valia tanto um, quanto mil)!

Pode-se, portanto, concluir que a numeração alfabética foi de uso muito corrente, ao menos desde o fim do século IV antes de nossa era.

As escavações relativamente recentes na ágora e na face norte da Acrópole de Atenas provam que a criação da numeração alfabética grega remonta ao menos ao século V a.C., sendo o sistema com efeito atestado numa inscrição da Acrópole, contemporânea de Péricles (cf. Tod, *In*: ABSA, 45/1950).

Os mais antigos testemunhos arqueológicos conhecidos atestam o uso das letras numerais hebraicas

Entre elas figuram, inicialmente, as moedas cunhadas no século II da era cristã por Simon Bar Kokhba, que se apossou de Jerusalém durante a Segunda Revolta judaica (132-134 d.C.). O siclo da figura 18.16 porta uma inscrição hebraica em caracteres então arcaizantes (sinais da escrita dita "paleo-hebraica"[1]) com uma data marcada mediante a letra numeral *bet* = 2, que corresponde ao "ano 2 da liberação de Israel", ou seja, o ano 133 d.C.

Fig. 18.16 - *Moeda da Segunda Revolta judaica (132-134 d.C.). Kadman Numismatic Museum, Israel.*

Há também as moedas da Primeira Revolta judaica (66-73 d.C.) (fig. 18.17), bem como as moedas hasmoneanas (redigidas em aramaico em letras paleo-hebraicas), as mais antigas das quais remontam ao fim do século I a.C. As moedas reproduzidas na figura 18.18, por exemplo, foram cunhadas em 78 a.C. sob o domínio de Alexandre [Janeu?], quarto etnarca da dinastia hasmoneana, que tinha tomado o título de "rei".

---

[1] A escrita conhecida pelo nome de "paleo-hebraica", cuja grafia é próxima das letras propriamente fenícias, foi correntemente utilizada nos antigos reinos de Judá e de Israel, durante a primeira metade do I milênio antes de nossa era. A partir do século V a.C., os israelitas adotaram a língua e a escrita cursiva aramaicas, e as letras hebraicas tomaram pouco a pouco a forma dura e maciça que deu nascimento, um pouco antes da era cristã, ao hebraico moderno dito "quadrático" (fig. 17.2). O paleo-hebraico contudo não desaparece completamente: é encontrado esporadicamente na Palestina até o século II da era cristã, onde foi utilizado, em particular pelos inspiradores das duas revoltas judaicas, para marcar um "retorno à verdadeira tradição de Israel"; e subsiste até nossos dias entre os samaritanos que, fiéis às antigas tradições judaicas, usam ainda um alfabeto que deriva dele diretamente.

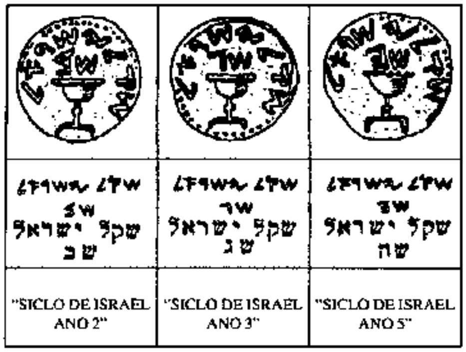


Fig. 18.17 - *Moedas cunhadas na Primeira Revolta judaica (66-73 d.C.): siclos datados respectivamente do Ano 2 (moeda A: 67 d.C.), com letras numerais inscritas em caracteres "paleo-hebraicos". Kadman Numismatic Museum, Israel. Ref. L. Kadman, pr. I a III.*

Fig. 18.18 - *Moedas cunhadas em 78 a.C. sob Alexandre [Janeu?]. Kadman Numismatic Museum, Israel. Ref. J. Naveh, pr. 2 (nos 10 e 12) e pr. 3 (nº 14).*

Citemos também um documento conservado no museu de Jerusalém. Trata-se de uma peça de argila, tendo servido para selar um rolo de papiro, outrora atado a um barbante (fig. 18.19). O documento em questão leva uma inscrição em caracteres paleo-hebraicos, cuja tradução literal é: "Jonathan, Sumo-Sacerdote, Jerusalém, M". A letra *Mem*, com a qual termina a inscrição, é ainda enigmática: é talvez uma letra numeral cujo valor (= 40) poderia referir-se à era de

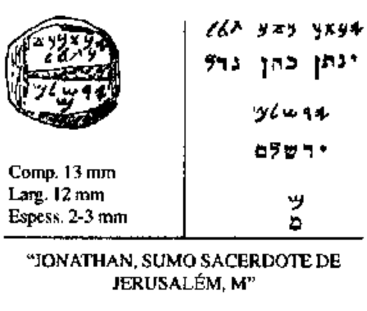


Fig. 18.19 - *Bula do "Sumo Sacerdote Jonathan", provavelmente da época hasmoneana (século II a.C.). Museu de Israel, Jerusalém. (Doc. nº 75.35). Ref. N. Avigad, fig. 1 e prancha I-A.*

Simão Macabeu (o qual tinha sido reconhecido em 142 a.C., por Demetrios II, como "Sumo Sacerdote, estratego e etnarca dos judeus"). Nesse caso, o documento dataria do quarto ano de Simão, ou seja, de 103 a.C. Tratar-se-ia, por conseguinte, do mais antigo documento oferecido em nossos dias pela arqueologia e que atesta o uso das letras numerais hebraicas.

Mencionemos também o fragmento do rolo de pergaminho, encontrado em Khirbet Qumran, na costa noroeste do mar Morto, a 13 quilômetros de Jericó (fig. 18.20).

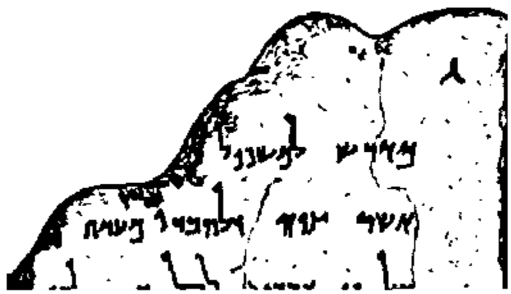


Fig. 18.20 - *Fragmento de rolo de pergaminho encontrado recentemente em Khirbet Qumran. Rolo 4QS^d, nº 4Q 259. Ref. J. -T. Milik [2].*

Trata-se de um rolo contendo uma cópia da Regra da comunidade essênia de Qumran, redigida em hebraico quadrático, num estilo gráfico que data, no máximo, do século I a.C. Esse fragmento foi encontrado na primeira coluna da terceira folha do rolo. Nota-se a letra ג (*guimel*) mais ou menos à mesma distância da margem superior e da margem direita, ou seja, distando 5mm aproximadamente de ambas. E como a letra *guimel* é a terceira do alfabeto hebraico, deduz-se daí que serviu para numerar, e essa seria a terceira folha. Mas tal letra não foi grafada por aquele que redigiu o manuscrito: como explica J.-T. Milik, foi "traçada em ductus herodiano por um outro escriba, sem dúvida um jovem aprendiz que tinha adotado a nova moda da escrita judaica [notadamente a numeração dos manuscritos através de letras alfabéticas], enquanto que o escriba principal tinha seguido o estilo paleográfico que tinha aprendido em sua juventude".

Os algarismos empregados pelos judeus, da época persa à época helenística

O que precede prova, portanto, que na Palestina, o emprego das letras hebraicas enquanto algarismos estava ainda em seus primeiros balbucios (ao menos no uso corrente) no início de nossa era.

Esse fato encontra-se aliás confirmado pela descoberta, no mesmo sítio, de vários documentos econômicos datados do século I a.C., que pertenceram aos membros da seita essênia de Khirbet Qumran. Entre eles, o rolo de couro reproduzido na figura 18.21 A, que nos oferece algarismos de um gênero inteiramente diferente das letras numerais hebraicas (fig. 18.21 B):

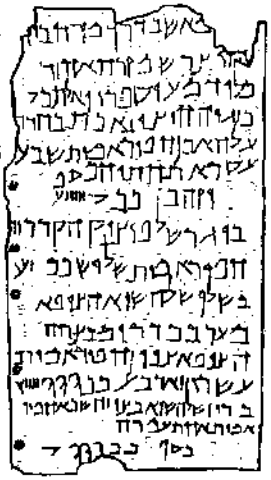


Fig. 18.21 A - *Fragmento de um rolo de couro do século I a.C.pertencente aos membros da seita judaica de Khirbet Qumran. Documento encontrado na terceira gruta de Qumran; ref. DJD III, 3Q; pr. LXII, col. VIII.*

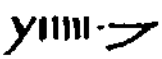
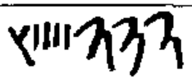
Linhas	MENÇÕES NUMÉRICAS FIGURANDO NO DOCUMENTO DA FIGURA 18.21 A	VALORES	SE O ESCRIBA TIVESSE USADO LETRAS NUMERAIS TERIA EMPREGADO AS FORMAS:
7	 2 + 5 + 10 <· · · · · · · · · · · ·	17	 (יז) 7 + 10 <· · · · · ·
13	 2 + 4 + 20 + 20 + 20 <· · · · · · · · · · · · · · · ·	66	 (סו) 6 + 60 <· · · ·

Fig. 18.21 B

Outra confirmação nos é fornecida pelos numerosos papiros que foram deixados pelos membros da colônia militar judaica, estabelecida no século V a.C., na cidade meridional egípcia de Elefantina (situada no Nilo, na altura de Assuã e da primeira catarata). Comporta atas de transferência de propriedades, contratos de casamento ou herança, ou ainda letras de soldo e empréstimo. Esses documentos revelam algarismos de um gênero inteiramente idêntico aos precedentes. Para os números 80 e 90, um deles (cf. S, papiro nº 18) dá-nos notações, visivelmente muito diferentes das letras numerais semíticas *Pe* (= 80) e *Tsade* (= 90):

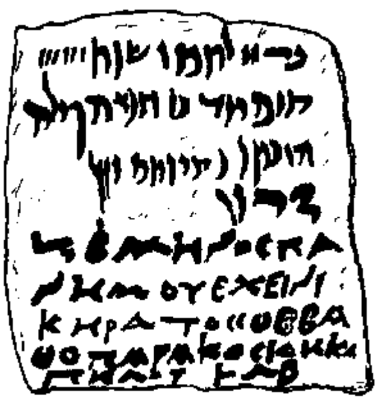
20 + 20 + 20 + 20   10 + 20 + 20 + 20 + 20

80   90

Fig. 18.22

Em Khibet e Kôm, sítio israelense que se situa entre Lakhish e Hebron, os arqueólogos encontraram um documento bilíngüe aramaico-grego, datando provavelmente da primeira metade do século III a.C. Trata-se de um fragmento de rocha que tinha servido de recibo para a soma de 32 dracmas, que um semita arrendador de fundos denominado Qos Yada' tinha alugado para um certo grego de nome Nikératos (fig. 18.23).

Um estudo paleográfico detalhado desse documento mostra inicialmente que os ductus são distintos, isto é, que os textos foram redigidos por duas mãos diferentes: provavelmente por aquela do arrendador de fundos para o texto aramaico e pela do devedor para a inscrição grega.



TRANSCRIÇÃO

TEXTO GREGO

6 12

ʟϛ ΙΒ ΜΗΝΟΣ ΠΑ
ΝΗΜΟΥ ΕΧΕΙ ΝΙ
ΚΗΡΑΤΟΣ ΣΟΒΒΑ
ΘΟ ΠΑΡΑ ΚΟΣΙΔΗ ΚΑ
ΠΗΛΟΥ ⊢ΛΒ

30.2

TEXTO ARMÊNIO

6 12

ב ר// לתמוז שנת /// ///
קוסידע בר חנא קפילס
הו נתן [ל] ניקרתס וזן
בר//

2 10 20

TRADUÇÃO

6º ano, o 12 do mês de
Panémos, Nikératos, filho
de Sobbathos, recebeu de
Koside, o arrendador de fundos,
32 dracmas

O 12 (do mês) de Tammuz
(do) 6º ano Qôs Yada',
filho de Hanna,
o comerciante, deu a Nikératos:
em "Zuz" 32

Fig. 18.23 - *Ostracon bilíngüe encontrado em Khirbet el Kôm (Israel), provavelmente do 6º ano de Ptolomeu II Filadelfo (277 a.C.). American Schools of Oriental Research, Cambridge. Ref. L.-T. Garay; A. Skaist.*

Ao examinarmos esses textos de perto, é forçoso constatar que, seguindo a prática corrente em todo o mundo helenístico, o assim chamado Nikératos tinha notado a soma de 32 dracmas, bem como a data da transação ("6º ano, o 12 do mês de Panémos"), com sinais da numeração grega alfabética:

ϛ (*epísemos*) (= 6), IB (*iota-beta*) (= 12) e ΛB (*lambda-beta*) (= 32).

O semita Qos Yada' representou com sua própria mão a soma equivalente a "32 *zuz*" através de sinais da notação exposta acima:

20 + 10 + 1 + 1.

Naturalmente, se o uso das letras numerais semíticas tivesse sido difundido nessa época na Palestina, nosso semita teria grafado a soma em questão sob uma forma literal, muito mais simples:

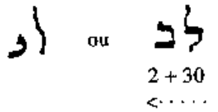


Fig. 18.24

Há portanto grandes probabilidades de que os habitantes da Judéia só tenham conhecido o emprego das letras numerais no uso profano a partir da Baixa Época.

O sistema que acabou de nos ser revelado, usado no período que vai da época persa ao fim da época helenística (séculos V-II a.C.), nada mais é do que a numeração semítica ocidental, que os hebreus tinham passado aos comerciantes aramaicos, junto com sua língua e sua escrita (*ver quadro, p. 480-482*).

É verdade que em função da atividade muito intensa desses comerciantes — que, nessa época, tinham sido, de alguma maneira, no continente o que os fenícios foram no mar —, a escrita aramaica infiltrou-se por toda a parte no Oriente Próximo, suplantando a escrita cuneiforme assírio-babilônia e tornando-se o sistema de correspondência internacional da região.

Contagens do tempo dos reis hebreus

O que ocorreu na época monárquica, período que vai grosso modo do século X ao VI a.C.? Na falta de fonte arqueológica, os cientistas (que por muito tempo ignoraram a existência do sistema que se segue) simplesmente supuseram que nessa época os habitantes dos antigos reinos de Judá e Israel tinham escrito seus números invariavelmente "com todas as letras".

Mas a descoberta em Samaria, no início deste século, de um lote de sessenta e três *ostraca* [1], redigidos em caracteres paleo-hebraicos, lançou uma luz completamente nova sobre

---

[1] O termo *ostracon* (plural *ostraca*) designa habitualmente todo fragmento de rocha ou caco de cerâmica que serviu de suporte para uma escrita. Essa espécie de suporte material — que foi, por assim dizer, o "papel de rascunho" dos escribas ou ainda, na expressão de G. Posener, o "papiro dos pobres" — foi freqüentemente empregada pelos egípcios, fenícios, aramaicos e hebreus para proceder às contagens correntes, levantar listas de trabalhadores, endereçar cartas e mensagens ou redigir e copiar obras literárias de toda espécie.

a questão. Esses documentos foram descobertos nos entrepostos do rei Omrî, e contêm, em sua maioria, faturas ou recibos acompanhados de valores *in natura* recebidos pelos intendentes do rei de Israel. Tais inscrições revelaram que os israelitas notavam os números ora com todas as letras, ora com a ajuda de sinais de numeração.

Várias outras descobertas arqueológicas vieram, em seguida, confirmar esses resultados. Entre elas, pode-se mencionar:

— mais de uma centena de *ostraca* datados da época real, e descobertos em Arad (importante cidade do Negev ocidental, situada na fronteira do antigo reino de Judá, na rota principal que conduz a Edom);
— uns vinte *ostraca* encontrados em Lakhish em 1935, contendo mensagens endereçadas a um comandante militar israelita por seus subordinados anteriores, a maioria, ao fim da época precedente à tomada de Lakhish em 587 a.C. por Nabucodonosor II);
— numerosos pesos israelitas portando inscrições;
— bem como numerosas descobertas semelhantes feitas no Ophel de Jerusalém, em Murabba'at e em Teil Qudeirat (Qadesh Barnéa).

Por muito tempo permaneceu obscura a natureza desses sinais numéricos. Atualmente, não há mais nenhuma dúvida: como se verá na figura 18.26, esses algarismos nada mais são com efeito do que os sinais da numeração hierática egípcia na sua grafia plenamente evoluída do Novo Império (fig. 14.39 e 14.46). Temos aí uma interessante confirmação da importância das relações culturais da Palestina com o Egito, dos quais os historiadores já puseram em relevo vários outros aspectos. Noutras palavras, na época monárquica, a administração israelita, sob a influência da civilização dos faraós, tinha adotado para suas necessidades os algarismos da cursiva hierática egípcia (fig. 18.25 e 18..27).

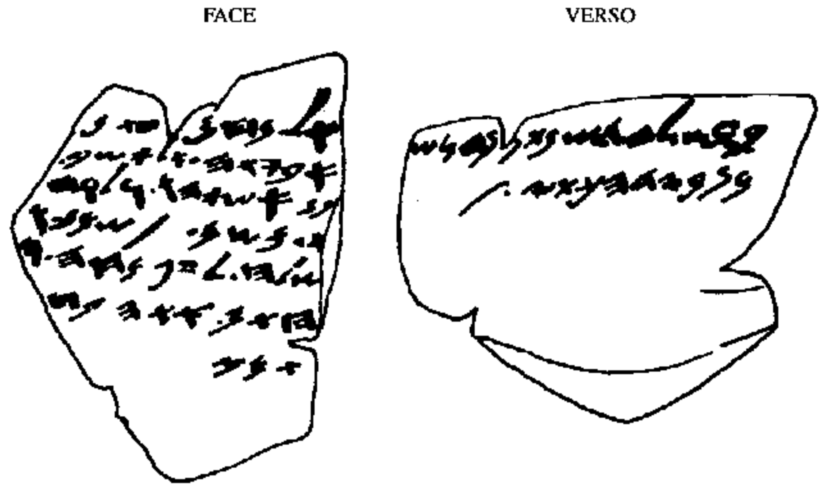


Fig. 18.25 - Ostracon *hebraico encontrado em Arad, século VI a.C.* (ostracon *nº 17). Esse documento redigido na antiga escrita de Israel comporta, inversamente, a notação do número 24 sob a forma* 4 20 *(figura 18.26). Ref. Y. Ahoroni.*

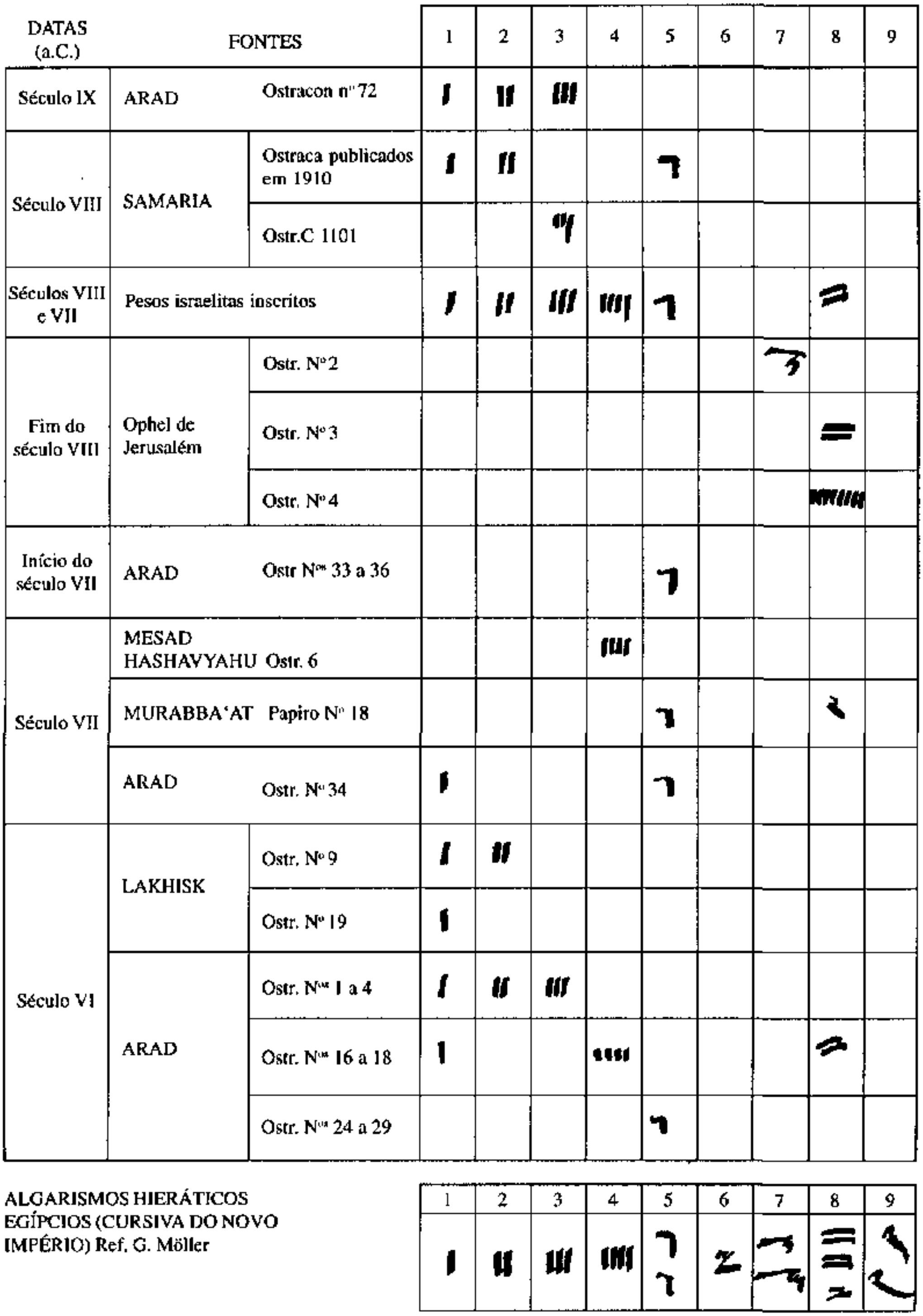

DATAS (a.C.)
FONTES
1 2 3 4 5 6 7 8 9
Século IX
ARAD
Ostracon nº 72
Século VIII
SAMARIA
Ostraca publicados em 1910
Ostr.C 1101
Séculos VIII e VII
Pesos israelitas inscritos
Fim do século VIII
Ophel de Jerusalém
Ostr. Nº 2
Ostr. Nº 3
Ostr. Nº 4
Início do século VII
ARAD
Ostr Nºs 33 a 36
Século VII
MESAD HASHAVYAHU Ostr. 6
MURABBA'AT Papiro Nº 18
ARAD
Ostr. Nº 34
Século VI
LAKHISK
Ostr. Nº 9
Ostr. Nº 19
ARAD
Ostr. Nºs 1 a 4
Ostr. Nºs 16 a 18
Ostr. Nºs 24 a 29
ALGARISMOS HIERÁTICOS EGÍPCIOS (CURSIVA DO NOVO IMPÉRIO) Ref. G. Möller
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Fig. 18.26 A

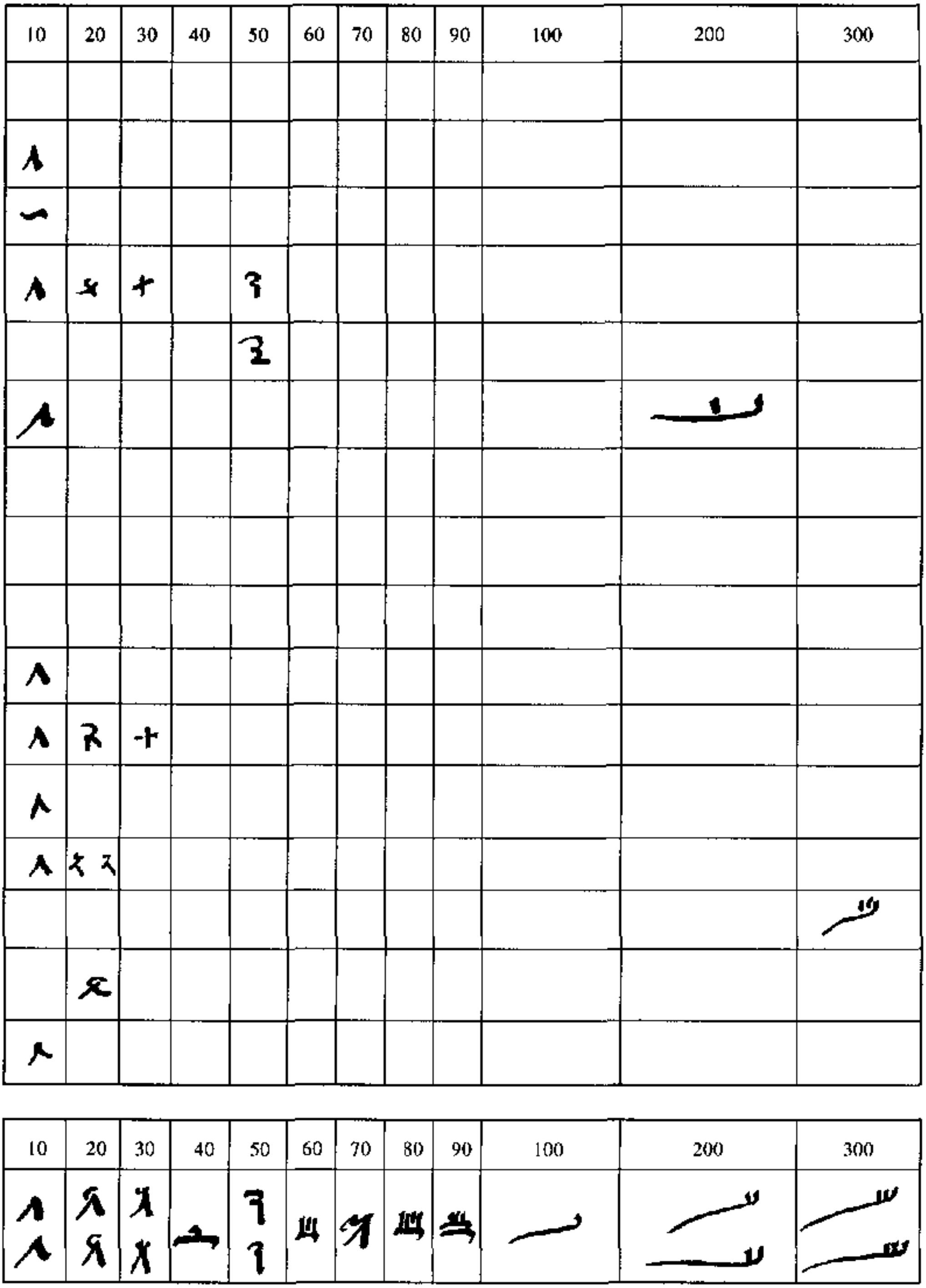


Fig. 18.26 B - *Os quadros mostram os algarismos utilizados na Palestina à época real israelita que são os mesmos do sistema hierático egípcio (ver fig. 18.27 concernente à série completa).*

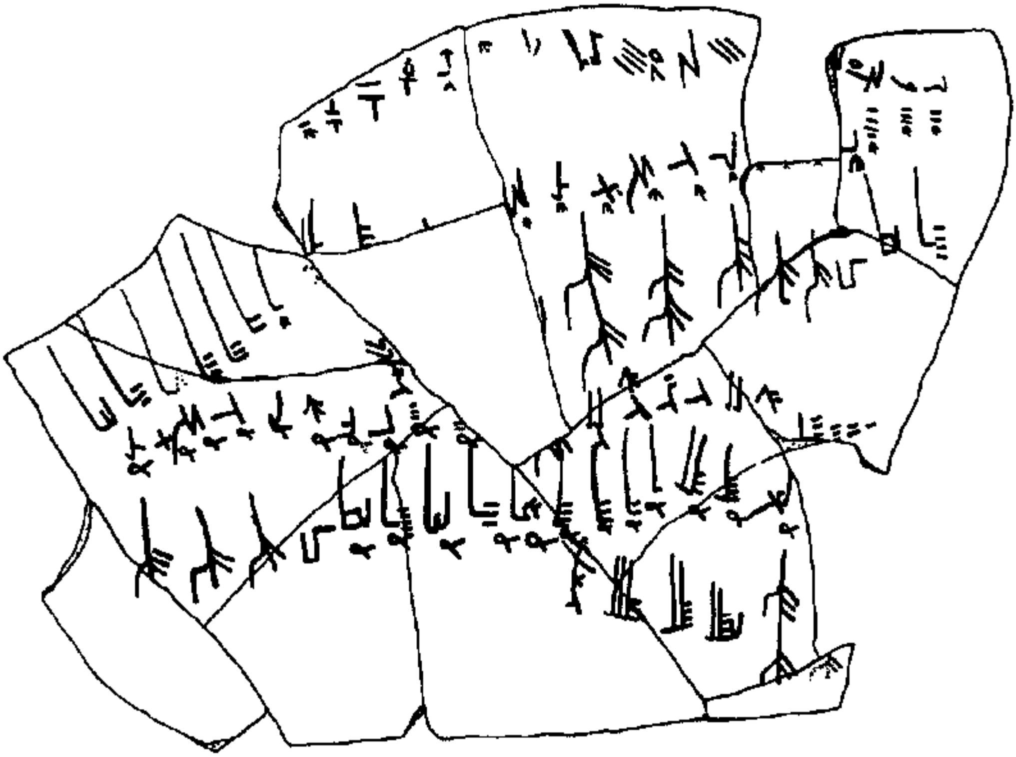


Fig. 18.27 - Ostracon *nº 6 de Tell Qudeirat (Qadesh-Barnéa, fim do século VII a.C.): o maior* ostracon *paleo-hebraico conhecido em nossos dias (descoberto em 1979 por R. Cohen). Traz a confirmação dos resultados da figura 18.26, esse documento traz a série quase completa das centenas e dos milhares sob a forma hierática egípcia. Ref. P. Vernus e A. Lemaire In: FAP, 5/1983.*

Os algarismos empregados pelos lapidadores judeus do início da era cristã

Concluímos esta parte deste estudo pela interessante constatação: entre o século I a.C. e o século VII a.C., em toda a bacia mediterrânea (da Itália à Palestina, a Síria do Norte e da Frígia ao Egito e mesmo a Etiópia) era cada vez mais difundido o uso da numeração alfabética hebraica. Os lapidadores judeus que redigiam em hebraico, grego e latim expressaram, freqüentemente, seus números e datas através de letras numerais gregas, como ilustram os exemplos reproduzidos na figura 18.28.

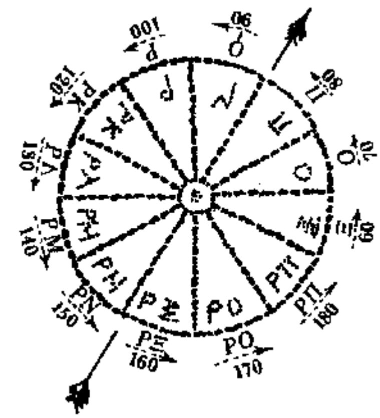
PALESTINA TRANSJORDANIANA	Rosácea em mosaico encontrada na Peréia em *Hösn*, a leste do Jordão. Cf. RB, 1900, p. 119. 
	Grande teatro de *Gerasa*. Cf. R. B., 1895, nº 3, p. 373-400 CIB ···> 212 CIЄ ···> 215 CK ···> 220 CKA ···> 221 ЭIΦ <··· 515 ΔIΦ <··· 514 ꓶIΦ <··· 513 ꓭIΦ <··· 512
EGITO	Inscrição *copta* concernente à pessoa e às duas obras de Luc. Cf. ASAE, X, 1909, p. 51 $\overline{\text{KH}}$ ···> 28 $\overline{\text{K}\Delta}$ ···> 24 $\overline{\text{KZ}}$ ···> 27
	Estelas funerárias *judaicas* de Tell el Yahudiyeh (10km aproximadamente ao norte do Cairo), que datam do século I d.C. Cf. CII, nº 1454, 1458 e 1460. $\overline{\text{IB}}$ ···> 12 $\overline{\text{I}\Gamma}$ ···> 13 $\overline{\text{K}\Gamma}$ ···> 23 $\overline{\Lambda\text{Є}}$ ···> 35 N 50 $\overline{\text{PB}}$ ···> 102
FRÍGIA	Inscrição *judaica* datada de 253-254 d.C. Cf. CII nº 773 TΛH ···> 338
ETIÓPIA	Inscrição de *Aksum* século III d.C. Cf. DAE. KΔ ···> 24 ͵ΓPIB ···> 3112 ͵ϚCKΔ ···> 6224

Fig. 18.28 A

LÁCIO	Catacumbas *judaicas* das viae Nomentana, Labicana e Apia Pignatelli. Cf. CII nº 44, 78, 79 ΛΓ ····> 33 ΚΑ ····> 21 ΞΘ ····> 69
SÍRIA DO NORTE	Mosaico de uma sinagoga. Inscrição *judaica* datada de 392 d.C. Cf. CII nº 805 $\overline{\text{ΨΓ}}$ ····> 703
SUL DO MAR MORTO	Inscrição *judaica* tumular datada de 389-390 d.C. Cf. CII nº 805 ϚΠ <···· 86 CΠΓ ····> 283

Fig. 18.28 B - O uso da numeração grega alfabética nas inscrições judaicas do início da era cristã.

O POVO JUDEU E SEU COMPLEXO CULTURAL

Se o povo de Israel desempenhou, incontestavelmente, um papel de primeiríssimo plano na história das religiões, sofreu, em contrapartida, durante toda sua história, as influências mais diversas dos vizinhos, fossem aliados, anfitriões ou conquistadores.

Na Antigüidade, conhecemos também a importância das relações culturais que a Palestina manteve na época real com o Egito, com a Mesopotâmia, a Fenícia e o reino dos Hititas.

Sabemos também que a partir do século VIII a.C., a Palestina passou sucessivamente pela dominação dos assírios, neo-babilônios, persas, lágides (que tentaram helenizar toda a região), selêucidas, romanos etc.

Entre as múltiplas influências sofridas pelos israelitas, as mais notáveis são:

— o empréstimo das letras alfabéticas fenícias na época real;
— a adoção do sistema sexagesimal de origem assírio-babilônia para regrar o sistema de pesos e medidas[1];
— o empréstimo provável dos cananeus de seu calendário, em que a aparição da lua nova determinava o início do mês;

[1] Sabemos, por exemplo, que o sistema ponderal israelita era fundado na base sessenta, como na Babilônia. Julga-se, segundo a reforma de Ezequiel (XLV, 12) que o talento (ou *kikkar*) valia 60 minas (ou *maneh*) e a mina 60 siclos (ou *sheqel*).

— a adoção dos nomes do antigo calendário de Nippur, cujo uso era difundido na Mesopotâmia desde a época de Hammurábi (e cujos meses eram nomeados sucessivamente: *Nisân, Ayar, Siwan, Tammuz, Ab, Elul, Teshrêt, Arashamna, Kisilimmu, Tebet, Shebat e Adar*. Estes nomes são próximos àqueles do calendário judeu);
— o empréstimo da língua e da escrita aramaicas (que sabemos, eram ainda no tempo de Jesus as únicas correntemente empregadas na Judéia).

Surpreendentemente, a civilização hebraica mesmo depois que passou a não constituir mais, propriamente, uma sociedade, subsistiu como um complexo cultural.

"Essa civilização", explica J. Soustelle, "tinha, aparentemente, atingido seu apogeu sob os reinos de Davi e de Salomão, quando cultura, sociedade e Estado coincidiram no território palestino entre 1.000 e 900 antes de nossa era. Mas a cisão da sociedade judaica em dois Estados e a dispersão dos hebreus por conseqüência das invasões de Sargão e de Nabucodonosor, deram-lhe o primeiro de uma série de golpes terríveis que acabou com a destruição do templo de Jerusalém sob Tito e com a liquidação da revolta de Bar Kokhba em 135.

Desde então, e durante dezoito séculos, não mais houve Estado judaico, nem mesmo um povo reunido num território submetido a um outro Estado, mas somente uma multidão de comunidades dispersas, vinte vezes caçadas, exiladas, perseguidas, exterminadas no mundo cristão e muçulmano.

"Contudo, a civilização hebraica sobreviveu não graças ao suporte material de uma 'raça', pois não somente não há 'raça' judaica, mas a história da Diáspora mostra que o elemento semítico originário da Palestina recebeu, ao longo do tempo, o aporte de grupos étnicos diversos, em particular pelo jogo das conversões ao judaísmo, e parcialmente, graças à manutenção do hebraico como língua ritual, nas comunidades em que o aramaico, o árabe, o iídiche, o ladino foram as línguas da vida quotidiana, essencialmente, porque essa civilização sem base territorial e sem estruturas políticas cristalizou-se em torno de um sistema de idéias religiosas e morais, de regras de conduta, atitudes diante do mundo e da vida. Exprimiu-se nos livros sagrados e nos comentários desses livros: a Bíblia (Torah), as explicações do texto bíblico (*midrash*); através do ensinamento oral e nas tradições (*mishnah*) cuja codificação com as glosas, anedotas e apólogos, leis e regras de toda a espécie, formou o Talmud da Babilônia e da Palestina.

É notável que o imenso trabalho, que terminou em dotar de uma estrutura intelectual e moral uma civilização sem terra e sem Estado, tenha prosseguido e tenha sido bem conduzido, precisamente a partir do desmoronamento de sua base territorial e de sua estrutura política entre os séculos II e VI.

Seguindo seu curso particular na dispersão, a civilização hebraica, como as do Islã e da Europa às quais se associou sem confundir-se com elas, sofreu a influência do helenismo sob sua forma neo-platônica com Fílon de Alexandria e o espanhol Ibn Gabirol, ou sob sua forma aristotélica com Maimônides. Por outro lado, exerceu influências sobre os árabes e os ocidentais. Entre ela e seus contemporâneos, e malgrado choques periódicos, observa-se o mesmo tipo de ações recíprocas que se revelam nas relações entre civilizações cujos territórios são vizinhos.

Livros como a *Fonte da vida*, de Ibn Gabirol, o *Guia dos perplexos*, de Maimônides, mais tarde a mística do Zohar, tiveram uma imensa ressonâcia no mundo árabe e entre os persas cristãos.

Como todas as civilizações, a dos hebreus procurou adaptar-se às circunstâncias mutáveis e, não podendo fazê-lo, à maneira dos outros, pelo jogo de instituições que regem um corpo social reunido num solo, reagiu pela troca das 'questões e respostas' entre as comunidades dispersas na Europa e no Império Otomano, pelos estudos e as especulações das escolas como as de Safed na Palestina e dos *yeshivoth* da Polônia, Lituânia ou Ucrânia.

Longe de entrar num processo de fossilização, o judaísmo continua vivo como a cabala, o hassidismo, o reformismo moderno, o sionismo; e, através de todas essas aventuras espirituais atravessadas de terríveis atribulações materiais, conservou suas estruturas fundamentais: monoteísmo exclusivo, preponderância da moral, combinação muito particular da doutrina da Aliança com Deus e do universalismo.

Assim, quando os acontecimentos tornaram possível a restauração de um Estado hebraico, esse molde territorial e político pôde receber, encarnado em vinte grupos fisicamente heterogêneos e falando várias linguagens distintas, uma civilização que tinha mantido sua identidade malgrado um exílio de quase dois mil anos" (Soustelle [3], p. 306-309).

Recapitulação

Na época real (séculos X-VI a.C.) os hebreus emprestaram os algarismos hieráticos egípcios; da época persa à época helenística (séculos V-II a.C.), emprestaram os algarismos aramaicos; e durante os primeiros séculos da era cristã, vários dentre eles adotaram as letras numerais gregas.

Ao ser julgado o estado atual da documentação, a numeração alfabética grega remonta, ao menos, ao século V antes de nossa era, enquanto o sistema das letras numerais hebraicas é atestado apenas a partir do fim do século II a.C.

Poder-se-ia dizer, então, que os gregos são os inventores do sistema e que a idéia de notar os números através de letras do alfabeto chegou aos judeus graças à sua influência na época helenística? Esta hipótese já foi levantada. É tanto mais plausível pelo fato de que se conhece várias outras influências culturais sofridas pela cultura judaica desde a noite dos tempos (ver quadro precedente) e pelo fato de a história das notações numéricas da civilização hebraica ser ela mesma impregnada, como foi visto, por inúmeras influências estrangeiras.

Mas essa hipótese evidentemente não é a única. Passagens muito numerosas do Antigo Testamento parecem indicar que seus redatores eram versados na arte de decifrar as palavras através de um sistema de valores numéricos das letras hebraicas (poder-se-á reportar-se ao capítulo 20 para ter uma pequena idéia disso). Estima-se atualmente que as primeiras redações da Bíblia tenham sido feitas sob o reino de Jeroboão II (século VIII a.C.) e que a formação definitiva dos livros de base do Antigo Testamento seja do século VI antes de nossa era, isto é, na época do exílio dos judeus na Babilônia.

O uso das letras numerais hebraicas remonta a essa época? Ou as passagens bíblicas que estiveram aqui em questão foram acrescentadas numa época recente?

Quanto à primeira hipótese (que implicaria uma autonomia da criação da parte dos hebreus), como explicar então que esse sistema tenha sido evitado no uso profano até o início de nossa era, a ponto de ser preciso apelar a sistemas estrangeiros para expressar os resultados das enumerações e dos cálculos correntes? Se essa hipótese vier encontrar confirmação, a resposta plausível poderia ater-se ao caráter sagrado atribuído às letras hebraicas: donde então o desejo de reservar um tal sistema exclusivamente aos cálculos atendo-se ao domínio religioso...

Embora a hipótese grega pareça mais sólida do que essa conjectura sem prova, a questão mereceria igualmente uma atenção particular...

Outras Numerações Alfabéticas

As letras numerais siríacas

Os cristãos de rito maronita, que falam geralmente a língua árabe, conservaram até nossos dias para o uso litúrgico sobretudo, a prática de uma escrita relativamente antiga à qual se dá habitualmente o nome de *serto* ou ainda de *escrita jacobita*. Quanto aos cristãos de rito nestoriano, que ocupam principalmente a região do lago de Úrmia (perto da fronteira comum entre o Iraque, a Turquia, o Irã e a ex-URSS), falam sempre um dialeto aramaico que transcrevem num sistema gráfico que leva o nome de *escrita nestoriana*.

Esses dois sistemas de escrita, que repousam cada um num alfabeto de vinte e duas letras, derivam, na verdade, de uma escrita bem mais antiga, chamada *estranghelo*, empregada outrora para transcrever uma língua semítica pertencendo ao grupo aramaico: o siríaco.

Graficamente falando, a forma dita "nestoriana", mais arredondada que o *estranghelo*, constitui uma espécie de intermediário entre este e o *serto* que, por sua vez, é uma forma mais evoluída, mais cursiva (fig. 19.1). Quanto às próprias letras, elas são traçadas da direita para a esquerda, são lidas entre elas e sofrem, como na escrita árabe, diversas modificações de forma segundo a posição que ocupam no interior das palavras: posições isolada, inicial, medial e final (na figura 19.1 damos apenas das letras siríacas as formas independentes).

As mais antigas inscrições siríacas conhecidas remontam, parece, ao século I da era cristã. Além disso, a grafia *estranghelo* parece ter sido empregada apenas até o século VI ou VII. Entre as mãos dos cristãos nestorianos — que foram suficientemente numerosos na Pérsia na época da dinastia sassânida (226-651 d.C.) — evoluiu pouco a pouco para terminar, por volta do século IX, na forma propriamente *nestoriana*. Entre os jacobitas, que habitavam a maioria no Império bizantino, parece ter evoluído mais rapidamente na direção do *serto*, já que foi pouco a pouco substituída por este desde o século VII ou VIII.

Enfim, o *estranghelo*, que nada mais é do que uma variante do aramaico (e que deriva por conseguinte do alfabeto fenício) conservou, na sua integralidade, a ordem das vinte e duas letras fenícias de origem (ordem que, como se sabe, é encontrada entre todos os semitas ocidentais).

Ora, em *serto* como em *nestoriano*, as letras serviram (e servem por vezes ainda em nossos dias) como sinais de numeração. Isso é confirmado pelo fato de que, em todos os manuscritos siríacos (ao menos os posteriores ao século IX) os cadernos que constituem o códice são todos regularmente numerados (e isso de modo a evitar qualquer erro — omissão ou intervenção — na constituição do "livro"[1]).

O valor numérico das letras siríacas é feito da seguinte maneira: as nove primeiras são associadas às unidades, as nove seguintes às dezenas e as quatro últimas aos quatro primeiro centos. Além disso, como em hebraico, os números de 500 a 900 são expressos mediante combinações aditivas a partir do sinal 400 e das letras associadas às centenas complementares, isto é, segundo o princípio:

$$\begin{aligned} 500 &= 400 + 100 \\ 600 &= 400 + 200 \\ 700 &= 400 + 300 \\ 800 &= 400 + 400 \\ 900 &= 400 + 400 + 100. \end{aligned}$$

Os milhares são indicados por uma espécie de acento que é colocado sob as letras que servem para as unidades e as dezenas de mil por um pequeno traço horizontal sob as mesmas letras:

ܐ̱	10 000	ܐ	1 000	ܐ	1
ܒ̱	20 000	ܒ	2 000	ܒ	2
ܓ̱	30 000	ܓ	3 000	ܓ	3
ܕ̱	40 000	ܕ	4 000	ܕ	4

Outras convenções semelhantes permitiram aos maronitas notar os números superiores à dezena dos milhares. Com poucas exceções, esse sistema de numeração é portanto inteiramente análogo ao sistema das letras numerais hebraicas. Trata-se, contudo, de um uso bastante tardio na história das escritas siríacas, já que os documentos mais antigos que atestam seu emprego não remontam a mais do que o séculos VI/VII. As inscrições siríacas mais antigas apresentam, aliás, apenas uma única categoria de notação numérica aparentada ao sistema aramaico "clássico" (ver primeiro quadro, capítulo 18).

A que época remonta a aparição das letras numerais nos escritos siríacos? Na falta de documentos, é-nos atualmente difícil responder a isso. Pelo contrário, várias boas razões autorizam-nos a pensar que essa introdução correspondeu a uma influência judaica nos meios cristãos e gnósticos da Síria-Palestina.

---

[1] Os fólios dos manuscritos foram numerados, em contrapartida, mais tardiamente, muito freqüentemente com a ajuda dos algarismos "arábicos".

LETRAS HEBRAICAS		FENÍCIO ARCAICO	PALMIREANO	ESTRANGHELO	NESTORIANO	SERTO	NOMES TRANSCRIÇÕES E VALORES NUMÉRICOS DAS LETRAS SIRÍACAS		
'Alef	א	𐤀	𐡠	ܐ	ܐ	ܐ ܐ	Olap	'	1
Bet	ב	𐤁	𐡡	ܒ	ܒ	ܒ	Bet	b bh	2
Guimel	ג	𐤂	𐡢	ܓ	ܓ	ܓ	Gomal	g gh	3
Dalet	ד	𐤃	𐡣	ܕ	ܕ	ܕ	Dolat	d dh	4
He	ה	𐤄	𐡤	ܗ	ܗ	ܗ	He	h	5
Waw	ו	𐤅	𐡥	ܘ	ܘ	ܘ	Waw	w	6
Zayin	ז	𐤆	𐡦	ܙ	ܙ	ܙ	Zayn	z	7
Het	ח	𐤇	𐡧 𐡧	ܚ	ܚ	ܚ	Het	h	8
Tet	ט	𐤈	𐡨	ܛ	ܛ	ܛ	Tet	t	9
Yod	י	𐤉	𐡩	ܝ	ܝ	ܝ	Yud	y	10
Kaf	כ	𐤊	𐡪	ܟ	ܟ	ܟ	Kop	k kh	20
Lamed	ל	𐤋	𐡫	ܠ	ܠ	ܠ	Lomad	l	30
Mem	מ	𐤌	𐡬	ܡ	ܡ	ܡ	Min	m	40
Nun	נ	𐤍	𐡮	ܢ	ܢ	ܢ	Nun	n	50
Samekh	ס	𐤎	𐡯	ܣ	ܣ	ܣ	Semkat	s	60
'Ayin	ע	𐤏	𐡰	ܥ	ܥ	ܥ	'E	'	70
Pe	פ	𐤐	𐡱	ܦ	ܦ	ܦ	Pe	p ph	80
Tsade	צ	𐤑	𐡲	ܨ	ܨ	ܨ	Sode	s	90
Qof	ק	𐤒	𐡳	ܩ	ܩ	ܩ	Quf	q	100
Resh	ר	𐤓	𐡴	ܪ	ܪ	ܪ	Rish	r	200
Shin	ש	𐤔	𐡵	ܫ	ܫ	ܫ	Shin	sh	300
Taw	ת	+ ×	𐡶	ܬ	ܬ	ܬ	Taw	t	400

Fig. 19.1 - *Alfabetos siríacos comparados às letras fenícias aramaicas (de Palmira) e hebraicas. Ref. M. Cohen; Costaz; Duval; Février; Hatch; Pihan; W. Wright. O uso das letras siríacas enquanto sinais de numeração é notadamente atestado num manuscrito conservado no Museu Britânico (sob o código Add. 14.620).*

Uma última questão: um manuscrito siríaco, atualmente conservado no Museu Britânico (sob a referência Add. 14.603) e datado provavelmente do século VII ou VIII (W. Wright, p. 587a), oferece-nos uma informação muito interessante: os cadernos que o constituem foram numerados, segundo o uso, com a ajuda das letras siríacas tomadas pelos seus valores numéricos, mas estas foram dobradas com os antigos sinais de numeração. É preciso concluir daí que na época em que o manuscrito tinha sido redigido, o sistema das letras numerais não era ainda *admitido por todos? Ou, tomando o problema do inverso, deve-se deduzir daí* que nesta época o uso dos antigos algarismos correspondia já a um arcaísmo mantido pela tradição e que o alfabeto numeral era não apenas difundido mas também considerado por uma grande maioria dos sírios como a única notação normal e oficial? O estado atual da documentação não permite ainda responder a isso.

As letras numerais árabes

Eis agora um sistema de numeração, forjado desta vez não apenas sobre o modelo hebraico, mas igualmente imitando a numeração grega alfabética. Mas abramos inicialmente um parêntesis.

Se se examinam as vinte e oito letras do alfabeto árabe tal como nos é dado pelo uso oriental, constata-se que estas não são totalmente arranjadas na ordem das letras fenícias, aramaicas ou hebraicas. Basta, para convencer-se disso, observar os nomes das oito primeiras letras árabes, e compará-los aos nomes das oito primeiras letras hebraicas:

ÁRABE	HEBRAICO
'alif	'alef
ba	bet
ta	guimel
tha	dalet
jim	he
ha	waw
kha	zayin
dal	het

Poder-se-ia contudo esperar encontrar no alfabeto árabe a ordem das vinte e duas letras oeste-semíticas, já que este deriva das antigas escritas aramaicas.

Por que razão os árabes modificaram a ordem tradicional das letras semíticas? A resposta é enunciada pela própria história de sua numeração escrita.

Um sistema de notação numérica que os árabes freqüentemente empregaram e "parecem ter considerado como pertencendo-lhes essencialmente e de preferência" (F. Woepcke) faz precisamente intervir as letras de seu próprio alfabeto atribuindo a cada uma delas um valor determinado (fig. 19.3). É aquele que eles designam pelo nome de *Huruf al jumal*, expressão significando algo como: "cálculo da *soma* mediante *letras*".

Contudo, quando se examina atentamente o valor numérico atribuído por esse sistema a cada letra, é forçoso constatar que o método empregado pelos árabes do Oriente não é inteiramente o mesmo que aquele adotado, mais tardiamente, pelos árabes da África, já que os valores para seis dentre eles divergem de um sistema a outro. Assim:

A letra		tem por valor no Magreb	no Oriente
س	sin	300	60
ص	sad	60	90
ش	shin	1 000	300
ض	dad	90	800
ظ	dha	800	900
غ	ghayin	900	1 000

Fig. 19.2

Ora, se se observa inicialmente que o conjunto dos valores numéricos das letras árabes pode ser ordenado sob a forma de uma seqüência regular, isto é, da seguinte maneira:

1; 2; 3; 4;...;10 ;20 ;30 ;40;...;100 ;200 ;300 ;400;...;1.000, e se se arranjam em seguida, segundo essa progressão, as letras numerais do sistema árabe oriental — o mais antigo dos dois —, a ordem obtida nada mais é do que as letras semíticas ocidentais de que acabamos de falar (fig. 17.2 e 17.4). Ademais, se comparamos o quadro das letras-algarismos do sistema árabe (tal como o colocamos na figura 19.4) com o das letras numerais hebraicas (fig. 17.10) e com aquele da numeração alfabética siríaca (fig. 19.1) é bastante fácil ver que, para os valores inferiores a 400 existe uma total concordância entre os três sistemas. Isso prova que "num primeiro sistema de numeração, a ordem do alfabeto semítico setentrional tinha sido conservada, as letras adicionais do alfabeto árabe sendo postas em seguida para chegar a 1.000" (M. Cohen).

LETRAS						VALORES NUMÉRICOS	
Letras em posição isolada	Nomes de letras	Valores fonéticos das letras	Letras em posição inicial	Letras em posição mediana	Letras em posição final	No Oriente	No Magreb
ا	'Alif	'	ا	ـا	ـا	1	1
ب	Ba	b	بـ	ـبـ	ـب	2	2
ت	Ta	t	تـ	ـتـ	ـت	400	400
ث	Tha	th	ثـ	ـثـ	ـث	500	500
ج	Jim	j	جـ	ـجـ	ـج	3	3
ح	Ha	h	حـ	ـحـ	ـح	8	8

Fig. 19.3 - *O alfabeto árabe (na sua grafia moderna).*

LETRAS						VALORES NUMÉRICOS	
Letras em posição isolada	Nomes de letras	Valores fonéticos das letras	Letras em posição inicial	Letras em posição mediana	Letras em posição final	No Oriente	No Magreb
خ	Kha	h	خـ	ـخـ	ـخ	600	600
د	Dal	d	د	ـد	ـد	4	4
ذ	Dhal	dh	ذ	ـذ	ـذ	700	700
ر	Ra	r	ر	ـر	ـر	200	200
ز	Zay	z	ز	ـز	ـز	7	7
س	Sin	s	سـ	ـسـ	ـس	60	300
ش	Shin	sh	شـ	ـشـ	ـش	300	1 000
ص	Sad	s	صـ	ـصـ	ـص	90	60
ض	Dad	d	ضـ	ـضـ	ـض	800	90
ط	Ta	t	طـ	ـطـ	ـط	9	9
ظ	Dha	dh	ظـ	ـظـ	ـظ	900	800
ع	'Ayin	'	عـ	ـعـ	ـع	70	70
غ	Ghayin	gh	غـ	ـغـ	ـغ	1 000	900
ف	Fa	f	فـ	ـفـ	ـف	80	80
ق	Qaf	q	قـ	ـقـ	ـق	100	100
ك	Kaf	k	كـ	ـكـ	ـك	20	20
ل	Lam	l	لـ	ـلـ	ـل	30	30
م	Mim	m	مـ	ـمـ	ـم	40	40
ن	Nun	n	نـ	ـنـ	ـن	50	50
ه	Ha	h	هـ	ـهـ	ـه	5	5
و	Wa	w	و	ـو	ـو	6	6
ي	Ya	y	يـ	ـيـ	ـي	10	10

Fig. 19.3 - *(continuação)*

Pode-se portanto concluir daí que o uso do alfabeto numeral entre os árabes foi introduzido imitando os judeus e os cristãos da Síria para as vinte e duas primeiras letras (números inferiores ou iguais a 400) e ao exemplo dos gregos para as seis restantes (valores entre 400 e 1.000).

ا	'Alif	'	1	س	Sin	s	60
ب	Ba	b	2	ع	'Ayin	'	70
ج	Jim	j	3	ف	Fa	f	80
د	Dal	d	4	ص	Sad	s	90
ه	Ha	h	5	ق	Qaf	q	100
و	Wa	w	6	ر	Ra	r	200
ز	Zay	z	7	ش	Shin	sh	300
ح	Ha	h	8	ت	Ta	t	400
ط	Ta	t	9	ث	Tha*	th	500
ي	Ya	y	10	خ	Kha*	kh	600
ك	Kaf	k	20	ذ	Dhal*	dh	700
ل	Lam	l	30	ض	Dad*	d	800
م	Mim	m	40	ظ	Dha*	dh	900
ن	Nun	n	50	غ	Ghayin*	gh	1 000

* O asterisco indica que essas letras foram acrescentadas ao conjunto das 22 letras iniciais de origem fenícia.

Fig. 19.4 - *Ordem das letras árabes regida pela progressão regular dos valores do sistema numeral alfabético dos árabes do Oriente.*

Na verdade, "depois da conquista do Egito, Síria e Mesopotâmia, tornou-se o hábito, nos textos árabes, de escrever os números seja com todas as letras, seja com a ajuda de caracteres emprestados ao alfabeto grego" (A. P. Youschkevitch). É assim que num manuscrito árabe dando uma tradução dos Evangelhos, os versículos foram numerados com a ajuda das letras gregas.

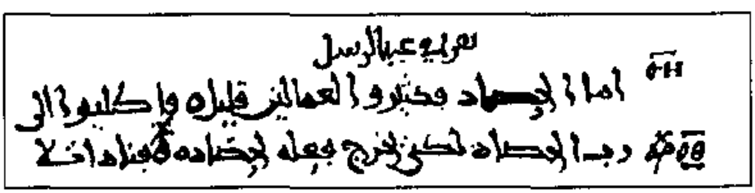


Fig. 19.5 - *Extrato de um manuscrito do século IX da era cristã.*
Nesse manuscrito, dando uma tradução dos Evangelhos, os versículos correspondentes foram numerados com a ajuda das letras numerais gregas (1ª linha à direita: OH = [versículo] 78; 2ª linha à direita: OΘ = [versículo] 79). Bibl. do Vaticano, Códice Borghesiano arabo 95, fol. 173. Ref. E. Tisserant, pr. 55.

Assim, num texto econômico sobre papiro em língua árabe e datado do ano 248 da *Hégira* (862-863 da era cristã), as contas foram expressas exclusivamente no sistema grego. (Esse documento é atualmente conservado, entre vários outros do mesmo gênero, na biblioteca egípcia sob o número de inventário 283; cf. A. Grohmann.)

Esse uso conservou-se nos documentos árabes durante alguns séculos mas desapareceu completamente no século XII.

Contudo, não concluamos que a numeração alfabética árabe só foi introduzida nesta época: a elaboração desse sistema é, sem nenhuma dúvida, anterior ao século IX.

Conhecemos, com efeito, um manuscrito matemático copiado em Chiraz entre 358 e 361 da *Hégira* (ou seja, entre 969 e 971 da era cristã), no qual todas as letras numerais árabes são empregadas segundo o uso oriental[1]. Existe igualmente um astrolábio[2] datado de 315 da *Hégira* (927-928 da era cristã) em que, precisamente, essa data é expressa mediante letras numerais árabes desenhadas num estilo paleográfico conhecido pelo nome de "escrita cúfica" (fig. 19.10). Outros documentos mais antigos tendem mesmo a provar que a introdução desse sistema entre os árabes fez-se no século VIII ou, anteriormente, no fim do VII.

Doravante tudo se esclarece: após ter acrescentado seis letras às vinte e duas do alfabeto oeste-semítico conservando-lhe a ordem tradicional, os gramáticos árabes do século VII ou VIII — que, nesta época, "trabalharam principalmente na Mesopotâmia em que floresceram e persistiam os estudos judaicos e cristãos com influências gregas" (M. Cohen) — modificaram, provavelmente por razões pedagógicas, completamente a ordem original, aproximando notadamente as letras que têm com pouca diferença a mesma forma gráfica.

Foi assim que letras tais como *ba, ta, tha* ou *como jim, ha, kha* ocuparam doravante, no alfabeto árabe, posições sucessivas (fig. 19.3):

خ	ح	ج	ث	ت	ب
kha	ha	jim	tha	ta	ba
600	8	3	500	400	2

Fig. 19.6

Para melhor fixar a ordem das letras numerais, os árabes orientais forjaram oito termos mnemotécnicos (desprovidos de qualquer significação) que todo utilizador devia aprender de cor para ser capaz de encontrar facilmente as letras-algarismos na sua sucessão aritmética regular (fig. 19.7).

---

[1] Biblioteca Nacional de Paris, manuscrito árabe 2.457 (fol. 53^v e 88 por exemplo). Trata-se de uma coletânea de cinqüenta e três tratados de matemática, intitulada *Tratado de Ibrahim ibn Sinan sobre o método da análise e da síntese nos problemas geométricos*, copiado pelo matemático Ahmad ibn Muhammad ibn 'Abd Jalil al Sijzi (século X).

[2] Sem entrar nos detalhes técnicos, lembremos que o *astrolábio* é um instrumento científico de que os árabes, notadamente, se serviram para observar a posição dos astros e determinar sua altura acima do horizonte. Os astrólogos, em particular, empregaram-no para estabelecer seus horóscopos antes da publicação das efemérides pelos principais observatórios astronômicos. Conhece-se já alguns exemplos disso na época greco-romana.

Tudo isso mostra bem que a ordem "abecedária" dita Abajad (ou *Abjad, Aboujad, Aboujed* etc., segundo as diversas vocalizações dadas pelos autores) que regeu por vezes a sucessão das letras do alfabeto árabe não corresponde nem ao valor fonético nem à forma gráfica destes últimos, mas antes a seus valores numéricos respectivos relativamente ao uso dos árabes do Oriente[1] (fig. 19.4).

PALAVRAS MNEMOTÉCNICAS		DECOMPOSIÇÕES	
Abajad	ابجد	ا ب ج د d j b 'a	4 3 2 1
Hawazin	هوز	ه و ز z w h	7 6 5
Hutiya	حطي	ح ط ي y t h	10 9 8
Kalamuna	كلمن	ك ل م ن n m l k	50 40 30 20
Sa'fas	سعفص	س ع ف ص s f ' s	90 80 70 60
Qurshat	قرشت	ق ر ش ت t sh r q	400 300 200 100
Thakhudh	ثخذ	ث خ ذ dh kh th	700 600 500
Dadhugh	ضظغ	ض ظ غ gh dh d	1000 900 800

Fig. 19.7 - *Palavras mnemotécnicas que permitiam aos usuários orientais encontrar a ordem dos valores associados às letras árabes.*

Por outro lado, essa mesma ordem é encontrada não somente entre os judeus, mas também entre todos os semitas do noroeste bem como entre os gregos, etruscos e armênios (para citar apenas alguns). E era muito antiga, já que, mais de vinte séculos antes dos árabes, os habitantes de Ugarit tinham-no conhecido e explicitado (ver p. 511-519).

[1] A propósito do uso magrebino convém observar, de um lado, que os valores numéricos atribuídos a seis das vinte e oito letras diferem daquelas que lhes atribui o uso oriental e, por outro lado, que a classificação das letras numerais é efetuada diferentemente, estas últimas sendo repartidas em nove palavras mnemotécnicas dando os grupos de valores abaixo:
(1;10;100;1.000); (2.;20;200); (3;30;300); etc. (fig. 19.11).

604	خ د	4 600	خد	12	ي ب	2 10	يب
472	ت ع ب	2 70 400	تعب	58	ن ح	8 10	نح
1 283	غ ر ف ج	3 80 200 1000	غرفج	96	ص و	6 90	صو
1 631	غ خ ل ا	1 30 600 1000	غخلا	169	ق س ط	9 60 100	قسط
1 629	غ خ ك ط	9 20 600 1000	غخكط	315	ش ي ه	5 10 300	شيه

Fig. 19.8 - *A escrita dos números com a ajuda das letras numerais do sistema árabe oriental (transcritas em caracteres normalizados) procede sempre da direita para a esquerda na ordem dos valores decrescentes e começando pela fileira mais elevada; ademais, esses sinais numéricos (como as letras árabes ordinárias) são ligados entre si de uma maneira geral sofrendo ligeiras modificações de ordem gráfica segundo a posição que ocupam no corpo das combinações numéricas (ou das palavras). Exemplos restituídos segundo um manuscrito árabe, copiado em Chiraz em 970 (aproximadamente). Biblioteca Nacional de Paris (Ms ar. 2457).*

"Contudo os árabes, desprovidos do conhecimento das outras línguas semíticas (...), procuraram outras explicações para as palavras mnemônicas *abjad* etc., levadas pela tradição e que lhes eram incompreensíveis. Tudo o que puderam avançar sobre isso, por mais interessante que fosse, é apenas fábula. Segundo alguns, seis reis de Madyan teriam arranjado as letras árabes segundo seus nomes; segundo uma outra tradição, as seis primeiras palavras mnemônicas seriam os nomes de seis demônios. Para uma terceira, tratar-se-ia dos nomes dos dias da semana... Um detalhe interessante deve contudo ser ressaltado entre essas indicações fabulosas. Um dos seis reis de Madyan exercia a supremacia sobre os outros (*ra'isuhum*): era *Kalaman*, cujo nome talvez mantenha relação com o latim *elementa*[1]... Acrescentemos que na África do Norte, o adjetivo de relação bujadi é ainda empregado com o valor de *iniciante, noviço*, 'verde', literalmente: *aquele que está ainda no abecê*" (G. S. Colin).

[1] O termo latino *elementa* é explicado, segundo M. Cohen (p. 137), por um alfabeto que devia começar na segunda metade daquele que utilizamos e portanto por L, M, N. (Vale dizer, "os *elementos* da questão" querem dizer, exatamente, "o *abecê* da questão".)

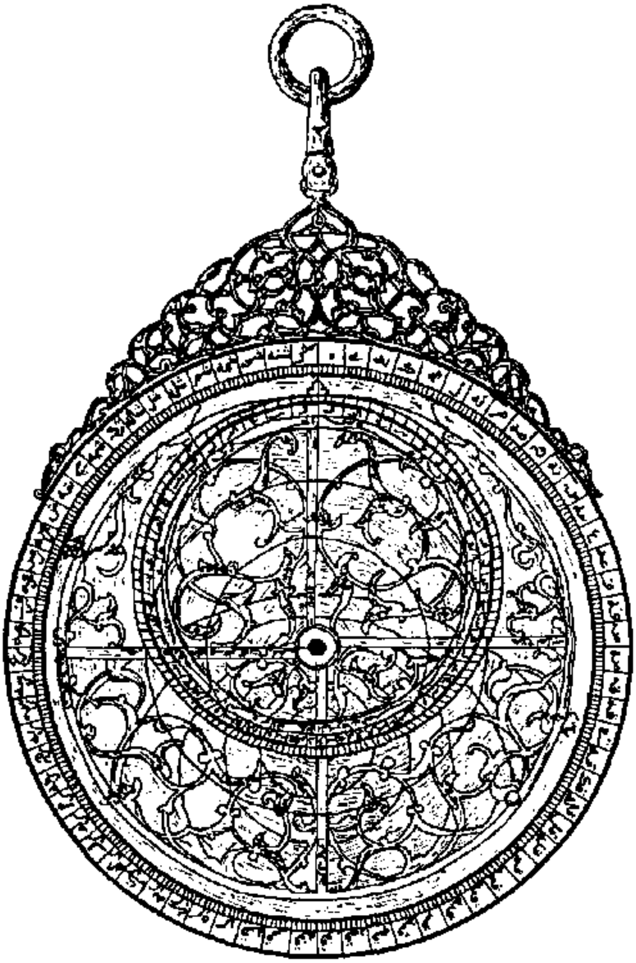
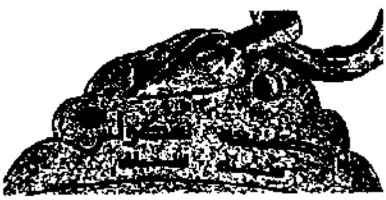


Fig. 19.9 - *Astrolábio persa do século XVII assinado Muhammad Muqim (Delhi, Red Fort Isa 8). Notar-se-á que as graduações da borda foram numeradas de 5 em 5 até 360° mediante letras numerais árabes. Ref. B. von Dorn.*



صنعة بسطولس سنة شيه	"OBRA DE BASTULUS ANO 315"

Fig. 19.10 - *Detalhe de um astrolábio árabe (de tipo arcaico oriental) assinado Bastulus e datado de 315 da Hégira (927-928 d.C.). A data é expressa com a ajuda das letras-algarismos do sistema numeral oriental (inscrição em caracteres "cúficos" com alguns pontos diacríticos). Essa peça teria pertencido ao rei Faruk do Egito. (Comunicação pessoal de Alain Brieux.)*

												Palavras mnemotécnicas retidas por esse uso	
1	ا	'alif	10	ي	ya	100	ق	qaf	1000	ش	Shin	Ayqash	يقش
2	ب	ba	20	ك	kaf	200	ر	ra				Bakar	بكر
3	ج	jim	30	ل	lam	300	س	sin				Jalas	جلس
4	د	dal	40	م	mim	400	ت	ta				Damat	دمت
5	ه	Ha	50	ن	Num	500	ث	Tha				Hanath	هنث
6	و	Wa	60	ص	Sad	600	خ	Kha				Wasakh	وصخ
7	ز	Zay	70	ع	'Ayin	700	ذ	Dhal				Za'adh	زعذ
8	ح	Ha	80	ف	Fa	800	ظ	Dha				Hafadh	حفظ
9	ط	Ta	90	ض	Dad	900	غ	Ghayin				Tadugh	طضغ

Fig. 19.11 - *O alfabeto numeral empregado pelos usuários árabes da África.*
(Para as palavras mnemotécnicas: ver fig. 19.7 e nota p. 587.)

Assinalemos enfim que os árabes orientais representaram os milhares, as dezenas e as centenas de milhar mediante o princípio multiplicativo. Convieram para tanto em indicar cada um desses números colocando à direita da letra latina *ghayin*, valendo 1.000, a letra associada às unidades, dezenas ou centenas correspondentes (fig. 19.12).

غ forma isolada	Letra numeral atribuída ao milhar *			forma terminal غ	
1 000 × 8	حغ gh H	8 000	1 000 × 2	بغ gh B	2 000
1 000 × 9	طغ gh T	9 000	1 000 × 3	جغ gh J	3 000
1 000 × 10	يغ gh Y	10 000	1 000 × 4	دغ gh D	4 000

Fig. 19.12 - *A notação alfabética árabe (oriental) das unidades superiores a mil.*

1 000 × 20 <·········	كغ gh K	20 000	1 000 × 5 <·········	هغ gh H	5 000
1 000 × 30 <·········	لغ gh L	30 000	1 000 × 6 <·········	وغ gh W	6 000
1 000 × 40 <·········	مغ gh M	40 000	1 000 × 7 <·········	زغ gh Z	7 000

* Trata-se da letra *Ghayin*, vigésima oitava do sistema *Abjad* (fig. 19.4).

Fig. 19.12 - *(continuação)*

A numeração etíope

Os etíopes, sem dúvida sob a influência dos missionários cristãos vindos do Egito e da Síria-Palestina, tomaram emprestada a numeração grega alfabética no século IV da era cristã[1].

Mas, a partir da centena, modificaram radicalmente o princípio desta última. Com efeito, após ter adotado as dezenove primeiras letras-algarismos do sistema numeral grego para notar os cem primeiros números inteiros, convieram em indicar as centenas e os milhares colocando consecutivamente à esquerda do sinal P (rô), valendo 100, as letras respectivamente associadas às unidades e às dezenas correspondentes. Isso quer dizer que em vez de representar os números 200, 300, ... , 900, 1.000, 2.000, ... , 9.000 à maneira grega:

Σ	Τ	Υ	...	ϡ	'Α	'Β	...	'Θ
200	300	400		900	1.000	2.000		9.000

exprimiram-nas sob a forma (fig. 19.13 A):

BP	...	**HP**	...	**KP**	...	**ΠP**
2 × 100		8 × 100		20 × 100		80 × 100
·········>		·········>		·········>		·········>
200		800		2 000		8 000

[1] Os algarismos que os etíopes utilizam ainda hoje (e que, ao lado do traçado das consoantes de sua escrita, fazem atualmente figura de verdadeiros caracteres independentes) nada mais são do que estilizações gráficas — sob formas nitidamente mais arredondadas — dos sinais numéricos figurando nas inscrições etíopes de Aksum (capital do antigo reino da Abissínia a partir do século IV d.C., situada não longe da cidade moderna de Adua). Seguem o mesmo princípio que eles, esses sinais sendo eles próprios derivados das dezenove primeiras letras gregas numerais consideradas na sua ordem respectiva (capítulo 17). Observar-se-á, aliás, que os algarismos etíopes atuais são sempre colocados entre dois traços horizontais levando um pequeno apêndice em cada extremidade. Esse uso — que apareceu no século XV — tem por fim advertir o leitor de que se trata de uma representação numérica.

Em seguida figuraram a miríade ligaturando dois sinais idênticos à letra P (sinal equivalente à multiplicação de 100 por si mesmo, que se poderia transcrever por P-P) e cada um dos múltiplos correspondentes colocando à esquerda do sinal assim obtido a letra da unidade ou da dezena associada (fig. 19.13 B):

BPP	...	HPP	...	KPP	...	ΠPP
2 × 10 000		8 × 10 000		20 × 10 000		80 × 10 000
··········>		··········>		··········>		··········>
20 000		80 000		200 000		800 000

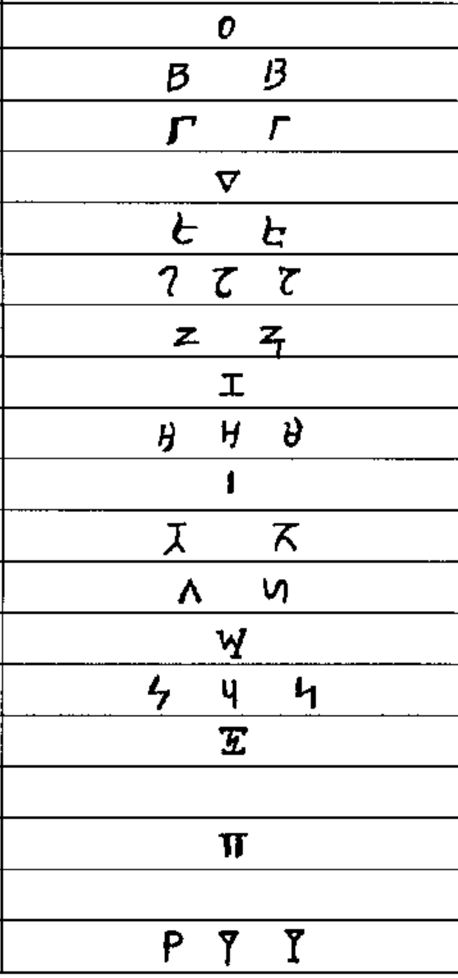
VALORES	Letras numerais gregas	INSCRIÇÕES ETÍOPES DE AKSUM (século IV d.C. DAE n^{os} 7, 10 e 11)	Algarismos etíopes modernos
1	A		፩
2	B		፪
3	Γ		፫
4	Δ		፬
5	E		፭
6	ϛ		፮
7	Z		፯
8	H		፰
9	Θ		፱
10	I		፲
20	K		፳
30	Λ		፴
40	M		፵
50	N		፶
60	Ξ		፷
70	O		፸
80	Π		፹
90	Ϙ		፺
100	P		፻

Fig. 19.13 A - *Numeração etíope.*

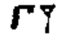
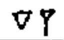
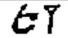
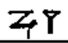
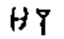
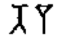
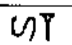
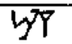
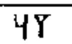
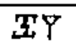
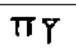
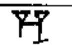
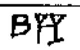
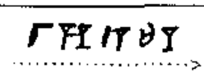
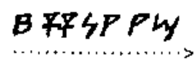
Valores e letras numerais gregas		INSCRIÇÕES DE AKSUM (século IV d.C.) DAE nºˢ 7, 10 e 11	Algarismos etíopes modernos e traduções aritméticas	
200	Σ		፪፻	2 × 100
300	Τ		፫፻	3 × 100
400	Υ		፬፻	4 × 100
500	Φ		፭፻	5 × 100
600	Χ		፮፻	6 × 100
700	Ψ		፯፻	7 × 100
800	Ω		፰፻	8 × 100
900	ϡ		፱፻	9 × 100
1 000	͵Α		፲፻	10 × 100
2 000	͵Β		፳፻	20 × 100
3 000	͵Γ		፴፻	30 × 100
4 000	͵Δ		፵፻	40 × 100
5 000	͵Ε		፶፻	50 × 100
6 000	͵Ϛ		፷፻	60 × 100
8 000	͵Η		፹፻	80 × 100
10 000	$\overset{o}{M}$		፼	100 × 100
20 000	$\overset{\beta}{M}$		፪፼	2 × 10 000
31 900			፫፼፲፻፱፻	3 × 100 × 100 + 10 × 100 + 9 × 100
25 140			፪፼፶፻፻፵	2 × 100 × 100 + 50 × 100 + 100 + 40

Fig. 19.13 B - *Numeração etíope para os números superiores a 100.*

CAPÍTULO XX

Algarismos, Escritas, Magia, Mística e Adivinhação

Escritas e numerações secretas do Império Otomano

Antes de fechar a rubrica das numerações alfabéticas, vamos desenvolver algumas considerações relativas às escritas e às numerações secretas empregadas até uma época recente no Oriente Médio e notadamente nos serviços oficiais do Império Turco Otomano[1].

Não é inútil relembrar aqui que "entre os turcos foi usada a criptografia com uma freqüência particular. Os manuscritos matemáticos, médicos ou relativos às ciências ocultas compostos ou traduzidos pelos otomanos estão repletos de alfabetos e sistemas numéricos secretos. Para constituí-los, os turcos lançaram mão de todos os alfabetos de que puderam ter conhecimento. Mais freqüentemente, utilizaram-nos sob a forma em que os encontravam, mas por vezes modificaram-nos ou transformaram-nos se não voluntariamente, ao menos pela degenerescência gradual inerente à reprodução pela via de cópias sucessivas" (M.-J.-A. Decourdemanche).

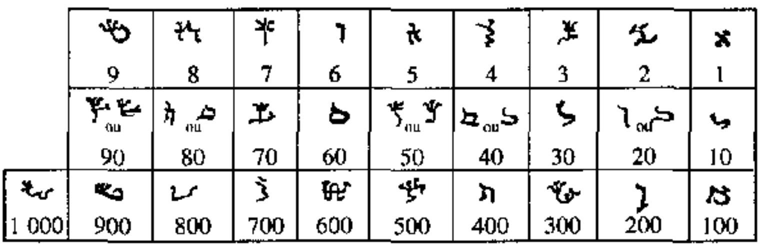


Fig. 20.1

[1] Esses múltiplos sistemas esotéricos corresponderam aos usos mais diversos: ocultismo, adivinhação, ciência, diplomacia, relações militares, letras de comércio, circulares administrativas etc. Nos escritórios turcos e persas do ministério das finanças circulava, até o início deste século, um sistema numérico — conhecido pelo nome de *Siyâq* — cujos algarismos eram empregados nas relações contábeis e nas letras de comércio. O fim desses algarismos — que no fundo eram apenas monogramas ou abreviações dos nomes de número em linguagem árabe — era o de evitar as alterações fraudulentas ou deixar desconhecidas do público as somas assim representadas (ver capítulo 25).

Consideremos, por exemplo, o sistema numérico seguinte (fig. 20.1), que por muito tempo foi empregado no Egito, Síria, África do Norte e Turquia.

À primeira vista, esses sinais bizarros pareceram ter sido inteiramente forjados. Contudo, se confrontados respectivamente com as letras árabes de mesmos valores na numeração alfabética oriental, e se se faz corresponder a estas últimas as letras hebraicas e palmireanas, percebe-se logo que os algarismos dessa numeração secreta nada mais são do que uma sobrevivência das formas de algumas letras aramaicas colocadas na ordem tradicional — à qual corresponde o *Abjad* (ver fig. 17.2, 17.4, 17.10 e 19.4).

Essa correspondência permite em todo caso explicar a existência de uma segunda forma, nessa numeração secreta, para os valores 20, 40, 50, 80 e 90. As variantes dos algarismos correspondentes são as formas finais das letras hebraico-palmireanas *Kaf, Mem, Num, Pe* e *Sade*. Uma confirmação dessa correspondência nos é dada pelos próprios traços aritméticos: os traços egípcios designam esse sistema sob o nome de al *Shâmisî* ("o ensolarado"), sendo tal expressão habitualmente consagrada pelo uso oriental para designar o que se reporta à Síria. Já aos próprios documentos sírios a chamam *al Tadmurî* ("de Tadmor"), o que nada mais é do que a antiga designação semítica da antiga cidade de Palmira, situada na grande rota que liga a Mesopotâmia à costa mediterrânea por Damas no sul e Homs no norte.

Os inventores do sistema consideraram as vinte e duas letras aramaicas tal como lhes chegaram e, como dizem explicitamente os autores turcos, acrescentaram-lhes seis outros sinais convencionais para completar a correspondência com o alfabeto árabe e a numeração de 1 a 1.000.

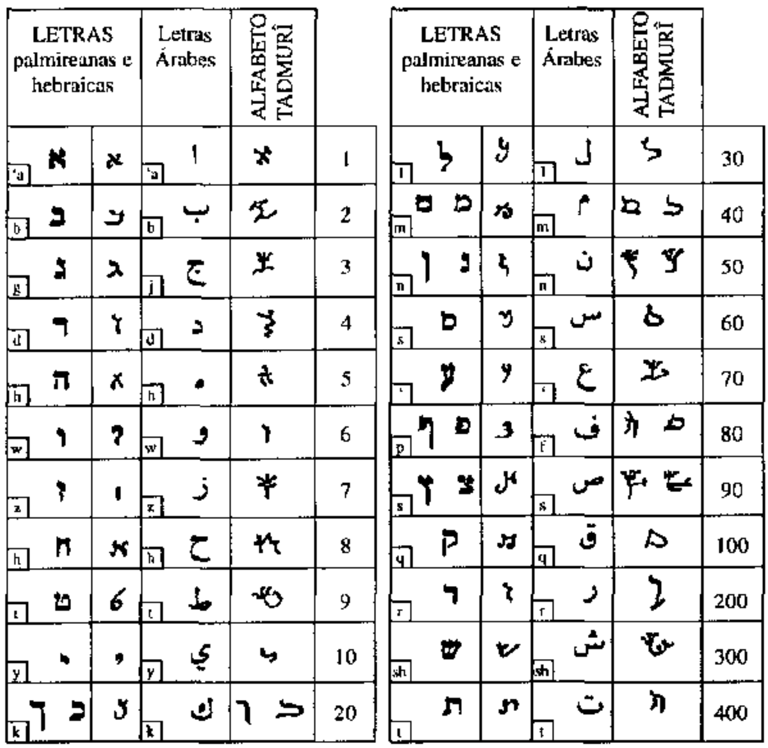


Fig. 20.2 — *Comparação de um alfabeto secreto (empregado ainda no último século na Turquia, Egito e Síria) com os alfabetos árabe, palmireano e hebraico.*

Aliás, é preciso notar que esse sistema foi utilizado, até recentemente, não somente como modo de numeração, mas também como escrita secreta. Como observa M.-J.-A. Decourdemanche:

"Em 1869, tendo em vista estabelecer para nossos oficiais uma comparação entre a expedição abortada de Carlos III da Espanha contra Alger e a expedição francesa de 1830, o ministério da Guerra fez vir da África para Paris o original, em turco, do relatório militar da Regência de Alger na Porta sobre a expedição de Carlos III. Esse documento foi confiado a um intérprete militar encarregado de resumi-lo. O manuscrito que vi então levava o timbre de uma biblioteca de Alger. Depois de toda uma série de contabilidade, vinha a relação da Regência. Nos anexos justificativos, colocados na seqüência, figurava, entre outras, uma longa carta de espião traçada em espanhol nos caracteres hebraicos ditos *Khat al barâwât*.

"A assinatura era formada por meio do alfabeto tadmurî (isto é, o escriba tinha escrito isto utilizando não os caracteres latinos, mas as letras tadmurî: *Felipe, rabbina Yusuf ben Ezer, nacido en Granada*) [fig. 20.2].

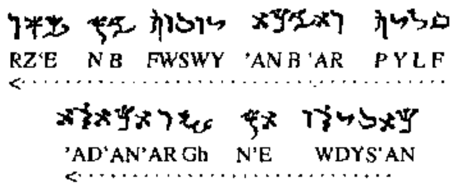


Fig. 20.3

"Em seguida vinha, em folhas idênticas em todos os pontos ao papel da letra, um estado detalhado das forças espanholas de terra e mar, escrito em caracteres tadmurî. Como esse estado estava reproduzido linha por linha e em caracteres turcos usuais no relatório da Regência, foi-me fácil dar conta do valor de cada um dos sinais do tadmurî.

"A título de exemplo, eis aqui a reprodução(...) da primeira linha do estado das forças fornecido pelo espião, seja para o exército, seja para a marinha [fig. 20.2]:

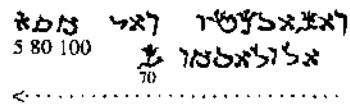


Fig. 20.4

escrita em caracteres tadmurî a partir das seguintes expressões espanholas:

Regimento (del) Rey,	*185*	*(hombres)*	
El Velasco,	*70*	*(cañónes)*	
"Exército do Rei:	185	homens	
Marinha:	70	canhões"	(M.-J.-A. Decourdemanche).

Evidentemente não nos cabe empreender aqui um estudo geral dos múltiplos sistemas esotéricos orientais, mas queremos reter mesmo assim dois outros sistemas de numeração secreta, empregados até uma época recente pelos responsáveis do exército otomano.

Comecemos pelo mais simples. Trata-se de uma notação numérica utilizada, nos estados militares turcos, para exprimir quantidades correspondendo a víveres, provisões, equipamentos etc. Apresenta-se da seguinte maneira:

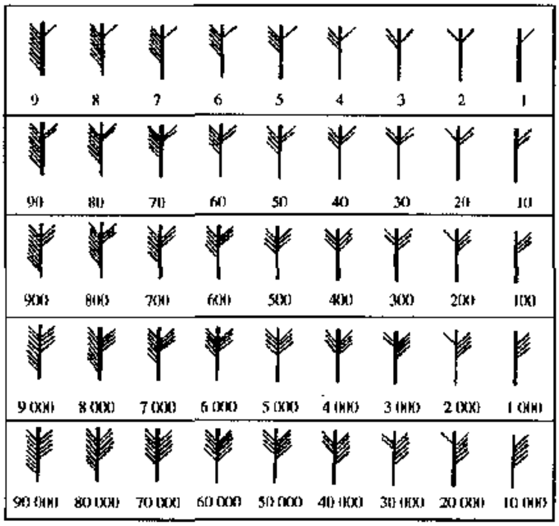


Fig. 20.5

Nesse sistema, representa-se a unidade, a dezena, a centena ou o milhar acrescentando a uma barra vertical no alto e à direita uma, duas, três ou quatro hastes. Acrescentando-se uma haste à esquerda de cada um dos sinais precedentes, obtém-se os algarismos para 2, 20, 200 ou 2.000. Procedendo assim até oito traços oblíquos à esquerda, obtém-se os algarismos para 9, 90, 900 ou 9.000.

Se esse sistema é, somando tudo, bastante evidente, não ocorre o mesmo com o seguinte, que os militares turcos empregaram para contabilizar os estados dos efetivos (e o pessoal, de uma maneira geral):

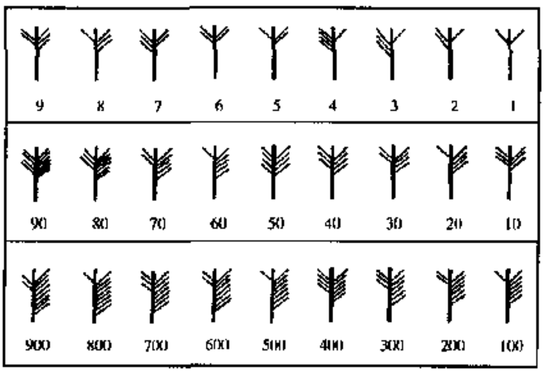


Fig. 20.6

Para um não-iniciado, esses algarismos não parecem corresponder a nenhuma lógica evidente. Contudo, esse sistema foi usado ora como modo de numeração, ora como sistema de escrita secreta, o que faz supor que cada um dos sinais precedentes devia ter o mesmo valor fonético que a letra numeral árabe correspondente.

Procedendo como já o fizemos com um outro sistema criptográfico, isto é, alinhando cada um dos sinais precedentes com as letras árabes respectivamente associadas aos mesmos valores na numeração alfabética oriental (fig. 19.4) e considerando em seguida a sucessão das oito palavras mnemotécnicas segundo as quais as letras numerais árabes do Oriente são tradicionalmente repartidas (fig. 19.7), compreendemos como foram forjados os algarismos desse sistema.

Para os números 1,2, 3, 4 — que correspondem às quatro letras sucessivas da primeira palavra mnemotécnica, ou seja, *ABJaD* —, toma-se um traço vertical munido de uma haste à direita e acrescenta-se um, dois, três ou quatro traços oblíquos à esquerda.

Para os números 5, 6, 7 — que correspondem às três letras consecutivas da segunda palavra mnemotécnica, ou seja, *HaWaZin* —, toma-se um traço vertical munido de duas hastes à direita e acrescenta-se uma, duas ou três hastes à esquerda. E assim por diante (fig. 20.7).

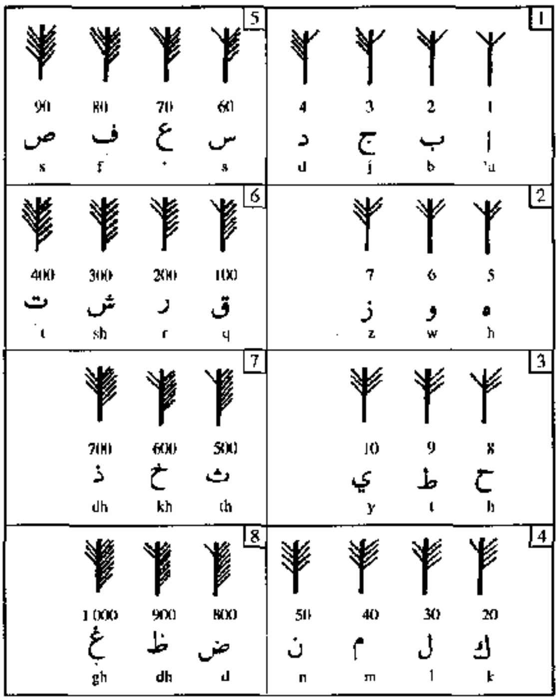


Fig. 20.7 - *Notação numérica secreta fundada na sucessão das oito palavras mnemotécnicas da numeração alfabética árabe oriental (ver sistema* Adjad, *capítulo 19).*

A arte e a composição dos cronogramas

Faz-se necessário falar agora de um procedimento cujos exemplos abundam desde a Idade Média nos escritos hebraicos e muçulmanos e que, ao mesmo título que a caligrafia ou a poesia, constitui uma verdadeira arte. Trata-se do procedimento de expressão das datas pelo que se convencionou chamar de “cronogramas”.

É o *ramz* dos poetas, historiadores e lapidadores árabes da África do Norte e da Espanha e o *târikh* dos autores turcos e persas, cujo princípio “consiste em agrupar, numa palavra (significativa e característica) ou num curto membro da frase, o conjunto das letras cujos valores numéricos totalizados fornecem a data de um acontecimento passado ou futuro” (G.-S. Colin).

Eis, por exemplo, uma frase que encontramos numa inscrição funerária judaica de Toledo (ref. IHE, inscr. nº 43):

שנת אגלי טל על חמשת אלפים

MIL CINCO SOBRE ORVALHO GOTA ANO

ANO: “UMA GOTA DE ORVALHO SOBRE CINCO MIL”

Fig. 20.8

Se nos ativermos a seu sentido literal, a frase praticamente não quer dizer nada. Por outro lado, se somamos os valores numéricos das letras constitutivas da expressão *uma gota de orvalho*, compreendemos então que essa frase é uma representação bastante singular da data de falecimento — no calendário israelita — da pessoa que jaz na tumba:

“UMA GOTA DE ORVALHO” א ג ל י ט ל

30 9 10 30 3 1

83

Fig. 20.9

Com efeito, aquela pessoa encontrou a morte no ano “oitenta e três [= *uma gota de orvalho*] sobre cinco mil”, ou seja, em termos claros, no ano 5083 da era israelita, portanto em 1322-1323 da era cristã.

Para a indicação do ano 5144 do mesmo calendário (=1374 da era cristã), uma outra inscrição sepulcral de Toledo (ref. IHE, inscr. nº 99) dá-nos, igualmente, a seguinte expressão, numericamente equivalente a 144:

שנת היינה אין אב

2 1 | 50 10 1 | 5 50 10 10 5 | ANO

ANO: “FICAMOS SEM PAI”

144

Fig. 20.10

Em outras tumbas do cemitério judaico de Toledo, encontramos ainda a expressão do ano 5109 da era israelita (=1348-1349 da era cristã), sob uma ou outra das duas formas seguintes (ref. IHE, inscr. n^os^ 69, 70, 71, 75, 86 e 87)[1]:

ל ו ה ח י י ם   מ נ ו ח ה

40 10 10 8 5 6 30   5 8 6 50 40

<·············   <··········

"PARA A VIDA"   "REPOUSO"

109   109

Fig.20.11

O mesmo procedimento é encontrado nos países islâmicos orientais, notadamente na Turquia e no Iraque, bem como na Pérsia e em Bihar, mas essa prática — como a arte caligráfica oriental — não parece datar de antes do século XI da era cristã[1].

Destarte, para reter a data do fim atroz do rei Sher de Bihar (no nordeste da Índia), morto em 952 da *Hégira* (1545 da era cristã) — quando de uma desastrosa explosão —, compôs-se o cronograma seguinte (ref. CAPIB, vol. X, p. 368):

زاتش مرد   د ر م ش ت أ ز

4 200 40 300 400 1 7

<·························

"MORTO DE QUEIMADURA"   952 (da *Hégira*)

Fig.20.12

Um outro exemplo de cronograma foi dado pelo matemático e astrônomo Al Bîrûnî (nascido em 973 em Khiva e morto em 1048 em Ghazna), na sua famosa *Cronologia das nações antigas*. Este homem sábio (que reprovou aos judeus terem "voluntariamente" modificado seu calendário, diminuindo o número de anos desde a Criação, de tal sorte que a data de nascimento

---

[1] Notar-se-á que, na composição desses cronogramas, não se contaram os milhares, um pouco como se empregássemos 80 para 1980, sem que tal uso causasse qualquer embaraço para os contemporâneos. Por outro lado, para distinguir os usos ordinários dos cronogramas, os lapidadores acrescentaram três pontos a cada um dos elementos que compõem estes últimos.

[2] Assinalemos que em persa e em turco as letras particulares (P, Tch, G, etc.) têm exatamente o mesmo valor que as letras árabes homógrafas, sendo certamente os valores numéricos considerados no uso oriental (ver capítulo 19 e capítulo 25). Assim:

—a letra پ , P, tem o mesmo valor que ب , B

—a letra چ , Tch, tem o mesmo valor que ج , J

—a letra گ , G, tem o mesmo valor que ك , K etc.

de Jesus não se encontrava mais, segundo ele, de acordo com as profecias relativas à vinda do Messias) afirmou com ousadia que os judeus esperavam o Messias para o ano 1335 da era selêucida (=1024 da era cristã), data que tinha expresso compondo o seguinte cronograma:

نجاة الخلق من الكفر بمحمد

"MAOMÉ SALVA O MUNDO DA INCREDULIDADE"

ن ج ا ة ال خ ل ق م ن ا ل ك ف ر ب م ح م د

4 40 8 40 2 200 80 20 30 1 50 40 100 30 600 30 1 5 1 3 50

1335

Fig. 20.13

Esse procedimento foi igualmente muito corrente no Marrocos, mas somente a partir do século XVII da era cristã (ou do século XVI, ou mais cedo, segundo o estado atual da documentação). Efetivamente, os cronogramas foram amiúde empregados nas inscrições versificadas em comemoração a um determinado acontecimento, ou fundação. O foram também por numerosos autores, poetas, historiadores e biógrafos, entre os quais convém citar o secretário e poeta de corte Muhammad Ben Ahmad al Maklatî (morto em 1630), assim como os poetas Muhammad al Mudara' (falecido em 1734) e 'Abd al Wahâb Adarâq (em 1746), que tinham composto, cada um, um resumo histórico didático fundado nesse princípio, o primeiro referindo-se às notabilidades de Fez e o outro aos santos de Meknés[1].

O exemplo seguinte é extraído de uma inscrição árabe descoberta por G.-S. Colin na Kasbah de Tânger, há pouco mais de cinqüenta anos, numa câmara meridional do edifício conhecido pelo nome de *Qubbat al Bukhârî*, no palácio do antigo sultão. Um parêntesis histórico permitirá reportarmo-nos à época da construção do edifício.

A inscrição em questão foi redigida para a glória do famoso personagem 'Alî ibn 'Abdallah. Este foi "o filho do famoso 'Alî ibn 'Abdallah, governador (*qâ'id*) de Tetuã e chefe dos contingentes rifaínos destinados à guerra santa (*mujâhidîn*), que, em conseqüência de um longo sítio, terminaram, em 1095 da *Hégira* (1684), por entrar em Tânger, abandonada por seus ocupantes ingleses... Quando em 1103 da *Hégira* (1691-1692) morreu o *Qâ'id* 'Alî ibn 'Abdallah, comandante (*amîr*) da totalidade das pessoas do Rif, o sultão Ismâ'îl deu-lhe como chefe o filho do finado, o *basa* Ahmad ibn 'Alî; desde então a história do noroeste marroquino ateve-se quase inteiramente à biografia desse personagem... Desde 1139 da *Hégira* (1726-1727), depois da morte do sultão Ismâ'îl, ele aproveitou-se da fraqueza do sucessor deste último, Ahmad ad Dahabî, para tentar apoderar-se de Tetuã, dominada por um outro governador (*amîr*), quase

[1] Nos textos epigramáticos, os cronogramas eram traçados por vezes numa cor que se distinguia da do resto da inscrição. Nos manuscritos encontram-se tanto o mesmo uso como o emprego de caracteres mais grossos. Por outro lado, como nas inscrições hebraicas, os cronogramas árabes eram sempre anunciados pela preposição *fi* ("em") ou ainda por *Sanat 'ama* ("no ano...") etc.

independente, Muhammad al Waqqâs; no entanto, ele foi reempossado com perdas. Em 1140 da *Hégira* (1727-1728), *quando o sultão Ahmad ad Dahabî, após ter sido substituído por seu irmão* 'Abd al Malik, foi restabelecido no trono, Ahmad ibn 'Alî não o reconheceu, e absteve-se de enviar-lhe uma delegação, imitado nisso aliás pela cidade de Fez. Desde então, a inimizade entre o chefe rifaíno e os soberanos 'Alawîtas só cresceu: um gesto pouco político do sultão 'Abdallah, sucessor de Ahmad ad Dahabî, acabou por transformar essa inimizade em hostilidade aberta... Em 1145 da *Hégira*, trezentos e cinqüenta rifaínos, combatentes de guerra santa, vieram de Tânger na delegação junto ao Sultão ['Abdalla], a fim de tentar apaziguar as diferenças que existiam entre ele e o *basa* Ahmad ibn 'Alî, e ele os massacrou. O chefe rifaíno afastou-se então do soberano para aproximar-se de seu irmão e rival Al Mustadî. Dali até seu fim infeliz (...) em 1156 da *Hégira* (1743), não cessou de combater 'Abdallah, filho do sultão Ismâ'îl, e de sustentar contra ele seus competidores" (G.-S. Colin).

Ora, retornemos agora a nossa inscrição, e perceberemos que a data em questão é indicada pelo verso abaixo (cujos valores foram calculados no alfabeto numeral árabe correspondendo ao uso magrebino; cf. fig. 19.11):

عام "حل بيت السعد بدر جمالي »

ANO: "A LUA CHEIA DE MINHA BELEZA INSTALOU-SE NO QUARTO DA FELICIDADE"

ج م ا ل ي	ا ل س ع د ب د ر	ح ل ب ي ت
10 30 1 40 3	200 4 2 4 70 300 30 1	400 10 2 30 8

<- -

1145

Fig. 20.14

Noutras palavras, o edifício da *Qubbat al Bukhârî*, na *Kasbah* de Tânger, tinha sido *construído no ano de 1145 da Hégira* (*início: 24 de junho de 1732*), *o que corresponde muito* exatamente ao início do período de independência do *basa* Ahmad ibn 'Alî, com respeito ao sultão 'Abdallah.

Eloqüente testemunho de uma arte em que se devia desdobrar toda a imaginação para forjar uma frase com um sentido, e cujo valor numérico devia fornecer a data de um dado acontecimento que se queria perpetuar na lembrança...

Interpretações e especulações dos gnósticos, cabalistas, mágicos e adivinhos

A atribuição de valores numéricos às letras de um alfabeto deu nascimento, por sinal, a curiosos procedimentos, cujo princípio de base consiste em tomar o valor das letras constitutivas de uma palavra, de um grupo de palavras ou de um grupo de letras, transpô-lo num número para interpretá-lo, por vezes pela aproximação com uma outra palavra ou expressão tendo (ou não) o mesmo valor. É o procedimento geral aplicado pelos judeus sob o nome de *gematria*[1] (palavra que significa literalmente "cálculo alfabético" ou "avaliação numérica da palavra"), pelos gregos sob o nome e *isopséfia* e pelos muçulmanos como *Hisâb al Jumal* ("cálculo da soma, da totalidade").

Essa prática conduziu, particularmente entre os judeus, a todos os tipos de interpretações homiléticas, bem como a diversos cálculos especulativos e divinatórios. Tais procedimentos foram freqüentemente empregados na literatura rabínica, em particular no Talmud[2] e no Midrash[3]. São encontrados principalmente, porém, na literatura esotérica e particularmente na Cabala, cujo estudo extraiu, em suas aplicações "mágicas", o máximo de proveito dos recursos que essa prática oferecia à dialética religiosa.

Sem ser um adepto dela, gostaríamos de descrever aqui, com alguns exemplos como apoio, as principais práticas religiosas ou literárias, bem como os estranhos cálculos previsionais que decorreram desse procedimento, a fim de mostrar até que ponto os utilizadores da gematria puderam estender suas especulações e suas argumentações.

Alguns rabinos aproximaram as palavras hebraicas *Yayin* e *Sod*, que significam respectivamente "vinho" e "segredo", pois, diz-se que "do vinho provirá o segredo" (*Nikhnas Yayin Yatsa Sod*; donde, em latim: *in Vino Veritas*). Com efeito, o ébrio conta todos os seus segredos. Ora, essas duas palavras têm exatamente o mesmo valor numérico no sistema hebraico usual:

יין	סוד
50 10 10	4 6 60
YAYIN	SOD
70	70

Fig. 20.15

No seu *Pardes Rimonim*, Moses Cordovero dá um outro exemplo aproximando a palavra *guevurah*, "força, potência", do termo *aryieh*, "leão":

גבורה	אריה
5 200 6 2 3	5 10 200 1
GUEVURAH	ARYEH
216	216

Fig. 20.16

[1] Em hebraico: *gematria*. Essa palavra é provavelmente uma corrupção da expressão *géômêtrikos arithmós*, "número geométrico".

[2] Antiga coletânea de leis, costumes, tradições e opiniões dos judeus, compiladas pelos rabinos.

[3] Conjunto de compêndios considerados tradicionalmente como comentários das Santas Escrituras.

Essas duas palavras têm, com efeito, o mesmo valor numérico. Além disso, o leão é, segundo a tradição, o símbolo da majestade divina, da bravura, da potência e da força penetrante de *Yahweh*. Quanto à palavra *guevurah*, é justamente um dos Atributos de Deus.

Outro exemplo: o Messias é freqüentemente qualificado de *Semah*, "o germe", ou de *Menahem*, "o consolador", pois, precisa-se, essas duas palavras têm o mesmo valor:

צמח	מנחם
8 40 90	40 8 50 40
SEMAH	MENAHEM
138	138

Fig. 20.17

Da mesma forma, as letras da palavra *Mashiyah*, "Messias", dão o mesmo total que a palavra *Nahash*, "Serpente":

נחש	משיח
300 8 50	8 10 300 40
NAHASH	MASHIYAH

Fig. 20.18

Assim, freqüentemente foram aproximadas para concluir que "quando de sua vinda a este mundo, o Messias medirá forças com Satã e o sobrepujará".

Este ainda: certos adeptos da gematria acreditaram poder afirmar que o mundo foi criado no início do ano civil hebraico, no equinócio de outono, pelo simples fato de que as duas primeiras palavras da Torah (*Bereshit Bara*, "no começo [Deus] criou") são iguais a estas: *Berosh Hashanah Nibra*, "Criou no começo do ano":

ברא בראשית	נברא השנה בראש
1 2 10 1 2	200 50 50 5 1 2
200 400 300 200	1 2 5 300 300 200
BERESHIT BARA	BEROSH HASHANAH NIBRAH
1116	*1116*

Fig. 20.19

No *Gênese* (capítulo XXXII, versículo 5), o patriarca Jacó diz: "estive na casa de Labão" (em hebraico: *'Im Laban Garti*). Se se crê no comentário que Rachi dá dessa frase (*Bereshit Rabbati*, 145), isso quererá dizer que "durante sua permanência na casa de Labão, o ímpio, Jacó não seguiu os maus exemplos dados por este, mas observou antes os 613 mandamentos da religião judaica"; pois, explica, a expressão hebraica *Garti* ("estive na casa de") tem por valor precisamente 613:

גרתי

10 400 200 3

GARTI

Fig. 20.20

O *Gênese* relata, aliás, que na retirada da batalha dos reis do Oriente, no vale de Siddim, Lot de Sodoma, sobrinho de Abraão, foi vencido e capturado por seus inimigos. Tão logo informado, o patriarca "mobilizou seus homens aguerridos, os que nasceram na sua casa, *trezentos e dezoito* homens, e lançou-se até Dão, perseguindo seus adversários", que derrotou "com a assistência do Deus das alturas" (*Gênese*, capítulo XIV, versículo 14). Depois, após ter liberado seu sobrinho e encontrado Melquisedec, o rei-sacerdote de Salem, voltou-se para Deus nestes termos: "Meu Senhor *Yahweh*, que podes dar-me enquanto vou-me embora sem filho e o herdeiro de minha casa é *Eli'ezer* de Damas?" (*Gênese*, capítulo XV, versículo 2).

A *barayta* das 32 regras agádicas (regras hermenêuticas para interpretar a Torah) dá a explicação seguinte (regra nº 29): os trezentos e dezoito homens mencionados nada mais são, na verdade, do que o personagem mesmo de Eli'ezer. Noutras palavras, Abraão desafia seus inimigos apenas com o *auxílio* de *Eli'ezer*, seu servidor de confiança, que devia ser seu herdeiro e cujo nome hebraico significa precisamente "Meu Deus é auxílio". O argumento avançado a esse propósito consiste numa aproximação entre o versículo:

"Os que nasceram na sua casa, *trezentos e dezoito* homens", e o seguinte:

"O herdeiro de minha casa é *Eli'ezer* de Damas"

e isso pelo fato de que o valor numérico do próprio nome de Eli'ezer é igual a 318:

אליעזר

200 7 70 10 30 1

ELI'EZER

318

Fig. 20.21

Uma outra aproximação feita pelos exegetas é aquela que aproxima o termo *Ahavah*, "Amor", com o de *Ehad*, "Um":

אחד	אהבה
4 8 1	5 2 5 1
EHAD	AHAVAH
13	13

Fig. 20.22

Além de sua equivalência numérica segundo o alfabeto numeral usual, esses dois termos, explica-se, correspondem ao conceito central da ética bíblica, o do "Deus-Amor" — já que, de um lado, o "Um" nada mais é do que uma representação do Deus único de Israel e, de outro, supõe-se que o "Amor" está na base mesma da concepção do universo (*Deut.* V, 6; *Lev.* XIX, 18). Por outro lado, a soma de nossos valores numéricos é igual a 26, isto é, ao número atribuído ao próprio nome de *Yahweh*:

יהוה

5 6 5 10

YHWH

Fig. 20.23

É preciso lembrar-se aqui de que o nome semítico comum para "deus" é *El*, mas o Antigo Testamento só parece empregá-lo nos nomes compostos (*Israel, Ismael, Eli'ezer* etc.). Para designar Deus, a Torah emprega sobretudo a forma *Elohim* (que é, na verdade, um plural), sendo esse nome aquele pelo qual se supõe exprimir o conjunto de todas as suas forças e de todos os seus poderes sobrenaturais. Recorreu igualmente a "atributos" de Deus, como *Hay*, "Vivente", *Shadaï*, "Todo-Poderoso", *El'Ilyion*, "o Deus das Alturas" etc. Mas *YHWH*, "Yahweh", é o único e verdadeiro "Nome Próprio" de Deus. É o *Tetragrama divino*. É encarregado de comportar o caráter eterno de Deus, já que é constituído das três formas hebraicas do verbo "ser", a saber:

היה	הוה	יהיה
HaYaH "Foi"	HoWeH "É"	YiHYeH "Será"

Fig. 20.24

Invocando Deus por esse nome, insiste-se portanto em sua intervenção e sua solicitude em todas as coisas. Assim, esse Nome não deve ser nem escrito nem pronunciado no uso corrente e, para não violar "seu sagrado e sua incomunicabilidade", o comum deve lê-lo *Adonay*, "Meu Senhor" (ver p. 528-529).

Todas as especulações foram feitas sobre o valor numérico 26, atribuído ao Tetragrama divino no sistema numeral clássico.

Certos autores versados na prática da avaliação numérica das palavras observaram assim que é no versículo 26 do capítulo I do *Gênese* que Deus diz: "Façamos o homem à nossa imagem"; que 26 gerações separam Adão de Moisés; que o número dos personagens figurando neste é um múltiplo de 26 etc. Segundo eles, o fato de que "Deus moldou Eva a partir de uma costela de Adão" encontra-se na diferença numérica (igual a 26) que existe entre o nome hebraico de Adão (= 45) e o de Eva (=19):

חוה	אדם
5 6 8	40 4 1
HAWAH	ADAM
19	45

Fig. 20.25

Para interpretações homiléticas desse gênero, o método fornecido pela numeração usual não constituiu o único sistema de avaliação numérica das letras empregado pelos rabinos e cabalistas. É assim que um manuscrito conservado na Bodleian Library de Oxford (sob o código Ms hebr. 1822) enumera, num de seus artigos, um pouco mais de setenta *guematriot* diferentes.

Um desses métodos consiste em dar a cada letra seu "número de ordem" no alfabeto hebraico, fazendo contudo reduções para os números superiores a 9. Noutros termos, esse sistema atribui às letras as mesmas unidades que na numeração usual, mas não dá conta das dezenas e das centenas. A letra מ, *Mem*, por exemplo, cujo valor tradicional é 40, é assim atribuída ao número 4[1]. Igualmente a letra ש, *Shin*, que ordinariamente tem por valor 300, vale apenas 3 nesse sistema[2]. Partindo daí, certos exegetas aproximaram assim o nome *Yahwé* do Atributo divino *Tov*, "Bom".

יהוה	טוב
5 6 5 1	2 6 9
←	←
YHWH	TOV "Bom"
17	17

Fig. 20.26

Um outro método consiste em atribuir às letras quadráticas os valores usuais. A letra *Guimel*, por exemplo, que é correntemente associada a 3, encontra-se atribuída a 9 (fig. 20.29, coluna B).

Um outro sistema ainda atribui o valor 1 à primeira letra, a soma dos dois primeiros números à segunda letra, a soma dos três primeiros números à terceira letra e assim sucessivamente. Desse modo, a letra *Yod*, que ocupa a décima posição no alfabeto, é igual à soma dos dez primeiros números:

$$1 + 2 + 3 + ... + 9 + 10 = 55$$ (fig. 20.29, coluna C).

Um outro atribui a cada letra o valor numérico (calculado no sistema usual) do nome correspondente. A letra א *Alef*, por exemplo, se verá assim atribuída ao valor 1 + 30 + 80 = 111, ou seja, ao da palavra (fig. 20.29, coluna D):

אלף

80 30 1

←

111

Fig. 20.27

A partir daí pode-se operar aproximações avaliando duas palavras, seja no mesmo sistema, seja em dois sistemas diferentes. Foi assim que se relacionou a palavra *Maqom* ("lugar, colocação"), que é uma outra apelação de Deus, com o nome *Yahwé* (estando o primeiro nome

---

1 Outra maneira de encontrar esse valor: a letra *Mem* ocupa o décimo terceiro lugar no alfabeto hebraico; seu valor é portanto igual a 1 + 3 = 4 (fig. 20.29, coluna A).

2 Realmente, a letra *shin* ocupa a vigésima primeira posição no alfabeto. Seu valor portanto é igual a 2 + 1 = 3.

avaliado no sistema usual e o Tetragrama divino tomando o quadrado de cada letra que o constitui):

מקום	יהוה
40 6 100 40	5^2 6^2 5^2 10^2
←	←
MAQOM	YHWH
186	186

Fig. 20.28

Números de ordem e valores usuais das letras			A	B	C	D			
1	א	1	1	1^2	1	111	valor de:	אלף	ALEF
2	ב	2	2	2^2	1 + 2	412	"	בית	BÉT
3	ג	3	3	3^2	1 + 2 + 3	73	"	גמל	GUIMEL
4	ד	4	4	4^2	1 + 2 + 3 + 4	434	"	דלת	DALET
5	ה	5	5	5^2	1 + 2 + 3 + 4 + 5	6	"	הא	HÉ
6	ו	6	6	6^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 6	12	"	וו	VAV
7	ז	7	7	7^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 7	67	"	זין	ZAYIN
8	ח	8	8	8^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 8	418	"	חית	HÉT
9	ט	9	9	9^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 9	419	"	טית	TÉT
10	י	10	1	10^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 10	20	"	יוד	YOD
11	כ	20	2	20^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 11	100	"	כף	KAF
12	ל	30	3	30^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 12	74	"	למד	LAMED
13	מ	40	4	40^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 13	90	"	מים	MÉM
14	נ	50	5	50^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 14	110	"	נון	NUN
15	ס	60	6	60^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 15	120	"	סמך	SAMEKH
16	ע	70	7	70^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 16	130	"	עין	'AYIN
17	פ	80	8	80^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 17	85	"	פה	PÉ
18	צ	90	9	90^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 18	104	"	צדי	TSADÉ
19	ק	100	1	100^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 19	104	"	קוף	QOF
20	ר	200	2	200^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 20	510	"	ריש	RESH
21	ש	300	3	300^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 21	360	"	שין	SHIN
22	ת	400	4	400^2	1 + 2 + 3 + 4 ...+ 22	406	"	תו	TAV

Fig. 20.29 — *Alguns dos múltiplos sistemas de avaliação numérica das letras hebraicas empregados pelos rabinos e pelos cabalistas para suas diversas interpretações homiléticas.*

Essa aproximação, sublinhe-se, é confirmada pelo versículo 3, capítulo I de *Michée*, onde se diz: "Eis que o nome de quatro letras, *YHWH*, sai de seu *Maqom* [seu 'lugar']."

Essas poucas considerações, que poderiam certamente ser multiplicadas à vontade, bastam para se ter uma idéia da complexidade dos "cálculos cabalísticos" e da extensão das riquezas que conduziram os exegetas não somente à interpretação de algumas passagens da Torah, mas também a especulações de toda sorte[1].

Os mesmos procedimentos foram conhecidos dos gregos, ao menos a partir da Baixa Época.

Entre os poetas gregos como Leônidas de Alexandria (que viveu na época do imperador Nero), tal prática deu lugar a composições literárias de um gênero inteiramente particular: o dos dísticos e epigramas ditos *isopsefos*. Um dístico (ou grupo de dois versos) é isopsefo se a soma dos valores numéricos das letras que constituem o primeiro verso é igual à das letras do segundo. Um epigrama (peça curta versificada exprimindo, por exemplo, um pensamento amoroso) é isopsefo se todos os dísticos que ele comporta forem eles próprios isopsefos e se o valor correspondente é constante.

De uma maneira mais geral, o procedimento da isopséfia consiste em utilizar, como na gematria hebraica, o valor numérico das letras constitutivas de uma palavra ou de um grupo de letras, em transpor este num número e depois em aproximá-lo de uma outra palavra segundo o valor numérico obtido.

Em Pérgamo, foram encontradas inscrições isopsefas que foram compostas, diz-se, pelo próprio pai do grande médico e matemático Galeno, que dizia dominar "tudo o que era possível saber da geometria e da ciência dos números".

Igualmente encontrou-se em Pompéia a seguinte inscrição: "Amo aquela cujo número é 545", na qual um certo Amerimnus presta homenagem à dama de seus pensamentos, cujo "honorável nome é 45". Conta-se no *Pseudo-Calístines* (I, 33) que o deus egípcio Sarapis — cujo culto foi introduzido por Ptolomeu I — teria revelado seu nome a Alexandre o Grande da seguinte maneira: "Toma duzentos e um, depois cento e um e quatro vezes vinte e dez. Coloca em seguida o primeiro desses números no fim e saberás então que deus eu sou." Tomando ao pé da letra as palavras do deus, obtém-se com efeito a seqüência:

200 1 100 1 80 10 200,

ou seja, o nome grego abaixo:

Σ	A	P	A	Π	I	Σ
200	1	100	1	80	10	200

SARAPIS

Fig. 20.30

Evocando o assassinato de Agripina, Suetônio (*Nero*, 39) aproxima o nome de Nero, escrito em grego, da frase *Idian Metera apekteine* ("Matou sua própria mãe"), tendo os dois grupos correspondentes exatamente o mesmo valor no sistema numeral grego:

---

[1] Evidentemente, não somos qualificados de maneira nenhuma para trazer a menor precisão, nem sobre essa delicada questão, que constitui as origens históricas do uso da gematria nos escritos hebraicos, nem sobre a evolução dessa prática, e sequer sobre a maneira pela qual é considerada (ou desconsiderada) na literatura rabínica e cabalística, através das épocas e regiões. O leitor apaixonado pela questão encontrará talvez informações na obra de F. Dornseiff e no artigo de G. Scholem.

N	E	Ρ	Ω	N		Ι	Δ	Ι	Α	Ν		Μ	Η	Τ	Ε	Ρ	Α		Α	Π	Ε	Κ	Τ	Ε	Ι	Ν	Ε
50	5	100	800	50		10	4	10	1	50		40	8	300	5	100	1		1	80	5	20	300	5	10	50	5

"NERO"
1005

"SUA PRÓPRIA MÃE MATOU"
1005

Fig. 20.31

Explica P. Perdrizet: "Os gregos parecem só ter se posto a especular sobre os valores numéricos das letras tarde demais. Essa prática deve ter vindo ao pensamento helênico quando este tomou contato com o pensamento judaico. Bastará lembrar a famosa passagem do *Apocalipse* de João sobre o 'número' da Besta [ver mais abaixo], para que se perceba como os judeus, muito antes de seus cabalistas e da *gematria*, eram familiarizados com os cálculos místicos de que falamos. Uns e outros, judeus e gregos, eram também notavelmente dotados para os cálculos da aritmética, tanto quanto para as especulações transcendentes. Todas as sutilezas eram feitas para agradar-lhes — entre outras, as da mística dos números, que apelavam a essas duas aptidões ao mesmo tempo. A escola pitagórica, a mais supersticiosa das seitas filosóficas e a que mais foi penetrada por influências orientais, já se tinha voltado para a mística dos números. Na última era do mundo antigo, essa forma da mística toma um impulso surpreendente. Dá nascimento à aritmomancia; inspira a sibila, os adivinhos, os *theologoi* pagãos e inquieta os padres, que nem sempre sabiam guardar-se de sua fascinação. A isopséfia é um de seus métodos."

Em sua *Homilia* (XLIV), o padre Teofânio Querameu insiste na existência de uma equivalência numérica entre os nomes *Theos*, "Deus", *Aguios*, "Santo", e *Agathos*, "Bom":

Θ	Ε	Ο	Σ		Α	Γ	Ι	Ο	Σ		Α	Γ	Α	Θ	Ο	Σ
9	5	70	200		1	3	10	70	200		1	3	1	9	70	200

"DEUS"
284

"SANTO"
284

"BOM"
284

Fig. 20.32

Via igualmente no nome *Rebeca* (mulher de Isaac e mãe dos gêmeos Jacó e Esaú) uma figura da Igreja universal. A razão disso seria simplesmente, segundo ele, que o número (153) de espécies de peixes que vivem no mar e que se encontram reunidas na rede quando da "Pesca milagrosa" nada mais é do que o valor numérico do nome grego Rebeca (*Homilia* XXXVI; *João*, 21).

Ρ	Ε	Β	Ε	Κ	Κ	Α
100	5	2	5	20	20	1

153

Fig. 20.33

De forma similar, uma designação simbólica de Deus que é encontrada no Novo Testamento (*Apoc.* João, XXII, 13) é *o Alfa e o Ômega*, expressão formada a partir dos nomes da primeira e da última letra do alfabeto grego e que, nos pensamentos gnóstico e cristão, corresponderia à "Chave do Universo e do Conhecimento", bem como à "Existência e Totalidade do Espaço e do Tempo". Declarando que é *Alfa e Ômega*, Jesus designou-se como princípio e fim de todas as coisas. Identificou-se ao "Espírito Santo" e, segundo a doutrina cristã, ao próprio Deus. Ora, se se crê no Evangelho segundo Mateus (III, 16), o "Espírito" ter-se-ia manifestado a Jesus quando de seu batismo sob a forma de uma pomba; e como a palavra grega *Peristéra* ("Pomba") tem o valor 801, ou seja, exatamente a soma dos valores das letras da expressão "*Alfa e Ômega*", esta última nada mais era do que uma maneira mística de afirmar o dogma cristão da Trindade:

A	et	**Ω**	**Π**	**Ε**	**Ρ**	**Ι**	**Σ**	**Τ**	**Ε**	**Ρ**	**Α**
1		800	80	5	100	10	200	300	5	100	1
........> 801			........> 801								

Fig. 20.34

Outra idéia, freqüentemente empregada na Idade Média, consistiu em atribuir aos números uma virtude sobrenatural segundo a forma gráfica de seus sinais representativos.

Num manuscrito conservado na Biblioteca Nacional de Paris (Ms. lat. 2.583, fol. 30), Thibaut de Langres escrevia, a propósito do número 300 figurado pela letra grega T (*tau*), sinal da cruz: "O número é guardado em segredo pela escritura que serve para representá-lo de duas maneiras: pela letra e pela pronunciação. Pela letra é figurado de três maneiras: a forma, a ordem ou o segredo. Pela forma, como esses 300 que, depois da criação do Mundo, deviam ter a fé pela imagem do Crucifixo, porque entre os gregos são representados pela letra T, que tem o aspecto de uma cruz." E é por isso que, segundo Thibaut, Gedeão teria vencido Oreb, Zeeb, Zabaque e Tsalmuna apenas com os trezentos homens que tinham lambido a água como cães" (*Juízes*, VII, 6).

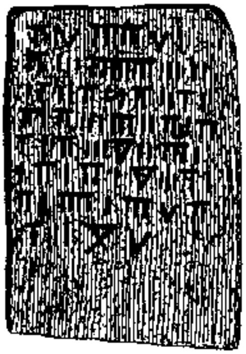
Uma interpretação cristã idêntica é encontrada na *Epístola de Barnabé*. Na vitória que o patriarca Abraão tinha obtido sobre seus adversários com a ajuda de 318 homens circuncidados (ver acima), o autor vê uma referência à cruz e às duas primeiras letras do nome grego de Jesus (IHSOUS):

T	+	**IH**	=	**318**
300		10 + 8		

Fig. 20.35

Segundo o autor da *Epístola*, o número 318 teria indicado que os homens seriam salvos pela crucificação de Jesus.

Igualmente ainda, segundo Cipriano (*De pascha computus*, 20), 365 é um número sagrado porque é igual à soma de 300 (T, símbolo da cruz), de 18 (IH, as duas primeiras letras de Jesus), de 31 (o número de anos que o Cristo teria vivido, segundo ele) e de 16 (ano do reino de Tibério no qual Jesus foi crucificado). Isso exprime sem dúvida a razão pela qual alguns heréticos acreditaram que o fim do mundo teria lugar no ano 365 da era cristã (Agostinho, *De civitate Dei* [A Cidade de Deus], XVIII, 53).



TRANSCRIÇÃO

$\mathrm{I\ V\ \overline{IIIIII}\ V\ I}$

$\mathrm{\overline{II}\ III\ \overline{IIIIIIII}\ III\ II}$

$\mathrm{I\ \overline{I}\ II\ \overline{II}\ VI\ \overline{II}\ II\ \overline{I}\ I}$

$\mathrm{\overline{II}\ I\ \overline{II}\ III\ \overline{III}\ II\ \overline{II}\ I\ \overline{II}}$

$\mathrm{\overline{I}\ I\ \overline{II}\ III\ \overline{V}\ II\ \overline{III}\ I}$

$\mathrm{I\ \overline{II}\ I\ \overline{II}\ I\ \overline{V}\ III\ \overline{II}\ I}$

$\mathrm{\overline{II}\ I\ \overline{IIII}\ I\ \overline{III}\ V\ \overline{II}}$

$\mathrm{\overline{I}\ II\ \overline{X}\ V}$

Fig. 20.36 — *Tabuleta em madeira encontrada na África do Norte, do fim do século V da era cristã. Notar-se-á que a totalização dos algarismos romanos nela contidos dá 18 em cada linha (com o sobrelineamento significando um total parcial). Ignora-se se se trata de um documento aritmético (talvez escolar) ou de uma tabuleta "mágica", correspondendo a especulações sobre o valor numérico das letras gregas ou hebraicas. Ref. TA, ata XXXIV, tabl. 3a.*

Assim, todos os recursos foram explorados nessa direção.

Os místicos cristãos que queriam apoiar a afirmação segundo a qual Jesus seria o filho de Deus aproximaram freqüentemente a expressão hebraica *'Ab Qal* — empregada por Isaías para significar a "nuvem ligeira sobre a qual Deus é levado" (XIX, 1) — da palavra *Bar*, que quer dizer o "filho":

עב קל	בר
30 100 2 70	20 2
< · · · · · · · ·	< · · · · · ·
202	202

Fig. 20.37

Os gnósticos[1], por seu turno, tiraram da isopséfia efeitos que quase pertencem ao domínio do maravilhoso.

Explica P. Perdrizet: "Resulta de um texto, cuja fonte provável é Hipólito, que, em certas seitas gnósticas a isopséfia era por assim dizer uma forma normal da simbólica e da catequese. Não servia somente (...) para envolver em mistério uma revelação; se, em certos casos escondia, em outros ao contrário revelava, dava luzes acerca das coisas que sem ela não se teria compreendido...

[1] O gnosticismo (do grego *gnosis*, "conhecimento") é uma doutrina religiosa que surgiu nos primeiros séculos de nossa era nos meios judaico-cristãos (mas que foi violentamente combatida pelos rabinos e pelos apóstolos do Novo Testamento). É essencialmente fundada na esperança de obter a salvação por um conhecimento esotérico do domínio divino, transmitido pela via da iniciação.

"A Gnose aparece-nos sobrecarregada por um fardo enorme de superstições egípcias. Pretendia elevar-se à inteligência do princípio universal; na verdade, procurou sobretudo o meio de saber o nome de Deus e, em seguida, com auxílio da magia— a velha magia de Ísis —, o meio de constranger Deus a deixar o homem elevar-se até ele. O nome é, como a sombra ou o alento, uma parte da pessoa; melhor do que isso, é idêntico à pessoa, é a própria pessoa.

"Por isso, conhecer o nome de Deus é o problema que se coloca para a Gnose. À primeira vista, parece insolúvel: como saber o nome do Inefável? No entanto, os gnósticos não pretenderam conhecer o próprio nome de Deus, mas acreditaram ser possível determinar sua fórmula; e bastava isso, pois essa fórmula do nome divino continha para eles toda a virtude mágica. Essa fórmula é o número do nome divino.

Fig. 20.38 - *Uma das numerosas lousas encontradas na região de Salamanca, na Espanha (esta foi descoberta em Santibáñez de la Sierra e data do século VI, aproximadamente). Trata-se de um documento análogo ao precedente (a totalização dos algarismos dá aqui 26 em cada linha deixada intacta). Ref. G. Gomez-Moreno, p. 24 e 117.*

"O Deus supremo da Gnose reunia em si, segundo Basilídio, os 365 deuses secundários que presidiam os dias do ano... Assim, os gnósticos o designavam por paráfrases como esta: 'Aquele cujo número é 365' (ΟΥ ΕΣΤΙΝ Η ΨΗΑΟΣ ΤΞΕ). Dele, por outro lado, procedia o poder mágico das sete vogais, das sete notas da escala, dos sete planetas, dos sete metais (ouro, prata, estanho, cobre, ferro, chumbo e mercúrio), das quatro semanas do mês lunar. Qualquer que fosse o nome do Inefável, o gnóstico estava certo de que ele partilhava dos dois números mágicos, 7 e 365. Noutras palavras, na falta do nome incognoscível de Deus, deveria ser possível encontrar uma designação que fosse como a fórmula do nome divino: só era necessário unir e combinar os dois números místicos 7 e 365. Com esse fim, Basilídio forjou o nome *Abrasax*, que tem sete letras e cujo valor numérico é:

A	B	P	A	Σ	A	Ξ
1	2	100	1	200	1	60

365

Fig. 20.39

"Deus, ou o nome de Deus, já que é todo um, tem por primeiro caráter a santidade. O hino seráfico diz ΑΓΙΟΣ Ο ΘΕΟΣ (*Aguios o Théos*); 'que teu nome seja santificado', diz a oração dominical, isto é, 'que a santidade de Deus seja proclamada'.

"O nome de Deus permanecia desconhecido, mas sabia-se que tinha o caráter de ser o nome santo por excelência. Nada convinha melhor para designar o Inefável do que a locução *Aguion Onoma* ("Santo Nome") e, na verdade, os gnósticos serviram-se dela muito freqüentemente. Mas tal denominação não representa apenas alguma forma metafísica ou teológica, e os gnósticos tampouco a tomaram emprestado dos judeus, por uma razão mística que lhes fosse particular: por um acaso em que a Gnose viu uma revelação, a locução bíblica *Aguion Onoma* ("Santo Nome") tinha o mesmo número que *Abrasax*, 365:

A	Γ	I	O	N		O	N	O	M	A
1	3	10	70	50		70	50	70	40	1

365

Fig. 20.40

"Uma vez lançada nessa via, a Gnose fez aí outras descobertas não menos surpreendentes.

"Imiscuída, *como era*, à *magia*, a *Gnose tendeu fatalmente ao sincretismo*. Através da isopséfia, encontrou o meio de identificar a seu Deus supremo, o deus nacional do Egito: o Nilo, que para o egípcio nada mais era do que Osíris. Era um deus do ano, pois a regularidade de suas cheias corresponde ao curso regular dos anos; ora, o número do nome do Nilo, *Neilos*, é 365:

N	E	I	Λ	O	Σ
50	5	10	30	70	200

365

Fig. 20.41

"Pela isopséfia ainda, a Gnose operou um sincretismo não menos curioso. Conhece-se a *prodigiosa difusão do culto mazdeísta de Mitra*[1] *no século II e III de nossa era. Os gnósticos* notaram que *Mitra* (escrito: ΜΕΙΘΡΑΣ) tem por valor:

M	E	I	Θ	P	A	Σ
40	5	10	9	100	1	200

365

Fig. 20.42

[1] Culto cujo simbolismo solar foi aparentado do conceito do "Sol de Justiça" e freqüentemente associado a Jesus Cristo.

"Destarte, o deus solar do Irã era o mesmo que o 'Regente dos 365 dias'."

Os cristãos, que, como diz P. Perdrizet, "freqüentemente puseram vinho novo em velhas jarras", encontraram nesse tipo de prática uma ampla matéria para fantasia: quando queriam guardar o segredo de um nome, os lapidadores e os escribas limitavam-se a gravar somente seu valor numérico.

Nas inscrições cristãs, gregas e coptas encontra-se por vezes, após uma bênção, uma imprecação ou uma exortação aos louvores, a sigla QΘ constituída das letras *Koppa* e *Theta*. Tendo permanecido enigmático até o fim do último século, na realidade esse criptograma nada mais é, como mostrou Wessely, do que uma maneira mística de exprimir *Amen* (que é escrito AMHN), já que esses dois grupos têm por valor numérico 99.

A	M	H	N		ς	Θ
1	40	8	50		90	9
99					99	

Fig. 20.43

De modo similar, uma assinatura ou dedicatória de um mosaico do convento de Khoziba, perto de Jericó, começa assim:

Θ	Λ	Ε	ΜΝΗΣΦΗΤΙ ΤΟΥ ΔΟΥΛΟΥΣΟΥ
"Φ	Λ	Ε,	Lembra-te de teu servo"

Fig. 20.44

Que significa o grupo *Phi-Lambda-Epsilon*? A solução desse enigma foi encontrada por Smirnoff. Essas letras correspondem à palavra grega para dizer "Senhor" (KYPIE), que tem por valor numérico 535:

Φ	Λ	Ε		Κ	Υ	Ρ	Ι	Ε
500	30	5		20	400	100	10	5
535				535				

Fig. 20.45

Mais significativas ainda são as especulações feitas pelos místicos cristãos em torno do número 666, que o apóstolo João atribuiu ao que tinha chamado a *Besta do Apocalipse* (um monstro — identificado com o conceito de "Anticristo" —, que, pouco antes do fim dos tempos, viria cometer inumeráveis crimes, espalhar o terror entre os homens e lançar os povos uns contra os outros; seria abatido pelo próprio Cristo, quando de seu "retorno a este mundo"). Lê-se no Apocalipse de João (XIII, 16-18): "Por suas manobras, todos, pequenos e grandes, ricos e pobres, livres e escravos, serão marcados na mão direita ou na fronte e ninguém poderá nem comprar nem vender se não estiver marcado com o número da Besta ou *com o número de seu nome*. É aqui que é preciso discernimento! Que o homem dotado de espírito calcule o número da Besta; é um número de homem: seu número é *seiscentos e sessenta e seis*".

Há aí, como se vê, uma alusão à prática de uma isopséfia, mas o sistema correspondente não é ainda precisado. É por isso que o nome da Besta excitou (e excita ainda) a sagacidade dos intérpretes e numerosas foram as soluções propostas.

Compreendendo por 666 "o número *de um homem bem determinado*", alguns procuraram nomes de personagens históricos cuja soma das letras, tomadas pelos valores numéricos (relativamente ao sistema hebraico, grego ou latino) fornece o sistema procurado. Assim, Nero, o primeiro imperador romano a perseguir os cristãos, foi identificado por alguns intérpretes com a "Besta do Apocalipse", já que o valor numérico de seu nome, acompanhado do título de "César", é precisamente igual a 666 no sistema hebraico:

ן ו ר נ   ר ס ק

50 6 200 50   200 60 100

<· ·

QSAR NERON

666

Fig. 20.46

Pela mesma via, outros intérpretes deram-se conta de que escrevendo o nome latino do imperador Diocleciano (cuja política religiosa engendrou violentas perseguições contra os cristãos) e colocando como contribuição apenas as letras que correspondem aos algarismos romanos, chegava-se ao mesmo total:

D I o C L E s   A V G V s T V s   (Diocleciano Augusto)

500 1 100 50   5 5 5

· ·>

666

Fig. 20.47

Outros, para quem 666 era antes "o número *de um tipo de homem bem determinado*", visaram o latim em geral, já que tinham descoberto que o termo grego *Lateinos* dava exatamente o mesmo valor:

Λ Α Τ Ε Ι Ν Ο Σ

30 1 300 5 10 50 70 200

· ·>

666

Fig. 20.48

E foi assim que, muito mais tarde, na época das guerras de religião, um místico católico de nome Petrus Bungus, numa obra publicada em 1584-1585 em Bérgamo, acreditou poder demonstrar que o reformador alemão Martinho Lutero nada mais era do que o "Anticristo", já que seu nome tinha por número 666 no alfabeto numeral latino (fig. 17.52):

L	V	T	H	E	R	N	V	C
30	200	100	8	5	80	40	200	3

666

Fig. 20.49

Quanto aos discípulos de Lutero, que consideravam a Igreja romana como a herdeira direta do império dos césares, não tardaram em replicar: tomaram os algarismos romanos contidos na frase *VICARIVS FILII DEI* ("Vigário do Filho de Deus"), que vem gravado na tiara papal, e extraíram logo a conclusão que se pode imaginar!

V	I	C	A	R	I	V	S	F	I	L	I	I	D	E	I
5	1	100			1	5			1	50	1	1	500		1

666

Fig. 20.50

O procedimento de avaliação numérica dos nomes próprios esteve aliás, entre os magos muçulmanos, na origem de uma prática divinatória dita *hisab al nim*, concebida para predizer, no período de guerra, qual dos dois soberanos seria vencedor ou vencido. Esse procedimento foi descrito nestes termos por Ibn Khaldûn nos seus *Prolegômenos* (*Muqâddimah*, trad. de Slane, I, p. 241-242):

"Eis como é feita a operação: adiciona-se os valores numéricos das letras de que o nome de cada rei é composto. São valores de convenção atribuídos às letras do alfabeto; vão desde a unidade até mil e são classificados por unidades, dezenas, centenas e milhares. Feita a adição, retira-se nove de cada soma tantas vezes quantas for necessário, a fim de ter dois restos menores do que nove. Comparam-se esses restos conjuntamente; se um é mais forte do que o outro e se ambos são números pares ou ímpares, o rei cujo nome forneceu o resto mais fraco obterá a vitória. Se um dos restos é um número par e o outro um número ímpar, o rei cujo nome forneceu o resto mais forte será o vencedor. Se os dois restos são iguais e se são números pares, ao rei que tiver sido atacado caberá a vitória; se os restos são iguais e ímpares, o rei que ataca triunfará."

Com cada letra árabe sendo a inicial de um atributo de Alá (*Alif*, inicial de *Alá*; *Ba*, inicial de *Bâqî*, "O que resta" etc.), a prática do alfabeto numeral árabe conduziu igualmente a um sistema "muito secreto". Cada letra é afetada por um deles, não por seu valor usual, mas antes pelo valor numérico do atributo divino de que é a inicial. A letra *Alif* por exemplo, que tem por valor usual 1, é atribuída nesse sistema ao valor 66, que é o número do nome de Alá calculado segundo o sistema. *Abjad*. É o sistema empregado na teologia simbólica conhecida pelo nome de *da'wa*, "invocação", e que permite aos místicos e adivinhos fazer vários cálculos previsionais e especular sobre o passado, presente e futuro.

Letras		Valores	Atributos Divinos Associados			Valores
			Nomes		Sentidos	
ا	'alif	1	الله	ALLAH	Allah	66
ب	ba	2	باقي	BÂQÎ	O que permanece	113
ج	jim	3	جامع	JÂMI'	O que reúne	114
د	dal	4	ديّان	DAYÂN	Juíz	65
ه	ha	5	هادي	HÂDÎ	Guia	20
و	wa	6	ولي	WALÎ	Meste	46
ز	zay	7	زكي	ZAKÎ	Purificador	37
ح	ha	8	حق	HAQ	Verdade	108
ط	ta	9	طاهر	TÂHIR	Santo	215
ي	ya	10	يسين	YASSÎN	Chefe	130
ك	kaf	20	كافي	KÂFÎ	Suficiente	111
ل	lam	30	لطيف	LATÎF	Benevolente	129
م	min	40	ملك	MALIK	Rei	90
ن	nûn	50	نور	NÛR	Luz	256
س	sin	60	سميع	SAMÎ'	Auditor	180
ع	'ayin	70	علي	'ALÎ	Elevado	110
ف	fa	80	فتاح	FATÂH	Que abre	489
ص	sad	90	صمد	SAMAD	Eterno	134
ق	qaf	100	قادر	QÂDIR	Poderoso	305
ر	ra	200	رب	RAB	Senhor	202
ش	shin	300	شفيع	SHAFÎ'	Que aceita	460
ت	ta	400	توب	TAWAB	Que conduz ao Bem	408
ث	tha	500	ثابت	THÂBIT	Estável	903
خ	kha	600	خالق	KHÂLIQ	Criador	731
ذ	dhal	700	ذاكر	DHÂKIR	Que se lembra	921
ض	dad	800	ضار	DÂR	Punidor	1001
ظ	dha	900	ظاهر	DHÂHIR	Aparente	1106
غ	gha	1000	غفور	GHAFÛR	Indulgente	1285

Fig. 20.51 - *O sistema da* Da'wa, *segundo o quadro estabelecido no* Jawâhiru'l Khamsah *do Sheikh Abû'l Muwwayid do Gujarat.*

O mesmo tipo de procedimento permitiu aos mágicos confeccionar seus talismãs e mesmo voltarem-se para as mais diversas práticas. Para abrir a seus correligionários o meio de enriquecerem rapidamente, preservarem-se do mal e atrair todas as graças de Deus, alguns *tolda* da África do Norte propõem assim a seus interessados um *herz* ("talismã") cujo conteúdo é este:

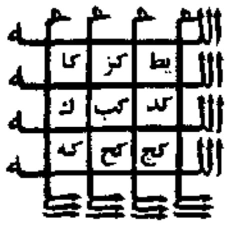


Fig. 20.52 A

Trata-se de um "quadrado mágico" cujo valor é 66 (que se obtém somando-se os números contidos tanto em uma linha como em uma coluna ou numa diagonal):

21	26	19
20	22	24
25	18	23

Fig. 20.52 B

sendo esse próprio valor o número do nome de Alá calculado no *Abjad* (fig. 17.4):

الله

5 30 30 1

ALLAH

Fig. 20.53

Vê-se então até que ponto chegaram todos os magos, adivinhos e outros numerólogos, que exploraram ao máximo os recursos que a transposição numérica das palavras oferecia a sua dialética...

Os Algarismos da Civilização Chinesa

Os treze algarismos da numeração tradicional chinesa[1]

Para exprimir os números, os chineses utilizam habitualmente um sistema decimal compreendendo treze sinais fundamentais, respectivamente associados às nove unidades e às quatro primeiras potências de dez (10, 100, 1.000, 10.000). Sinais numéricos cujo traçado mais simples e mais comumente empregado em nossos dias é este:

1	一	10	十
2	二		
3	三	100	百
4	四		
5	五	1 000	千
6	六		
7	七	10 000	萬
8	八		
9	九		

Fig. 21.1

[1] Devo exprimir aqui toda minha gratidão a meus amigos Alain Briot, Louis Frédéric e Léon Vandermeersch por suas preciosas indicações e pela gentileza que me fizeram ao relerem com cuidado o conjunto deste capítulo.

Mais ainda do que nos sistemas do mundo semítico antigo, essa numeração escrita corresponde ao próprio tipo das numerações fundadas no princípio "híbrido", já que as dezenas, *centenas, milhares e dezenas de mil são expressas segundo o princípio multiplicativo (fig. 21.2).*

DEZENAS		CENTENAS		MILHARES		DEZENAS DE MILHARES	
10	一 十 1 × 10	100	一 百 1 × 100	1 000	一 千 1 × 1 000	10 000	一 萬 1 × 10 000
20	二 十 2 × 10	200	二 百 2 × 100	2 000	二 千 2 × 1 000	20 000	二 萬 2 × 10 000
30	三 十 3 × 10	300	三 百 3 × 100	3 000	三 千 3 × 1 000	30 000	三 萬 3 × 10 000
40	四 十 4 × 10	400	四 百 4 × 100	4 000	四 千 4 × 1 000	40 000	四 萬 4 × 10 000
50	五 十 5 × 10	500	五 百 5 × 100	5 000	五 千 5 × 1 000	50 000	五 萬 5 × 10 000
60	六 十 6 × 10	600	六 百 6 × 100	6 000	六 千 6 × 1 000	60 000	六 萬 6 × 10 000
70	七 十 7 × 10	700	七 百 7 × 100	7 000	七 千 7 × 1 000	70 000	七 萬 7 × 10 000
80	八 十 8 × 10	800	八 百 8 × 100	8 000	八 千 8 × 1 000	80 000	八 萬 8 × 10 000

Fig. 21.2 - *Notação chinesa atual dos múltiplos consecutivos de cada uma das quatro potências de dez.*

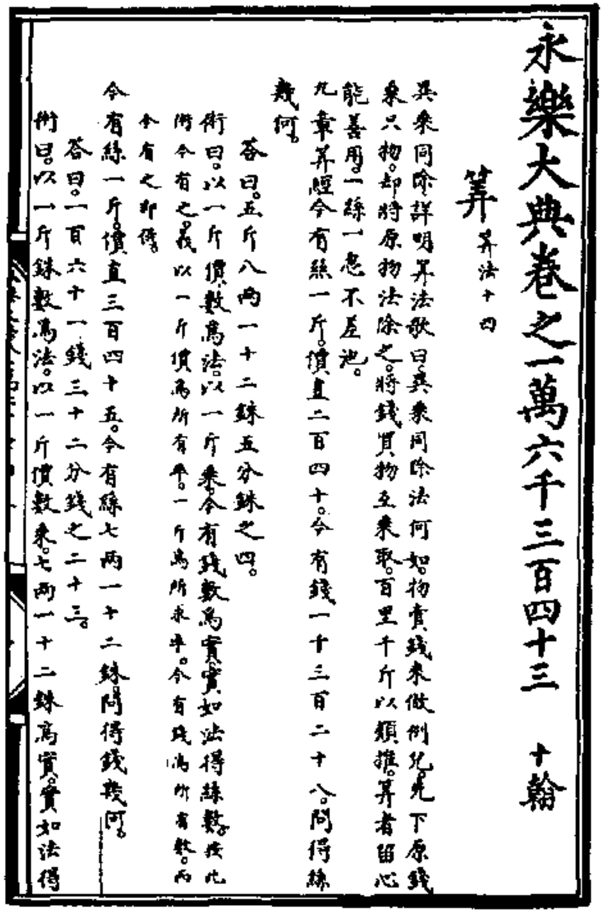
Assim, para todos os números intermediários, os chineses utilizam a adição e a multiplicação ao mesmo tempo, decompondo o número 79.564, por exemplo, na forma:

七 萬 九 千 五 百 六 十 四

7 × 10.000 + 9 × 1.000 + 5 × 100 + 6 × 10 + 4

79.564

Fig. 21.3


永樂大典卷之一萬六千三百四十三 十翰

算 算法十四

異乘同除詳明算法歌曰異乘同除法何如物貴錢來倣例充先下原錢乘只物却將原物法除之將錢買物互乘取百里千斤以類推算者留心能善用一絲一忽不差池

九章算經今有絲一斤價直二百四十今有錢一千三百二十八問得絲幾何

荅曰五斤八兩一十二銖五分銖之四

術曰以一斤價數為法以一斤乘今有錢數為實實如法得絲數此術今有之義以一斤價為所有率一斤為所求率今有錢為所有數而今有之術得

今有絲一斤價直三百四十五今有絲七兩一十二銖問得錢幾何

荅曰一百六十一錢三十二分錢之二十三

術曰以一斤銖數為法以一斤價數乘七兩一十二銖為實實如法得

Fig. 21.5 - Página de um documento matemático chinês do início do século XV. *Cambridge University Library (Ms. Yong-lê da dian, cap. 16.343, p. de introdução). Apud J. Needham [3], III, fig. 54.*

MENÇÕES NUMÉRICAS PERTENCENTES AO DOCUMENTO (*) DA FIGURA 21.5

Col. VIII	Col. VII	Col. IV	Col. I
1 × 100 + 6 × 10 + 1 → 一百六十一 = 161	3 × 100 + 4 × 10 + 5 → 三百四十五 = 345	2 × 100 + 4 × 10 → 二百四十 + = 240	1 × 10 000 + 6 × 1 000 + 3 × 100 + 4 × 10 + 3 → 一萬六千三百四十三 = 16 343
3 × 10 + 2 → 三十二 = 32	1 × 10 + 2 → 一十二 = 12	1 × 1 000 + 3 × 100 + 2 × 10 + 8 → 一千三百二十八 = 1 328	

(*) Tradicionalmente, esses algarismos, como os caracteres chineses de uma maneira geral, eram dispostos verticalmente de alto a baixo e da direita à esquerda; na República Popular da China, prefere-se atualmente dispô-los horizontalmente da esquerda para a direita.

Fig. 21.4 - *Exemplos de números intermediários escritos mediante sinais numéricos chineses.*

O SISTEMA DE TRANSCRIÇÃO DOS CARACTERES CHINESES

Para transcrever os sinais da escrita chinesa em caracteres latinos, adotamos abaixo o sistema dito *pin yin*, oficialmente em uso na República Popular da China desde 1958. "Estabelecida por lingüistas chineses, para chineses (e notadamente para ajudar os alunos *no estudo da língua e dos caracteres) essa transcrição funda-se sobretudo em critérios* fonológicos. A maioria dos sinólogos ocidentais tem atualmente a tendência de abandonar as antigas transcrições (que procuravam, sem sucesso, apontar a pronúncia, fundamentando-se nas convenções ortográficas das diversas línguas da Europa) para adotar esse sistema único. O leitor não deve, portanto, fiar-se em seus hábitos ortográficos, mas apenas observar certas equivalências (como quando começa o estudo do alemão ou do italiano)" (D. Lombard).

Na verdade, não tendo sido esta transcrição especialmente concebida para leitores europeus, o valor das letras do sistema *pin yin* nem sempre coincide com a pronúncia francesa.

Eis a lista das diferenças mais desnorteantes para um leitor francófono:

b corresponde ao nosso "p";

c corresponde ao nosso "ts";

d corresponde ao nosso "t";

g corresponde ao nosso "k";

u corresponde ao nosso "ou" [u, como em urubu, em português];

ü corresponde ao nosso "u";

z corresponde ao nosso "dz";

zh corresponde ao nosso "dj";

ch corresponde ao nosso "tch";

h designa, no início da sílaba, um som próximo do "ch" duro do alemão (cf. *Bach*);

x designa, no início da sílaba, um som próximo do "ch" doce do alemão (cf. *Ich*);

i corresponde ao nosso "i", mas depois de z, c, s, sh, ch ou r é pronunciado "e" ou "eu"; depois de a ou de u é pronunciado "èi" [éi, em português];

n jamais é o sinal da nasalização da vogal que o precede (an é pronunciado "ann"; *ling* é lido "linng");

q designa um som complexo assim decomposto: "ts" + aspiração;

r *designa, no início da sílaba, um som próximo de nosso* "j"; *noutras palavras,* corresponde a "eul" [som similar ao "lh" do português].

A numeração oral chinesa

Os algarismos precedentes são, na verdade, caracteres absolutamente comuns da escrita chinesa, submetidos, por conseguinte, às mesmas regras que os outros sinais dessa escrita. Esses caracteres são verdadeiros "sinais-palavras" exprimindo, através de seu traçado, o valor *ideográfico e fonético dos nomes chineses dos números correspondentes*. Noutros termos, constituem uma das representações gráficas das treze palavras monossilábicas que a língua chinesa possui para designar as nove unidades e as quatro primeiras potências de dez.

Fundada numa base decimal, a numeração oral chinesa atribui um nome individual a cada um desses dez primeiros números:

yi	*èr*	*san*	*sì*	*wu*	*liù*	*qi*	*ba*	*jiu*	*shí*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Para os números de 11 a 19, utiliza-se o processo de adição:

11	*shí yi*	"dez-um"	= 10 + 1
12	*shí èr*	"dez-dois"	= 10 + 2
13	*shí san*	"dez-três"	= 10 + 3
14	*shí sì*	"dez-quatro"	= 10 + 4
.....	....	....	....

Para as dezenas, utiliza-se o princípio multiplicativo:

20	*èr shí*	"dois-dez"	= 2 × 10
30	*san shí*	"três-dez"	= 3 × 10
40	*sì shí*	"quatro-dez"	= 4 × 10
50	*wu shí*	"cinco-dez"	= 5 × 10
60	*liù shí*	"seis-dez"	= 6 × 10
.....	....	....	....

Para cem (= 10^2), mil (= 10^3) e dez mil (= 10^4) empregam-se, respectivamente, as palavras *bai*, *qiân* e *wàn* e, para os diversos múltiplos correspondentes, utiliza o princípio multiplicativo:

100	*yi bai*	"uma centena"	
200	*èr bai*	"duzentos"	= 2 × 100
300	*san bai*	"trezentos"	= 3 × 100
400	*sì bai*	"quatrocentos"	= 4 × 100
.....	....	....	....
1.000	*yi qian*	"um mil"	
2.000	*èr qian*	"dois mil"	= 2 × 1.000
3.000	*san qian*	"três mil"	= 3 × 1.000
4.000	*sì qian*	"quatro mil"	= 4 × 1.000
.....	....	....	....
10.000	*yi wàn*	"uma miríade"	
20.000	*èr wàn*	"duas miríades"	= 2 × 10.000
30.000	*san wàn*	"três miríades"	= 3 × 10.000
40.000	*sì wàn*	"quatro miríades"	= 4 × 10.000
.....	....	....	....

Tomando este quadro por base, a expressão dos números intermediários é feita simplesmente dessa forma:

53.781	*wu wàn*	*san qian*	*qi bai*	*jiu shí*	*yi*
	("cinco miríades,	três mil	setecentos	oito-dez	um")
	(=5 × 10.000 +	3 × 1.000 +	7 × 100 +	8 × 10 +	1)

Os sinais numéricos chineses apresentam, portanto, uma notação bastante simples "com as letras" dos números correspondentes.

Como última observação, poder-se-ia dizer que o zero, evidentemente, não é necessário num tal sistema de numeração. Para os números 504, 1.058 ou 2.003, por exemplo, basta escrever ou dizer:

五 百 四 *wu bai si*	(= 5 × 100+4)
一 千 五 十 八 *yī qiān wu shí bā*	(= 1 × 1.000 + 5 × 10 + 8)
二 千 三 *èr qiān sān*	(= 2 × 1.000 + 3)

Fig. 21.6

Notar-se-á, contudo, que o uso, hoje em dia, inclui obrigatoriamente a menção à palavra 零 *ling* (que significa "zero") cada vez que uma ou mais potências de dez acabam por faltar na expressão de um número, a fim de eliminar qualquer erro de interpretação:

504	五 百 零 四 5 100 0 4	*wu bai ling sì* ("cinco cem zero quatro")
1.058	一 千 零 五 十 八 1 1 000 0 5 10 8	*yi qian ling wu shí ba* ("um mil zero cinco dez oito")
2.003	二 千 零 三 2 1 000 0 3	*èr qian ling san* ("dois mil zero três")

Fig. 21.7

Mas tais notações referem-se apenas a um uso tardio na história da numeração chinesa.

Os algarismos chineses: sinais com diversos traçados

Para cada um dos treze caracteres de base desta numeração, existem hoje várias grafias diferentes. Estas são pronunciadas notoriamente da mesma maneira, mas, provieram dos diversos estilos da escrita chinesa, e correspondem simplesmente ao uso que se faz dela.

A forma considerada até aqui — que é costumeiramente qualificada de "clássica" — é atualmente a mais utilizada e reproduzida, particularmente nas obras impressas. Tal notação, aliás, parece mais simples. Alguns destes sinais figuram até mesmo na lista das "cartilhas" da escrita chinesa, e são usados no ensino elementar do chinês, quando são ensinados os demais caracteres.

Essa numeração pertence à notação canônica atual do gênero *kaishû*, um estilo regular no qual os traços que compõem cada caracter são essencialmente segmentos de reta mais ou menos alongados e diversamente orientados e traçados numa ordem rigorosa, segundo regras bem definidas: fig. 21.8.

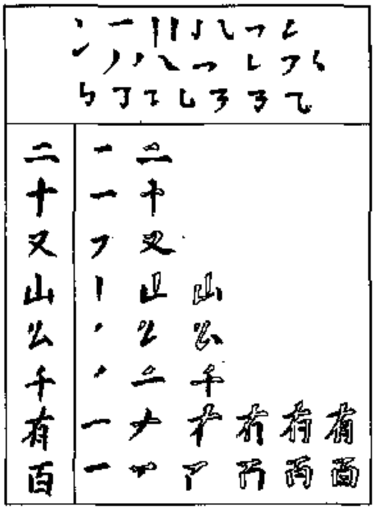


Fig. 21.8 - *Os traços fundamentais da escrita chinesa (estilo regular dito* kaishû*) e a ordem dos traços na construção de alguns caracteres. Ref. Alleton; Demieville; Wang Fang-Yü.*

Esta é a mais antiga das formas usuais contemporâneas: tem a mesma forma desde o século IV da era cristã, e deriva da antiga grafia conhecida pelo nome de *lìshû*[1] ("escrita de funcionários"), utilizada sob a dinastia Han (fig. 21.9).

---

[1] A notação do estilo *lìshû* é a primeira das escritas modernas; é a primeira "escrita de traços" da história da China. Mas "num esforço para desenvolver ao máximo as qualidades de precisão do *lìshû*, criou-se um estilo mais geométrico ainda, de uma inflexível regularidade, o *kaishû*" (V. Alleton). Assim, desde os primeiros séculos da era cristã, este estilo regular foi fixado como norma da escrita chinesa; é sob esta forma que os documentos administrativos, oficiais ou científicos foram redigidos de uma maneira geral desde esta época em que a maioria das obras foi impressa e que os caracteres móveis de imprensa foram fundidos. Desde então, quando se fala da "escrita chinesa" sem outra precisão, é a este estilo que se faz alusão.

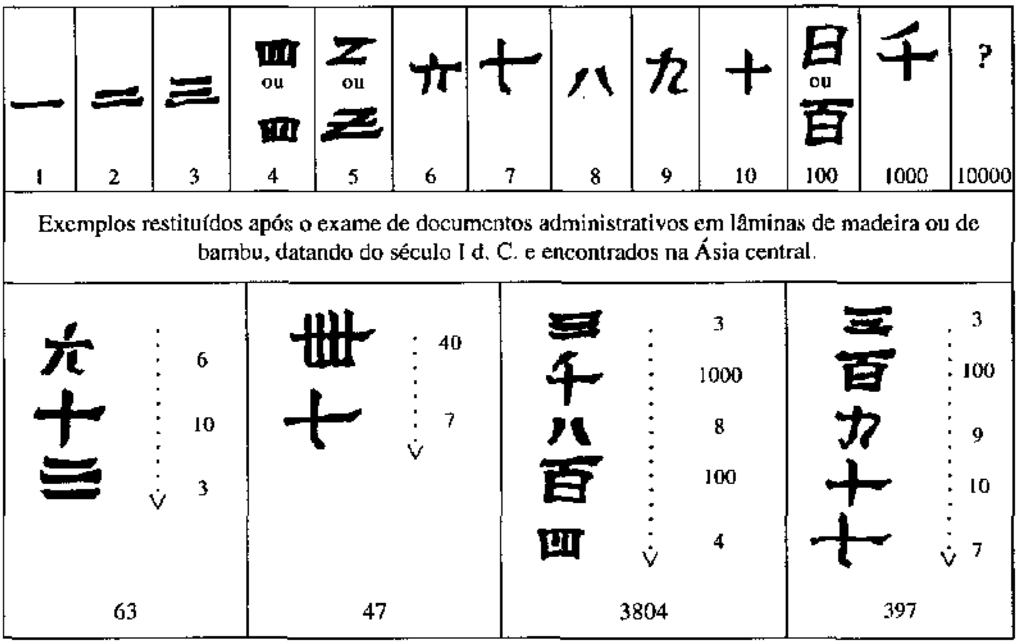


Fig. 21.9 - *A primeira das notações numéricas chinesas modernas dos números: a numeração do gênero* lìshū, *outrora usada na época dos Han (206 a. C.-220 d. C.). Os documentos administrativos deste quadro foram redigidos por funcionários do século I d. C. Ref. E. de Chavannes; H. Maspéro; G. Guitel.*

A segunda forma dos algarismos chineses é conhecida com o nome *guān zí* ("algarismos oficiais"). É empregada sobretudo para os atos públicos, escrituras de compra ou venda, ou ainda para redigir o montante dos cheques bancários, recibos ou faturas. Traçada geralmente no estilo regular (*kaishū*), esta é mais complicada que a forma clássica; e tornou-se complexa para evitar enganos ou alterações fraudulentas nas operações financeiras (fig. 21.10).

Exemplo: 13.684

Notação clássica	一	萬	三	千	六	百	八	十	四
Notação *guan zí*	壹	萬	參	仟	陸	佰	捌	拾	肆
	yí	*wàn*	*sān*	*qiān*	*liù*	*bǎi*	*bā*	*shí*	*sì*
	1 ×	10.000 +	3 ×	1.000 +	6 ×	100 +	8 ×	10 +	4

Fig. 21.10

A terceira grafia é uma forma cursiva dos sinais clássicos, correntemente utilizada nas letras manuscritas, notas pessoais, rascunhos, etc. Pertence à notação do gênero *xíngshū*: estilo cursivo desenvolvido segundo uma necessidade de abreviação, mas que não altera em nada a estrutura dos caracteres; nota-se apenas alguma mudança das modalidades de execução, sendo os elementos consecutivos de cada caracter traçados de uma maneira mais rápida e amaciados por recheios e desvios do pincel (fig. 21.11).

Exemplo: 49.265

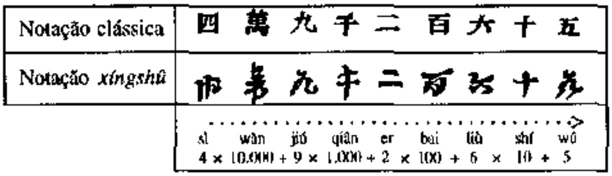


Fig. 21.11

O exagero das abreviações, junto à fantasia e à virtuosidade dos artistas e calígrafos levou, muito rapidamente, as formas cursivas precedentes (ainda bastante evocadoras dos protótipos clássicos) a uma grafia simplificada ao extremo, à qual os chineses dão o nome de *caoshū* (literalmente: "estilo em forma de ervas"). E como a leitura correspondente só pode ser compreendida por um iniciado, esta forma hoje só tem emprego em pintura e em caligrafia[1] (fig. 21.12 e 21.13).

Exemplo: 75.696

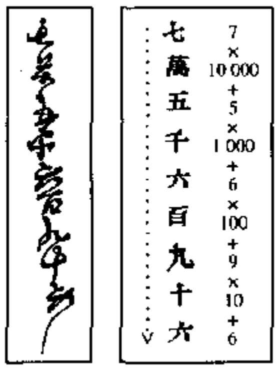


Fig. 21.12

[1] "a escrita chinesa sofre, com relação ao *caoshū*, duas transformações:

"a. Traços, elementos de caracteres são eliminados; salvo para os caracteres que comportam um pequeno número de traços, quase todos os elementos são representados por símbolos. É, em suma, uma 'escritura de escritura'" (fig. 21.13).

"b. Os traços perdem sua individualidade e são unidos: chega-se a escrever um caracter com um só movimento e depois liga-se os caracteres entre si e é possível até escrever toda uma coluna com uma única aplicação do pincel" (V. Alleton).

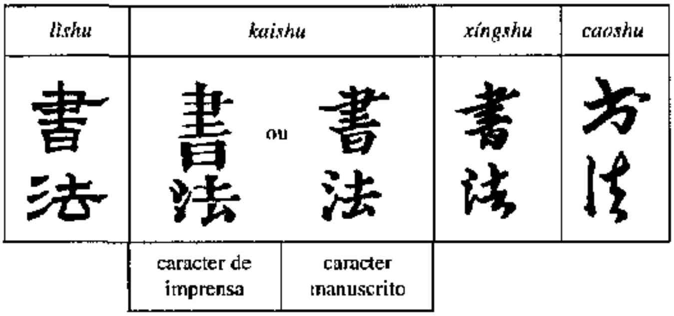


Fig. 21.13 - *Diferença entre os principais estilos da escrita chinesa moderna. Notação da palavra* shūfa, *"caligrafia", nos estilos* lìshū *("escrita de funcionários", empregada na época dos Han),* kaishū *("estilo regular", empregado desde o século IV da era cristã em substituição ao lìshû),* xingshū *(estilo cursivo usual) e* caoshū *(estilo cursivo abreviado ao máximo, que só tem emprego hoje em dia em caligrafia). Ref. V. Alleton.*

Uma outra forma corresponde ao curioso traço geométrico dos algarismos denominados *sháng fāng dà zhuàn* que, tal como os caracteres de uma escrita do mesmo estilo, são ainda utilizados na confecção de selos[1] (fig. 21.14).

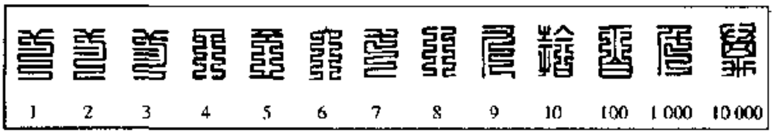


Fig. 21.14 - *Exemplo de singularidade caligráfica relativa ao traço dos treze caracteres fundamentais da numeração chinesa: os algarismos ditos* sháng fāng dà zhuàn, *ainda usados para os selos e assinaturas. Ref. P. Perny; A.-P. Pihan.*

A essas diversas formas convém acrescentar o aspecto inteiramente particular dos sinais exclusivamente empregados pelos comerciantes para indicar o preço de suas mercadorias. Chamados *gǎn mǎ zí* ("marcas secretas"), esses algarismos são os que qualquer estrangeiro que adentrar o coração da China deve absolutamente conhecer se quiser compreender o montante da nota que deverá pagar no restaurante (fig. 21.15).

Torna-se imperioso parar aqui esta enumeração, pois tais variedades caligráficas são tão numerosas na China, que o propósito de descrevê-los a todos seria um requinte pouco lucrativo.

[1] Convém esclarecer, citando J. Gernet, que "os caracteres da escrita chinesa são suficientemente singularizados para servir imediatamente de marcas (marcas dando poder, marcas de identidade, de propriedade, de fábrica, etc.): os selos levam regularmente caracteres. Não ocorre o mesmo com as civilizações do Ocidente e da Idade Média em que o desenho é via de regra para os selos. Silabários e alfabetos são formados por sinais uniformes demais para servirem de marcas. Sobretudo, nenhum deles caracteriza uma realidade única, pois cada um entra ao contrário em composição num número indefinido de palavras escritas".

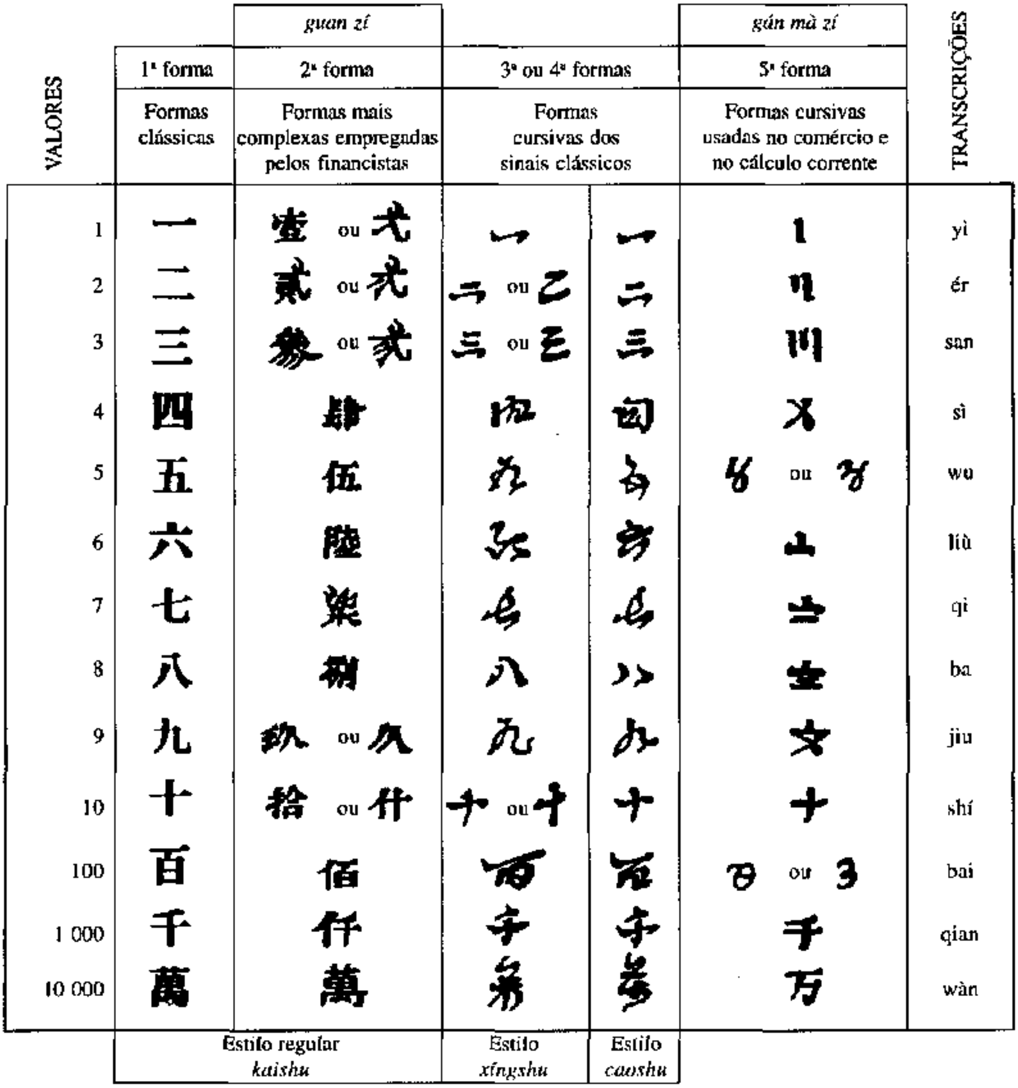


Fig. 21.15 - *Principais grafias dos treze sinais fundamentais da numeração chinesa atual. Ref. Giles; Mathews; Needham [3]; Perny; Pihan.*

A origem da numeração chinesa

Alguns milhares de ossos e cascas de tartaruga descobertos na sua maioria — desde o final do século passado — no sítio arqueológico de Xiao dun[1] constituem os mais antigos testemunhos atualmente conhecidos da escrita e da numeração chinesas; estes *jiaguwen* (ou "ossos oraculares") datam da época de Yin (séculos XIV-XI a.C.).

[1] Vila situada no nordeste do distrito de An'yang, província de Henan.

Levando numa face inscrições gravadas com ponta e apresentando, e, na outra, rachaduras devidas ao calor, essas inúmeras peças tinham outrora pertencido a adivinhos-sacerdotes ligados à corte dos soberanos Shang (séculos XVII (?) - XI a. C.) e serviam para a prática da adivinhação pelo fogo[1].

Provavelmente de origem pictográfica, a escrita revelada por essas múltiplas inscrições divinatórias parecia já muito evoluída, já que ela não é mais puramente pictográfica nem puramente ideográfica. O fundo da escrita chinesa arcaica é, com efeito, constituído por algumas centenas de sinais elementares, figurando objetos simples ou idéias, e um certo número de sinais mais complexos compreendendo dois elementos, um dos quais se refere à fonética do nome correspondente e o outro à sua significação visual ou simbólica[2]. Ela corresponde particularmente a um estágio gráfico bastante avançado (fig. 21.16). "A estilização e a economia de meios", explica J. Gernet (p. 31), "são tão desenvolvidas na mais antiga escrita chinesa conhecida que os sinais fazem nela muito mais figura (se se pode dizer) de 'letras' do que de desenhos."

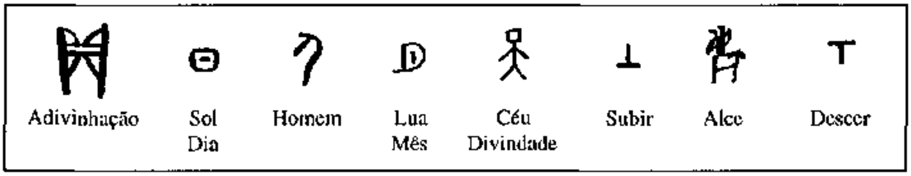


Fig. 21.16 - *Sinais da escrita chinesa arcaica.*

"Mas, além disso, na sua própria constituição", acrescenta J. Gernet, "essa escrita abunda em formações abstratas (sinais opostos ou torcidos, traços marcando tal parte de um sinal, representações de gestos humanos, etc.) e combinações de sinais mais simples que servem para a criação de novos símbolos."

Em particular, o sistema de numeração que é associado a esse sistema gráfico mostra-se muito engajado, ao menos quanto ao essencial, na via de uma notação abstrata e parece já corresponder a uma concepção intelectual relativamente avançada.

A unidade é representada nele por um traço horizontal e a dezena por um traço vertical, *sinais cuja origem é, em suma, bastante evidente já que se apresentam naturalmente ao espírito* humano submetido a certas condições. Sabemos, por exemplo, que os habitantes da antiga

[1] Segundo H. Maspéro, o rito se desenrolava, no essencial, da seguinte maneira: voltando-se sobre os assuntos mais diversos para os ancestrais reais (cujo culto, sabe-se, ocupava um lugar preponderante na religião chinesa da época), esses adivinhos inscreviam, inicialmente, suas perguntas na parte ventral de uma carapaça de tartaruga preliminarmente santificada (ou ainda numa das duas faces do omoplata — fendida — de um cervo, boi ou carneiro), em seguida, aproximavam seu verso de um fogo e o resultado da adivinhação, acredita-se, era-lhes fornecido pela própria forma das rachaduras assim provocadas pelo fogo.

[2] "As particularidades da língua chinesa explicam talvez a formação e a manutenção deste sistema muito complexo de escrita: os monossílabos muito ricos em fonemas, que parecem ter constituído, desde a época arcaica, elementos lingüísticos autônomos, não permitiriam uma decomposição dos sons da linguagem, de modo que a escrita chinesa não podia engajar-se na via de uma notação silábica e, a *fortiori*, na de uma notação alfabética. Um sinal de escrita só podia corresponder, de uma maneira geral, a um só monossílabo e a uma só unidade lingüística" (J. Gernet).

cidade grega de Caristos, bem como os cretenses, hititas e fenícios, tinham usado para os mesmos valores dois sinais do mesmo gênero. A centena era notada nele por um grafismo ao qual J. Needham dá o nome de "pinha" e, o milhar, por um caracter particular, cujo traçado é aparentado muito visivelmente àquele do "homem" na escrita correspondente.

Os números 2, 3 e 4, por sua vez, são figurados pela repetição proporcional de traços horizontais, mas esta velha representação ideográfica das unidades desaparece a partir de 5. Com efeito, como todos os povos que usaram uma tal notação numérica, os chineses marcaram igualmente um tempo de parada para 4; raros são os homens capazes de reconhecer ao primeiro olhar (e portanto sem contar) uma seqüência de mais de quatro elementos alinhados. Contudo, em vez de prosseguir essa figuração primitiva (adotando como os egípcios, por exemplo, o procedimento do desdobramento ou seguindo, como os babilônios ou fenícios, um ritmo ternário), preferiram introduzir, para as cinco unidades seguintes, cinco sinais particulares aparentemente despojados de qualquer intuição sensível. Representaram, assim, o número 5 por uma espécie de X fechado no alto e embaixo; o número 6, por uma espécie de V maiúsculo invertido ou ainda por um desenho tendo a forma de um pagode; o número 7, por uma cruz; o número 8, por dois pequenos arcos de círculo de costas um para o outro, e o número 9, por um sinal tendo mais ou menos o aspecto de um anzol (fig. 21.17).

Esses sinais numéricos correspondem ao fim de uma evolução puramente gráfica a partir de um certo número de modelos que, numa época anterior, teriam consistido em agrupamentos de sinais idênticos? Ou trata-se antes do produto de uma criação original?

A própria história da escrita chinesa permite-nos formular sobre isso duas hipóteses verossímeis e não incompatíveis.

Pode-se, com efeito, supor que, para alguns números em questão, essa numeração recorreu mais ou menos — como a escrita à qual foi intimamente ligada — ao que convém chamar de "empréstimos fonéticos", os sinais correspondentes devendo ter sido, então, empregados por seu som, independentemente de seu sentido original. Isso poderia, sem dúvida, explicar a razão pela qual o número 1.000, por exemplo, teve a mesma representação que o "homem" — seus respectivos nomes tendo tido, provavelmente, a mesma pronúncia em chinês, na época arcaica.

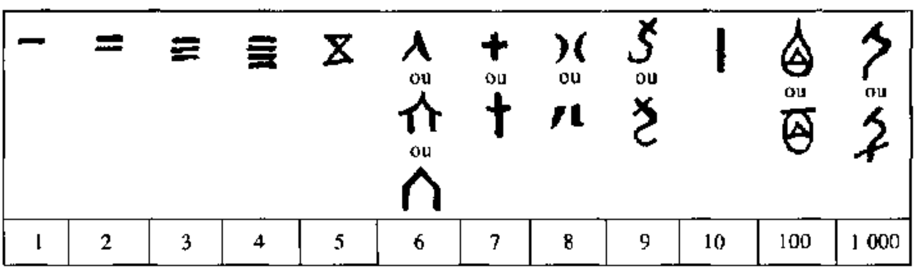


Fig. 21.17 - *Sinais fundamentais da numeração chinesa arcaica: são encontrados nos ossos e cascas divinatórias da época Yin (séculos XIV-XI a. C.), bem como nos bronzes da época dos Zhou (séculos X-VI a. C.). Ref. Chalfant; Needham [3]; Rong Gen; Wieger.*

Uma outra razão para isso poderia ter sido de ordem mágica ou religiosa, o que pode explicar também a escolha dos outros signos. Com efeito, como explica J. Gernet, "entre a época das inscrições em ossos e cascas do fim dos Shang e o século VII a. C., a escrita parece ter permanecido o apanágio dos colégios de escribas que eram versados nas ciências divinatórias — e, por isso mesmo, em certas técnicas positivas que recorriam aos números — e que serviam de assistentes aos príncipes em suas cerimônias religiosas. A escrita teve por função essencial permitir, na adivinhação e nas práticas religiosas, uma espécie de comunicação com o mundo dos deuses e dos espíritos. E, por isso, pode-se imaginar o poder temível que provavelmente ela detinha e o respeito mesclado de desconfiança em que os especialistas da escrita deviam ser envoltos. Sem dúvida, esse poder da escrita foi excluído por muito tempo dos empregos profanos, numa sociedade prisioneira de seus ritos nos seus atos e na sua forma de pensamento."

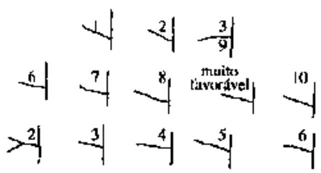
Portanto, não é possível, nessas condições, que alguns sinais da numeração chinesa arcaica tenham correspondido a uma origem essencialmente mágica e religiosa e que tenham estado em relação direta com a antiga mística chinesa dos números — cada sinal numérico tendo assim representado, por seu grafismo, as "realidades" do número correspondente.

Como quer que seja, o sistema numeral que figura nas inscrições divinatórias em ossos ou cascas de tartaruga da segunda metade do segundo milênio a. C. já é engajada demais, intelectualmente falando, na via da notação chinesa atual.

Fig. 21.18 A - *Cópia de uma inscrição divinatória que figura na parte ventral de uma carapaça de tartaruga descoberta em Xiao dun e remontando à época dos Yin (século XIV-XI a. C.). Ref. Yi 2908. Tradução e interpretação de L. Vandermeersch.* Apud D. Diringer, *prancha 6-4.*

TRADUÇÃO

NOTAS "MARGINAIS"*



FÓRMULA PRINCIPAL

Adivinhação do dia Wuwu, pelo adivinho Ke, acerca do assunto:
— Caçaremos em Gui [nome do lugar]?
— Haverá presa?

RESPOSTA

— Esse dia (após consulta dos ancestrais), caçamos e fizemos presas completas (a saber): 1 tigre, 40 cervos, 164 raposas (?), 159 veadinhos (e) 18 faisões com duplo par de estrias vermelhas (?).

* Estes algarismos enumeram as diversas partes da casca da tartaruga, sem dúvida para marcar a ordem na qual as rachaduras deviam ser examinadas; o caráter de escrita que figura na casa nº 9 interpreta a rachadura correspondente a bom augúrio.

Fig. 21.18 B

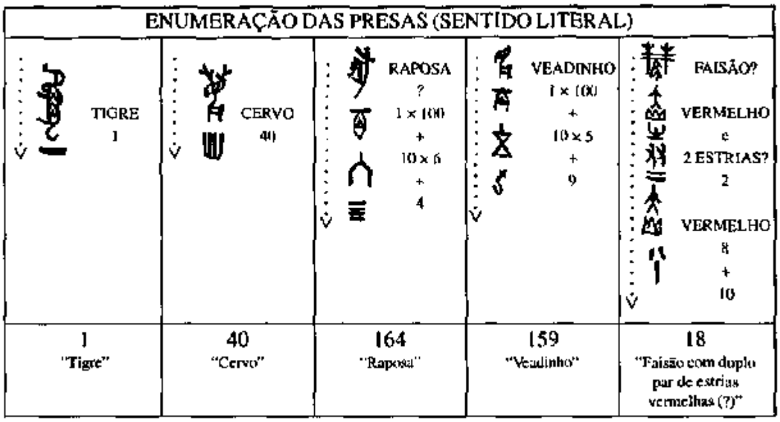


Fig. 21.18 B - *Continuação.*

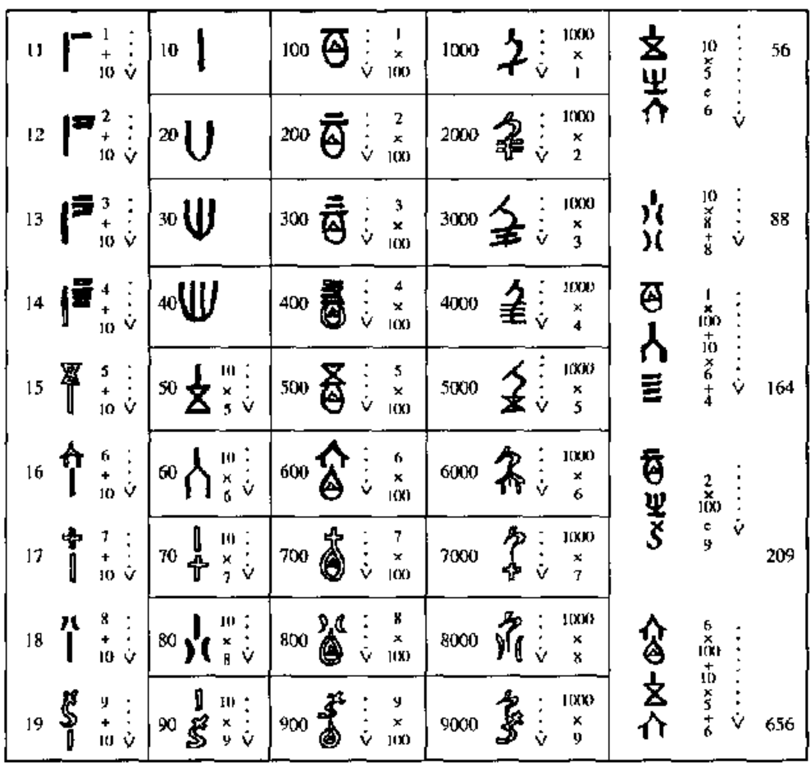


Fig. 21.19 - *Princípio da numeração chinesa arcaica (os sinais reproduzidos em traços pequenos são efetivamente atestados nas inscrições divinatórias da época dos Yin; os sinais figurados com traços duplos são restituições muito plausíveis).Ref. Chalfant; Needham [3]; Rong Gen; Wieger.*

Abstração feita dos números 20, 30 e 40 (sobre os quais retornaremos em breve), as dezenas, centenas e milhares são representadas nele segundo o princípio multiplicativo, combinando os sinais correspondentes àqueles das unidades que lhes são respectivamente associadas. Noutros termos, os números de 50 a 90 são figurados nela por superposições remetendo ao princípio:

$$\begin{array}{ccccc} 10 & 10 & 10 & 10 & 10 \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array}$$

Notação que, aliás, não poderia ser confundida com a dos números de 15 a 19 que, por sua vez, são representados, neste sistema, pela forma:

$$\begin{array}{ccccc} 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ + & + & + & + & + \\ 10 & 10 & 10 & 10 & 10 \end{array}$$

Os números de 100 a 900 são notados, por esse sistema, superpondo-se os algarismos das unidades sucessivas correspondentes àquele da centena e os milhares de maneira análoga às dezenas (fig. 21.19). Quanto aos números intermediários, geralmente são figurados pela adição e multiplicação ao mesmo tempo.

Assim, desde seus registros conhecidos mais antigos, a numeração chinesa foi fundada no princípio "híbrido". E se os números 20, 30 e 40 foram figurados freqüentemente nele pela repetição de tantos sinais idênticos à dezena (fig. 21.20), é simplesmente porque a introdução do princípio multiplicativo não teria produzido notação mais simples. Essa representação ideográfica, muito natural, foi, contudo, limitada, dentro das condições psicológicas que se sabe, a um máximo de quatro elementos idênticos (ver capítulo 1).

Definitivamente, a estrutura do sistema numeral chinês permanecerá fundamentalmente idêntica em seu princípio ao longo de sua história, embora o agenciamento de seus sinais tenha mudado bem pouco e as formas dos algarismos correspondentes tenham sofrido certas variações gráficas (ver, pela ordem: fig. 21.17, 21.21, 21.9 e 21.15).

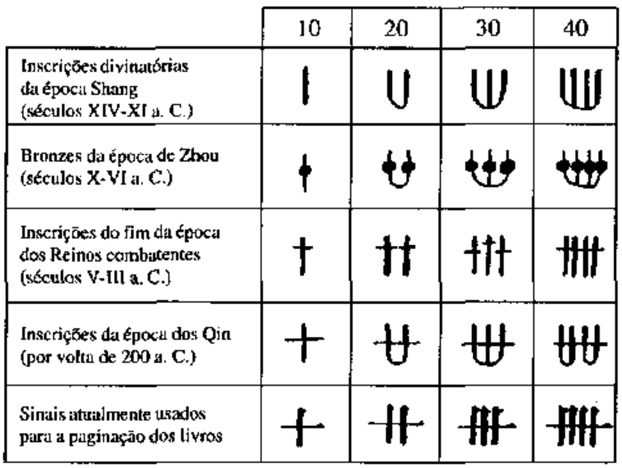


Fig. 21.20 - *Perenidade da representação ideográfica das quatro primeiras dezenas na história da numeração chinesa.*

Fig. 21.21 - *Diversas variantes gráficas dos algarismos chineses pertencentes a inscrições do fim da época dos Reinos combatentes (séculos V-III a. C.). Ref. Perny; Pihan.*

Difusão da escrita chinesa no Extremo Oriente

A estrutura dos caracteres chineses não sofreu, ao longo dos séculos, nenhuma modificação fundamental. Por causa de um esfacelamento da língua chinesa em múltiplos dialetos regionais, esses caracteres são pronunciados de diversas maneiras segundo quem os lê. Assim, pronunciam-nos diferentemente os habitantes da Manchúria, os de Henan, os de Pequim, os de Cantão, os de Singapura etc. Mas conservaram por toda a parte o significado original, e permaneceram compreensíveis para todos. "Por exemplo, o verbo 'comer' é dito chi em mandarim e é escrito com um caracter que chamaremos de 'A'. Esse caracter 'A' é lido *hék* em cantonês. Mas quando cantoneses falam 'comer', dizem *sik* e se lhes acontece de transcrever sua fala, escrevem *sik*, 'comer', com um caracter que diremos 'B'. Contudo, todo chinês culto, mesmo se no seu dialeto o verbo "comer" não se diz nem chi nem *sik*, compreenderá, sem nenhuma dificuldade, que ambos os caracteres 'A' e 'B' têm o sentido de 'comer'" (V. Alleton).

Assim, a escrita chinesa constitui, segundo a expressão de B. Karlgren, *um verdadeiro esperanto para os olhos*: "O fato de que pessoas incapazes de se comunicar pela palavra se compreendam facilmente, desde o momento que escrevem suas respectivas línguas em caracteres chineses, sempre foi considerado um dos traços mais notáveis desse sistema gráfico" (V. Alleton). Essa é a razão pela qual alguns países vizinhos da China, postos sob sua influência, tenham adotado essa escrita para notar suas próprias línguas.

Os algarismos do antigo reino de Anã

Foi esse particularmente o caso dos letrados do reino de Anã (antigo Vietnã) que, acreditando ser a língua chinesa mais rica e mais completa que sua própria língua, adotaram tais quais os sinais da escrita chinesa numa pronúncia local dita "sino-anamita". Assim foi constituída a escrita vietnamita, chamada *chu'nôm* ("escrita dos letrados").

Notoriamente tomados de empréstimo na mesma ocasião, os algarismos chineses foram lidos, como mostra a figura 21.22, na pronúncia sino-anamita (*dita sô dêm tâu*), proveniente de um antigo dialeto chinês..

一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百	千	萬
nhât	*nhi*	*tam*	*tír*	*ngû*	*luc*	*thât*	*bá*	*ciru*	*thâp*	*bách*	*thiên*	*van*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1.000	10.000

Fig. 21.22 - *Algarismos chineses e nomes de número sino-anamitas. Ref. G. Dumoutier.*

Contudo, no uso corrente (em particular na correspondência, nos contratos, nos atos oficiais e nas obras de literatura popular), e a partir de uma data fixada habitualmente no final do século XIII da era cristã, forjaram-se os algarismos particulares da escrita *chû'nôm* perfeitamente adaptados aos nomes de número propriamente anamitas (sistema dito *sô dêm annam*) (fig. 21.23).

沒	𠄩	𠀧	𦊚	𠄼	𦒹	𦉱	𠔭	𠃩	𨒒	𤾓	𠦳	𨷈
môt	*hai*	*ba*	*bòn*	*nam*	*sáu*	*bdy*	*tám*	*chín*	*muòi*	*tram*	*nghin*	*muôn*
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1.000	10.000

Fig. 21.23 - *Algarismos* chû'nôm *e nomes de número anamitas. Ref. G. Dumoutier; C. Fossey.*

Aparentemente diferentes de seus protótipos chineses, estes algarismos foram compostos, na realidade, a partir de caracteres chineses (geralmente dos algarismos da numeração chinesa), empregados então como ideogramas e de elementos de caracteres (ou de caracteres inteiros) escolhidos para indicarem, seguindo o princípio do empréstimo fonético, a pronúncia do nome de número anamita puro que se tratava de transcrever (fig. 21.24).

	2	3	4	6	9	100	10 000
Algarismos chineses	二	三	四	六	九	百	万
Algarismos *chû'nôm*	𠄩	𠀧	𦊚	𦒹	𠃩	𤾓	𨷈

Fig. 21.24

Obviamente isso não mudou em nada o princípio da numeração que, para os números compostos, continuou a seguir a regra chinesa, que consiste em intercalar os coeficientes entre os diversos degraus consecutivos (fig. 21.25).

Exemplo: 6.498

sáu	6
	×
nghin	1 000
	+
bòn	4
	×
tram	100
	+
chín	9
	×
muòi	10
	+
tám	8

Fig. 21.25

O uso dos caracteres chineses foi, contudo, abandonado no Vietnã, desde o início do século XX, para que se adotassem as letras da escrita alfabética de origem latina. Assim, os nomes de número anamitas (os que são utilizados em nossos dias) são atualmente transcritos ou com letras latinas, ou através de algarismos "arábicos".

A expressão dos números no Japão

Os japoneses também tomaram de empréstimo a escrita chinesa.

Mas esta "era mal adaptada aos sufixos gramaticais múltiplos do japonês que, por definição, não podem ser dados por um ideograma. Os japoneses, portanto, adotaram muito cedo, por volta do século IX, um sistema de escrita misto, cujo princípio é o seguinte:

"O que corresponde a uma idéia é indicado por um ideograma chinês dito kanji... Como resultado de um esforço pela simplificação, agora não há mais do que 1.945 *kanji* oficiais (e mais 166 para nomes pessoais), 996 dos quais, essenciais, que correspondem ao nível do certificado de estudos primários. Os ideogramas complicados, caídos em desuso, são substituídos pelo *hiragana*.

"O *hiragana* é um silabário, isto é, os sinais, 51 ao todo, têm um valor de sílaba e não de letra como em nosso alfabeto. Esse sistema transcreve todas as desinências gramaticais e, mais geralmente, tudo o que não é escrito com os ideogramas.

"O *katakana*, silabário que é empregado com o *hiragana*, utilizado para as palavras de origem estrangeira recente, os nomes geográficos, os nomes próprios estrangeiros, etc.

"Enfim, o *romanji*, o nosso alfabeto latino, é usado em alguns casos particulares em que os outros sistemas são demasiado complicados. Por exemplo, para compor um dicionário é muito mais simples classificar as palavras japonesas segundo a ordem alfabética das palavras transcritas em letras latinas.

"Esse sistema de escrita, de longe o mais complicado existente no mundo, é considerado intocável pelos japoneses, que teriam o sentimento de cortar as raízes de sua cultura se o trocassem pelo *romanji*, — o que, contudo, não representaria nenhuma dificuldade nem inconveniente maior" (M. Malherbe).

Os algarismos tradicionais japoneses (que continuam a ser utilizados malgrado os "arábicos" sejam a cada dia mais usados) não são outra coisa senão os algarismos chineses sob seus aspectos mais diversos (formas clássicas, cursivas, comerciais etc.).

Naturalmente, os algarismos japoneses não são lidos como os chineses. Possuem duas pronúncias diferentes: uma dita "sino-japonesa", derivada do chinês (mais exatamente da pronúncia chinesa da época e da região do empréstimo japonês da escrita correspondente) e a outra, propriamente japonesa.

A língua japonesa possui, portanto, duas séries completamente diferentes de nomes de número, que hoje coexistem.

A primeira série, que constitui um vestígio da antiga numeração autóctone, é dita "puramente japonesa"; consiste numa lista incompleta cujos nomes, postos numa forma breve ou complementada, é esta (fig. 21.26):

	Formas breves			Formas longas	
1	*hi-*	ou	*hito-*	*hitotsu*[a]	*hitori*[b]
2	*fu-*	ou	*futa-*	*futatsu*[a]	*futari*[b]
3	*mi-*			*mitsu*[a]	*mitari*[b]
4	*yo-*			*yotsu*[a]	*yotari*[b]
5	*itsu-*			*itsutsu*	
6	*mu-*			*mutsu*	
7	*nana-*			*nanatsu*	
8	*ya-*			*yatsu*	
9	*kokono-*			*kokonotsu*	
10	*tô-*				

[a]. Os nomes de números afetados pela terminação *-tsu* referem-se apenas a coisas.
[b]. Os nomes de números afetados pela terminação *-tari* remetem-se apenas a pessoas.

Fig. 21.26 - *Nomes de número puramente japoneses. Ref. Frédéric [5] e [8]; Haguenauer; Miller; Plaut.*

Notemos brevemente que os quatro primeiros nomes de número são os únicos a apresentarem a terminação *-tari* para a designação específica dos seres humanos. A partir de cinco pessoas, empregam-se as formas de base que não têm mais nem declinação nem gênero. Eis uma confirmação suplementar da lei psicológica fundamental que destacamos no capítulo 1 a propósito da limitação a quatro da percepção direta dos números.

Notar-se-á, aliás, que o nome do número oito significa igualmente um "grande número", e que há hoje várias expressões japonesas utilizando essa palavra como indicação da multiplicidade. Assim, onde diríamos "despedaçar" ou "fazer em mil pedaços" os nipônicos dizem:

八つ裂き

yatsuzaki (literalmente, "quebrar em 8"). Fig. 21.27

Para um quitandeiro — que pretensamente venda todas as espécies de frutas e legumes —, empregam a mesma palavra:

八百屋

yaoya (literalmente, "[o vendedor de] 800 produtos"). Fig. 21.28

Da mesma forma, a cidade de Tóquio, cujo território é conhecido desde há muito, era outrora chamada de:

八百八区

happyakuhakku (literalmente, "[a cidade de] 808 bairros"). Fig. 21.29

E para indicar que os deuses de sua religião (o shintô) são inúmeros, os japoneses utilizam a expressão:

八百万の神

happyakuman no kami (literalmente, "8 milhões de deuses"). Fig. 21.30

Podemos constatar, aliás, que "existe (na lista puramente japonesa dos nomes de número) uma relação evidente entre as formas ímpares e as formas pares no caso das séries 'um-dois' [*hito-futa*], 'três-seis' [*mi-mu*]. E uma relação bem nítida liga, por outro lado, os dois números pares 'quatro' e 'oito' [*yo-ya*]; com efeito, os números pares 2 e 6 foram tirados dos números ímpares correspondentes por simples modificação de elementos vocálicos; no último caso, uma simples modificação da vogal do radical 'nu' assegurou a dissimulação de 'oito' [*ya*] com respeito a 'quatro' [*yo*]. As únicas exceções seriam, à primeira vista, *i.tsu*, 'cinco', e *tô*, 'dez', bem como, obviamente, os nomes de números ímpares superiores a 5 " (C. Haguenauer) (fig. 21.31):

1	*hito = hi*	<·····················> 2×1	2	*futa = fu*
3	*mi*	<·····················> 2×3	6	*mu*
4	*yo*	<·····················> 2×4	8	*ya*

Fig. 21.31

Isso poderia indicar que, numa época antiga, nas aldeias indígenas do Japão, a progressão dos números tinha marcado um segundo tempo de parada em 8 (a seqüência natural de 1 a 4, podia ser prolongada até 8 segundo o princípio do desdobramento: 5 = 3 + 2, 6 = 3 + 3, 7 = 4 + 3 e 8 = 4 + 4).

Na numeração autóctone japonesa existia outrora nomes particulares para certas unidades superiores à dezena: uma palavra para 20 (cujo radical é *hat'*), bem como um nome individual para 100 (*momo*), 1.000 (*chi*) e 10.000 (*yorozu*).

Mas em nossos dias, essa numeração encontra-se reduzida ao uso da expressão de baixas quantidades, já que ela praticamente não serve mais senão para exprimir os números de 1 a 10. As palavras superiores a este valor estão hoje em desuso na sua maioria, com exceção do da vintena, que se continua a empregar para a expressão da duração do tempo e o da dezena de mil, que foi conservado para exprimir por vezes a miríade mas que designa com maior freqüência um "número ilimitado".

O segundo sistema numérico japonês tem, em contrapartida, uma capacidade considerável. Possui uma série completa de nomes de número, cuja lista é esta:

1	*ichi*	10	*jû*
2	*ni*	100	*hyaku*
3	*san*	1.000	*sen*
4	*shi*	10.000	*man*
5	*go*		
6	*roku*		
7	*shichi*		
8	*hachi*		
9	*ku*		

Fig. 21.32 - *Nomes de número sino-japoneses. Ref. Haguenauer; Miller; Plaut.*

Para os números de 11 a 19 o sistema segue a regra de justaposição aditiva:

11	*jû.ichi*	dez-um	= 10 + 1
12	*jû.ni*	dez-dois	= 10 + 2
13	*jû.san*	dez-três	= 10 + 3

E para as dezenas, centenas, milhares, etc., segue o princípio das combinações multiplicativas:

20	*ni.jû*	dois-dez	$= 2 \times 10$
30	*san.jû*	três-dez	$= 3 \times 10$
100	*hyaku*	cem	$= 10^2$
200	*ni.hyaku*	dois-cem	$= 2 \times 100$
300	*san.hyaku*	três-cem	$= 3 \times 100$
1.000	*sen*	mil	$= 10^3$
2.000	*ni.sen*	dois-mil	$= 2 \times 1.000$
3.000	*san.sem*	três-mil	$= 3 \times 1.000$
10.000	*ichi.man*	um-miríade	$= 10$
20.000	*ni.man*	dois-miríade	$= 2 \times 10.000$

五萬		三千		六百		八十		一
go.man		*san.sem*		*roku.hyaku*		*hachi.jû*		*ichi*
("cinco-miríade,		três-mil,		seis-cem,		oito-dez,		um")
(= 5 × 10.000	+	3 × 1.000	+	6 × 100	+	8 × 10	+	1)
				53.681				

Fig. 21.33

Para 10.000, o sino-japonês emprega a palavra *man*. Outrora dizia-se também *ban*, mas, em nossos dias, essa palavra quase não é mais utilizada, exceto no sentido de "número ilimitado" ou, antes, de "máximo": enquanto que *sen.man* tem por sentido "mil miríades", ou seja, 10.000.000, seu homólogo antigo *sen.ban* significa hoje "no mais alto grau" ou, ainda, "extremamente". O grito de guerra japonês constitui, contudo, uma exceção: o famoso *banzai*, "longa vida (a)..." (subentendido: ao imperador) é, com efeito, composto de *ban*, "10.000", e de *zai*, forma eufônica para *sai*, "vida". Em posição isolada, a palavra tem igualmente o sentido de "bravo"; entenda-se por isso: "Pelo que fizeste merecerias viver 10.000 anos!"

Essa numeração oral é de origem chinesa: a ela é dada, por essa razão, o nome de sistema falado "sino-japonês". O sistema puramente japonês, cuja estrutura era bastante complexa, foi hámuito substituído por esse. A mudança evidentemente é operada sob a influência da cultura chinesa e foi traduzida não apenas pelo abandono dos nomes de número indígenas superiores a dez mas também pela adoção dos caracteres chineses, exprimindo os nomes de número que foram lidos, obviamente, à maneira japonesa. Donde a explicação da coexistência dos dois sistemas[1].

---

[1] Notemos que os coreanos também utilizam dois sistemas de nomes de número:
—um propriamente coreano (*sistema autóctone*) que só permite contar até 99 e que é transcrito em *hangul* (alfabeto coreano, que não tem relação estrita com o chinês nem com o japonês, o qual o rei Sejong da dinastia dos Yi tinha criado com todas as peças no ano 1443);
—e um outro, originário da língua chinesa (*sistema sino-coreano*) que permite contar de uma maneira ilimitada e que é transcrito mediante caracteres de origem chinesa ou com a ajuda dos algarismos "arábicos" (cf. Li).

Tabus lingüísticos impostos pelo uso e por superstições seculares

No caso dos números compreendidos entre 1 e 10, só se recorre à série sino-japonesa em alguns casos muito particulares. Essa torna-se, em contrapartida, obrigatória quando o número a exprimir é superior a este valor.

Constata-se, contudo, que, em suas conversas, os japoneses combinam freqüentemente as duas séries e as utilizam simultaneamente.

A razão de tal fenômeno deve ser, primeiramente, a preocupação constante que o sujeito falante tem de falar a seu ouvinte com toda a clareza necessária à boa compreensão: *sendo a homofonia muito freqüente em japonês, convém, portanto, evitar qualquer equívoco escolhendo as palavras apropriadas.*

A palavra "noite" é dita *ban*. Para "uma noite" dir-se-á *hito.ban* e não *ichi.ban*, pois esta expressão poderia engendrar uma confusão com outro *ichi.ban*, que significa "um número de ordem" ou "primeiro número".

É também o que ocorre, no uso fluente, com o número 17, que não é, em geral, enunciado *jû.shichi* (nomes sino-japoneses de 10 e de 7), mas preferencialmente: *jû.nana*, forma que combina o nome sino-japonês da dezena com o nome indígena de 7, considerado como mais claro ao ouvido. Pela mesma razão, 70 será dito *nana.jû* (e não *shichi.jû*). E para 4.000 utilizar-se-á a expressão *yon.sen* (nome indígena de 4, combinado com o nome sino-japonês para 1.000), que é preferível à composição *shi.sem*, de mesmo valor.

Outros exemplos (*Apud* C. Haguenauer):

Para dizer:	Um japonês jamais empregará empregará a forma:	Empregará preferencialmente a palavra ou expressão:
4	shi	yo
7	*shichi*	nana
9	*ku*	kokono
14	*jû.shi*	jû.yon
17	*jû.shichi*	jû.nana
40	*shi.jû*	yon.jû
42	*shi.jû.ni*	yon.jû.ni
47	*shi.jû.shichi*	yon.jû.nana
70	*shichi.jû*	nana.jû
400	*shi.hyaku*	yon.hyaku
4.000	*shi.sem*	yon.sen
7.000	*shichi.sen*	nana.sen

Fig. 21.34

Mas o afã de clareza não explica tudo. Há uma outra razão para a variação dos nomes: a observância também a justifica e explica, posto que o uso japonês respeita escrupulosamente, desde a noite dos tempos, alguns tabus lingüísticos impostos notadamente por uma antiga crença mística.

O 'nome' (no sentido mais geral do termo) tem, com efeito, uma grande importância no Japão, posto que não se distingue do som ao qual corresponde; este, segundo a doutrina, seria produzido pela ação das forças moventes que constituiriam sua própria essência. A pronúncia de uma palavra é tida não somente como a expressão de uma certa manifestação individual, mas também, e sobretudo, como uma geradora de uma ou várias forças por vezes dotadas de uma potência maléfica. Assim, segundo esta velha crença (que constitui uma constante universal), nomear um ser ou uma coisa é apoderar-se deles: pronunciando o nome ou mesmo uma denominação semelhante à de um "espírito maléfico", arriscar-se-ia, por conseguinte, a reavivar sua força e sofrer inevitavelmente seus efeitos. Compreende-se, portanto, a importância capital atribuída pelos japoneses de ontem e de hoje às denominações muito precisas, bem como a preocupação permanente em evitar as homofonias de maus augúrios.

A essas considerações acrescentaram-se razões místicas pois, aqui como em outros lugares, os números têm sua "significação escondida". Uma espécie de superstição numérica cuja sobrevivência se deve a um respeito, para não dizer um temor instintivo, que os japoneses mantém, ainda em nossos dias, por certos números como o 4 ou o 9. Tente simplismente estacionar seu carro nas vagas com os números 4, 9, 14, 19 ou 24 num estacionamento de Tóquio ou Osaka: o espírito mais obstinado só encontrará esses lugares quando o movimento perpétuo tiver sido inventado! Procure igualmente o assento número 4 num avião da companhia Japan Airlines, ou ainda o quarto 304 ou 309 num hotel ou, pior, num hospital nipônico; você constatará rapidamente que não existe quase nenhum. E é em particular porque a marca põe em jogo um número considerado temível desde um tempo imemorial. Eis porque uma certa Renault 4 foi um grande fracasso para suas concessionárias no Japão.

Na realidade, essa superstição tem sua origem numa surpreendente homofonia que foi introduzida na língua japonesa em conseqüência da adoção da numeração chinesa e de sua evolução conforme às regras da escrita e da leitura do sistema sino-japonês. Nesse sistema, o nome do número 4 é *shi*, sendo pronunciado, portanto, da mesma maneira que a palavra *shi*, que significa a "morte". Donde a repugnância que se nota pelo uso do nome sino-japonês desse número, que será expresso geralmente pela palavra indígena *yo-*. O nome sino-japonês do número 9, por sua vez, é *ku*, cuja pronúncia é idêntica à da palavra *ku*, que exprime "dor".Ora, no Japão como em todo o Extremo Oriente, a crença popular atribuía outrora os males do ser humano aos "Espíritos do Mal", que se supunha soprassem por toda a parte seu alento envenenado. E como, desde tempos imemoriais, os japoneses são ciosos de sua saúde, pensaram poder esquivar-se da malignidade desses espíritos evitando o uso dessa palavra para 9 e empregando antes o termo indígena *kokono-*.

Para 4.000, seguindo um raciocínio análogo ao anterior, prefere-se a expressão yon.sen (nome indígena para 4 combinado com o nome sino-japonês para 1.000) à combinação de origem chinesa *shi.sen*, que faz lembrar *shi.sen*, a "linha mortal". Para "quatro homens" dir-se-á *yo.nin*, mas nunca *shi.nin* (= 4 homens), que é idêntica a *shi.nin*, "morte" ou ainda, "cadáver". Preferir-se-á igualmente a palavra nana, "sete", ao termo *shichi* (= 7), simplismente porque esta evoca fonicamente *shitou*, próxima de *shichi*, que significa "perda, fracasso". Finalmente, para 42, não se dirá nunca *shi.ni* (expressão simplificada desse número sob a forma 42), nem tampouco *shi.jû.ni* ($= 4 \times 10 + 2$); a razão disso é certamente a presença maléfica que a "morte" e o "número 4" manifestam por seu *shi* nos dois casos. Mas há uma razão suplementar: no primeiro caso, a expressão faz pensar, além disso, em *shin.i*, o "fato de morrer", enquanto que a segunda corresponde ao nome "42 anos de idade", considerados como um patamar particularmente perigoso para as pessoas do sexo masculino. Assim, exprime-se esse número preferivelmente sob a forma: *yon.jû.ni*...

Tal é, portanto, o estranho paradoxo de uma civilização verdadeiramente avançada na ciência e na tecnologia, mas cujas tradições curiosamente conservaram superstições e crenças milenares que ninguém, no Japão, pensaria em modificar.

	ALGARISMOS DE ORIGEM CHINESA				LEITURAS		
	Formas regulares	Formas cursivas	Formas caligráficas	Formas comerciais	sino-japonesa	japonesa pura abreviada	japonesa pura completa
1	一	一	一	〡	*ichi*	*hi-, hito-*	*hitotsu*
2	二	二 ou [illegible]	二	〢	*ni*	*fu-, futa-*	*futatsu*
3	三	三 ou [illegible]	三	〣	*san*	*mi-*	*mitsu*
4	四	四	四	〤	*shi*	*yo-*	*yotsu*
5	五	五	五	〥 ou [illegible]	*go*	*itsu-*	*itsutsu*
6	六	六	六	六	*roku*	*mu-*	*mutsu*
7	七	七	七	七	*shichi*	*nana-*	*nanatsu*
8	八	八	八	八	*hachi*	*ya-*	*yatsu*
9	九	九	九	九	*ku*	*kokono-*	*kokonotsu*
10	十	十 ou 十	十	十	*jû*	*tô*	
100	百	百	百	[illegible] ou [illegible]	*hyaku*		
1 000	千	千	千	千	*sen*		
10 000	萬 ou 万	萬	萬	万	*man*		

Fig. 21.35 - *Nomes de número e sinais numéricos atualmente usados no Japão.*

Notações chinesas dos grandes números

Para exprimir as grandes quantidades, os chineses, como os japoneses, raramente precisam, no uso ordinário, de outros sinais numéricos além dos que aqueles que já conhecemos, pois, servindo-se unicamente dos treze caracteres fundamentais de sua numeração corrente, chegam a representar e registrar qualquer número que atinge, pelo menos, a centena dos milhares (10^{11}).

Esse sistema — que a prática usual limita, contudo, à expressão dos números inferiores a 10^8 — corresponde, de fato, a uma extensão muito simples do princípio de sua numeração ordinária, já que o procedimento em questão consiste em considerar a dezena de milhar (10^4)

como nova unidade de contagem. Eis, claramente, como os chineses representam habitualmente as diversas potências consecutivas de 10 (fig. 21.36):

10.000:	yi wàn (=	1 × 10.000)
100.000:	shí wàn (=	10 × 10.000)
1.000.000:	yi bai wàn (=	1 × 100 × 10.000)
10.000.000:	yi qian wàn (=	1 × 1.000 × 10.000)
100.000.000:	yi wàn wàn (=	1 × 10.000 × 10.000)
1.000.000.000:	shí wàn wàn (=	10 × 10.000 × 10.000)
10.000.000.000:	yi bai wàn wàn (=	1 × 100 × 10.000 × 10.000)
100.000.000.000:	yi qiàn wàn wàn (=	1 × 1.000 × 10.000 × 10.000)

10^4	一萬 *yî wàn*	1×10^4	10^8	一萬萬 *yî wàn wàn*	$1 \times 10^4 \times 10^4$
10^5	十萬 *shí wàn*	10×10^4	10^9	十萬萬 *shí wàn wàn*	$10 \times 10^4 \times 10^4$
10^6	一百萬 *yî bai wàn*	$1 \times 10^2 \times 10^4$	10^{10}	一百萬萬 *yî bai wàn wàn*	$1 \times 10^2 \times 10^4 \times 10^4$
10^7	一千萬 *yî qiân wàn*	$1 \times 10^3 \times 10^4$	10^{11}	一千萬萬 *yî qiân wàn wàn*	$1 \times 10^3 \times 10^4 \times 10^4$

Fig. 21.36 - *Notação chinesa ordinária das potências consecutivas de 10.*
Ref. G. Guitel; K. Menninger; O. Ore; Tchen Yon-Sun.

Quanto aos números compostos muito grandes como 487.390.629, por exemplo, são expressos da seguinte maneira:

四	萬	八	千	七	百	三	十	九	萬	六	百	二	十	九
sí	*wàn*	*ba*	*qian*	*qi*	*bai*	*san*	*shí*	*iu*	*wàn*	*liù*	*bái*	*èr*	*shí*	*jiu*

$$(4 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 3 \times 10 + 9) \times 10^4 + (6 \times 10^2 + 2 \times 10 + 9)$$

Fig. 21.37

Assim, o número considerado é decomposto como se segue:

$(4 \times 10.000 + 8 \times 1.000 + 7 \times 100 + 3 \times 10 + 9) \times 10.000 + 6 \times 100 + 2 \times 10 + 9$;

ou ainda: $48.739 \times 10.000 + 629$.

Paralelamente ao sistema precedente — praticamente o único empregado no uso corrente —, encontram-se, por vezes, mas apenas nas obras científicas e sobretudo nos tratados astronômicos, caracteres particulares que exprimem ordens de unidades superiores a 10^4 e permitem, por conseguinte, representar quantidades muito mais elevadas do que as precedentes. Mas esses sinais-palavras recebem diversos significados numéricos, segundo o sistema de avaliação considerado. Cada um deles, de fato, é atribuído a três valores diferentes, conforme o sistema (fig. 21.42):

— o sistema denominado *xià deng* (ou "grau inferior");
— o sistema denominado *zhông deng* (ou "grau médio");
— ou o sistema denominado *shàng deng* (ou "grau superior).

Assim, o caracter 一兆, *zháo*, valerá[1]:

— um milhão (10^6) no grau inferior;
— um trilhão [*billion*] (10^{12}), no grau médio;
— e dez quadrilhões [*trillions*] (10^{16}), no grau superior.

O grau dito "inferior" (*xià deng*) está inscrito, por extensão, na numeração ordinária, já que os valores que atribui aos dez caracteres sucessivos assim introduzidos nada mais são do que potências sucessivas de dez, desde 10^5 (cem mil) até 10^{14} (cem trilhões [*billions*])[2].

Noutras palavras, os caracteres:

yì, zháo, jing, gai, ... , zheng, zài

adquirem, nesse sistema, os valores respectivos abaixo:

$10^5, 10^6, 10^7, 10^8, \ldots, 10^{13}, 10^{14}$.

Assim, os números *um milhão* e *três milhões*, por exemplo, são notados, no grau inferior, da seguinte maneira:

	ou comumente:	
一兆 *yî zháo* 1×10^6		一百萬 *yî bai wàn* $1 \times 100 \times 10.000$
三兆 *sân zháo* 3×10^6		三百萬 *sãn bai wàn* $3 \times 100 \times 10.000$

Fig. 21.38

[1] Certamente, a associação francesa de normalização tende, atualmente, a preconizar a substituição dos termos tradicionais *milliard* ($=10^9$), *billion* ($=10^{12}$), *trillion* ($=10^{18}$)... respectivamente pelos seguintes: *billion* ($=10^9$), *trillion* ($=10^{12}$), *quadrillion* ($=10^{15}$), *quintillion* ($=10^{18}$)... Mas preferimos permanecer aqui no uso da palavra milliard, que é fortemente ancorado nas tradições francófonas. Abandonaremos, contudo, os termos billard, trillard, etc., de modo que a terminologia adotada aqui corresponde às palavras e valores seguintes: *million* (10^6), *milliard* ($=10^9$), *billion* ($=10^{12}$), *trillion* (10^{15}), *quadrillion* ($=10^{18}$), *quintillon* (10^{21}), *sextillon* (10^{24}), etc. Ver Dicionário, t. II, p. 3. [Nota da edição francesa.]

[2] Idem, n. 1.

Desde então, o sistema *xià deng* permite a seus utilizadores representar, sem dificuldade, *qualquer número inferior a 10^{15}*. Eis, a título de ilustração, a escrita do número 530.010.702.000.000 nesse sistema, acompanhada da decomposição matemática correspondente:

五	載	三	正	一	壤	七	垓	二	兆
wu	*zâi*	*sân*	*zheng*	*yî*	*ràng*	*qî*	*gai*	*èr*	*zháo*

$$5 \times 10^{14} + 3 \times 10^{13} + 1 \times 10^{10} + 7 \times 10^{8} + 2 \times 10^{6}$$

Fig. 21.39

No grau médio, os dez caracteres em questão recebem igualmente valores superiores a 10^4 e correspondem a potências de 10, mas, em lugar de serem como precedentemente de dez em dez vezes mais fortes, esses valores são de dez mil em dez mil vezes mais elevados uns do que os outros, já que esse procedimento consiste em atribuir aos caracteres:

yì, zháo, jing, ..., zheng, zài,

os respectivos valores a seguir:

10^8, 10^{12}, 10^{16}, ... , 10^{40}, 10^{44} (fig. 21.42).

Desde então, procedendo como no uso comum, mas respeitando o *princípio de nunca encontrar, na expressão de um número, dois caracteres numéricos justapostos*, os usuários do grau médio chegam a expressar sem dificuldade todos os números inferiores a 10^{48}.

Exemplo:

三	百	五	十	壤	七	千	三	百	兆	二	十	六	億
sân	*bai*	*wu*	*shí*	*ràng*	*qî*	*qiân*	*sân*	*bai*	*zháo*	*èr*	*shí*	*liù*	*yì*

$(3 \times 10^2 + 5 \times 10) . 10^{28} + (7 \times 10^3 + 3 \times 10^2) . 10^{12} + (2 \times 10 + 6) . 10^8$
3 500 000 000 000 007 300 002 600 000 000

Fig. 21.40

Quanto ao grau superior, que só considera os três primeiros dos dez caracteres em questão (a saber, *yì*, *zháo* e *jing*) e que lhes atribui, respectivamente, os valores 10^8, 10^{16} e 10^{32} (fig. 21.42), permite a seus usuários representar todos os números inferiores a 10^{64}.

Exemplo:

三	京	五	千	三	百	一	億	二	百	七	萬	六	千	一	百	八	十	五	兆	三	億	一	萬
sân	jing	wu	qiân	sân	bai	yî	yì	èr	bai	qî	wàn	liù	qiân	yî	bai	bâ	shí	wu	zháo	sân	yì	yî	wàn

$3 \times 10^{32} + [[5 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 1] . 10^4 + [2 \times 10^2 + 7] . 10^4 + 6 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 8 \times 10 + 5\} . 10^{16} + 3 \times 10^8 + 1 \times 10^4$
300 005 301 020 761 850 000 000 300 010 000

Fig. 21.41

		Sistema *xià deng* GRAU INFERIOR	Sistema *zhông deng* GRAU MÉDIO	Sistema *shàng deng* GRAU SUPERIOR
萬	wàn	10^4	10^4	10^4
億	yì[a]	10^5	10^8	10^8
兆	zháo	10^6	10^{12}	10^{16}
京	jing	10^7	10^{16}	10^{32}
垓	gai	10^8	10^{20}	10^{64} VALORES TEÓRICOS
秿	bù[b]	10^9	10^{24}	10^{128}
壤	ràng	10^{10}	10^{28}	10^{256}
冓	gou[c]	10^{11}	10^{32}	10^{512}
澗	jián	10^{13}	10^{36}	10^{1024}
正	zheng	10^{12}	10^{40}	10^{2048}
載	zái	10^{14}	10^{44}	10^{4096}

[a] Variante gráfica: 亿 [b] Palavra equivalente: 溝, *cé* [c] Variante gráfica: 柿.

Fig. 21.42 - *Notações eruditas chinesas dos grandes números. Ref. Giles; Mathews; Needham [3].*

Mas o emprego de quantidades tão elevadas é igualmente pouco freqüente, pois "encontram-se muito raramente nos tratados de matemática, efeitos de comércio ou relações econômicas, números que ultrapassem 10^{14}, só os tratados de calendários ou astronômicos fazem uso, por vezes, de números mais elevados do que esse" (R. Schrimpf).

Observemos ainda essa interessante notação que os eruditos chineses e japoneses utilizaram para exprimir as potências negativas da base dez:

$$10^{-1} = 1/10,\ 10^{-2} = 1/100,\ 10^{-3} = 1/1.000,\ 10^{-4} = 1/10.000 \text{ etc.}$$

Tal notação está mencionada nos *Jinkoki*, tratado de aritmética publicado em 1627 pelo matemático japonês Yoshida Mitsuyoshi (fig. 21.43).

分	厘	毛	糸	忽	微	纖	沙	塵	埃
fên	*lí*	*máo*	*mi*	*hû*	*wêi*	*xiân*	*shâ*	*chén*	*âi*
10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}

Fig. 21.43 - *Notação erudita sino-japonesa das potências negativas de 10. Ref. M. Mayamoto.*

O sistema posicional dos sábios chineses

Um outro testemunho do alto desenvolvimento intelectual do Extremo Oriente nos é fornecido pelo sistema de numeração escrita que os matemáticos chineses, japoneses e coreanos utilizaram muitas vezes, no passado, em seus diversos tratados.

É somente a partir do século II a. C. que chegaram até nós detalhes sobre essa maneira de representar os números, mas pode muito bem ser que o sistema remonte a uma época mais antiga.

Conhecido pelo nome chinês de *suan zi* (e pelo nome japonês *sangi*), literalmente "cálculo mediante fichas", o sistema é análogo à nossa numeração moderna, pois, além de sua base decimal, o valor dos algarismos é determinado nele pelo lugar que ocupam na leitura dos números. Trata-se, portanto, de uma numeração decimal estritamente posicional.

Contudo, diferentemente de nosso sistema (que, por sua vez, compreende uma série de nove algarismos significativos, destacados de qualquer intuição visual direta), essa numeração combina regularmente barras horizontais e verticais, segundo um princípio ideográfico, para a representação das nove unidades simples. As cinco primeiras unidades são figuradas nele por tantos traços verticais justapostos, e os números 6, 7, 8 e 9 por uma barra horizontal (tendo 5 como valor simbólico) superposta em seu meio a uma, duas, três ou quatro barras verticais:

Fig. 21.44

Exemplos de números assim representados são oferecidos (no *Huang ji*, no capítulo *Hong fan* do "Livro dos Anais") por Cai Jiu Feng, filósofo chinês da época dos Song, morto em 1230 (citado por A. Vissière):

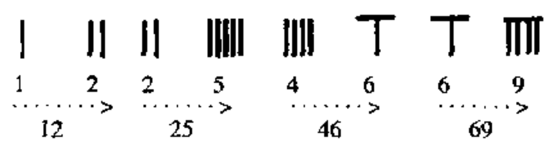


Fig. 21.45

Mas, por mais engenhosa que fosse essa numeração, ela comportava várias ambigüidades.

Uma primeira razão refere-se ao fato de que os utilizadores do sistema limitaram-se, ao *menos durante um certo tempo*, a justapor tantas barras verticais para a representação de ordens de unidades consecutivas. Assim, a notação do número 12 podia ser confundida com a de 3 ou de 21; a de 25, com a de 7, 34, 43, 52, 214 ou 223 (fig. 21.45).

Mas os sábios chineses souberam contornar o obstáculo: tiveram a idéia de introduzir uma segunda notação para as unidades simples, formando sinais análogos aos precedentes, mas dessa vez com barras horizontais. As cinco primeiras unidades foram, portanto, figuradas pelo mesmo número de traços horizontais superpostos e os números 6, 7, 8 e 9 por uma barra vertical (tendo 5 como valor simbólico), superposta a uma, duas, três ou quatro barras horizontais:

Fig. 21.46

Depois, para bem distinguir as diferentes ordens de unidades em sua sucessão regular, alternaram os algarismos da primeira série com os da segunda. As unidades da seqüência ímpar (unidades simples, centenas, dezenas de mil, milhões etc.) foram expressas através de algarismos "verticais" (fig. 21.44) e as unidades da seqüência par (dezenas, milhares, centenas de mil, dezenas de milhões etc.) por meio de algarismos "horizontais" (fig. 21.46). E é assim que as ambigüidades foram igualmente dissipadas (fig. 21.48).

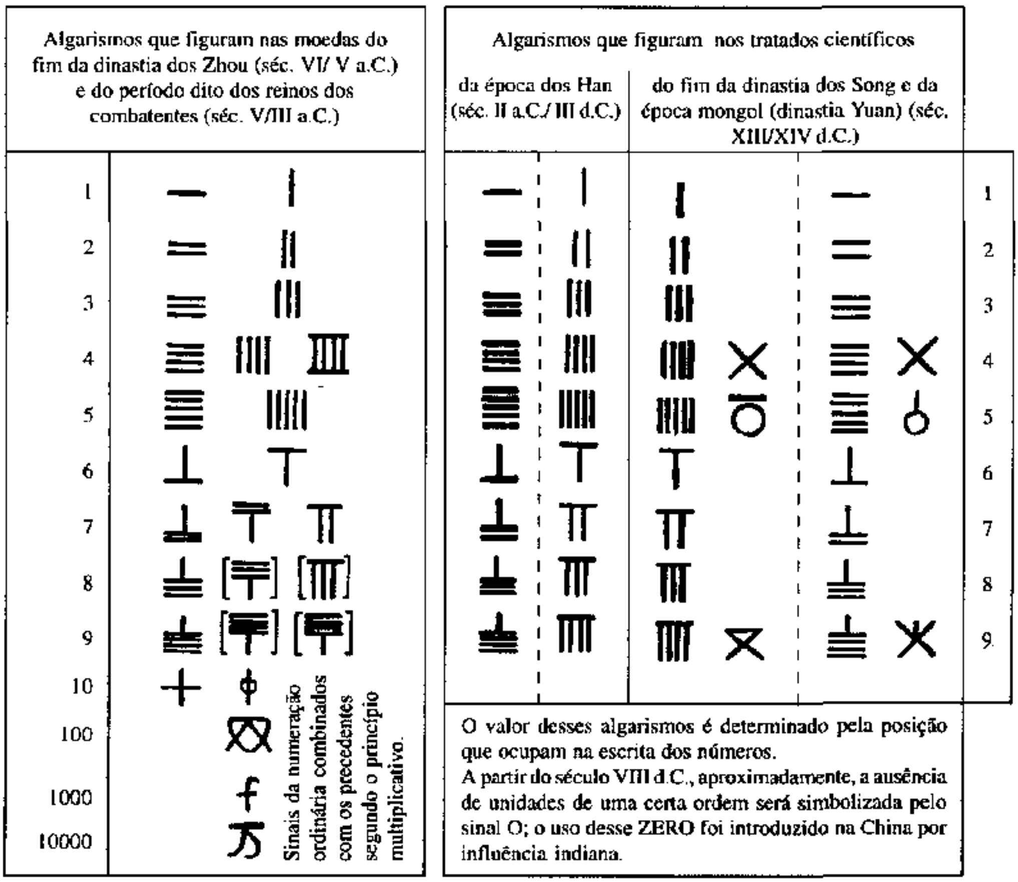


Fig. 21.47 - *Barras numerais chinesas através das eras. Ref. J. Needham [3].*

Esse progresso já era realizado na época dos Han (século II a. C. - século III d. C.). Mas nesse tempo todas as dificuldades ainda estavam longe de serem superadas, pois os matemáticos chineses ignoraram o zero durante vários séculos. A adivinha seguinte o testemunha. Foi citada nesses termos pelo matemático Mei Wen Ding (1631-1721):

"O caracter *hai* 亥 tem como cabeça 2 e como corpo 6. Descei o 2 como o corpo e obtereis a idade do velho de Jiangxian".

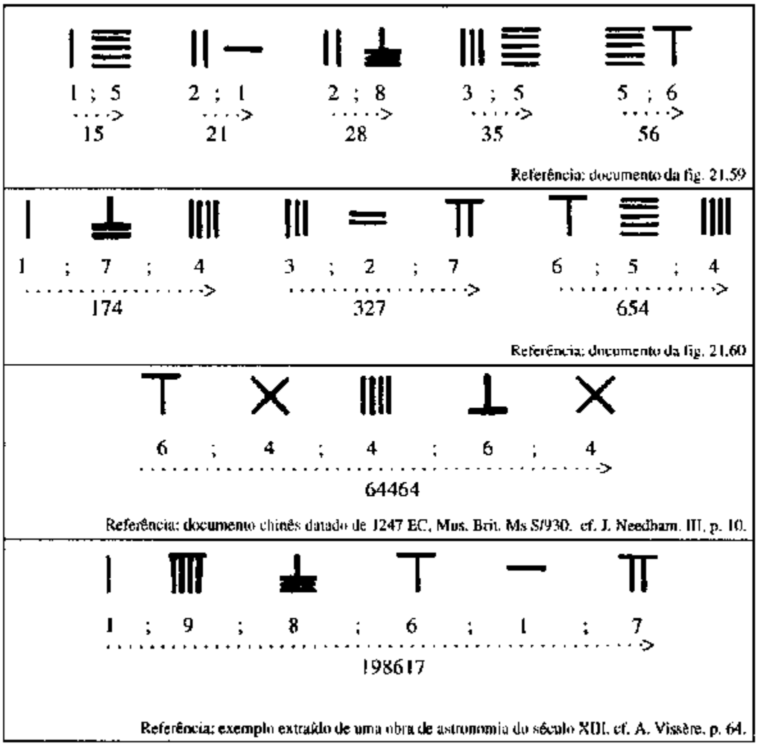


Fig. 21.48 - *Exemplos de escrita dos números no sistema das barras numerais chinesas (suan zi) (cf. fig. 21.44, 21.46 e 21.47).*

O termo posto em jogo por essa adivinha foi notado em *kaishû*, isto é, no estilo regular da escrita chinesa moderna:

亥
hai

Fig. 21.49

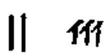
Nesse estilo, o enigma permanece intacto, e o caráter atual não tem mais a morfologia evocadora que tinha outrora. Mas as fontes chinesas fazem com que a adivinha remonte a uma data bem anterior à época cristã, situando sua origem em meados da época Zhou (séculos VIII-VII a.-C.) (cf. J. Needham, p. 8). E como, na época, os caracteres chineses eram traçados no *estilo dà zhuàn* (ou "escrita do grande selo"), é nessa grafia que é preciso considerar a escrita da palavra em questão, se se quer encontrar a solução do enigma.

Ora, nesse estilo a palavra é escrita:

hai

Fig. 21.50

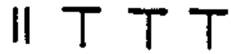
Este caracter tem por "cabeça" o algarismo 2 ( ) e por parte inferior um "corpo" constituído de três sinais idênticos ( ) bastante próximos do algarismo "vertical" para 6 (fig. 21.47). Dispondo verticalmente os dois traços do vértice e arranjando-os ao lado do "corpo", obtém-se assim a sucessão:



cabeça corpo

Fig. 21.51

ou seja, muito próximo de:



2 6 6 6

Fig. 21.52

E como o sistema erudito chinês é decimal e estritamente posicional, essa notação nada mais é, portanto, do que a representação do número:

$$2 \times 1.000 + 6 \times 100 + 6 \times 10 + 6 = 2.666.$$

A solução do enigma é, portanto, 2.666. Mas esse número evidentemente não indica anos, a menos que se suponha que o velho de Jiangxian fosse um Matusalém chinês. Logo, só pode se tratar de um número de dias. Dar 2.666 dias como resposta à adivinha conduziria a um absurdo, pois como qualificar alguém de velho se esse só viveu um pouco menos de sete anos e meio?! Como, de fato, essa numeração escrita não conhecia um caracter para zero antes da época à qual se imagina pertencer a adivinha, a solução do problema só pôde corresponder a um dos números: 26.660, 266.600, 2.666.000 etc. Não sendo verossímil o número 266.600 ou valores ainda mais elevados, pode-se dizer que certamente o número procurado é 26.660 (dias). Na adivinha, o número em questão correspondia, na verdade, não aos dias mas a décadas: logo, o velho de Jiangxian viveu 2.666 dezenas de dias, ou seja, aproximadamente 73 anos.

A ausência de um sinal especialmente concebido para indicar as unidades faltantes podia, assim, causar confusão. Num primeiro estágio, deixou-se um vazio cada vez que uma potência de dez veio a faltar. Mas essa solução revelou-se evidentemente insatisfatória, sendo que números como 764, 7.064 e 70.640 e 76.400 podiam ser facilmente confundidos:

7 6 4 ·········> 764 7 0 6 4 ·········> 7 064 7 0 6 4 0 ·········> 7 0640

Fig. 21.53

Para evitar tais ambigüidades, uns recorreram a sinais indicadores das potências de dez da numeração tradicional, exprimindo números tais como 70.640 e 76.400 sob a forma:

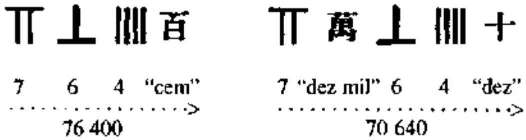


Fig. 21.54

Outros recorreram à expressão tradicional, contentando-se em escrevê-los "com todas as letras":

76 400

七	7
	×
萬	10000
	+
六	6
	×
十	1000
	+
四	4
	×
百	100

Fig. 21.55

Outros, ainda, dispuseram as barras numerais nos quadrilhados, convindo em deixar uma casa vazia para cada unidade ausente:

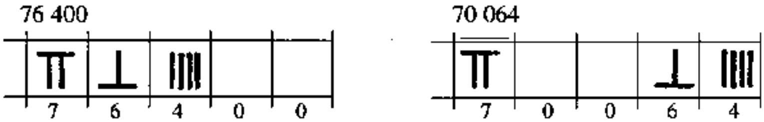


Fig. 21.56

Foi somente a partir do século VIII d.C., aproximadamente, que os sábios chineses introduziram nessa numeração posicional um sinal especial (figurado por um pequeno círculo) para marcar a ausência das unidades de uma certa ordem (fig. 21.57); uma idéia que lhes veio sem nenhuma dúvida pela influência dos matemáticos da civilização indiana (ver capítulo 24).

1 ; 0 → 10 2 ; 0 → 20 7 ; 0 → 70	1 ; 0 ; 6 ; 9 ; 2 ; 9 → 106 929	1 ; 4 ; 7 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 → 1 470 000
Documento da fig. 21.59	Documento da fig. 21.60	Documento chinês de 1247 EC. Museu Britânico. Ms. S/930. cf. J. Needham. III, p. 10.

Fig. 21.57 - *Uso do zero no sistema das barras numerais chinesas.*

Todas as regras aritméticas ou algébricas relativas aos números inteiros, fracionários ou irracionais, atingiram, desde então, um grau de perfeição mais ou menos semelhante àquele das regras de nosso ensino científico atual.

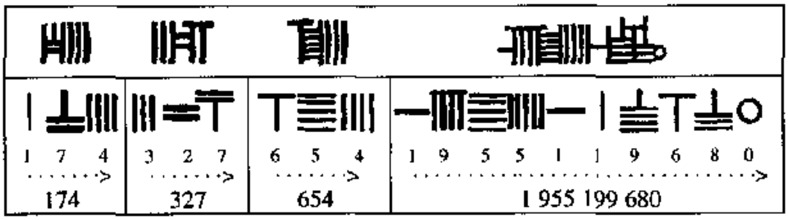


Fig. 21.58 - *Em geral, nos manuscritos ou impressos chineses, os números expressos com barras numerais foram notados na forma de "monogramas", isto é, sob uma forma condensada ligando os traços verticais e os traços horizontais entre si. (Os exemplos são extraídos do documento da fig. 21.60.)*

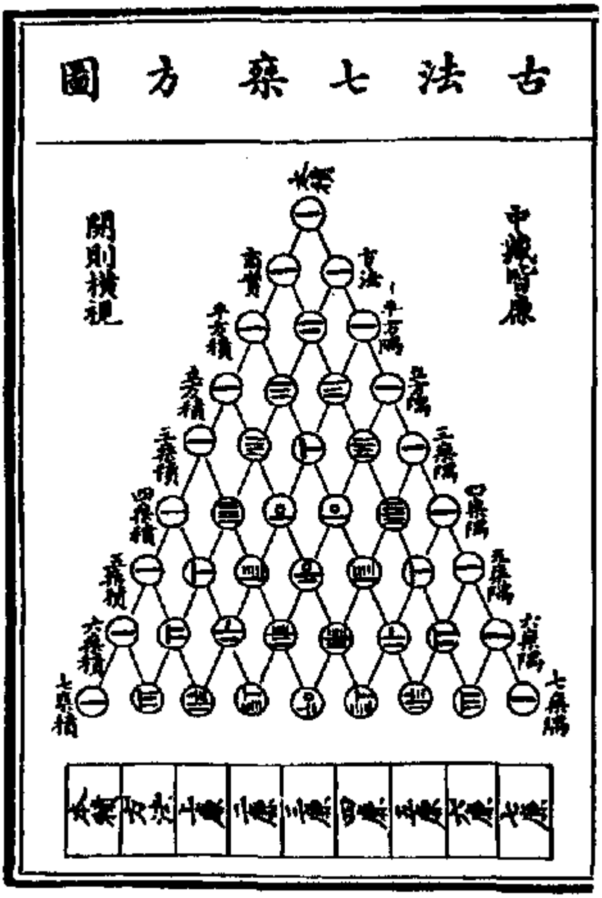


Fig. 21.59 A - *Página extraída da obra intitulada* Su yuan yu zhian, *publicada em 1303 pelo matemático chinês* Zhu Shi Jie *(ver comentário abaixo).* Apud *J. Needham [3], III, p. 135, fig. 80.*

Blaise Pascal por muito tempo foi considerado, no Ocidente, o inventor do famoso quadro triangular do qual resultam os coeficientes numéricos do desenvolvimento de $(a+b)^m$, em que *m* é um exponente inteiro positivo ou nulo:

DESENVOLVIMENTO DOS BINÔMIOS	TRIÂNGULO DITO DE "PASCAL"
$(a+b)^0 = 1$	1
$(a+b)^1 = a + b$	1 1
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	1 2 1
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	1 3 3 1
$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$	1 4 6 4 1
$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$	1 5 10 10 5 1
$(a+b)^6 = a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$	1 6 15 20 15 6 1
....>	..............................>

Ver-se-á, na transcrição, que damos abaixo do quadro reproduzido na figura 21.59 A, que os chineses conheceram esse triângulo muito antes do célebre matemático francês (ler da direita para a esquerda):

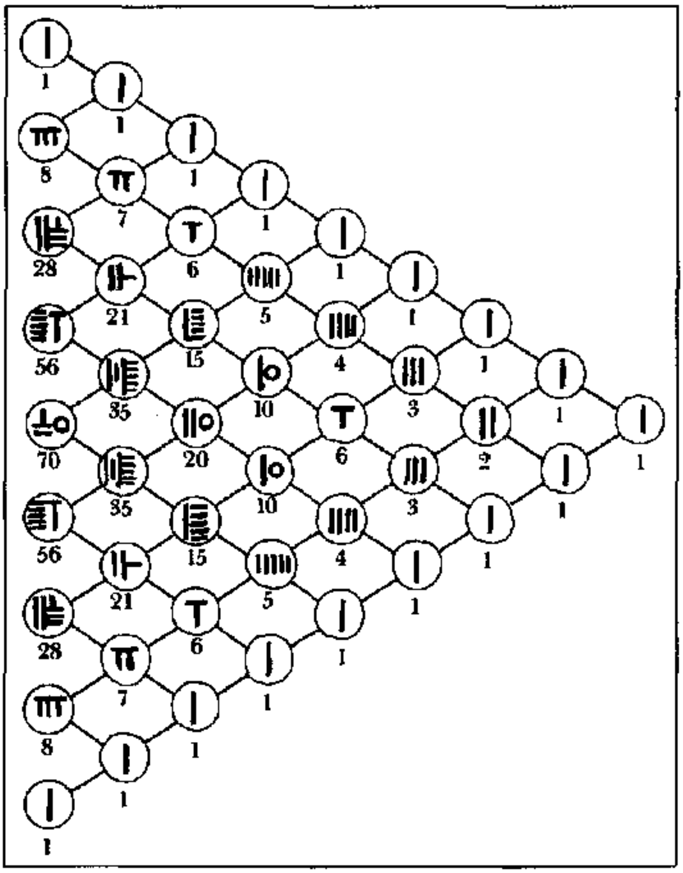


Fig. 21.59 B

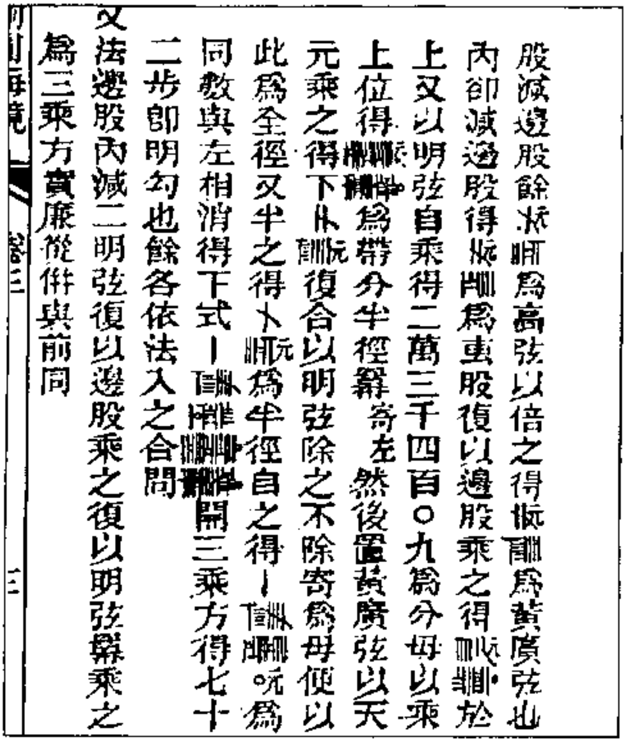


Fig. 21.60 - *Excerto do* Ce Yuan Hai Jing, *obra publicada em 1248 pelo matemático Li Ye.*
Apud J. Needham, *III [3], p. 132. fig. 79.*

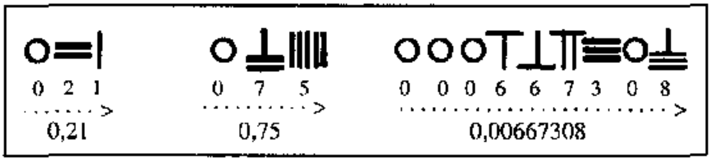


Fig. 21.61 - *Como os matemáticos chineses estenderam sua notação posicional às frações decimais. Exemplos restituídos segundo uma obra da época mongol, citada por E. Biot, p. 501.*

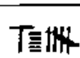
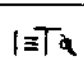
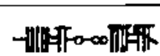
EXEMPLOS EXTRAÍDOS DE UM TRATADO CHINÊS DO SÉCULO XIII				EXEMPLOS EXTRAÍDOS DE UMA OBRA JAPONESA DO SÉCULO XVIII.
				
	6 5 4 ···>	1 3 6 0 ·····>	1 5 3 6 ·····>	1 5 2 7 1 0 1 0 0 9 2 8 ··············>
- 2	- 654	- 1 360	- 1 536	- 152 710 100 928

Fig. 21.62 A - *A extensão da notação numérica erudita aos números negativos: para indicar que uma quantidade dada era negativa, os matemáticos chineses e japoneses riscavam freqüentemente com um traço oblíquo o último sinal à direita da representação algarítmica correspondente. Ref. Menninger; Needham.*

Polinômio $P(x)=-2x+654$ cf. fig. 21.60, col. I		
𝍡元	-2 元 Caracter que representa a variável	x
𝍥𝍭𝍣	654	1

Polinômio $P(x)=-2x^2+654x$ cf. fig. 21.60, col. V		
𝍡	-2	x^2
𝍥𝍭𝍣元	654 元 "variável"	x

Polinômio $P(x)=x^4-654x^3+106.924x^2$ cf. fig. 21.60, col. VI		
𝍠	1	x^4
𝍥𝍭𝍣	- 654	x^3
𝍩〇𝍮𝍨𝍪𝍣	106 924	x^2
〇元 "variável"	0	x
	0	1

Equação: $2x^3+15x^2+166x+4.460=0$ cf. J. Needham, III, p. 45		
		x^4
𝍡	2	x^3
𝍩𝍤	15	x^2
𝍠𝍮𝍥 元 "incógnita"	166	x
𝍫𝍣𝍮〇 太 caracter que significa "centro da Terra"	- 4 460	1

Fig. 21.62 B - *Notação dos polinômios e das equações algébricas com uma incógnita por Li Ye (1178-1265).*

Bastonetes no tabuleiro chinês

Contudo, os algarismos precedentes não foram utilizados para fins de cálculo. Para efetuar operações aritméticas, os chineses empregaram antes pequenos bastonetes de marfim ou de bambu chamados *chóu* (literalmente, "fichas de cálculo") que dispunham em quadrados sucessivos de um ladrilhado ou de uma mesa pautada em forma de mesa de xadrez.

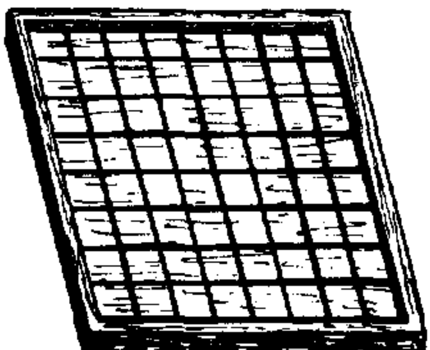


Fig. 21.63 - *Modelo de tabuleiro numérico chinês.*

A anedota seguinte, que remonta ao século IX de nossa era, constitui um primeiro testemunho desse método. Ela conta como o imperador Yang Sun escolhia seus funcionários em função de sua habilidade e sua rapidez nos cálculos:

"Uma vez, dois escreventes que ocupavam posições idênticas, faziam os mesmos serviços e, nos seus dossiês, as mesmas recomendações e as mesmas críticas, postularam o mesmo posto. Não sabendo quem promover, o funcionário responsável chamou a Yang Sung, que fez com que os candidatos viessem e declarou:

— O mérito dos pequenos funcionários é saber calcular rapidamente. Que os dois candidatos escutem minha pergunta; aquele que a responder primeiro terá a promoção. Eis o problema: *Alguém passeando no bosque ouve ladrões discutirem sobre a repartição dos rolos de tecido que roubaram. Dizem que se cada um tiver 6 rolos, restará 5, mas, se cada um tiver 7, faltará 8. Quantos ladrões e rolos de tecido há?*

"Yang Sun pediu aos dois candidatos que fizessem o cálculo com palitos no ladrilhado do vestíbulo. Depois de alguns instantes, um dos escreventes deu a resposta exata, foi-lhe dada a promoção e os funcionários se dispersaram sem ter como queixar-se ou criticar a decisão." (Citação extraída de J. Needham [1].)

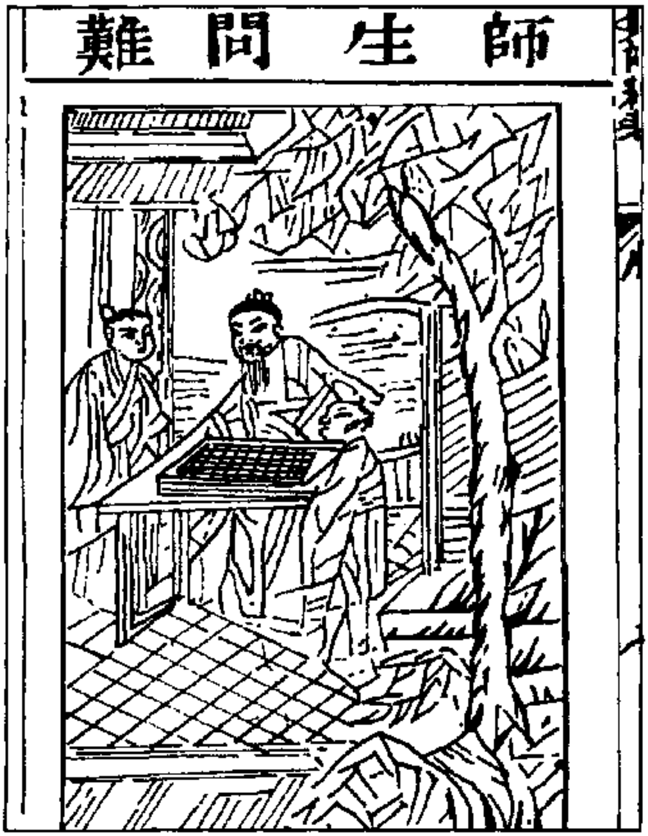


Fig. 21.64 - *Professor chinês ensinando a arte do cálculo com palitos no ábaco a dois jovens alunos. Ilustração extraída do* Suan Fa Tong Zong, *publicado na China em 1593. Ref. J. Needham. III [3], p. 70.*

Fig. 21.65 - *Contador utilizando o tabuleiro numérico de palitos. Ilustração extraída do* Shôjutsu Sangaku Zue, *obra japonesa datando de 1795, devida a Miyake Kenriyû.* Ref. D. E. Smith.

Nessa espécie de ábaco, cada coluna correspondia a uma ordem decimal; partindo da esquerda para a direita, a primeira era associada às unidades; a seguinte, às dezenas; a terceira, às centenas e assim por diante. Para fazer figurar nele um número desejado, bastava colocar em cada uma dessas colunas, e segundo uma linha anteriormente escolhida um número de palitos igual àquele das unidades da ordem decimal correspondente. Para o número 2.645, por exemplo, colocavam-se, assim, 5 palitos na primeira coluna, 4 na segunda, 6 na terceira e 2 na quarta.

Na tentativa de simplificar o sistema, os calculadores chineses adotaram a convenção assim formulada nos velhos tratados aritméticos chineses: *que as unidades sejam longitudinais e as dezenas transversais, que as centenas estejam de pé e os milhares deitados, que os milhares e as dezenas se olhem e que miríades e centenas se correspondam.*

"Temia-se", explica o matemático Mei Wen Ding, "que os grupos se confundissem por causa de seu grande número." Assim as quantidades, tais como 22 ou 33, foram representadas por dois grupos de fichas, dos quais um era colocado verticalmente e o outro horizontalmente, o que permitia distingui-los. "Para o número 5", prossegue Mei Wen Ding, "alinhava-se verticalmente tantas fichas [quantas fossem necessárias]. Para 6 ou mais, dispunha-se transversalmente uma ficha que valia simbolicamente 5 e o complemento do número era figurado por tantas fichas dispostas longitudinalmente e colocadas acima" (cf. A. Vissière). Resumindo, pode-se dizer que, para evitar os erros de interpretação, teve-se a idéia de orientar os palitos verticalmente nas colunas de fileira ímpar a partir da primeira coluna da direita e horizontalmente nas colunas de fileira par (fig. 21.67).

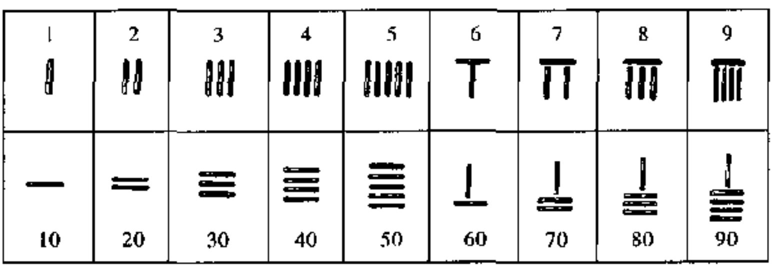


Fig. 21.66 - *Representação das unidades e das dezenas com a ajuda dos palitos no tabuleiro numérico.*

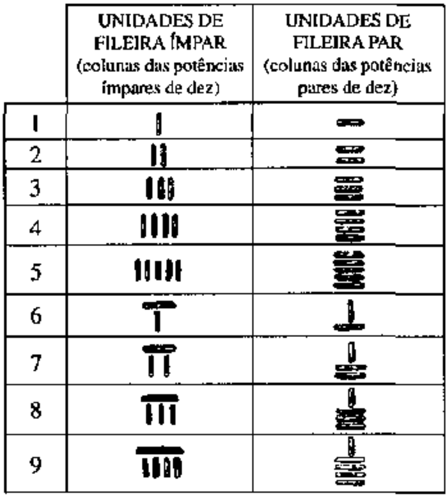


Fig. 21.67 - *Representação das unidades de duas fileiras consecutivas no tabuleiro numérico segundo a orientação dos bastonetes:*
— posição vertical para as unidades, centenas, dezenas de mil etc. (unidades de fileira ímpar no tabuleiro);
— posição horizontal para as dezenas, milhares, centenas de mil etc. (unidades da fileira par no tabuleiro).

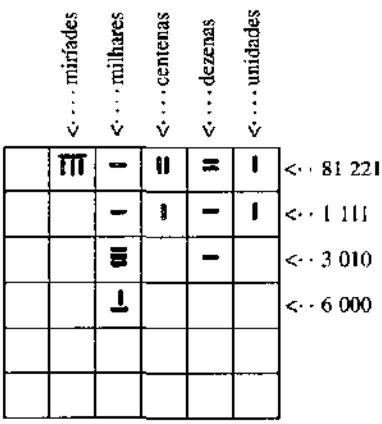


Fig. 21.68 - *Representação de alguns números inteiros no tabuleiro numérico com palitos.*

Desde a Antigüidade até uma época relativamente recente, esse dispositivo permite aos chineses efetuar cálculos aritméticos de todos os tipos: adições, subtrações, multiplicações, divisões, elevação às potências, extração de raízes quadradas ou cúbicas etc.

As adições e subtrações eram feitas de forma simples: bastava representar no quadrilhado os nomes a adicionar (ou a subtrair), depois reunir (ou subtrair) coluna por coluna os palitos correspondentes. A multiplicação era igualmente descomplicada: o multiplicador era posto no alto do quadrilhado e o número a multiplicar, algumas linhas mais abaixo; os produtos parciais eram postos numa linha intermediária, depois adicionados à medida que eram obtidos.

Para efetuar o produto de 736 × 247 (exemplo mencionado por A. Vissère, segundo Yang Hui, século XIII), deixava-se duas casas vazias à direita do multiplicador, e começava-se por dispor os números no tabuleiro da seguinte maneira:

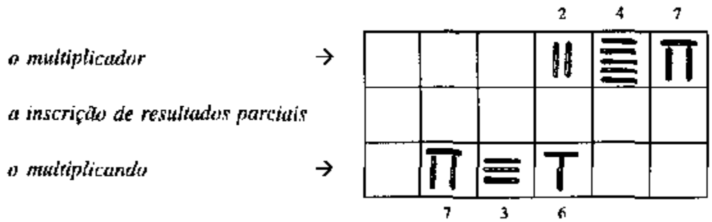


Fig. 21.69 A

Quando o multiplicador comportava três ordens de unidades, a técnica desenrolava-se, portanto, em três etapas.

Primeira etapa: multiplicação de 736 por 200.

Multiplicava-se (mentalmente) o 2 do multiplicador pelo 7 do multiplicando, e obtinha-se o resultado 14 (na verdade 140.000), que era registrado por meio de palitos na linha do meio, tomando-se o cuidado de colocar suas unidades na casa acima das centenas do multiplicando:

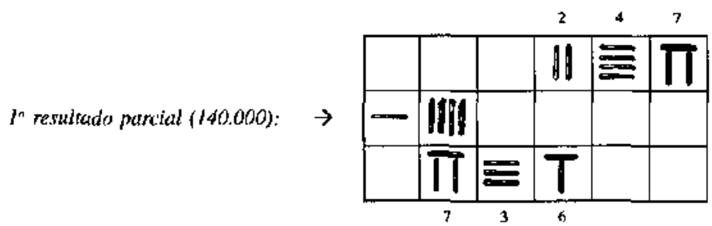


Fig. 21.69 B

Multiplicava-se, em seguida, o 2 do multiplicador pelo 3 do multiplicando; obtinha-se, assim, resultado 6 (na verdade, 6.000), que era adicionado ao número já representado, colocando-o na casa à direita do 4 de 14:

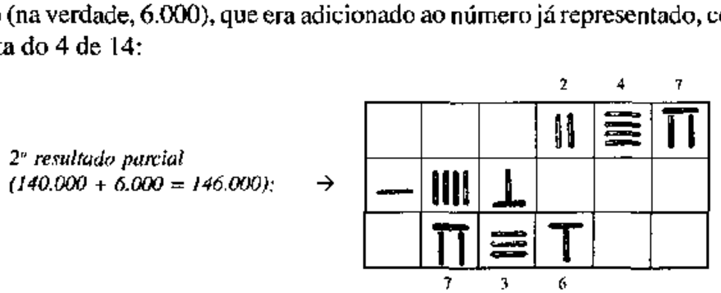


Fig. 21.69 C

Depois, multiplicava-se o 2 de 247 pelo 6 de 736, e o resultado, 12 (na verdade, 1.200), era adicionado ao número já representado; o que consistia em colocar o 2 na casa da direita do 6 obtido precedentemente e o 1 na casa imediatamente à sua esquerda, esta vindo, então, acrescentar-se a esse 6:

3º resultado parcial
(146.000 + 1.200 = 147.200): →

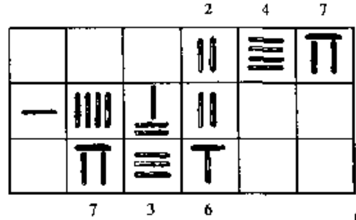


Fig. 21.69 D

Segunda etapa: multiplicação de 736 por 40.

Retirava-se agora o 2 do multiplicador e passava-se a desprezá-lo, depois deslocava-se o multiplicando uma casa para a direita:

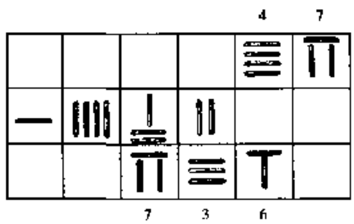


Fig. 21.69 E

Multiplicava-se, então, o 4 do multiplicador pelo 7 do multiplicando, cujo resultado, 28 (na verdade 28.000), era acrescentado ao número já representado na linha do meio. Donde, após reduções, tem-se a seguinte disposição:

4º resultado parcial
(147.200 + 28.000 = 175.200): →

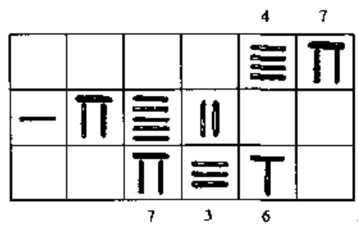


Fig. 21.69 F

Multiplica-se, em seguida, o mesmo 4 pelo 3 e 736, cujo resultado, 12 (na verdade 1.200), era acrescentado ao número figurando na linha do meio:

5º resultado parcial
(175.200 + 1.200 = 176.400): →

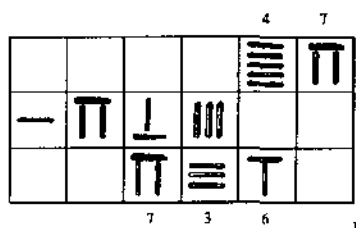


Fig. 21.69 G

Depois, multiplicava-se esse 4 pelo 6 de 736, cujo resultado, 24 (na verdade, 240), era acrescentado ao número já obtido:

6º resultado parcial
(176.400 + 240 = 176.640): →

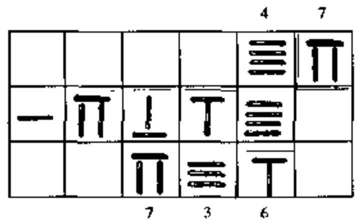


Fig. 21.69 H

Terceira etapa: multiplicação de 736 por 7.

Retirava-se, nesse momento, o 4 do multiplicador, passando-se a desconsiderá-lo, depois deslocava-se o multiplicando uma casa para a direita:

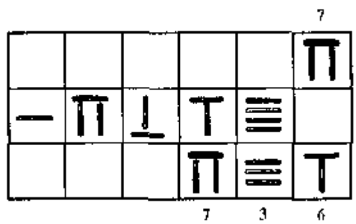


Fig. 21.69 I

Multiplicava-se, então, esse 7 multiplicador pelo 7 do multiplicando, cujo resultado, 49 (na verdade, 4.900), vinha acrescentar-se ao número já representado na linha do meio, advindo daí a disposição:

7º resultado parcial
(176.640 + 4.900 = 181.540): →

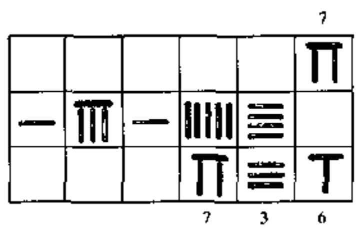


Fig. 21.69 J

Multiplicava-se, em seguida, 7 pelo 3 de 736, cujo resultado, 21 (na verdade, 210), vinha a ser acrescentado ao número figurando na linha do meio:

8º resultado parcial
(181.540 + 210 = 181.750): →

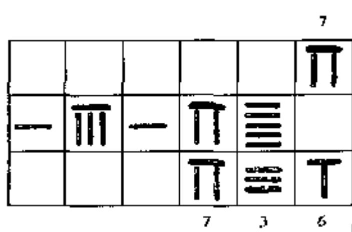


Fig. 21.69 K

Depois, multiplicava-se esse 7 pelo 6 de 736, cujo resultado, 42 vinha a ser acrescentado ao número obtido precedentemente, e, finalmente, tem-se, na linha do meio, o resultado final da operação (736 × 247 = 181.792):

Resultado final
(181.750 + 42 = 181.792): →

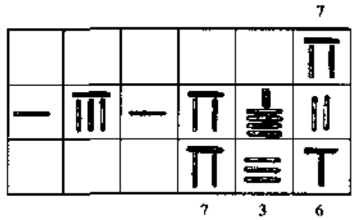


Fig. 21.69 L

A divisão, por sua vez, era feita colocando-se o divisor embaixo e o dividendo na linha mediana. O quociente, que se colocava no alto, era obtido retirando progressivamente do dividendo os palitos equivalentes aos produtos parciais.

Notemos que, no tabuleiro numérico, era possível resolver também equações e sistemas de equações algébricas com várias incógnitas. O *Jiu Zhang Suan Shu* ("Arte do Cálculo em Nove Capítulos"), obra anônima compilada sob a dinastia Han (206 a.C. - 220 d. C.) oferece vários detalhes desse tipo de cálculo. Cada coluna vertical era associada a uma das equações do sistema em questão e cada linha horizontal aos diversos coeficientes de uma mesma incógnita, considerados respectivamente em cada uma das equações em questão. Convinha, além disso, substituir os palitos comuns (reservados aos números *zheng*, "corretos", isto é, aos números positivos) por palitos negros, cada vez que apareciam números negativos (em chinês *fu*, "enganadores"). Sendo assim, tinha-se um sistema como este:

$$
\begin{array}{l}
2x - 3y + 8 = 32 \\
6x - 2y - z = 62 \\
3x + 21y - 3z = 0
\end{array}
$$

Esse cálculo (que se chega a resolver bem facilmente usando um simples jogo de palitos) era representado da seguinte maneira:

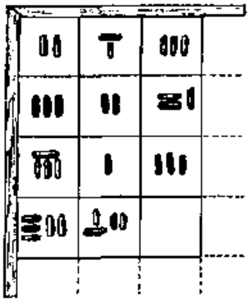


Fig. 21.70 A

Representação de um sistema de equações com três incógnitas utilizando-se palitos no tabuleiro numérico (segundo um tratado matemático da época dos Han: 206 a.C. / 220 d.C.):

1ª coluna à esquerda:
2x -3y + 8z = 32;
2ª coluna:
6x -2y - z = 62;
3ª coluna:
3x+21y-3z=0.

X	2	6	3
Y	- 3	- 2	21
Z	8	- 1	- 3
	32	62	0

Fig. 21.70 B

Essa numeração figurada apresenta um interesse muito particular na história da notação numérica, pois foi ela que inspirou a descoberta do princípio de posição pelos sábios chineses.

O sistema de barras numerais foi, com efeito, apenas a reprodução gráfica da representação dos números mediante palitos nesse ábaco, em que as unidades das diferentes ordens decimais sucediam-se regularmente da esquerda para a direita na ordem decrescente. Ora, uma vez terminado o cálculo com palitos no ábaco, os sábios chineses tinham o hábito de copiar seu resultado nos seus escritos, eliminando as linhas e as colunas sucessivas desse ábaco. E como essa própria representação figurada se baseava na regra de posição, as barras numerais, que esquematizavam as "fichas de cálculo", receberam, a partir de então, um valor variável, que *dependia de sua posição na escrita de números.*

REPRESENTAÇÃO DO NÚMERO 3.764

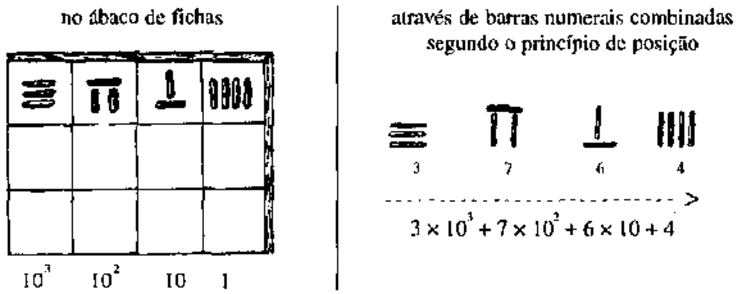


Fig. 21.71 - *Origem do sistema de barras numerais chinesas, ou como um antigo dispositivo de cálculo figurado engendrou uma numeração escrita posicional.*

Resumindo, o sistema das "fichas" serviu para efetuar concretamente os cálculos, e a notação *suan zí* para transcrever os resultados correspondentes nos tratados matemáticos.

Os primeiros testemunhos do uso desse ábaco datam apenas do século II a. C., mas é muito verossímil que remonte a uma data mais antiga.

Ocorre ainda que os caracteres atuais da palavra chinesa *suan*, que quer dizer "cálculo", têm uma etimologia evocadora. Essa palavra é escrita, com efeito, de três maneiras aparentemente diferentes, a saber:

筭	算	祘
suan (caracter A)	*suan* (caracter B)	*suan* (caracter C)
Fig. 21.72 A	Fig. 21.72 B	Fig. 21.72 C

Derivando da forma arcaica A', o primeiro caracter é um ideograma exprimindo a idéia de duas mãos, de uma mesa pautada e do bastonete de bambu:

 *suan* (caracter arcaico A')

Fig. 21.73 A

O segundo caracter deriva da forma arcaica B', que expressa a idéia de duas mãos e de uma mesa pautada:

 *suan* (caracter arcaico B')

Fig. 21.73 B

E o terceiro, provém da antiga forma C', que evoca claramente a representação dos números no "tabuleiro" através de palitos diversamente orientados:

 *suan* (caracter arcaico C')

Fig. 21.73 C

O ábaco de contas: o instrumento de cálculo da civilização chinesa atual

Assim, o famoso "ábaco de contas" não é nem o primeiro nem o único instrumento de cálculo utilizado pela civilização chinesa ao longo de sua história. Trata-se, aliás, de uma criação relativamente recente, cujos primeiros testemunhos escritos não remontam além do século XIV de nossa era.

Contudo, dentre todos os instrumentos de cálculo utilizados pelos chineses o *suan pan* (é o nome chinês do ábaco de contas; literalmente, "prancheta de cálculo") é o único a oferecer a vantagem de uma prática simples e rápida de todas as operações aritméticas. E, por isso, compreende-se porque, quando os dispositivos eletrônicos de cálculo já estão generalizados no Ocidente, este continua a deter um lugar muito importante no Extremo Oriente.

Na China Popular, o ábaco de contas permanece com um uso quase universal em nossos dias. É encontrado tanto nas mãos do mercador ambulante que não sabe ler nem escrever, quanto nas do comerciante, contador, banqueiro, hoteleiro, matemático ou astrônomo. O manejo desse instrumento de cálculo é, aliás, de tal forma ancorado nas tradições extremo-orientais que mesmo os chineses e os vietnamitas "ocidentalizados" de Bangkok, Singapura, Taiwan, da Polinésia, da Europa e da América — que, contudo, têm a possibilidade de utilizarem muito facilmente calculadoras e computadores modernos — continuam a fazer usualmente todas as espécies de cálculos através do ábaco de contas. Ainda mais contundente é o fato de que os japoneses, que são incontestavelmente os mais acirrados concorrentes do mercado americano em matéria de fabricação de calculadoras eletrônicas de bolso, consideraram sempre o *soroban* (nome japonês do ábaco de contas) como o principal instrumento de cálculo e como a "bagagem" indispensável que qualquer aluno, comerciante, mascate ou funcionário deve se acostumar a portar, antes de tudo.

Na ex-URSS também o ábaco de contas — que é conhecido pelo nome de *stchoty* — reina ainda, ao lado das modernas caixas registradoras, e preside, muito freqüentemente, o cálculo dos preços a pagar, tanto nas lojas pequenas, como nos grandes estabelecimentos do Estado (hotéis, supermercados, bancos, Gum etc.).

Em uma viagem à ex-União Soviética, um de meus amigos, desejando um dia converter francos franceses em rublos soviéticos, viu, não sem surpresa, o funcionário da agência de câmbio efetuar seus cálculos inicialmente com uma calculadora moderna e verificar, em seguida, os resultados mediante a ajuda de um ábaco de contas!

Fig. 21.74 - *Comerciante chinês fazendo suas contas com a ajuda de um ábaco de contas. Segundo uma ilustração do Palácio da Descoberta, em Paris.*

Os ocidentais ficam geralmente estupefatos ao constatarem a que ponto a destreza dos que aprenderam a se servir dele lhes permite efetuar, em tempos ínfimos, cálculos por vezes muito complexos.

Houve mesmo uma vez no Japão uma verdadeira partida que opôs o japonês Kiyoshi Matsuzaki, campeão de *soroban* do escritório de contabilidade do Ministério da Administração dos Correios (o que significa muito, quando se conhece a dificuldade dos concursos japoneses); ao americano Thomas Nathan Woods, soldado de segunda classe da 240ª seção financeira do quartel general das forças americanas no Japão, que tinha sido designado como "o operador, o maior especialista em calculadora elétrica do exército americano no Japão". Era novembro de 1945, no dia seguinte à Segunda Guerra Mundial. Os homens do general MacArthur se esforçavam, então, por mostrar aos japoneses vencidos a superioridade dos métodos modernos de origem ocidental.

A partida desenrolou-se em cinco *rounds*, comportando operações cada vez mais complicadas. E sabe quem levou o *score* de 4 a 1, com vários erros da parte do vencido? O *japonês com ábaco de contas!* (fig. 21.76).

Fig. 21.75 - *Contábil japonês efetuando operações com a ajuda de um soroban. Ilustração de uma obra japonesa do século XVIII. (Nakane Genjun,* Kanjô otogi Zôshi, *1741).*
Ref. D. E. Smith e Y. Mikami, p. 171, fig. 35.

"Disputado no dia 12 de novembro de 1945, sob os auspícios do Jornal do Exército Americano, *Stars and Stripes* ("O Pendão Estrelado"), a partida foi uma sensação. O Jornal americano escreveu: 'A máquina recuou um passo, ontem, no teatro Ernie Pyle (lugar da partida em Tokyo), o ábaco empregado há séculos esmagou a máquina elétrica mais moderna do governo dos Estados Unidos'. O *Nippon Times,* claro, triunfava, modesta revanche intelectual sobre o esmagamento militar: 'Na alvorada da era atômica, a civilização cambaleou sob os golpes do *soroban* de mais de 2.000 anos de idade'. Exagero, claro — sobretudo no que diz respeito à idade do *soroban* —, mas é preciso colocar-se no contexto da época, num Japão que menos de três meses antes tinha visto duas de suas grandes cidades destruídas por uma nova arma fora de qualquer referência histórica... Mas para quem quer que tenha visto um japonês operar com alguma competência, não há dúvida nenhuma de que o resultado — sobre adições ou subtrações, ao menos — poderia repetir-se hoje, com máquinas que seriam eletrônicas em lugar de serem elétricas: a simples velocidade de toque da maioria de nós não poderia lutar contra a destreza dos operadores do *soroban*." (Extraído de *Science et Vie* [Ciência e Vida], nº 734, nov. de 1978, p. 46-53).

RESULTADOS DA PARTIDA

KIYOSHI MATSUZAKI "Campeão" de *soroban* do escritório de contabilidade do Ministério da Administração dos Correios no Japão	contra	THOMAS NATHAN WOODS Soldado de 2ª classe da 240ª seção financeira do QG das forças americanas no Japão. O "maior especialista em calculadora no Japão"

Disputado dia 12 de novembro de 1945 sob os auspícios do diário do exército americano *Stars and Stripes*

1ª prova	2ª prova	3ª prova	4ª prova	Prova "composta"
Adições de números de 3 a 6 algarismos	Subtrações de números de 6 a 8 algarismos	Multiplicações de números de 5 a 12 algarismos	Divisões de números de 5 a 12 algarismos	30 adições 3 subtrações 3 multiplicações 3 divisões (Números de 6 a 12 algarismos)
Matsuzaki vence Woods	Matsuzaki vence Woods	Matsuzaki vence Woods	Matsuzaki vence Woods	Matsuzaki vence Woods
1'14"8/2'00"2 1'16"0/1'53"0	1'04"0/1'20"0 1'00"8/1'36"0 1'00"0/1'22"0 (Com erros.)	(Com erros do vencido.)	1'36"6/1'48"0 1'23"4/1'19"0 1'21"0/1'26"6	1'21"0/1'26"6 (Com erros do vencido.)
Total: Woods com sua calculadora é vencido por 4 a 1 por Matsuzaki com um *soroban*.				

Fig. 21.76 - *Ref.* Readers' Digest *[Revista Seleções], nº 50, março de 1947, p. 47.*

O instrumento é encontrado na China sob a forma de um quadro retangular de madeira dura. É composto por um determinado número de arames, sobre os quais estão enfileirados sete contas móveis de madeira (ou de plástico), que podem ser, por vezes ligeiramente achatadas. Podem, indiferentemente, aproximar-se de uma vara transversal, dividindo o quadro em duas partes, de tal modo que duas dessas contas permaneçam sempre acima e as cinco outras estejam sempre embaixo dessa barra de separação. Cada uma das hastes desse instrumento corresponde a uma ordem decimal e está sempre subentendido que um arame disposto à esquerda de outro possui um valor dez vezes maior que esta última[1].

É evidente que o número dessas hastes que, nos ábacos correntes, varia entre oito e doze pode chegar a quinze, vinte, trinta ou mesmo a uma quantidade maior, segundo as necessidades do calculador. Pois, quanto maior for o número desses arames, mais elevados poderão ser as importâncias a serem trabalhadas com esse instrumento; um ábaco de quinze hastes, por exemplo, terá assim uma capacidade numérica igual a 10^{15}-1, ou seja, a *cem mil bilhões de unidades menos uma*!

[1] Em teoria essa regra não é evidentemente obrigatória; pode-se, se se desejar, repartir essas fileiras segundo uma outra base (doze ou vinte, por exemplo) com a condição, contudo, de que se coloque em cada haste um número adequado de contas.

Em geral, os utilizadores do ábaco chinês não começam pelos dois primeiros arames a partir da direita para a esquerda. Preferem reservá-los para as frações decimais da primeira e da segunda ordem, isto é, para os décimos e centésimos da unidade. Nesse caso, a terceira haste é atribuída às unidades simples, a segunda, às dezenas, a quinta, às centenas e assim por diante.

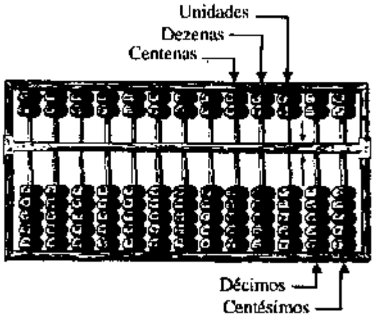


Fig. 21.77 - *Princípio de representação dos números no* suan pan *chinês.*

Notemos, de passagem, que o ábaco russo é de uma concepção ligeiramente diferente do *suan pan* chinês (fig. 21.78). Comporta dez contas em cada haste, duas das quais (a quinta e a sexta) são freqüentemente de cor diferente (permitindo, assim, ao olho do manipulador discernir facilmente os números de 1 a 10). Para representar um número dado, basta deslizar, em cada arame, na direção da parte superior do quadro, as contas necessárias.

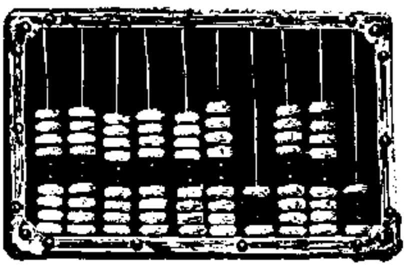


Fig. 21.78 - *Ábaco russo (*stchoty*). O mesmo tipo de instrumento é ainda utilizado no Irã e no Afeganistão (em que é conhecido pelo nome de* choreb*), bem como na Armênia e na Turquia (em que leva o nome de* coulba*).*

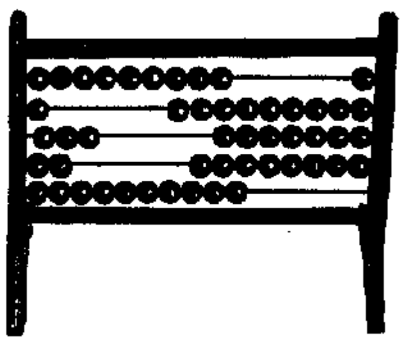


Fig. 21.79 - *Ábaco de contas francês, empregado para ensinar a calcular nas escolas comunais do século XIX.*

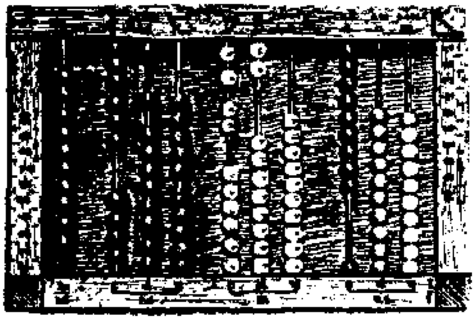


Fig. 21.80 - *Ábaco de contas comercializado por Fernand Nathan, no início do século XX, para as necessidades da pedagogia.*

Numa haste qualquer do ábaco chinês, cada uma das cinco unidades da parte inferior tem um valor de unidade e cada uma das duas contas situadas acima da vara central vale cinco unidades. Desde então, todas as figurações numéricas serão feitas movendo-se as contas de cada haste em questão na direção da barra transversal.

Para figurar o número 3, basta simplesmente elevar três contas da parte inferior da primeira haste à direita. Para marcar o número 9, abaixa-se a conta superior e eleva-se quatro bolas da parte inferior:

Fig. 21.81

Para indicar o número 4.561.280 no *suan pan*, começa-se por não deslocar nenhuma conta na primeira haste à direita (figuração do zero ou, se se preferir, da ausência de unidades simples); eleva-se, em seguida, na haste seguinte, três hastes inferiores e abaixa-se uma conta superior; e assim por diante (fig. 21.82).

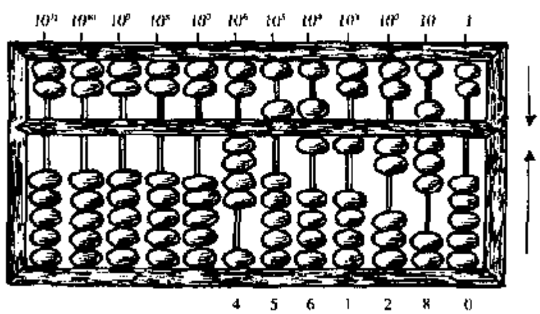


Fig. 21.82

Analogamente, para marcar o número 57,39, deve-se elevar quatro contas inferiores da primeira haste à direita e abaixar uma conta superior nesse mesmo arame; ergue-se, em seguida, na segunda haste, três contas da parte inferior; depois, na terceira haste, eleva-se duas contas inferiores e abaixa-se uma superior; enfim, na quarta, basta abaixar uma conta superior (fig. 21.83).

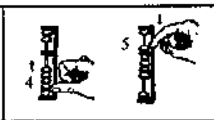
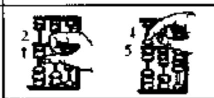
CENTÉSIMOS 1ª haste à direita		9/100
DÉCIMOS 2ª haste		3/10
UNIDADES 3ª haste		7
DEZENAS 4ª haste		50
Resultado		57,39

Fig. 21.83

A *representação dos números no ábaco chinês é, portanto, muito simples*; a *prática das* operações aritméticas não é nem um pouco mais complicada: basta conhecer de cor as tabelas de adição e multiplicação dos números de 1 a 9.

Adicionemos os números 234, 432 e 567. (Para a comodidade da exposição consideraremos apenas números inteiros. Será suficiente, para tal, associar a primeira haste à direita às unidades simples; a seguinte, às dezenas, e assim por diante.)

Começa-se alinhando todas as contas na direção das duas extremidades do quadro, deixando livre a travessa longitudinal. Na terceira haste a partir da direita (a das centenas), remonta-se, em seguida, duas contas inferiores na direção do centro, depois três contas naquela das dezenas e quatro na das unidades:

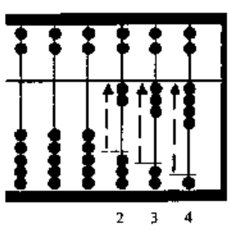


Fig. 21.84 A

Para acrescentar o número 432, procede-se igualmente, trazendo para o centro o número de contas necessárias. Mas, como, na haste das centenas, duas contas estão já em contato com a travessa, não se pode trazer quatro contas na direção do centro (para obter a representação do 4 de 432); pode-se, em contrapartida, descer uma do alto (que vale 5) e trazer para baixo uma das contas inferiores já postas em jogo (e assim: 5 - 1 = 4 'das centenas'). No arame das dezenas (em que três contas estão já em contato com a transversal), desce-se, da mesma forma, uma conta superior e duas contas inferiores (e assim: 5 - 2 = 3 de 432). Finalmente, na das unidades, desce-se uma conta superior e três contas inferiores (e assim: 5 - 3 = o 2 de 432). Essa manipulação dará, então, ao ábaco o aspecto que se traduz pelo número 666:

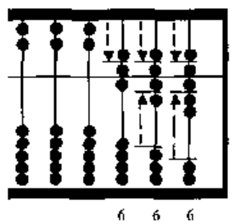


Fig. 21.84 B

Para acrescentar 567, desce-se agora uma bola superior da haste das centenas (donde o 5). No arame das dezenas, desce-se uma conta superior e retorna-se uma bola inferior (donde 6 = 5 + 1). E na haste das unidades, desce-se uma conta superior e retornam-se duas contas inferiores (donde o 7 = 5 + 2). O ábaco toma, então, o seguinte aspecto:

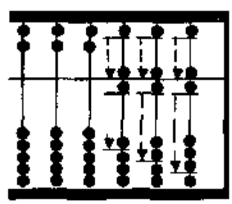


Fig. 21.84 C

Mas é preciso proceder às reduções que se impõem para que se possa obter o resultado. Para tanto, descem-se as duas contas superiores da haste das centenas, contando cada uma 5, e substituem-se por uma conta inferior da haste dos milhares; em seguida, procede-se igualmente, substituindo as duas bolas superiores da haste das dezenas por uma conta da das centenas, e depois substituindo as duas contas superiores da haste das unidades por uma conta da das centenas. Tendo feito todas as reduções, o ábaco se apresenta, então, da seguinte maneira, dando corretamente o resultado da operação: 234 + 432 +567 = 1.233.

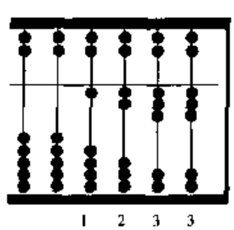


Fig. 21.84 D

Efetua-se uma subtração operando-se no sentido inverso, como faz-se uma multiplicação repetindo-se a adição do multiplicando proporcionalmente às unidades de cada ordem decimal do multiplicador, a divisão é feita subtraindo-se o divisor do dividendo o maior número de vezes possível; esse número fornece, então, o quociente procurado.

Efetuemos o produto 24 x 7.

Notemos, inicialmente, que a técnica permite obter o resultado desejado independentemente da ordem de grandeza. Noutras palavras, para produtos, tais como 24 × 7; 24.000 × 7; 24 × 700; 0,24 × 7, ou 24 × 0,007, o resultado será tecnicamente o mesmo: basta, para retificá-lo, ter a ordem de grandeza presente ao espírito.

Assim sendo, começa-se por colocar o multiplicador na haste situada à esquerda do quadro, depois o multiplicando à direita, tomando o cuidado de deixar duas ou três hastes vazias entre as duas.

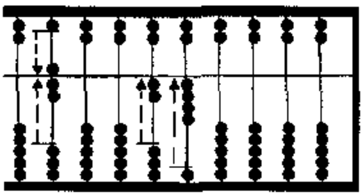


Fig. 21.85 A

Efetua-se, em seguida, mentalmente, o produto de 4 por 7, cujo resultado, 28, é disposto pondo-se o 2 na haste imediatamente à direita e o 8, formado a partir do 2 superior, à direita desta.

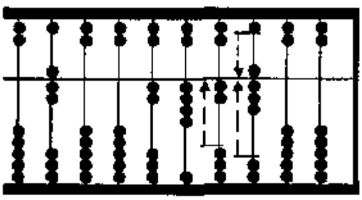


Fig. 21.85 B

O 4 do multiplicando é, em seguida, suprimido descendo-se as 4 contas correspondentes.

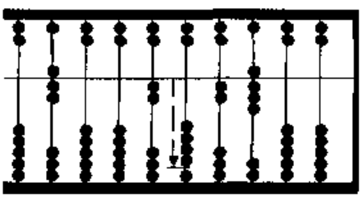
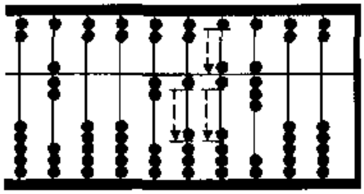


Fig. 21.85 C

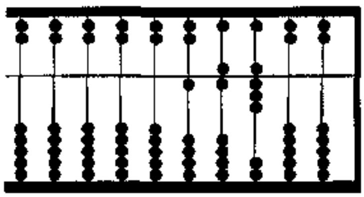
Efetua-se, em seguida, (sempre de cabeça) o produto de 7 por 2, cujo resultado, 14, é escrito pulando-se uma haste para a esquerda. Por adição com o que está representado, recoloca-se uma conta inferior na haste das centenas, depois, na haste das dezenas, desce-se uma conta superior e uma conta inferior.



7 2 1 6 8

Fig. 21.85 D

Suprime-se, em seguida, o 2 do multiplicando assim como o multiplicador, tornados doravante inúteis, e só resta ler o resultado, ou seja, 168, nas hastes significativas (isto é, nas que comportam representações numéricas):



1 6 8

Fig. 21.85 E

Não é, portanto, muito complicado fazer operações no ábaco chinês. Para os que sabem se servir dele, o instrumento permite efetuar raízes quadradas ou cúbicas e resolver problemas ainda mais complexos.

Esse auxiliar de cálculo apresenta, contudo, alguns inconvenientes: necessita de um aprendizado bastante longo, um treinamento assíduo, um "dedilhado" muito preciso e uma impecável estabilidade no segurar o suporte. Além disso, o menor erro, quando descoberto, obriga a retomar a totalidade dos cálculos, já que os resultados intermediários (produtos parciais, restos em curso etc.) desaparecem à medida que as operações se desenrolam. Mas isso não diminui em nada a engenhosidade do aparelho.

Vale dizer ainda que não se pode evitar uma questão relativa à concepção do ábaco chinês. Acabamos de ver que, em cada haste, nove unidades da ordem decimal correspondente são figuradas por uma só conta superior, valendo cinco, e por quatro contas inferiores constituindo o complemento. Cinco contas (uma acima e quatro abaixo) são suficientes para representar em cada arame as nove unidades sucessivas correspondentes. Então, por que cada haste do ábaco chinês comporta sete contas valendo 15 no total? A razão é que, para fazer uma adição, uma multiplicação, uma subtração ou uma divisão é por vezes útil colocar momentaneamente, na "memória", num mesmo arame, um resultado parcial superior a 9.

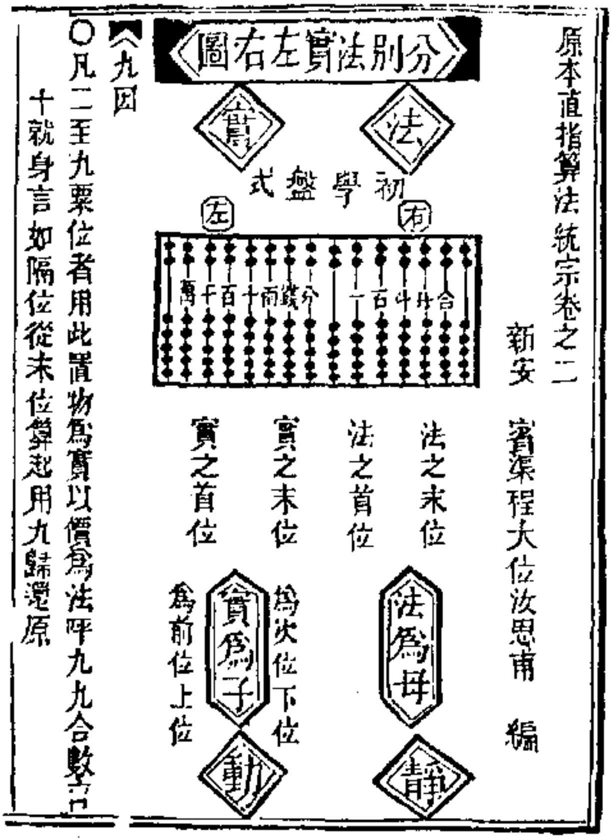


Fig. 21.86 - *Explicações relativas ao* suan pan *numa obra chinesa impressa em 1593* (Suan Fa Tong Zong). Apud J. Needham *[3], III, p. 76.*

Notemos que a partir de meados do século passado os *soroban* japoneses (cuja origem chinesa não é passível de dúvida) perderam pouco a pouco a segunda conta superior (fig. 21.87). E, a partir do fim da Segunda Guerra Mundial, perderam definitivamente a quinta conta suplementar da parte inferior de cada haste. Essa transformação exigiu, desde então, dos abacistas japoneses uma preparação mais longa e difícil. E foi sentida, a partir daí, a necessidade de adquirir um dedilhado bem mais elaborado e preciso do que aquele dos utilizadores do *suan pan* chinês (fig. 21.88).

Depois de qtingir a perfeição o ábaco japonês do pós-guerra, marcou o fim de uma evolução que por muito tempo permaneceu relativamente independente da história das numerações escritas: a dos auxiliares do cálculo originados da técnica das operações aritméticas mediante pedras[1]...

[1] Nosso fim sendo o de dar uma idéia geral dos ábacos, não nos cabe explicar aqui em detalhe o manejo desse instrumento, nem de fazer conhecer suas aplicações à aritmética ou à álgebra.

Fig. 21.87 - Soroban *japonês do pré-guerra (uma conta superior + cinco contas inferiores).*

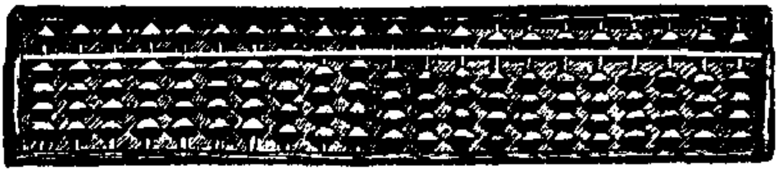


Fig. 21.88 - Soroban *japonês do pós-guerra (uma conta superior + quatro contas inferiores).*

Jogos de algarismos e jogos de palavras à maneira sino-japonesa

Não poderíamos abandonar as civilizações extremo-orientais sem dar alguns detalhes que fazem parte de suas sutilezas.

Os chineses, como os japoneses, sempre apreciaram, particularmente, os jogos de palavras e seus jogos de grafias. E como seus algarismos correspondem ao mesmo tempo a palavras e caracteres, não deixaram de fazer com eles todos os jogos que lhes foram possíveis. Eis alguns exemplos:

O primeiro exemplo (citado por Mannen Veda) versa especialmente sobre a grafia do número 8. Para designar a idade de 16 anos de uma moça, os chineses empregam a expressão *pogua*, que significa literalmente "cortar a melancia em duas":

破	瓜
po ("cortar em duas")	*gua* ("melancia")

Trata-se de um jogo gráfico efetuado com o caracter *gua* ("melancia"), composto, de uma maneira estilizada, pela associação de dois caracteres idênticos ao algarismo 8, essa associação tendo aqui o sentido de uma adição:

$$瓜 = 八 + 八 \quad = 8 + 8 = 16$$

Pode-se notar a metáfora a partir da consciência de que a "melancia" tem o sentido da virgindade (um pouco como quando empregamos a palavra "flor"); donde a conotação erótica *pogua*, designa também de uma maneira imagética a "defloração" da moça.

Outros exemplos (citados por Masahiro Yamamoto) referem-se à designação dos aniversários dos velhos no Japão:

1. *O aniversários dos 77 anos* é chamado "longevidade feliz". Em japonês, diz-se *kiju* e escreve-se:

喜寿
kiju

O que, graficamente, dá os 77, já que a palavra *ki* ("feliz") é notada da seguinte maneira cursiva:

㐂 ki

isto é, mediante um caracter que se pode decompor na forma:

七十七 $= 7 \times 10 + 7 = 77.$

2. *O aniversário dos 88 anos* é chamado "longevidade do arroz". Em japonês, diz-se *beiju* e escreve-se:

米寿

beiju

O que, graficamente, dá os 88, porque a palavra *ju* ("arroz") é notada mediante um caracter que pode ser decomposto sob a forma:

米 = 八十八 $= 8 \times 10{+}8 = 88.$

3. *O aniversário dos 90 anos* é chamado "longevidade realizada". Em japonês, diz-se *sotsuju* e escreve-se

卒寿

sotsuju

O que, graficamente, se apresenta como 90, já que a palavra *sotsu* ("realizado") é notada mediante um caracter que pode ser substituído por uma abreviação que pode, ela própria, ser decomposta na forma:

卒 = 卆 = 九十 $= 9 \times 10 = 90$

sotsu sotsu

4. *O aniversário dos 99 anos* é chamado "longevidade grisalha", já que o caracter *haku* ("branco") nada mais é do que o algarismo da centena do qual se tirou uma unidade (o traço horizontal):

白 = 百 - 一 $= 100 - 1 = 99$

haku hyaku ichi

5. Enfim, *o aniversário dos 108 anos* é chamado "longevidade do chá". Em japonês, diz-se *chaju* e escreve-se:

茶寿
chaju

O que, graficamente, representa 108, já que a palavra *cha* ("chá") é notada mediante um caracter podendo ser decomposto na forma:

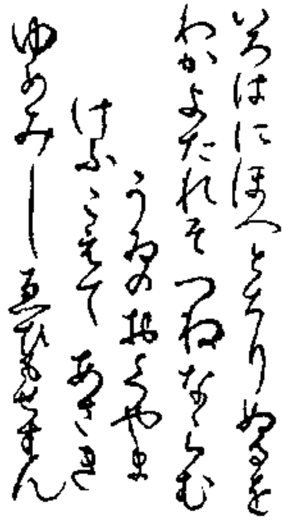
茶 = 十 十 八 十 八 = 10 + 10 + (8 × 10 + 8) = 108
10 10 8 10 8

Assinalemos também os curiosos nomes que os monges zen utilizaram na época de Edo (século XVIII) para exprimir somas monetárias. Lembremos que, entre esses monges, tudo o que tinha algum traço de dinheiro era considerado vulgar e não podia ser pronunciado de maneira direta; para exprimir os nomes de número havia perífrases fundadas nos jogos de caracteres (fig. 21.89).

	ALGARISMOS ZEN	*SIGNIFICAÇÃO LITERAL*	EXPLICAÇÃO DESSES JOGOS DE CARACTERES
1	大無人 *dai ni jin nashi*	"a grandeza sem o homem"	= 大 "sem" 人 → 一 = 1
2	天無人 *ten ni jin nashi*	"o céu sem o homem"	= 天 "sem" 人 → 二 = 2
3	王無中 *ô ni chû nashi*	"o rei sem meio"	= 王 "sem" 丨 → 三 = 3
4	罪無非 *zai ni hi nashi*	"a falta sem mal"	= 罪 "sem" 非 → 四 = 4
5	吾無口 *go ni kuchi nashi*	"eu sem boca"	= 吾 "sem" 口 → 五 = 5
6	交無人 *kô ni jin nashi*	"troca sem homem"	= 交 "sem" 人 → 六 = 6
7	切無刀 *setsu ni to nashi*	"cortar sem faca"	= 切 "sem" 刀 → 七 = 7
8	分無刀 *bun ni to nashi*	"partilhar sem faca"	= 分 "sem" 刀 → 八 = 8
9	丸無点 *gan ni chu nashi*	"círculo sem acento"	= 丸 "sem" ㇏ → 九 = 9
10	針無金 *shin ni kin nashi*	"agulha sem metal"	= 針 "sem" 金 → 十 = 10

Fig. 21.89 - *Algarismos dos monges zen (século XVIII).* Ref. M. Yamamoto. *(Comunicação pessoal de Alain Briot).*

Terminemos com estes versos japoneses atribuídos a Kôbô Daishi (775-835)[1]:



TRANSCRIÇÃO

I-ro-ha-ni-ho-he-to-
Chi-ri-nu-ru-wo
Wa-ka-yo-ta-re-so
Tsu-ne-na-ra-mu
U-i-no-o-ku-ya-ma
Ke-fu-ko-e-te
A-sa-ki-yu-me-mi-shi
E-hi-mo-se-su-n'

TRADUÇÃO

Por mais alegre que seja a cor,
(a flor) infelizmente desaparece,
O que, deste mundo,
Que poderia durar eternamente?
Indo para além de hoje,
O limite do mundo aparente,
Não veria mais sonhos que passam flutuando
E não me deixaria mais dopar por eles.

Esse poema contém, sem nenhuma repetição, todos os sons da língua japonesa. Por isso, ele é usado freqüentemente no ensino da língua nipônica.

Mas, como nas culturas orientais, os números sempre se unem à poesia, essas mesmas sílabas, por essa ordem que se tornou, de alguma forma, imutável, acabaram por adquirir um valor numérico. E é por isso que os japoneses empregam freqüentemente esse poema enquanto série numérica:

I -	ro -	ha -	ni -	ho -	he -	to -	chi -	ri ...
1	2	3	4	5	6	7	8	9 ...

[1] Ref. L. Frédéric, *Encyclopaedia of Asian Civilization*, J.-M.. Place, Paris, 1977-1987, vol. III.

Espantosas Realizações da Civilação Maia

De todas as culturas pré-colombianas da América Central, a Civilização Maia é, certamente, a mais célebre. E a influência que ela exerceu sobre as outras — notadamente sobre a asteca — foi comparável à dos gregos sobre os romanos durante a Antigüidade.

Seis séculos de criações intelectuais e artísticas

Ao longo do I milênio da era cristã, os maias atingiram altos patamares nos domínios mais diversos: arte, escultura, arquitetura, educação, comércio, matemática, astronomia etc.

Assim, "um dos traços mais notáveis da arte maia é a habilidade com a qual escultores e modeladores colaboraram com os arquitetos; a harmonia de sua decoração e as proporções de suas figuras; a maneira pela qual utilizaram os jogos de sombra e luz classificam esses escultores entre os melhores" (H. Lehmann). Porém, os únicos instrumentos que usavam eram em tudo dignos da era neolítica: simples ferramentas em pedra polida e osso, e artefatos em madeira!

Da mesma forma, no que diz respeito à pintura maia, "os afrescos de Bonampak testemunham o alto grau de perfeição a que tinha chegado também essa arte. Esses afrescos são tão belos que foram comparados aos da Renascença italiana". Quanto à cerâmica maia, ela "não é menos notável por sua elegância e pela variedade de sua decoração policrômica" (H. Lehmann).

Aliás, os construtores maias descobriram o cimento, praticaram a técnica dita da "falsa abóbada" ou "abóbada de sacada" (típica de suas construções interiores), construíram imensas e magníficas cidades. E contudo, as leis do urbanismo lhes foram estranhas! Construíram estradas, mas a roda e os animais de carga ou de tração lhes eram desconhecidos, conforme mostra o quadro adiante.

É, sobretudo, às suas manifestações no plano intelectual que os maias devem seu prestígio e sua grandeza.

Na astronomia, tiveram também uma idéia precisa dos movimentos do Sol, Lua, Vênus e provavelmente dos planetas Marte, Mercúrio e Júpiter. Suas descobertas astronômicas, seu cálculo do tempo, seu calendário e a abundante documentação que reuniram sobre os fenômenos celestes ultrapassa até mesmo, por sua estupefaciente precisão, muitas observações e cálculos feitos na Europa na mesma época: "A partir de linhas de mira calculadas ou alinhamentos de edifícios que tinham a mesma função, registraram minuciosamente os movimentos do Sol, da

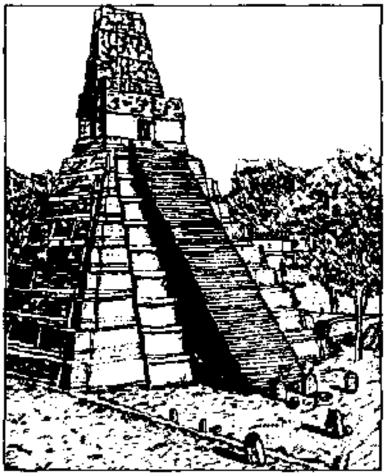


Fig. 22.1 - *Templo I do Jaguar gigante em Tikal, construído em aproximadamente 702 d. C.*. Desenho do autor segundo P. Gendrop, p. 72.

Lua e do planeta Vênus. Certos indícios fazem pensar que observavam também Marte, Júpiter e Mercúrio. Fizeram estudos avançados sobre os eclipses solares, o que lhes permitiu predizer esses fenômenos com precisão. Tinham consciência que erros mínimos, aparentemente, poderiam engendrar em seguida desvios inconciliáveis. O cuidado extremo empreendido em suas observações teve como resultado uma margem de erro consideravelmente reduzida" (C. Gallenkamp).

Estimaram em 584 dias a revolução sinódica de Vênus: erro mínimo, já que esse ciclo conta na realidade com 583,92 dias.

Observaram, igualmente, que o ano de 365 dias corresponde muito imperfeitamente à realidade e que, se não houvesse periódicas correções, chegar-se-ia rapidamente a significantes desvios entre o calendário e a realidade do ano solar. De fato, já haviam concluído que o ano solar conta na realidade 365,242.000 dias. Resultado certamente mais preciso do que nosso próprio calendário gregoriano. Os cálculos mais recentes indicam 365,242.198 dias para o ano solar verdadeiro; ora, o ano gregoriano é de 365,242.500 dias, o que gera, portanto, um erro de 3,02/10.000, por excesso, contra um erro de apenas 1,98/10.000, também por excesso, por parte do ano maia[1].

Estimaram ainda que o erro de sincronização que existia entre o ciclo de Vênus, o ano solar de 365 dias e seu ano litúrgico de 260 dias não correspondia a um dia completo para um período de 6.000 anos aproximadamente.

A mesma precisão foi mostrada em relação à duração média de uma lunação. Cálculos atuais, efetuados com a ajuda dos instrumentos mais avançados, dão um valor de 29,53059 dias. Ora, os astrônomos da cidade de Copán observaram que 149 lunações eqüivalem a 4.400 dias,

[1] É óbvio que a expressão da duração do ano solar assim determinada pelos maias não é dada por eles nessa forma, já que só conheciam os números inteiros.

Fig. 22.2 -*Detalhe de um manuscrito maia, espécie de auxiliar de memória para os sacerdotes-adivinhos (trata-se de um "tratado" ritual e divinatório, comportando algumas considerações sobre a religião relacionada à astronomia). Cópia da parte inferior da página 93 do Codex Tro-Cortesianus.*
Museu americano de Madri.

o que dá para uma só lunação o número de 29,53020 dias. Na cidade de Palenque fez-se o mesmo cálculo com 81 lunações e encontrou-se um resultado ainda mais preciso: 2.392 dias, ou seja, 29,53.086 dias para uma lunação média!

Além disso, os maias parecem ter imaginado o tempo como infinito e sem limites.

Fig. 22.3 - *Sozinho na escuridão da noite, um astrônomo maia observa as estrelas. Detalhe do* Codex Tro-Cortesianus. Segundo P. Gendrop, p 41, fig. 2.

"O emprego de suas unidades de tempo mais elevadas levou os maias além de todos os limites da experiência humana. Sem dúvida, jamais saberemos porque, por exemplo, uma estela de Quiriguá traz uma inscrição que descreve um período passado de *5 alautun* (ou seja, mais de 300 milhões de anos), com indicação exata dos dias de início e fim desse período, conforme o calendário ritual e divinatório" (G. Stresser-Péan).

O mais surpreendente é que os sábios maias só dispunham de instrumentos rudimentares. Ignoravam o vidro e, por conseguinte, qualquer forma de óptica. Relógios, ampulhetas, clepsidras, todos os instrumentos de registro de durações de tempos inferiores ao dia (horas, minutos, segundos etc.), na falta dos quais pode parecer impossível levantar dados astronômicos, eram-lhes igualmente desconhecidos. Além disso, ignoravam completamente a noção de fração.

Na verdade, a menor unidade de tempo desses astrônomos era o dia. Mediam o dia solar, ou seja, o lapso de tempo que se escoa entre duas passagens consecutivas do sol no meridiano do lugar que serve de observatório. Para tanto, utilizavam "a sombra lançada no solo pelo *gnômon*. O gnômon, ancestral dos calendários solares, é o instrumento de referência do tempo mais simples que se pode imaginar e um dos melhores: uma haste rígida é plantada verticalmente sobre um solo plano e horizontal. Estuda-se a sombra lançada no solo pelo gnômon quando o sol o ilumina. No momento do dia em que essa sombra é a mais curta, o sol passa pelo meridiano do local; isto quer dizer que quando sua altura acima do horizonte for a maior possível, será então meio-dia verdadeiro" (G. Guitel). Quanto às observações astronômicas, eles as "faziam sem dúvida, como no-lo ensinam os *códices* (fig. 22.3 e 22.4), com duas madeiras cruzadas, sobre as quais repousava um longo tubo de jadeíta que permitia afinar a mira" (P. Ivanoff).

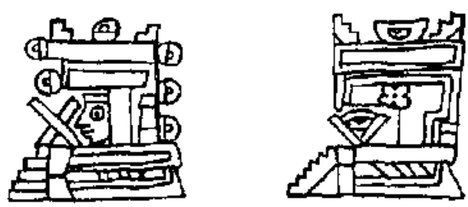


Fig. 22.4 - *Observações astronômicas, segundo os manuscritos mexicanos:* Codex Nuttall *e* Codex Selden. Segundo S.-G. Morley.

No desenho da esquerda, um astrônomo, visto de perfil, observa o céu através de duas madeiras cruzadas; o da direita figura um olho num ângulo determinado pelos dois bastões cruzados. Ref. G. Guitel [5].

Uma outra realização não menos surpreendente dos maias (e dos povos pré-colombianos da América Central) é a elaboração dessa forma de escrita, de que são testemunhas, ainda hoje, paredes inteiramente recobertas de inscrições, as quais reencontramos igualmente nas numerosas estelas e outras esculturas, bem como nos *códices* em questão mais acima.

Consistindo em duas séries de glifos[1] dispostas em colunas verticais, esse sistema de notação foi, sem dúvida, ideográfico e simbólico ao mesmo tempo, e teve provavelmente uma relação — ao menos indireta — com uma linguagem articulada[2].

Infelizmente, apesar de numerosas pesquisas, esta escrita hieroglífica está, ainda hoje, longe de ser decifrada.

Os especialistas só chegaram a identificar os sinais da numeração e os hieróglifos que se referem ao calendário, bem como os "glifos-emblemas" de algumas das principais cidades da área central (como os de Palenque, Quiriguá, Tikal ou Yaxchilán). Quanto aos outros sinais da escrita maia, acredita-se que resistirão ainda por muito tempo à sagacidade dos decifradores e intérpretes, a menos que se descubra uma espécie de equivalente maia da Pedra de Rosetta (inscrição trilingüe hieroglifo-demótico-grego que permitiu a Champollion e aos outros egiptólogos decriptar as escritas da antiga civilização dos Faraós do Egito).

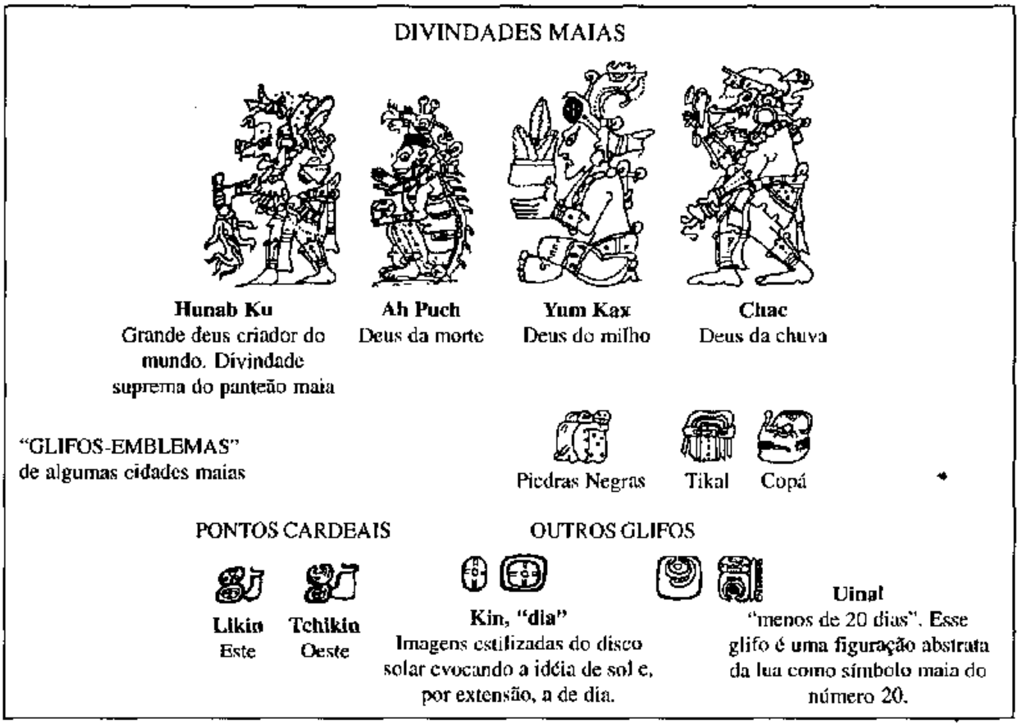


Fig. 22.5 - *Alguns hieróglifos maias atualmente decifrados.*

[1] O termo *glifo* (etimologicamente: "traço gravado em cruz ou esculpido em relevo") foi consagrado pelos americanistas para designar os diferentes caracteres da escrita maia. Emprega-se igualmente o termo *hieróglifo* (que designa tradicionalmente, no seu sentido mais estrito, os elementos específicos da antiga escrita egípcia); essa palavra é então compreendida na sua acepção mais ampla: a de "caracter pictural gravado, esculpido ou pintado". Empregaremos indiferentemente, no que se segue, uma ou outra dessas duas terminologias.

[2] Na opinião de alguns especialistas, essa escrita estaria começando a incorporar elementos de base fonética quando a Civilização Maia atingiu seu apogeu.

A CIVILIZAÇÃO MAIA

No coração das florestas tropicais: os maias

Perdidas há séculos nas florestas tropicais e matas da América Central, algumas dezenas de cidades mortas ilustram um dos mais misteriosos episódios da História.

"Nos seus templos imponentes, erguidos no cume de pirâmides que atingiam por vezes uma altura de cinqüenta metros, eram realizadas cerimônias rituais, inclusive as iniciáticas, cujos indícios nos transmitiram alguns enigmáticos baixos-relevos. As estruturas arquitetônicas dessas cidades esquecidas, as estelas e os altares de pedra magnificamente esculpidos, as cerâmicas policromadas, os misteriosos sinais hieroglíficos gravados nos monumentos são as testemunhas do mais alto grau de civilização de seus autores" (P. Ivanoff).

Essas cidades que, no momento de sua glória, constituíram certamente as capitais de Estados independentes governados por algumas autoridades religiosas, foram outrora ocupadas pelos representantes de um fundo cultural comum que tinha nascido provavelmente na floresta do Peten e regiões vizinhas, e que os historiadores e arqueólogos designam pelo nome de *Civilização Maia*.

A zona outrora ocupada pelos maias cobria (fig. 22.6):

— os Estados atuais de Tabasco, Campeche, Yucatán; o território de Quintana Roo, e uma parte de Chiapas ao sul do México;
— o departamento do Peten e as altas terras da Guatemala na sua quase totalidade;
— o conjunto da Honduras Britânica;
— uma parte de Honduras;
— e a seção ocidental de el Salvador;

ou seja, aproximadamente 325.000 km^2 no total[1].

Esplendor e declínio da Civilização Maia

A Civilização Maia floresceu no século III da era cristã, e, num período muito anterior à descoberta do Novo Mundo por Cristóvão Colombo, apresentou em todos os domínios intelectuais e artísticos desempenhos brilhantes.

Ao examinarmos o nível cultural que os maias atingiram à época de seus primeiros documentos lapidares conhecidos, é forçoso supor que conheceram um *período de formação*, durante o qual começaram a distinguir-se dos outros ameríndios, passando a desenvolver uma cultura própria. Este período teria se iniciado por volta do século V antes de nossa era.

Na verdade, essa época é pouco conhecida, pois, "exceto alguns cacos de cerâmica, nada foi encontrado que permita situar o maia dessa época em relação aos

[1] Acredita-se que sejam um pouco mais de dois milhões os atuais descendentes do povo maia, dos quais um milhão e quatrocentos mil estão na Guatemala (o restante está dividido entre Honduras e as províncias mexicanas de Yucatán, Tabasco e Chiapas).

Fig. 22.6 - *Mapa estabelecido pelo autor segundo P. Ivanoff.*

seus descendentes: nenhum monumento, nenhuma inscrição hieroglífica, nenhuma ruína de que se teria podido estimar a antigüidade. Claro, monumentos e inscrições existiram provavelmente nesse tempo, mas como deviam ser em madeira ou estuque não puderam resistir nem ao tempo nem ao clima" (L. Cottrell).

A esse período formativo, sucedeu-se a época dita "clássica" (séculos III-X), quando a Civilização Maia atingiu seu apogeu. Arte, escultura, arquitetura, educação, comércio, religião, matemática e astronomia ... — em todos esses domínios, descobrimos, nessa época, uma civilização elaborada, original e particularmente brilhante.

Este notável prestígio torna ainda mais perturbador esse enigma a ser decifrado pela arqueologia e pelos estudos etnológicos. Entre os séculos IX e X ocorreu um fato inesperado, um mistério que os especialistas não conseguiram ainda explicar de maneira convincente:

"Os maias abandonaram progressivamente seus centros rituais bem como as cidades da região central do 'Antigo Império'. Em alguns casos, o abandono foi tão brusco que edifícios em construção permaneceram inacabados. Por muito tempo acreditou-se que ocorrera então um êxodo de toda a população, mas escavações recentes demonstraram a inexatidão dessa teoria. Durante estes cinqüenta últimos anos, inúmeras hipóteses tentaram explicar esse possível êxodo em massa da população, tanto em direção ao Norte, quanto ao Sul. Todas as hipóteses foram levantadas: epidemias, terremotos, condições atmosféricas, invasões; chegou-se mesmo a pensar que a causa seria a vontade dos deuses maias, interpretada pelos seus sacerdotes.

"Algumas dessas explicações são pura fantasia, mas outras, ao contrário, resultam de estudos sérios. É o caso das que têm como causa principal desse êxodo o esgotamento do solo, devido à cultura sobre queimadas então praticadas, que geraram zonas estéreis cada vez mais extensas. Apesar de tudo, nenhuma dessas teorias prevalece: nossos dados para a apreciação permanecem insuficientes.

"Como quer que seja, os maias abandonaram efetivamente seus centros rituais e religiosos, e uma parte da população migrou, ao passo que a outra permaneceu. A explicação mais verossímil é, sem dúvida, a da revolta dos camponeses contra a hierarquia, revolta freqüente no curso da História Mundial, e cuja causa é a desigualdade de direitos entre duas classes crescentes na sociedade, até o dia em que a massa sob tutela exige uma inversão dos poderes.

"Uma vez cessada a prática desse culto nas cidades, os monumentos transformaram-se em ruínas. Uma rápida decadência levou ao fim desse período brilhante. Entre suas causas, uma ao menos é certa: a infiltração de elementos mexicanos vindos do Oeste, que, no fim do período clássico, tornou-se cada vez mais intensa.

"Essa intrusão mexicana continuou durante quase um século. Segundo a arquitetura e as ruínas encontradas na cidade de Chichen Itza, em Yucatán, parece provável que esses invasores fossem os *toltecas*, vindos de uma região situada no norte da atual cidade do México. Exceto os cinqüenta primeiros anos (925-975) que constituíram uma espécie de interregno, o período que se segue à época clássica é chamado 'período mexicano', e durou até 1.200.

"Os maias sofreram influências dos toltecas, ao ponto de aceitarem no seu panteão Quetzalcoatl (a Serpente de plumas), bem como a outros deuses mexicanos. É igualmente sob a influência dos toltecas que os maias, pacíficos por natureza, empreenderam uma política guerreira. A guerra entre os mexicanos era um meio de encontrarem vítimas para os deuses que exigiam inúmeros sacrifícios humanos. Mas se os maias, no fim de sua história, imolaram homens arrancando-lhes o coração, essas práticas jamais foram tão correntes entre eles como o eram entre os astecas, seus vizinhos, para os quais esses rituais se tornaram um frenesi religioso de destruição.

"O culto a Quetzalcoatl e a outros deuses mexicanos foi, pouco a pouco, perdendo sua força, à medida em que acontecia uma absorção dos elementos toltecas na vida maia. Apesar disso, o espírito belicoso permaneceu. Como consequência desta absorção, a língua, a religião e mesmo os traços físicos dos maias mudaram tão profundamente que não se pode comparar a vida antes da invasão àquela que lhe sucedeu.

"Entre 1.200 e 1.540, contudo, os maias inverteram completamente o curso dos acontecimentos. Rejeitaram a parte mexicana de sua cultura e tudo o que decorria dela, enquanto os invasores, ao contrário, adotaram o modo de vida maia. Esse último período da história dos maias constitui o período chamado de 'absorção mexicana'. O declínio da cultura continuou e se manifestou principalmente na arte e na arquitetura. Guerras exterminadoras estouraram, determinando o fim da Civilização Maia. Só alguns maias, os *Itzas*, expulsos de Chichen Itza, fugiram em direção à pequena ilha de Tayasal, no lago de Peten, onde puderam conservar sua independência até 1697" (L. Cottrell).

As fontes de nossos conhecimentos

O conhecimento ainda insuficiente que temos hoje dessa cultura data apenas de algumas dezenas de anos[1].

É preciso, inicialmente, lembrar que no século XVI, à época da conquista espanhola, a decadência dos maias era um fato. Essa Civilização já estava extinta há algumas gerações, e a maioria de suas gloriosas cidades — então em ruínas e engolidas pelas florestas tropicais — esquecidas pelas populações indígenas em declínio populacional, tinham perdido todo o caráter próprio em relação à cultura da qual tinham direta, ou indiretamente saído. Isso explica o fato de que os primeiros cronistas espanhóis, ofuscados pelo brilho da civilização asteca, tenham mencionado tão pouco os centros maias que ainda subsistiam.

Por outro lado, essa cultura pré-colombiana sofreu particularmente com a chegada dos conquistadores que, na sua vontade de conduzir os índios ao Cristianismo – e a esse desejo somavam-se a cobiça e a cupidez —, lançaram-se sobre todos os vestígios da Civilização Maia. Nesse mundo novo que se abria aos exploradores europeus e às suas investigações de todas as espécies, "o choque havia, desde o início, sido violento demais para que não suscitasse uma curiosidade apaixonada. Mas se a surpresa tinha sido grande e a emoção profunda, por outro lado, a atrocidade de um culto sangüinário provocava horror, exigia justiça, a reparação de tanto pavor. Como solução, os conquistadores e seus guias espirituais encontraram a saída simplista de uma dura repressão: o aniquilamento de uma obra demoníaca cuja imagem já fora discriminada na própria Bíblia. Por isso, foram compostos os autos-de-fé destinados a suprimir tudo o que pudesse autorizar, num porvir mais ou menos longínquo, o ressurgimento de abomináveis religiões" (J. Babelon).

[1] As culturas pré-colombianas da Centro-América só começaram a atrair a atenção de estudiosos e cientistas a partir do século XIX. Os primeiros esclarecimentos relativos à Civilização Maia anunciaram-se em 1839, quando o célebre diplomata e viajante americano John Lloyd Stephens, explorando a selva e as florestas tropicais da Guatemala e do Sul mexicano em companhia do desenhista inglês Frederick Catherwood, descobriu algumas das grandes cidades maias abandonadas. Foi necessário, porém, esperar os trabalhos de Alfred Maudslay, antigo adido militar britânico, que empreendeu, a partir de 1881, uma série de explorações por meio de um quadro detalhado dos sítios e dos edifícios, e propocionou, assim, o nascimento de uma arqueologia investigadora da Civilização Maia e o início de uma verdadeira abordagem científica deste mundo.

É contudo a um espanhol que devemos uma parte não negligenciável de nossos conhecimentos no que diz respeito à história dos maias, seus costumes e instituições.

"O infatigável e pitoresco padre francês Brasseur de Bourbourg descobriu em 1869, na Biblioteca Real de Madri, a *Relación de las cosas de Yucatán*. Tratava-se de uma obra redigida no dia seguinte da conquista espanhola pelo frade Diego de Landa, primeiro bispo de Merida (Yucatán). Essas crônicas contêm inestimáveis informações etnográficas, descrições e desenhos da escrita hieroglífica utilizada pelos índios de Yucatán no século XVI. Ironia da história, Landa gabava-se, nessas páginas, de ter queimado todos os livros indígenas plenos dessa escrita, a fim de conduzir mais facilmente a população indígena de Yucatán ao seio da Igreja Católica; seu fanatismo tinha reduzido a cinzas todos os preciosos *códices*[1] pintados, guardiães e suportes dessa civilização.

"Mas o desejo de explicar seu gesto criminoso levou-o a redigir sua crônica: involuntariamente, salvava assim do esquecimento elementos fundamentais de uma das mais importantes culturas indígenas da América. O interesse provocado pela descoberta desse manuscrito do século XVI foi muito maior devido ao fato de que os caracteres hieroglíficos reproduzidos por Landa eram semelhantes aos caracteres esculpidos nos monumentos da floresta virgem nos territórios do Sul, aqueles encontrados e repertoriados por Stephens e pelos exploradores que o seguiram. Tinha-se aí provas indiscutíveis do parentesco cultural profundo entre os misteriosos construtores das cidades perdidas na floresta e os indígenas que povoavam no século XVI a península mexicana. E tal parentesco foi evidenciado pela similitude de características fundamentais entre as construções esquecidas das florestas do Sul e os monumentos desertos de Yucatán" (P. Ivanoff).

Se a *Relación* de Landa é uma fonte essencial no que diz respeito à Civilização Maia, não constitui, contudo, seu único testemunho, já que numerosas informações foram fornecidas pelas crônicas indígenas.

Com efeito, no dia seguinte à Conquista, os missionários europeus ensinaram aos indígenas a ler e a escrever e a servir-se do alfabeto latino para transcrever sua própria língua.

Mas, como explica C. Gallenkamp, "se esse ensino visava inicialmente à propagação do cristianismo, ia inevitavelmente ser utilizado pelos maias para fixar a tradição oral de um passado que rapidamente se apagava.

"Um grande número desses testemunhos sobreviveram e transmitiram, numa língua eloqüente, as memórias de autores anônimos, espelhos da história, tradições e costumes. Das altas terras da Guatemala, vem o manuscrito conhecido pelo nome de *Popol Vuh*, testemunho fragmentário dos mitos, da cosmologia e das crenças religiosas dos maias-quiche.

---

[1] Lembremos que o *códex* é um manuscrito que consiste numa faixa de pergaminho de papel de casca ou de fibra vegetal esmagada, reforçada por uma aplicação de goma. Na superfície da faixa, coberta dos dois lados por uma camada de cal branca, reproduziam-se os desenhos com a ajuda de caniços talhados que se mergulhavam na seiva de uma conífera. Coloriam-se, em seguida, esses desenhos com diversas matérias de origem animal ou vegetal. Num último estágio, o manuscrito era dobrado em sanfona, depois apertado em coberturas de madeira ou couro, o que fazia dele um volume semelhante a nossos livros.

"Na mesma região foram encontrados os *Anais dos Cakchiquels*, que dão informações da mesma ordem sobre a tribo que leva esse nome[1], e contêm sua história durante a conquista. Enfim, uma importante coleção de crônicas indígenas de Yucatán são reunidas sob o nome de *Livros de Chilám Balám*, e devem seu nome a uma classe de 'sacerdotes do Jaguar' renomados por seus poderes proféticos (e sua penetração do sobrenatural). Quatorze desses manuscritos — cada um levando o nome da cidade em que foi escrito[2] — remontam a um passado longínquo e tratam sobretudo de tradições, calendários, astrologia e medicina, três dentre eles se referem a acontecimentos históricos ocorridos no ano 1.000 a. C. Há a hipótese de que certas partes do *Chilám Balám* foram diretamente traduzidas dos códices antigos: hipótese apaixonante para a pesquisa arqueológica que pôde verificar certos detalhes sobre as cidades, famílias reinantes e as alianças políticas mencionadas nessas obras" (C. Gallenkamp).

Uma última fonte, enfim, foi constituída por esses famosos *códices* que milagrosamente escaparam das devastações consecutivas à vinda dos conquistadores. Trata-se desses três manuscritos maias antigos, de uma indiscutível autenticidade, que tinham sido trazidos para a Europa — provavelmente no dia seguinte à Conquista pelos soldados ou missionários — e que são designados, por vezes, pelo nome das cidades em que estão atualmente conservados:

— o Códex de Dresden[3] (ou *Codex dresdensis*), conservado na Sächsische Landesbibliothek de Dresden, na Alemanha;
— o *Codex Tro-Cortesianus* (ou *Codex madridensis*) que figura hoje entre as aquisições do Museu Americano de Madri;
— e, por fim, o *Codex peresianus* (ou *Codex parisiensis*) que pertence à Biblioteca Nacional de Paris.

Partindo dessas diferentes bases, os arqueólogos lograram pouco a pouco delinear os contornos históricos da Civilização Maia e a por em dia as principais características de sua incontestável grandeza[4].

---

[1] O grupo étnico de língua maia conhecido pelo nome de *Cakchiquel* habita a região montanhosa da Guatemala, não longe dos maias-quiche (que, por sua vez, dominaram as terras altas do sul).

[2] Entre os *Livros de Chilám Balám* os mais importantes são os de Chumayel, de Mani e de Tizimin.

[3] Precisemos com J. E. Thompson que "o *Codex dresdensis*, magnífico exemplo da arte do desenho maia, é a reedição, feita no século IX, de um original redigido durante o período clássico. Trata de astronomia [tábuas de eclipses e de Vênus] e de adivinhação. O *Codex madridensis*, de um desenho mais frusto, quase certamente não é anterior ao século XV. Fala de adivinhação e das cerimônias relativas às diversas questões artesanais e dos ritos de importância geral, tais como os do ano novo. O *Codex parisiensis*, igualmente tardio e de uma feitura bastante grosseira, ilustra, numa face, as cerimônias e provavelmente as profecias relacionadas com o fim de uma série de *katun* e de *tun*; na outra face, encontra-se questões divinatórias".

[4] Mas isso não quer dizer que todos os pontos obscuros dessa civilização foram esclarecidos: muitos problemas permanecem ainda sem solução, e os múltiplos enigmas que essa cultura comporta excitam sempre a sagacidade das autoridades mais competentes e dão lugar ainda a importantes pesquisas.

A CIVILIZAÇÃO ASTECA

"Os astecas, ou mexicanos (*mexica*), dominavam com brilho a maior parte do México quando os conquistadores espanhóis lá chegaram, em 1519. Sua língua e sua religião se impuseram do Atlântico ao Pacífico e das estepes do Norte à Guatemala, sobre imensas extensões. O nome de seu soberano, Motecuhzoma, era venerado e temido de um lado a outro desse vasto território. Seus comerciantes percorriam o país em todos os sentidos com suas caravanas de mensageiros. Seus funcionários recebiam por toda a parte o imposto. Nas fronteiras, as guarnições astecas detinham as populações insubmissas. Em Tenochtitlán (México), sua capital, a arquitetura e a escultura tinham tomado um impulso extraordinário, ao mesmo tempo em que se desenvolvia o luxo da indumentária, da mesa, dos jardins, da ourivesaria. Contudo, os astecas conheceram começos obscuros e difíceis. Chegados tardiamente ao México central, no século XIII, aí permaneceram por muito tempo como intrusos, semi-bárbaros, pobres e sem terras. O início de sua ascensão data somente do reino de Itzcoatl (1.428-1.440). Os povos que os circundavam podiam gabar-se, na sua maioria, de possuírem tradições e uma civilização antiga de que os recentes imigrantes eram desprovidos" (J. Soustelle [4]).

A história e a cultura dos astecas são conhecidas por diversas fontes escritas (alguns manuscritos pictográficos que nos deixaram, as histórias escritas por eles depois da conquista e vários testemunhos dos espanhóis). "Vários manuscritos do século XVI relatam sua origem mais ou menos legendária: seu habitat ancestral, Aztlan, estaria situado em alguma parte no noroeste do México, talvez em Michoacan. Numa caverna, teriam encontrado o ídolo do 'feiticeiro colibri', Huitzilopochtli, que lhes deu conselhos tão preciosos que fizeram dele seu deus tribal. Sua longa migração se iniciou em companhia de outras tribos, das quais teriam se separado em seguida. Ao longo de suas peregrinações, pararam em vários lugares do planalto, dentre os quais Tula e Zumpango. Descobre-se seu traço em Chapultepec, onde viveram pacificamente mais de uma geração. Em seguida e, parece, por culpa deles, empreeenderam contra seus vizinhos guerras das quais não saíram vitoriosos: foram, em sua maioria, exilados na terra estéril de Tizapan, infestada de insetos e serpentes venenosas. Revoltados, refugiaram-se nas ilhas do lago de Texcoco, onde fundaram, em 1325 — ou, segundo recentes estudos, em 1370 — a cidade de Tenochtitlán, a atual Cidade do México, que se tornou sua capital" (H. Lehmann).

No decorrer de um século, esta última tornou-se a metrópole de um vasto império, estendendo-se ao conjunto dos planaltos mexicanos: "Sob a conduta de Itzcoatl começaram por submeter a maioria das tribos ainda independentes do vale. Posteriormente, Motecuhzoma I, seu primeiro chefe (no período de 1.440 a 1.472) conduziu a guerra para além do vale, na direção de Puebla, no sul. O filho de Motecuhzoma I, Axayacatl, conduziu seu exército ainda mais longe até Oaxaca; atacou-se igualmente aos Matlazinca e aos Tarasques a oeste, mas estes últimos, retirados no lago de Patzcuaro, infligiram-lhe uma aguda derrota e permaneceram independentes" (H. Lehmann).

Todas essas expedições militares soldavam-se por pilhagens, massacres, raptos e numerosos sacrifícios humanos em honra de suas sanguinárias divindades. A guerra era essencialmente voltada, é verdade, para o ritual religioso pois, como sublinha H. Lehmann, "a civilização dos astecas, sua história, sociedade, artes, só podem ser explicadas em de seca, por exemplo) e entreter as forças superiores das divindades. "A missão do homem em geral, e mais particularmente a dos astecas, povo do sol, consistia em repelir infatigavelmente o assalto do nada. Para tanto, era necessário fornecer ao Sol, à Terra, a todas as divindades, a 'água preciosa' sem a qual a maquinaria do mundo cessaria de funcionar: o sangue humano" (J. Soustelle). Não é necessário excluir a função alimentar desses assassinatos rituais, as vítimas fornecendo, com efeito, à população local um alimento muito apreciado, tal como o provam numerosos testemunhos: "Ofereciam os corações aos ídolos, cortavam braços, pernas, coxas e os comiam, como entre nós a carne de açougue, e chegavam mesmo a vender a carne (humana) no varejo, nos seus *tianguis* ou mercados." (Extraído do relato da conquista por Diaz del Castillo, citado por M. Simoni-Abbat.)

A guerra constituía, contudo, apenas um aspecto da vida dos astecas. Além da aristocracia militar, existia uma casta de artesãos e negociantes, organizada num sistema de corporações. O mercado mais importante do Antigo México era o de Tlatelolco, cidade gêmea de Tenochtitlán, fundada em 1358, em que múltiplos comerciantes levavam mercadorias de todas as espécies provenientes, por vezes, de regiões muito distantes e onde confluíam as hordas de tribos provindas de numerosas cidades conquistadas pelos astecas. Os registros das tribos que os funcionários imperiais tinham em dia e que nos chegaram dão-nos uma idéia da extraordinária variedade dos produtos assim coletados e vendidos em Tlatelolco: ouro, prata, jade, conchas para a joalheria, plumas para as roupas de cerimônia, roupas luxuosas, escudos, bolas de algodão bruto para as fiandeiras, grãos de cacau, casacos, coberturas, tecidos bordados, etc.

É no início do século XVI, sob o reino de Motecuhzoma II, que essa civilização sucumbiu. Em 1519, Cortez e um grupo de homens com armas de fogo desembarcaram em Tabasco (no atual porto de Veracruz) e, prontamente, rumaram em direção ao planalto. Após terem-se assegurado do apoio de tribos inimigas ou vassalas dos astecas que lhes forneceram numerosos contingentes armados, além de víveres e, encerrada uma luta obstinada, tomaram Tenochtitlán em 13 de agosto de 1521, destruindo irreversivelmente o Império Asteca...

A escrita figurativa dos antigos mexicanos era constituída, ao menos na época da chegada dos conquistadores espanhóis, por uma espécie de cruzamento entre um sistema ideográfico e uma notação fonética, alguns de seus caracteres mais ou menos realistas designando seres, objetos ou idéias, e outros (ou os mesmos) notando sons. Em particular, os nomes próprios e nomes de sítios geográficos, dados segundo o princípio do rébus (os rébus correspondentes são, geralmente, apenas aproximativos, já que nem sempre eram encontradas as desinências). Assim, o nome da cidade mexicana de Coatlan (literalmente, "lugar de serpentes") era dado ao meio do desenho da serpente (que exprimia a sílaba *coatl*) e do sinal do "dente" (que era dito *tlan*). Igualmente o nome da cidade de Itzlan (literalmente, "lugar de obsidiana") era representado através do sinal da lama de obsidiana com a ponta recoberta (*itztli*) e do sinal do "dente" (*tlan*). O da cidade de Coatepec ("lugar da montanha de serpentes") era dado pela serpente (*coatl*) e pela "montanha" (*tepetl*), etc. (fig. 22.8).

Essa escrita — que os astecas criaram de forma independente dos povos do Antigo Mundo — é-nos conhecida por alguns manuscritos mexicanos redigidos antes ou após a conquista espanhola. Desses documentos, alguns tratam de assuntos religiosos e

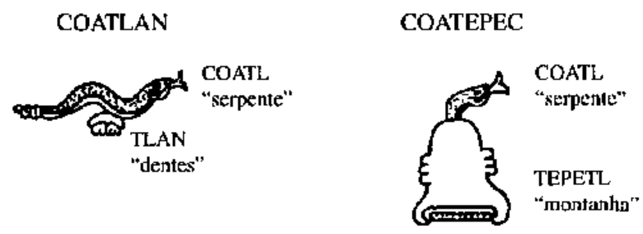


Fig. 22.8 - *Exemplos de nomes astecas escritos segundo o princípio do rébus.*

rituais, adivinhação e magia; outros relatam acontecimentos míticos ou históricos (migrações das tribos, fundação das cidades, origem e história das dinastias, etc.). Outros, enfim, constituem os registros de enormes tributos em matérias preciosas, gêneros e homens que os funcionários imperiais coletavam junto às cidades sujeitadas, destinados aos notáveis da cidade de Tenochtitlán (fig. 22.9).

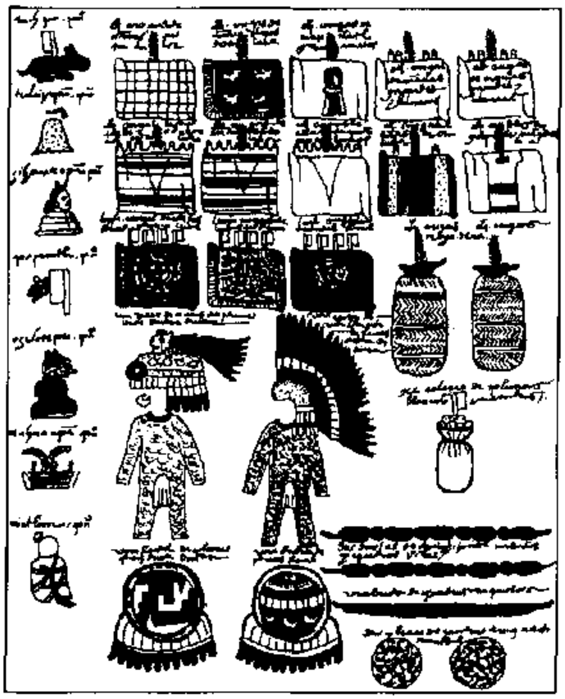


Fig. 22.9 - *Página do* Codex Mendoza *enumerando o tributo que sete cidades mexicanas deviam fornecer aos notáveis da cidade de Tenochtitlán (fº 52, rosto).*

Desses preciosos documentos, o *Codex Mendoza* é incontestavelmente um dos *mais notáveis*[1].

"Sua importância particular, convém sublinhar, diz respeito ao fato de que é acompanhado de um comentário sobre o significado de cada um de seus detalhes, ou quase, e tal comentário foi redigido em espanhol por um *contemporâneo*, segundo as explicações *diretas* e o conselho dos próprios astecas" (K. Ross).

E foi em particular graças a essas anotações em espanhol que a leitura das menções numéricas astecas foi assegurada...

[1] Este documento foi compilado, sob a ordem de Don Antonio de Mendoza, primeiro vice-rei da Nova Espanha, "segundo antigos documentos mexicanos num período de aproximadamente dez dias (porque, diz-se, 'a frota estava a ponto de partir') para ser enviado para a corte da Espanha; é escrito (...) num estilo puramente indígena e consiste em três partes, que tratam das conquistas dos astecas, do tributo que recebiam de cada cidade submissa e do ciclo de vida dos astecas; essa parte toma o mexicano em seu nascimento e passa em revista a educação, as punições, as recreações, as insígnias militares, as batalhas, as informações genealógicas sobre as famílias reais, o plano do palácio de Motecuhzoma etc." (F.-A. Peterson).

Como contavam os maias

O que podemos "ler" nos textos e inscrições que os maias nos deixaram, é essencialmente constituído pelos dados numéricos, astronômicos e calendários. Vamos portanto preocupar-nos inicialmente com os dados numéricos. Mas é-nos necessário conhecer preliminarmente sua numeração oral.

Como os outros povos da Meso-América pré-colombiana, os maias tinham como base não a dezena, mas a vintena e as potências de vinte. A razão, como se sabe, é devida a esse hábito que seus ancestrais tinham de contar não apenas com os dez dedos, mas também com seus os artelhos.

Para termos uma idéia precisa de sua maneira de contar, eis os nomes de número no dialeto usado atualmente na península de Yucatán (pois a língua maia e seus diversos dialetos são ainda falados nos atuais estados mexicanos de Yucatán, Campeche, Tabasco, uma parte de Chiapas e o território de Quintana Roo, na quase totalidade da Guatemala, bem como em El Salvador e na seção oeste de Honduras):

1:	*hun*	11:	*buluc*	
2:	*ca*	12:	*lahca*	(*lahun* + *ca* = 10 + 2)
3:	*ox*	13:	*ox-lahun*	(3 + 10)
4:	*can*	14:	*can-lahun*	(4 + 10)
5:	*ho*	15:	*ho-lahun*	(5 + 10)
6:	*uac*	16:	*uac-lahun*	(6 + 10)
7:	*uuc*	17:	*uuc-lahun*	(7 + 10)
8:	*uaxac*	18:	*uaxac-lahun*	(8 + 10)
9:	*bolon*	19:	*bolon-lahun*	(9 + 10)
10:	*lahun*			

Fig. 22.10 A

Até dez (inclusive), os números são nomeados de maneira independente; para além, tratam-se de nomes compostos, fazendo com que a dezena desempenhe o papel de base auxiliar na nomenclatura dos números inferiores a vinte. Uma exceção contudo: onze é dito *buluc* e não *hun-lahun* (um-dez). Mas quando se sabe que, para o mesmo número, essa última expressão era empregada em alguns dialetos maias, pode-se supor que os habitantes da península de Yucatán, estimando provavelmente que a expressão considerada servia para a confusão com "uma dezena", forjaram uma palavra nova para evitar essa ambigüidade.

Os nomes dos números de 20 a 39 são em seguida formados da seguinte maneira:

20: *kun kal*, "uma vintena" (*)	
21: *hun tu-kal*	literalmente: um — (depois do) — vigésimo
22: *ca tu-kal*	literalmente: dois — (depois do) — vigésimo
23: *ox tu-kal*	literalmente: três — (depois do) — vigésimo
24: *can tu-kal*	literalmente: quatro — (depois do) — vigésimo
25: *ho tu-kal*	literalmente: cinco — (depois do) — vigésimo
26: *uac tu-kal*	literalmente: seis — (depois do) — vigésimo
27: *uuc tu-kal*	literalmente: sete — (depois do) — vigésimo
28: *uaxac tu-kal*	literalmente: oito — (depois do) — vigésimo
29: *bolon tu-kal*	literalmente: nove — (depois do) — vigésimo
30: *lahun ca kal*	literalmente: dez —dois—vinte
31: *buluk tu-kal*	literalmente: onze — (depois do) — vigésimo
32: *lahca tu-kal*	literalmente: doze — (depois do) — vigésimo
33: *ox-lahun tu-kal*	literalmente: treze — (depois do) — vigésimo
34: *can-lahun tu-kal*	literalmente: quatorze — (depois do) — vigésimo
35: *uac-lahun tu-kal*	literalmente: quinze — (depois do) — vigésimo
36: *holhu ca kal*	literalmente: dezesseis — (depois do) — vigésimo
37: *uuc-lahun tu-kal*	literalmente: dezessete — (depois do) — vigésimo
38: *uaxac-lahun tu-kal*	literalmente: dezoito — (depois do) — vigésimo
39: *bolon-lahun tu-kal*	literalmente: dezenove — (depois do) — vigésimo
(*) Alguns dialetos maias empregam também a expressão *hun uinic*, que, literalmente, significa "um homem".	

Fig. 22.10 B

De 21 a 39 (inclusive), os nomes dos números são compostos, de uma maneira geral, intercalando o prefixo ordinal maia *tu* entre o nome da vintena e o da unidade correspondente.

Os dois números 30 e 45 não seguem essa regra, já que são respectivamente chamados:

30: *dez-dois-vinte* [em lugar de: *dez-(depois do)-vigésimo*];

35: *quinze-dois-vinte* [em lugar de: *quinze-(depois do)-vigésimo*].

Mas essas irregularidades não poderiam ser explicadas nem pela adição nem pela subtração, já que o nome para 35 não corresponde a 15 + (2 × 20), nem a (2 × 20) - 15.

O mais espantoso é que a irregularidade é encontrada a partir de 41, em que se diz textualmente: "um-três-vinte", "dois-três-vinte" etc. O enigma é contudo parcialmente resolvido quando a idéia de interpretar essas expressões não como seqüências de números cardinais, mas como seqüências de números cardinais e números ordinais, postas sob a forma: "um-terceiro vintena", "dois-terceiro vintena", "três-terceiro vintena" etc. (fig. 22.10 C).

40: *ca kal*, "duas vintenas"	
41: *hun tu-y-ox-kal*	literalmente: um-terceiro vintena
42: *ca tu-y-ox-cal*	literalmente: dois-terceiro vintena
43: *ox tu-y-ox-cal*	literalmente: três-terceiro vintena
44: *can tu-y-ox-cal*	literalmente: quatro-terceiro vintena
....	....
58: *uaxac-lahun tu-y-ox-kal*	literalmente: dezoito-terceiro vintena
59: *bolon-lahun tu-y-ox-kal*	literalmente: dezenove-terceiro vintena
60: *ox kal*, "três vintenas"	
61: *hun tu-y-can kal*	literalmente: um-quarto vintena
62: *ca tu-y-can kal*	literalmente: dois-quarto vintena
....	....
78: *uaxac-lahun tu-y-can-kal*	literalmente: dezoito-quarto vintena
79: *bolon-lahun tu-y-can-kal*	literalmente: dezenove-quarto vintena
80: *can kal*, "quatro vintenas"	
81: *hun tu-y-ho-kal*	literalmente: um-quinto vintena
82: *ca tu-y-ho-kal*	literalmente: dois-quinto vintena
....	....
98: *uaxac-lahun tu-y-ho-kal*	literalmente: dezoito-quinto vintena
99: *bolon-lahun tu-y-ho-kal*	literalmente: dezenove-quinto vintena
100: *ho kal*, "cinco vintenas	
....	
400: *hun bak*, "uma quatrocentena" (20^2)	
8.000: *hun pic*, "um oito -milhar" (20^3)	
160.000: *hun calab*, "um cento-e-sessenta-milhar" (20^4)	

Fig. 22.10 C

Para melhor apreender a idéia que gerou esse sistema de expressão oral, vamos recuar alguns milênios e fixar-nos em uma parte da América Central para imaginar a cena seguinte, que se desenrola num vilarejo de índios cujos descendentes constituirão mais tarde a Civilização Maia.

Para enumerar seus guerreiros, ao prepararem uma expedição militar, alguns homens alinharam-se para servir de "máquina de contar": um ajudante designado para esse fim procederá ao recenseamento correspondente, operando sucessivamente sobre cada um desses homens, segundo uma técnica peculiar.

Ele toca o primeiro dedo do primeiro homem quando passa o primeiro guerreiro; o segundo dedo do mesmo homem para o segundo soldado que desfila, e assim por diante, até o décimo soldado. Depois nosso "contador" passa aos artelhos do mesmo homem e procede assim até o décimo dedo do pé, que corresponde à passagem do vigésimo guerreiro. No combatente seguinte, o contador age sobre o segundo homem exatamente como sobre o primeiro. Tocando o último artelho do segundo homem, vinte outros soldados, ou seja, ao todo quarenta, terão passado. Em seguida, irá operar sobre o terceiro homem e até a passagem do sexagésimo soldado. Desta forma continuará até finalizar sua tarefa.

Se o efetivo conta com 53 cabeças, nosso contador tocará, na passagem do último soldado, o *terceiro artelho do primeiro pé do terceiro homem*. Enunciará então o resultado dizendo algo como: "Há tantos guerreiros quantos: *três dedos do primeiro pé do terceiro homem*. Mas o número correspondente pode ainda ser expresso da seguinte maneira: *duas mãos e três artelhos do terceiro homem*, ou ainda, sob a forma: *dez e três da terceira vintena*."

Seguindo o procedimento, é como se contássemos segundo um dos dois modelos da figura 22.12.

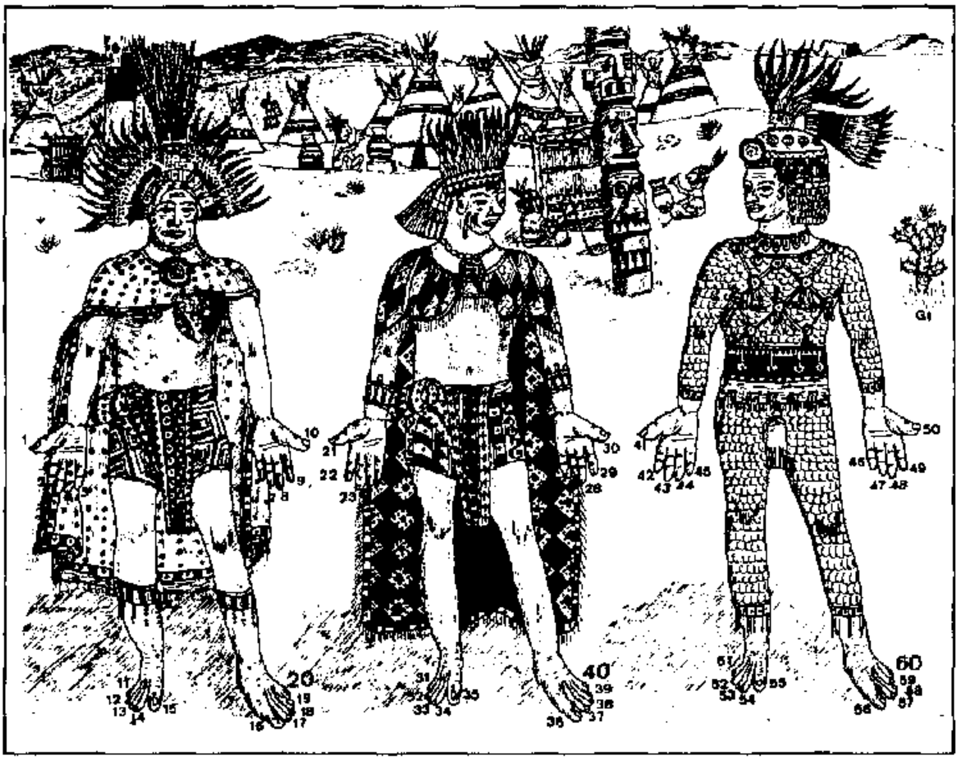


Fig. 22.11

A razão das irregularidades da numeração maia de Yucatán mostrou-se claramente:

A nomenclatura dos números de 21 a 39 (com a exceção de 30 e 35) é feita seguindo o modelo A da *figura 22.12*:

21: *hun tu-kal*, "um (após o) vigésimo" [ou "um (após a) primeira vintena"];

22: *ca tu-kal*, "dois (após o) vigésimo" [ou "dois (após a) primeira vintena"];

....

39: *bolon-lahun tu-kal*, "nove e dez (após o) vigésimo" [ou "nove e dez (após a) primeira vintena"].

1	*um*	11	*dez-um*
2	*dois*	12	*dez-dois*
3	*três*	13	*dez-três*
4	*quatro*	14	*dez-quatro*
5	*cinco*	15	*dez-cinco*
6	*seis*	16	*dez-seis*
7	*sete*	17	*dez-sete*
8	*oito*	18	*dez-oito*
9	*nove*	19	*dez-nove*
10	*dez*	20	*um homem*

Modelo A		Modelo B
um depois do primeiro homem	21	*um do segundo homem*
dois depois do primeiro homem	22	*dois do segundo homem*
três depois do primeiro homem	23	*três do segundo homem*
quatro depois do primeiro homem	24	*quatro do segundo homem*
cinco depois do primeiro homem	25	*cinco do segundo homem*
seis depois do primeiro homem	26	*seis do segundo homem*
sete depois do primeiro homem	27	*sete do segundo homem*
oito depois do primeiro homem	28	*oito do segundo homem*
nove depois do primeiro homem	29	*nove do segundo homem*
dez depois do primeiro homem	30	*dez do segundo homem*
dez-um depois do primeiro homem	31	*dez-um do segundo homem*
dez-dois depois do primeiro homem	32	*dez-dois do segundo homem*
dez-três depois do primeiro homem	33	*dez-três do segundo homem*
dez-quatro depois do primeiro homem	34	*dez-quatro do segundo homem*
dez-cinco depois do primeiro homem	35	*dez-cinco do segundo homem*
....	...	....
dez-nove depois do primeiro homem	39	*dez-nove do segundo homem*
dois homens	40	*dois homens*
um após o segundo homem	41	*um do terceiro homem*
dois após o segundo homem	42	*dois do terceiro homem*
três após o segundo homem	43	*três do terceiro homem*
....		....
dez-um após o segundo homem	51	*dez-um do terceiro homem*
dez-dois após o segundo homem	52	*dez-dois do terceiro homem*
dez-três após o segundo homem	53	*dez-três do terceiro homem*
....	...	....
dez-nove após o segundo homem	59	*dez-nove do terceiro homem*
três homens	60	*três homens*
um após o terceiro homem	61	*um do quarto homem*
dois após o terceiro homem	62	*dois do quarto homem*
....	...	....
dez-nove após o terceiro homem	79	*dez-nove do quarto homem*
quatro homens	80	*quatro homens*

Fig. 22.12

Em contrapartida, a nomenclatura dos números de 41 a 59, 61 a 79 etc., tal como a dos números 30 e 35 é feita segundo o modelo B do mesmo quadro:

30: *lahun ca kal*, "dez-dois-vinte" [ou "dez (da) segunda vintena"];
35: *holhu ca kal*, "quinze-dois-vinte" [ou "quinze (da) segunda vintena"];
41: *hun tu-y-ox-kal*, "um (da) terceira vintena";
42: *ca tu-y-ox-kal*, "dois (da) terceira vintena";
....
59: *bolon-lahun tu-y-ox-kal*, "nove e dez (da) terceira vintena";
60: *ox kal*, "três vintenas";
61: *hun tu-y-can-kal*, "um (da) quarta vintena";
62: *ca tu-y-can-kal*, "dois (da) quarta vintena";
....
79: *bolon-lahun tu-y-can kal*, "nove e dez (da) quarta vintena";
80: *can kal*, "quatro vintenas".

Mas os maias não foram os únicos a contar dessa maneira. Para o número 53, por exemplo:

— os esquimós da Groenlândia diziam:

inûp pingajugsane arkanek pingasut

(literalmente, "do homem terceiro, três sobre o primeiro pé") (E. B. Tylor);

— os ainus (que viviam outrora no Japão e na ilha Sakhalina, na costa da Ásia oriental e do mar de Okhotsk) empregavam a expressão:

wan-re wan-e-re-hotne

que queria dizer "três e dez da terceira vintena" (cf. K. Kyosuke e C. Mashio);

— e os yorubá do Alto Senegal e da Guiné dizem ainda hoje:

eeta laa din ogota

(literalmente, "dez e três antes de três vezes vinte") (cf. C. Zaslavsky).

Encontrar-se-á outras confirmações, notadamente entre os yedo de Benin e os tamanas do Orenoco (nas faldas do planalto venezuelano das Guianas).

A numeração maia do "uso comum"

Eis explicadas as irregularidades de sua expressão oral. Mas então como seu sistema de expressão escrita dos números era apresentado? Noutras palavras, como e através de que algarismos os maias consignavam os resultados de suas diversas enumerações ou inventários? Nada sabemos sobre isso, pois quase todos os manuscritos maias foram destruídos pelo fanatismo dos inquisidores espanhóis. É permitido, contudo, formular uma hipótese muito plausível a partir desses dados.

É interessante lembrar que, entre os povos pré-colombianos do Novo Mundo, aqueles da Meso América (região que se estende do México à Guatemala e à Honduras) parecem ter sido os únicos a possuírem uma verdadeira forma de escrita. Ora, malgrado os múltiplos particularismos regionais, os americanistas distinguem quatro sistemas principais: o dos maias, o dos zapotecas (povo localizado em torno do Monte Albán no vale de Oaxaca, entre o território maia e os altos planaltos mexicanos); o dos mixtecas (fixados no sudoeste mexicano, ao Sul das terras zapotecas); e enfim o dos astecas (no centro do México, em torno da atual capital).

O mais antigo é o dos zapotecas, nascido no século VI a. C., e o mais recente é o dos astecas (ver quadro). As línguas que traduzem esses sistemas pertencem a grupos lingüísticos diferentes: a família das línguas maias; a das línguas ditas "uto-astecas"; e a das línguas otomangas, grupo ao qual o zapoteca e o mixteca estavam ligados.

Se desprezarmos esse dado, veremos que esses sistemas de escrita tinham em comum um certo número de convenções gráficas, entre as quais figuram os principais elementos da notação numérica. (Se nos ativermos somente à documentação atual disponível isso é verdadeiro ao menos para os sistemas asteca, zapoteca e mixteca.)

Na numeração asteca, por exemplo — que era de base 20 — a unidade era representada por um ponto ou um círculo, a vintena por um machado, o número 400 (= 20 × 20) por um sinal semelhante a uma pluma e o número 8.000 (= 20 × 20 × 20) por um desenho representando uma bolsa (fig. 22.13).

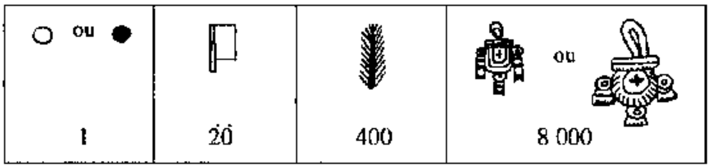
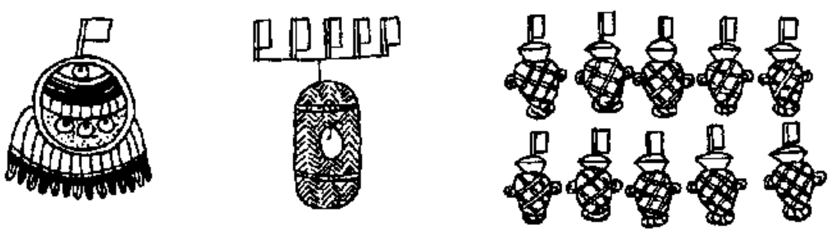


Fig. 22.13 - *Os algarismos astecas.*

Essa numeração repousava sobre o princípio da adição; os outros números eram então figurados, repetindo cada um desses símbolos, sempre que necessário.

Para 20 escudos, 100 sacos de grãos de cacau ou 200 potes de mel, por exemplo, reproduzia-se assim, conjuntamente com o pictograma correspondente, uma, cinco ou dez vezes o machado da vintena:



20
escudos

100
sacos de grãos
de cacau

200
potes de mel

Fig. 22.14

Para 400 casacos decorados, 800 peles de gamo ou 1.600 favas de cacau, procedia-se igualmente repetindo a pluma – uma, duas ou quatro vezes:

400
mantas decoradas

800
peles de gamo

1.600
favas de cacau

Fig. 22.15

O escriba do *Codex Mendoza* consignou dessa maneira o tributo que as cidades mexicanas conquistadas pelos astecas deveriam pagar uma, duas ou quatro vezes por ano aos senhores da cidade de Tenochtitlán, capital do Império.

A página reproduzida na figura 22.9 enumera da seguinte maneira o tributo coletado cada ano junto às sete cidades de uma mesma província:

1. *Na coluna da esquerda*, os nomes das sete cidades em questão, figuradas cada uma pela combinação de desenhos, lendo-se segundo o princípio do rébus:

Tochpan Tlaltiçapan Civateopan Papantla Ocelotepec Miaua apan Mictlan

Fig. 22.16 A

2. *Na primeira linha do alto*:

400 400 400 400 400

Fig. 22.16 B

— um lote de 400 capas de tecido quadriculado preto e branco;
— um lote de 400 capas de tecido ricamente trabalhado vermelho e branco (vestido pelos senhores de Tenochtitlán);
— *um lote de 400 saiotes;*
— dois lotes de 400 grandes capas brancas de 4 *braza* (unidade de comprimento figurada por dedos).

3. *Na segunda linha*:

400 400 400 400 400

Fig. 22.16 C

— dois lotes de 400 capaz rajadas laranja e branco de 8 *braza* cada uma;
— um lote de 400 grandes capas brancas de 8 *braza* cada uma;
— um lote de 400 capas multicolores de 2 *braza* cada uma;
— um lote de 400 túnicas e saias de mulher.

4. *Na terceira linha*:

80 80 80 400 400

Fig. 22.16 D

— três lotes de 80 capas coloridas e ricamente trabalhadas (vestidas pelos dignitários da capital);
— dois lotes de 400 pacotes de pimenta seca (cuja aplicação servirá, entre outras, de punição para os jovens culpados de infração à regras).

5. *Na quarta linha*:

20

Fig. 22.16 E

2 vestes luxuosas, 20 sacos de penugem branca e 2 séries de pérolas de jade.

6. *E na última linha*:

Fig. 22.16 F

2 escudos, uma seqüência de turquesas e 2 pratos incrustados de turquesas.

Um outro exemplo é-nos fornecido por esta página, extraída de um outro manuscrito mexicano posterior à conquista espanhola: o *Codex Telleriano Remensis* (fig. 22.17).

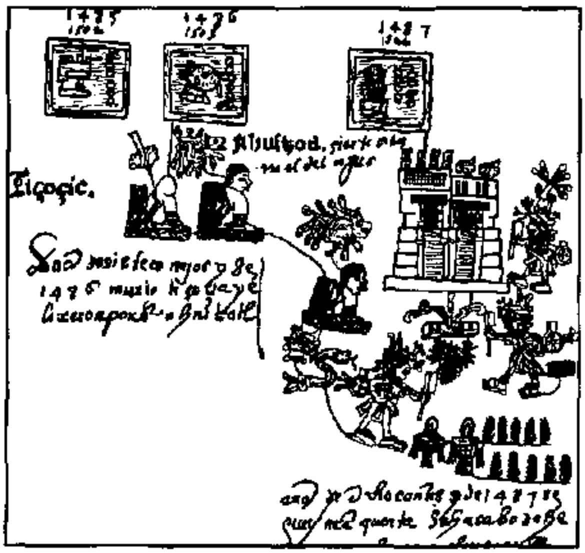
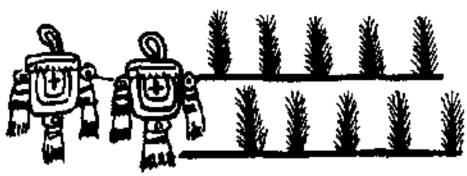


Fig. 22.17 - Detalhe de uma página do Codex *Telleriano Remensis* (asteca).

Ele mostra que, para a consagração de um edifício do México, os astecas, no ano de 1487 de nossa era, sacrificaram 20.000 homens, originários das províncias sujeitas pela guerra. O número em questão foi expresso pelo escriba indígena na forma:



16.000 4.000 Fig. 22.18

(Mas o espanhol que acrescentou anotações em sua própria língua para facilitar aos leitores europeus a compreensão do manuscrito, cometeu um erro de interpretação em conseqüência de um desconhecimento do significado numérico da bolsa cujo valor era 8.000, traduzindo apenas a expressão precedente por 4.000, isto é, só levando em conta a pluma repetida dez vezes.)

Assim, como se verá facilmente na figura 22.19, a numeração asteca foi semelhante em todos os pontos à dos zapotecas, que foi ela própria idêntica à dos mixtecas.

Fig. 22.19 - *Representações numéricas extraídas de uma pintura zapoteca (realizada em 1540 no México por ordem das autoridades coloniais espanholas), mostrando uma das convenções gráficas comuns aos sistemas zapoteca, mixteca e asteca.*

A numeração corrente do povo maia deve ter sido puramente vigesimal e fundada no princípio da adição. Devia associar um círculo ou um ponto à unidade (sinal comum a todos os povos da América Central, originado do grão de cacau, então empregado como "moeda de troca"), um sinal particular à vintena (que foi talvez semelhante ao "machado" atribuído ao mesmo valor por outros povos da região), um outro sinal ainda (sem dúvida semelhante à pluma) para o número 400 ($=20^2$), depois um outro para 8.000 ($=20^3$) e assim por diante.

(Acrescentemos que boas razões que serão expostas mais adiante nos autorizam a pensar que, no afã de simplificação, os maias provavelmente introduziram um algarismo suplementar à série tradicional: o do número 5, figurado por um traço horizontal, que é encontrado, de resto, entre os zapotecas.)

Para os números intercalados, seria necessário repetir cada um desses símbolos de base, quantas vezes fossem necessárias.

A existência de uma tal numeração escrita é mais do que provável entre os maias, mesmo se não existe hoje nenhum traço formal dela.

Em todo caso, essa numeração dificilmente prestar-se-ia à prática das operações aritméticas, e o sistema devia servir apenas para consignar os resultados de cálculos já efetuados.

Como se pode supor para as outras culturas meso-americanas, os maias deviam fazer seus cálculos servindo-se de um instrumento operatório análogo aos ábacos do Velho Mundo.

Aliás, foi encontrado um dispositivo desse gênero entre os incas da América do Sul. Como explica P. Reichlen, estes, de fato, "tinham inventado um verdadeiro ábaco, e os espanhóis maravilhavam-se da celeridade com a qual resolviam operações complicadas, deslocando, segundo uma técnica que parecia dominarem perfeitamente, grãos de milho, feijões ou pedras nas vinte casas, cavadas com buracos (cinco seqüências de quatro) de uma espécie de plataforma que podia ser de pedra, terracota, madeira ou simplesmente preparada sobre o solo móvel" (fig. 22.20).

A civilização inca foi completamente diferente das culturas meso-americanas, mas nesse domínio tinha sido colocada em condições iniciais inteiramente semelhantes às suas: para consignar os números, os incas, como vimos, dispunham de cordinhas com nós chamadas de *quipus* (ver capítulo 6); mas como esse sistema era inoperante em matéria de cálculo, os incas foram obrigados a inventar um instrumento de cálculo para poder efetuar suas operações aritméticas.

Fig. 22.20 - Documento que atesta o uso de um ábaco entre os incas do Peru e do Equador. Percebe-se nele um Quipucamayoc manipulando um quipu *e à direita o instrumento de cálculo em questão.*

Página extraída do códex peruano do cronista índio Guaman Poma de Ayala (século XVI), cujo original é conservado na Biblioteca Real de Copenhague e que foi publicado em 1936 pelo Instituto de etnologia de Paris (reimp. 1.963).

A numeração posicional e o zero dos sábios maias

Na verdade, as únicas menções numéricas que possuímos da Civilização Maia se referem não à aritmética prática mas à astronomia e ao cômpito do tempo. Figuram nos (raros) manuscritos maias que possuímos hoje e principalmente no Codex de Dresden (tratado de astronomia e adivinhação que, como sublinhamos, tinha sido copiado no século XI sobre um original redigido três ou quatro séculos antes).

Fato notável: revelam a existência, entre os sacerdotes e astrônomos maias, de um sistema de notação de base 20, munido de um verdadeiro zero e cujos algarismos têm um valor determinado pela sua posição na escrita dos números. Em número de 19, as unidades de primeira ordem dessa numeração vigesimal eram representadas por símbolos muito simples (pontos e traços): de um a quatro pontos para as quatro primeiras unidades; um traço horizontal ou vertical para 5; um, dois, três ou quatro pontos colocados ao lado ou acima do traço para os números de 6 a 9; dois traços para 10; e assim por diante (fig. 22,21).

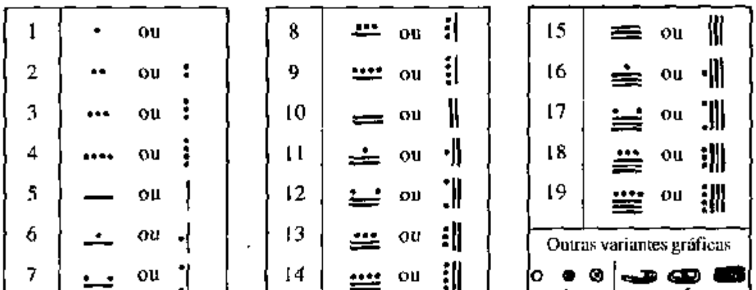


Fig. 22.21 - *Representação dos dezenove primeiros números na numeração dos sacerdotes maias.*

Cada número superior a 20 era escrito numa coluna vertical que compreendia tantos andares quantas ordens de unidades havia.

Para os *números compostos de duas ordens, colocava-se o algarismo das unidades simples* no patamar inferior e o algarismo das vintenas do segundo patamar. Assim, 21 (= 1 × 20 + 1) e 79 (= 3 × 20 + 19) eram escritos por eles:


1
1

Fig. 22.22


3
19

Fig. 22.23

O andar intermediário superior (a terceira posição desse sistema de base 20), normalmente, deveria corresponder a valores vinte vezes maiores do que os da segunda. Tal qual, entre nós, a terceira ordem é associada às centenas (isto é, aos múltiplos de 10 × 10 = 100), a terceira fileira dessa numeração deveria corresponder às "quatro centenas" (isto é, aos múltiplos de 20 × 20 = 400).

Mas encontramos uma curiosa irregularidade, e veremos mais adiante a sua causa: para os sábios maias, o terceiro andar indicava, na realidade, os múltiplos de 360.

A escrita seguinte, por exemplo:


12
3
19

correspondia portanto a:

12 × 360 + 3 × 20 + 19,

Fig. 22.24

e não a:

$12 \times 20^2 + 3 \times 20 + 19 = 12 \times 400 + 3 \times 20 + 19!$

Para as posições seguintes, retorna-se a uma utilização estrita da base 20; cada patamar a partir do quatro vale vinte vezes mais do que o patamar imediatamente inferior. Assim, em virtude da irregularidade da terceira ordem, a quarta posição correspondia aos múltiplos de 7.200 = 20 × 360 (e não aos de 8.000 = 20 × 20 × 20!), a quinta aos múltiplos de 144.000 = 20 × 7.200 (e não aos de 160.000 = 20 × 20 × 20 × 20!), e assim por diante.

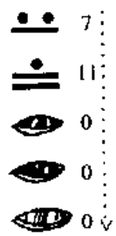
Três multiplicações e uma adição permitiam, desde então, ler uma representação de quatro algarismos, por exemplo:

$$\left.\begin{array}{l} 1\ (= 1 \times 7.200) \\ 17\ (= 17 \times 360) \\ 8\ (= 8 \times 20) \\ 15\ (= 15 \times 1) \end{array}\right\} = 1 \times 7.200 + 17 \times 360 + 8 \times 20 \times 15$$

Fig. 22.25

E para que cada algarismo permanecesse em seu andar, na possibilidade das unidades de uma certa ordem faltarem , os sábios maias inventaram um zero, conceito ao qual deram (por razões que nos são desconhecidas) uma forma bastante semelhante à de um caramujo ou a uma concha de escargot (fig. 22.27).

Um exemplo: o número que notamos 1.087.200 no nosso sistema decimal atual e cuja decomposição aritmética segundo as ordens de unidades do sistema maia ($1 \times 144.000 + 11 \times 7.200 + 0 \times 360 + 0 \times 20 + 0$) revela uma ausência de "trezentos-sessentenas", de vintenas e de unidades simples, era indicado na forma:



1.087.200

Fig. 22.26

Fig. 22.27 - *Diversas formas do glifo "zero" figurando nos códices.* Ref. C.-P. Bowditch.

Notemos que o que acaba de ser dito com respeito ao zero e à numeração erudita dos sacerdotes maias pode ser verificado na muito interessante série de menções numéricas abaixo, extraída do Codex de Dresden (fig. 22.28 e 22.29):

Assim representadas na numeração erudita e exprimindo cada uma um certo número de dias (sabe-se disso graças ao contexto), essas diversas menções numéricas correspondem à série de relações abaixo:

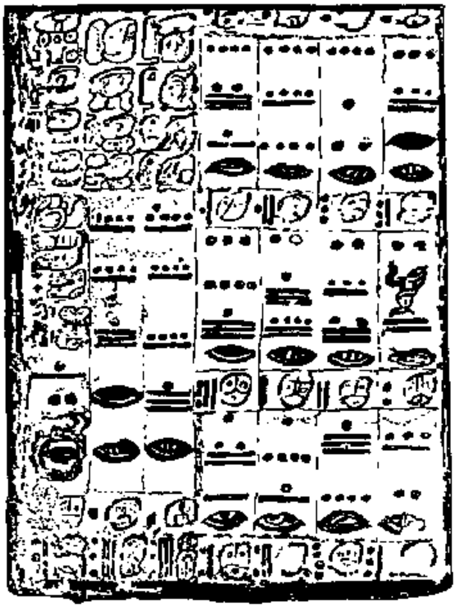


Fig. 22.28 - *Códex de Dresden (p. 24, detalhe). Sächsisches Landesbibliotek. Dresden.*

L	K	J	I
4	4	4	3
17	9	1	13
6	4	2	0
0	0	0	0
H	**G**	**F**	**E**
3	2	2	2
4	16	8	0
16	14	12	10
0	0	0	0
D	**C**	**B**	**A**
1	1		
12	4	16	8
8 (*)	6	4	2
0	0	0	0

(*) Omissão dos três pontos da parte do escriba

Fig. 22.29 - *Transcrição das menções numéricas que figuram na parte direita do documento à direita.*

A	=	[8;2;0]	=	2.920	=	1	×	2.920	=	5	×	584
B	=	[16;4;0]	=	5.840	=	2	×	2.920	=	10	×	584
C	=	[1;4;6;0]	=	8.760	=	3	×	2.920	=	15	×	584
D	=	[1;12;8;0]	=	11.680	=	4	×	2.920	=	20	×	584
E	=	[2;0;10;0]	=	14.600	=	5	×	2.920	=	25	×	584
F	=	[2;8;12;0]	=	17.520	=	6	×	2.920	=	30	×	584
G	=	[2;16;14;0]	=	20.440	=	7	×	2.920	=	35	×	584
H	=	[3;4;16;0]	=	23.360	=	8	×	2.920	=	40	×	584
I	=	[3;16;0;0]	=	26.260	=	9	×	2.920	=	45	×	584
J	=	[4;1;2;0]	=	29.200	=	10	×	2.920	=	50	×	584
K	=	[4;9;4;0]	=	32.120	=	11	×	2.920	=	55	×	584
L	=	[4;17;6;0]	=	35.040	=	12	×	2.920	=	60	×	584

Essa série é uma tabela relativa à revolução sinódica de Vênus, estimada pelos maias, como vimos, em 584 dias.

Temos como provas indiscutíveis do gênio matemático dos astrônomos maias:

— elaboraram uma numeração de posição;

— inventaram o zero.

As descobertas não foram um fenômeno partilhado por todos os povos ao mesmo tempo. Este é o caso do conceito de zero, que os povos ocidentais precisaram esperar a Idade Média para que lhes fosse transmitido pelos árabes, que tinham, por sua vez, recebido dos sábios da Índia.

Resta-nos contudo uma dificuldade para elucidar: por que esse sistema não foi estritamente vigesimal, ao passo que a numeração oral dos maias o foi? Em lugar de proceder por potências sucessivas de vinte ($1, 20, 20^2 = 400, 20^3 = 8.000$, etc.) deram a seus patamares consecutivos os valores: $1, 20, 18 \times 20$ (= 360), 18×20^2 (= 7.200) etc. O que nos leva à seguinte pergunta: por qual razão a terceira posição dessa numeração foi mantida para os múltiplos de 360 e não para os de 400?

Na nossa numeração atual, o zero desempenha um papel de operador aritmético: o número 460 ($= 4 \times 100 + 6 \times 10 + 0$), *cuja escrita foi deduzida pela adjunção de um zero ao fim da* representação do número 46 ($= 4 \times 10 + 6$), tem por valor o produto de 46 pela base 10 ($460 = 46 \times 10$).

Se a numeração maia tivesse sido estritamente vigesimal, seu zero teria também possuído *uma propriedade operatória:* a adjunção de um zero ao fim de uma representação algarítmica teria multiplicado pela base 20 o valor do número correspondente. Noutras palavras, a escrita [1; 0; 0], deduzida de [1;0] ($= 1 \times 20 + 0$) pela adjunção de um zero teria, nesse caso, correspondido a $1 \times 20^2 + 0 \times 20 + 0 = 400$, isto é, ao quadrado da base 20. Contudo, não é esse o caso, já que as notações [1;0] e [1;0;0] correspondem respectivamente no e4dsistema maia a:

$$1 \times 20 + 0 = 20 \quad \text{e} \quad 1 \times 360 + 0 \times 20 + 0 = 360.$$

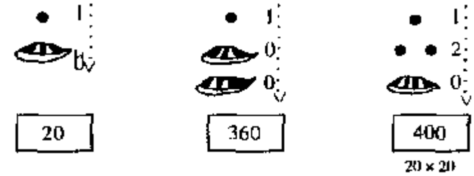


Fig. 22.30

O número 400 = 20 × 20 (= 1 × 360 + 2 × 20 + 0) era escrito na forma: [1;2;0] (fig. 22.30).

Devido a esta característica peculiar, o zero maia foi privado de toda possibilidade operatória.

Nos domínios da aritmética e do cálculo, essa irregularidade impediu que os sábios maias tirassem todos os frutos possíveis dessas descobertas essenciais. Não se deve, portanto, concluir uma identidade funcional do zero maia com nosso zero atual.

Uma ciência cultivada no cume dos santuários

Responder à questão colocada pela curiosa peculiaridade da terceira posição do sistema maia é entrar na própria gênese das duas descobertas fundamentais acima expostas. No presente caso, é-nos necessário uma longa, mas apaixonante passagem pela astronomia, para desenvolver algumas considerações relativas à mística e ao calendário maias.

Essa numeração escrita não foi concebida para responder às necessidades do cálculo corrente, que dizia a respeito apenas aos comerciantes e ao uso comum dos mortais. Foi elaborada, ao contrário, apenas para satisfazer às necessidades do cômpito do tempo e das observações, em razão da ligação estreita que existia, nessa civilização, entre o fluir do tempo e o mundo divino.

A "ciência maia" foi cultivada no alto dos santuários. Os sacerdotes, via de regra, tornavam-se astrônomos. Pois, se os maias tinham conseguido conceber um dos melhores calendários da história e realizar verdadeiras proezas em astronomia, tinham, por outro lado, sido escravos de seu misticismo e de sua religião. E, tal como os outros povos da Meso América pré-colombiana, "sentiram-se imensamente fascinados pelos mistérios do Cosmos: o retorno cíclico e previsível dos fenômenos celestes; o ritmo incessante das estações e a influência destas últimas nas diversas fases da cultura do milho; o próprio ciclo da vida e da morte, do dia e da noite em sua alternância inexorável, mas necessária, etc." (P. Gendrop).

Para os maias, explica C. Gallenkamp, "o tempo jamais foi um meio puramente abstrato de ordenar os acontecimentos numa sucessão metódica: aparecia-lhes logo como um fenômeno sobrenatural portador de forças todo-poderosas de criação e de destruição, e cujos aspectos eram diretamente influenciados pelos deuses aos quais eram atribuídas, segundo o caso, intenções benéficas ou malévolas. Essas divindades eram associadas a números determinados e tomavam formas que permitiam representá-las em hieróglifos. Cada divisão do calendário maia — dias, meses, anos ou períodos mais longos — era concebida como "fardos"[1], que eram transportados sobre as costas desses divinos guardiães do templo.

No fim de cada ciclo, o tempo vindouro era assumido pelo deus ao qual o calendário atribuía o número seguinte. Se o fardo de um ciclo estava sob a responsabilidade de uma divindade maléfica, podia-se esperar as mais graves conseqüências, até que o nume fosse substituído por

---

[1] "Esses fardos, explica J. -E. Thompson, repousavam sobre as costas, seguros por uma corda que passava sobre a testa. Tomando como exemplo o nosso próprio calendário, era como se houvesse seis carregadores para o dia 31 de dezembro de 1952: o deus do número 31 levando dezembro sobre as costas, o deus do número 1 levando o milênio, o deus do número 9 levando os séculos, o deus do número 5 levando os decênios, o deus do número 2 levando os anos. No fim do dia, a procissão faz uma pausa antes de partir novamente mas, nesse momento, o deus do número 1, levando o fardo de janeiro, substitui o deus do número 31, carregado de dezembro, e o deus do número 3 substitui o deus do número 2 como carregador do ano."

um carregador benevolente. Tal mês ou tal ano fazia, portanto, esperar ou temer felicidade ou desgraça, *segundo o temperamento dos deuses que os transportavam*. Era *uma crença curiosa*, e explica, em parte, o poder extremo do clero sobre um povo imbuído pela idéia de que era impossível sobreviver sem sábios mediadores capazes de interpretar as tendências irascíveis dos deuses. Somente os sacerdotes astrônomos podiam interpor-se entre o curso normal da vida e as catástrofes provocadas por um desprezo pelos sentimentos dos deuses. Após ter reconhecido os atributos dos deuses e traçado suas corridas incessantes sobre as rotas do tempo e do espaço, somente eles podiam identificar os períodos carregados por deuses favoráveis (...), ou, como era mais freqüente, aqueles em que o número de divindades benevolentes excedia o das divindades contrárias. Essa obsessão resgatava-os da sorte ou da malevolência, posto que tinham esperança de que, uma vez advertidos das perspectivas do futuro, pudessem dar aos acontecimentos um curso propício."

Fig. 22.31 - *Concepção cíclica dos acontecimentos no pensamento místico dos maias. Num ciclo inexorável: Chac, o deus da Chuva, planta uma árvore; atrás dele, Ah Puch, o deus da Morte, o destrói; e enfim, Yum Kax, deus do Milho e da Agricultura, o repara. Detalhe do* Codex Tro-Cortesianus. Desenho segundo R. Girard, p. 241, fig. 61.

Os sacerdotes conheciam os arcanos do tempo e o augúrio dos deuses-carregadores. Astronomia, mística e religião aliaram-se portanto para dar à casta sacerdotal um imenso poder sobre o povo, que tinha, de resto, necessidade desses sábios mediadores para conhecer o estado de espírito dos deuses que regiam o momento.

Desse ponto de vista, com avanços científicos espantosos, há um abismo entre a astronomia maia e a que temos hoje. A astronomia maia apresentava uma forte carga religiosa e astrológica: "Seu fim primordial consistia na interpretação mítica dos poderes mágicos que governam o universo" (R. Girard).

O calendário maia

Os maias possuíam, na verdade, dois calendários distintos que usavam simultaneamente: o primeiro, dito *Tzolkin*, de caráter essencialmente religioso[1]; o segundo, dito *Haab*, que era um calendário solar.

[1] Segundo os autores, esse calendário é apelidado "almanaque sagrado", "calendário mágico" ou ainda "calendário ritual."

O ano litúrgico dos maias era composto de vinte ciclos de treze dias e contava duzentos e sessenta dias. Era fundado numa série de vinte dias fundamentais cujos nomes se sucediam na ordem invariável abaixo:

Imix	*Cimi*	*Chuen*	*Cib*
Ik	*Manik*	*Eb*	*Caban*
Akbal	*Lamat*	*Ben*	*Eznab*
Kan	*Muluc*	*Ix*	*Cauac*
Chicchan	*Oc*	*Men*	*Ahau*

Esses vinte nomes atribuídos aos dias eram associados a vinte hieróglifos diferentes (cujo estilo podia evidentemente variar de uma inscrição à outra) e, em razão de seu calendário sagrado[1], eram postos em relação direta ou indireta com divindades ou ainda com animais ou objetos sagrados[2] (fig. 22.32).

No calendário religioso, cada um desses vinte dias de base era afetado por um sinal enumerativo[3] variando ciclicamente de 1 a 13.

Noutras palavras, considerando a série fundamental pela primeira vez o primeiro dia levava o número 1; o segundo, o número 2; o décimo terceiro, o número 13; mas, em lugar de ser associado ao número 14, ao décimo quarto dia era atribuído o número 1, o décimo quinto o número 2, o vigésimo o número 7. Retomava-se em seguida a série dos vinte dias desde seu início e dava-se o número 8 ao primeiro dia, o número 9 ao segundo e procedia-se assim até o sexto dia que se ligava ao número 13.

Mas, em lugar de dar o número 14 ao sétimo dia da série fundamental assim considerada pela segunda vez, era-lhe dado o número 1; depois passava-se a 2 para o oitavo e, atingindo o dia representado pelo algarismo 13, retornava-se a 1 para o seguinte e assim por diante por ciclos consecutivos de treze dias tomados entre os vinte da base (fig. 22.34).

Assim, duzentos e sessenta dias eram necessários para que a contagem dos algarismos e dias retornasse a seu ponto inicial, o que significa dizer que esse lapso de tempo devia escoar-se para que um dos vinte dias de base do calendário maia viesse a levar um mesmo número[4].

---

1 Como explica J. - E. Thompson, "considerava-se como deuses os vinte dias que constituíam o mês maia e lhes eram endereçadas preces. Esses dias eram formas dos deuses tais como o Sol e a Lua, a divindade do Milho, a da Morte, e a do Jaguar, extraídas de suas diversas categorias para incorporarem-se à série".

2 Assim, por razões que aqui não nos cabe explicar, o dia chamado de *Imix* encontrava-se associado ao crocodilo e ao nenúfar; o dia chamado *Kan* era colocado sob a proteção do deus do Milho; o dia *Cimi* era colocado sob o signo maléfico do deus da Morte; o dia *Oc* era associado ao cão; o dia *Ahau* (palavra querendo dizer tanto "flor" ou "senhor") era colocado sob o signo do deus solar etc.

3 Por sua vez, esses sinais enumerativos eram associados aos *Oxlahuntiku*, isto é, às treze divindades maias do mundo superior (lembremos que *Oxlahun* é o nome yucateca do número 13: cf. fig. 22.10 A). Possuíam assim um valor ritual particular, feliz ou infeliz, segundo o caso.

4 Matematicamente falando, o número de combinações diferentes (ou, mais corretamente, segundo a terminologia de uso, o número de "duplas" distintas) que é possível formar associando cada um dos treze primeiros números inteiros a cada um dos vinte dias da série fundamental é igual a $13 \times 20 = 260$.

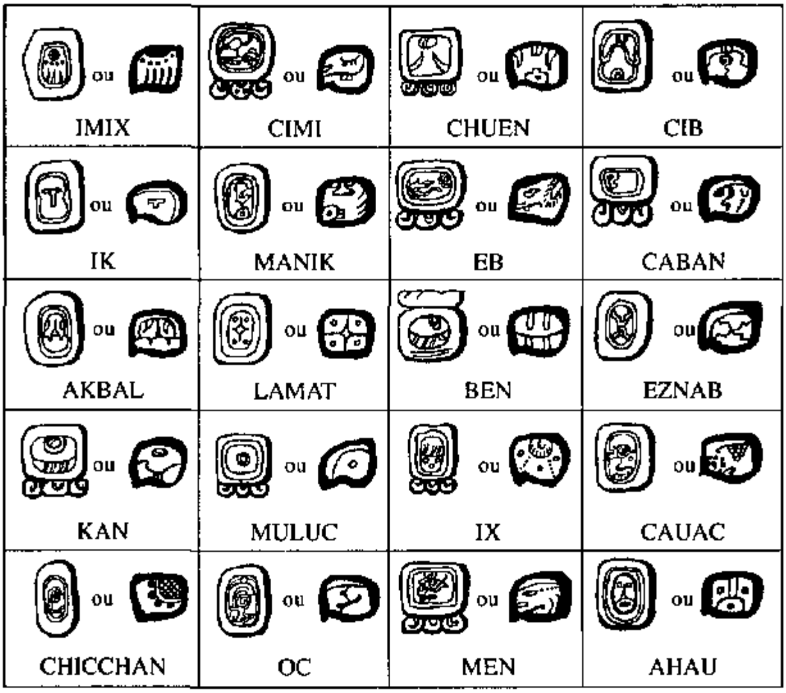


Fig. 22.32 - *Hieróglifos dos vinte dias do calendário maia e seus respectivos nomes na língua yucateca.*
Ref. C. Gallenkamp, fig. 9; F. -A. Peterson, fig. 55.

Cada dia do ano litúrgico era, desde então, caracterizado pelo hieróglifo típico de seu nome e do número que entrava na correspondência precedente, bastando apenas a menção desses dois elementos para situar perfeitamente o dia correspondente no calendário sagrado. Os dias seguintes, por exemplo:

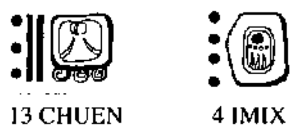


Fig. 22.33

ocupavam respectivamente a 91ª e a 121ª posição num ano ritual que foi iniciado pelo dia 1 *Imix* (fig. 22.34).

No pensamento místico dos maias — e, de uma maneira geral, no dos povos meso-americanos que possuíam calendários religiosos semelhantes —, acreditava-se que o tempo escoasse, inexorável e indefinidamente, num molde de 260 dias, alternadamente benéficos e maléficos.

Cada dia desse ano religioso tinha um significado ritual próprio: só era possível celebrar um casamento num dia que estivesse sob auspícios felizes; o futuro de alguém dependia do caráter feliz ou infeliz do dia de seu nascimento; ninguém podia conduzir uma expedição militar num dia maléfico, etc.

E a importância desse calendário litúrgico é muito mais marcante na Meso América, pelo fato de que sobrevive ainda em nossos dias entre os descendentes dos maias[1].

Ignoramos a razão pela qual os povos pré-colombianos da América Central escolheram um ano religioso de 260 dias.

Entre as numerosas hipóteses levantadas a esse respeito, alguns autores pensam que esse número teve sua origem em alguma observação astronômica importante:

"A diferença entre esse ciclo religioso de 260 dias e o ciclo solar de 365 dias", escreve F. -A. Peterson, "*é de 105 dias. Entre o trópico de Capricórnio e o de Câncer se encontra uma* zona na qual o sol está no zênite duas vezes por ano em intervalos de 260 e 105 dias. Perto da velha cidade maia de Copán, em Honduras, as passagens do sol pelo zênite no outono e na primavera situam-se respectivamente no dia 13 de agosto e no dia 30 de abril. Desde que o sol, no que parecia ser seu trajeto setentrional, tinha ultrapassado o zênite, a estação das chuvas começava. Em seguida, após um intervalo de 105 dias, o sol passava novamente pelo zênite encaminhando-se para o Sul. Dessa maneira, o ano era dividido num período propício às plantações e ao crescimento dos vegetais que era de 105 dias e num período das colheitas e das festas religiosas que contava 260 dias."

Tratava-se, claro, de uma observação astronômica muito interessante, mas muito local para ser tomada em consideração. Na realidade, como sublinha G. Guitel, "o tempo durante o qual o sol está no sul do zênite ao meio-dia cresce rapidamente quando a latitude aumenta e nada prova que o ciclo dos 260 dias tenha tido sua origem na região de Copán, isto é, nos limites maias".

Outros autores — que observam que a escolha do número 260 só pôde resultar da associação dos números 20 e 13 — pensam, ao contrário, que a origem do ano ritual devia estar relacionada a considerações religiosas, o calendário sagrado representava, assim, segundo eles, *uma espécie de aliança simbólica entre o ser humano* (*associado à vintena*) *e as treze divindades* do céu[2].

Concomitante a esse calendário ritual, os maias utilizaram um verdadeiro calendário solar, conhecido pelo nome de *Haab* e qualificado por vezes de "secular", "civil" ou "vago". O ano correspondente, que comportava 365 dias, compunha-se de dezoito *uinal* (ou períodos "mensais" de vinte dias cada um) e de um curto período complementar de cinco dias que era acrescentado ao fim do décimo oitavo *uinal*.

---

[1] Assim, como assinala P. Ivanoff, "hoje ainda, nos altos planaltos da Guatemala uma criança leva o nome do dia em que é nascido, bem como o caráter desse dia. *Imix* simboliza na Guatemala as forças ocultas do universo que se manifestam na loucura. Uma criança nascida no dia de *1 Imix* levará esse nome e será sempre considerada como um ser anormal de reações imprevisíveis".

[2] Por uma razão muito plausível, esses autores explicam inicialmente a intervenção do número 20 na criação desse calendário pelo emprego, bem conhecido na América Central, da vintena como base da numeração. Sublinham que o termo *Uinal* (que servia para designar um período de vinte dias consecutivos) tinha o mesmo étimo que a palavra *Uinic* ("homem") que os maias empregavam igualmente, na expressão *hun uinic* por exemplo, para designar a vintena (fig. 22.10 B).

Justificam a presença do número 13 pelo seu considerável papel nas religiões meso-americanas e observam em particular que, segundo os maias, a abóbada celeste contava treze céus superpostos e que o mundo superior era composto de treze grandes divindades (que eram opostas aos *Bolontiku*, isto é, aos nove deuses do mundo inferior que eram erigidos pelo senhor da Morte e que tinham por tarefa regrar a sucessão das noites).

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
IMIX	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
IK	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8
AKBAL	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9
KAN	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10
CHICCHAN	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11
CIMI	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12
MANIK	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13
LAMAT	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1
MULUC	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2
OC	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3
CHUEN	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4
EB	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5
BEN	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6
IX	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
MEN	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8
CIB	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9
CABAN	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10
EZNAB	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11
CAUAC	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12
AHAU	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13

Fig. 22.34 - *Os 260 dias consecutivos do ano litúrgico dos maias.*

Esses dezoito "meses" sucediam-se sempre na ordem invariável seguinte:

Pop	*Yaxkin*	*Mac*
Uo	*Mol*	*Kankin*
Zip	*Chen*	*Muan*
Zotz	*Yax*	*Pax*
Tzec	*Zac*	*Kayab*
Xul	*Ceh*	*Cumku*

Consagrados a divindades determinadas, eram nomeados segundo as manifestações agrícolas ou religiosas ligadas a diversos fenômenos da natureza, e cada um deles associado ao hieróglifo do deus ou do animal sagrado que era seu protetor (fig. 22.35).

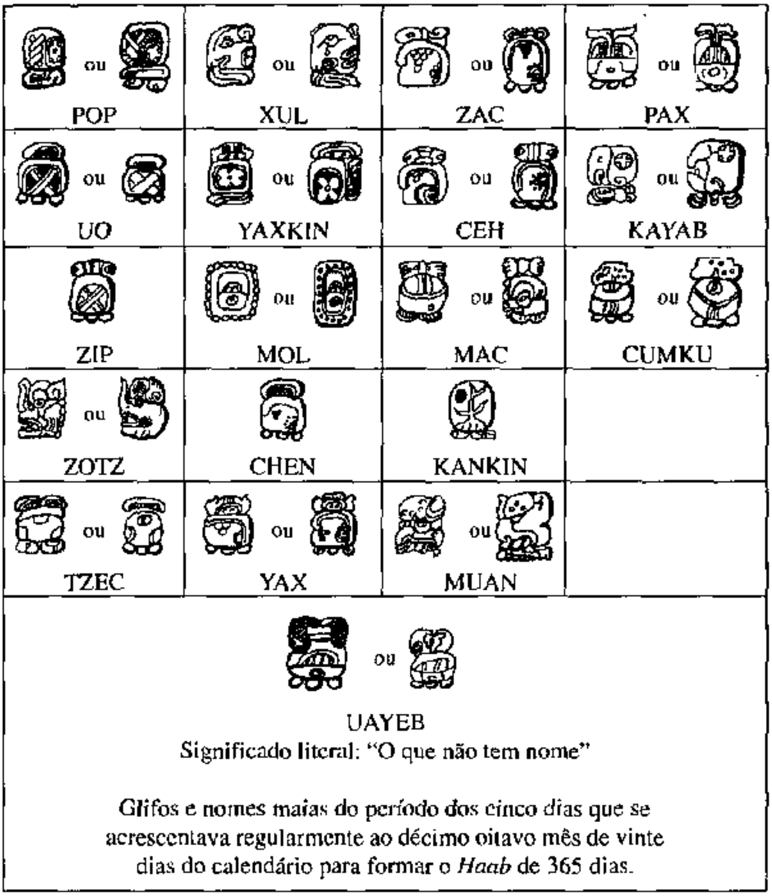


Fig. 22.35 - *Glifos e nomes dos 18 períodos "mensais" de 20 dias do calendário solar maia.*
Ref. Gallenkamp, p. 80; Peterson, p. 225.

Quanto ao período dos cinco dias adicionais era designado pelo termo *Uayeb* (que significava "O que não tem nome") e era representado por um hieróglifo associado à idéia do caos, de desastre e de corrupção. Esses dias, qualificados de "fantasmas" ou "inúteis", eram considerados vazios, tristes e nefastos para o ser humano[1]: os que nasceriam nesse período do ano, dizia-se, nunca valeriam nada e seriam azarentos, miseráveis e pobres toda sua vida. "Durante esses dias, relata Diego de Landa [citado por F. -A. Peterson], as pessoas não se lavavam nem se penteavam, tampouco se livravam de seus parasitas, e não se empreendia nenhum trabalho mecânico ou fatigante, por medo que algo nefasto acontecesse."

---

[1] O que, sublinhemos, não deixa de evocar os cinco famosos dias "epagômenos" dos antigos egípcios e gregos.

Assim, no calendário "vago" o primeiro dia de cada "mês", como o do *Uayeb*, era figurado pela combinação do glifo correspondente e do sinal particular seguinte:

 ou 

Fig. 22.36

Esse glifo — que os especialistas transcrevem habitualmente pelo nosso sinal 0 — indicava que um determinado período estava instalando-se no tempo. O pensamento mítico maia indicava o dia em que o deus que carregava o "mês" precedente abandonava seu "fardo temporal" e aquele em que a divindade protetora do "mês" que iniciava estava tomando posse. Sabendo que os períodos chamados *Zip* e *Zotz*, por exemplo, correspondiam a dois "meses" consecutivos do ano "vago" (fig. 22.35), a notação:

0 ZOTZ

Fig. 23.37

evocava a idéia muito simples de um "fardo" que era passado das mãos da divindade protetora do "mês" de *Zip* às do deus que preside o "mês" de *Zotz*.

Os outros dias de cada "período mensal" eram, em seguida, numerados de 1 a 19, o segundo dia do "mês" levando o número 1, o terceiro o número 2, o quarto o número 3 e assim por diante até o último que se achava afetado pelo número 19. Quanto aos quatro últimos dias do *Uayeb*, eram numerados de 1 a 4 (fig. 22.40).

Num calendário "secular" a data seguinte, por exemplo:

4 XUL

Fig. 23.38

se referia não ao quarto dia do "mês" de *Xul*, mas ao que ocupava nele a quinta posição!

Por outro lado, cada um dos vinte dias da série fundamental se encontrava exatamente no mesmo lugar em cada um dos dezoito *uinal* de um mesmo ano. Quando esta iniciava pelo dia chamado de *Eb*, por exemplo, todos os outros "meses" desse ano iniciavam então pelo dia *Eb* (fig. 22.40); da mesma forma, quando o dia *Eznab* ocupava a sétima posição no interior do primeiro "mês", conservava esta colocação ao longo do ano inteiro.

Devido aos cinco dias adicionais, cada dia mudava de número em relação ao ano precedente. Se, ao longo do primeiro ano, o dia *Ahau*, por exemplo, levava o número 8, nos quatro anos seguintes, seria sucessivamente afetado pelos números 3, 18, 13 e 8 (fig. 22.41).

Cada um dos vinte dias de base se achava então deslocado, cada ano, cinco números para trás e era somente no fim do quinto ano que encontrava sua posição inicial.

Desde então, quatro dias apenas podiam corresponder à data:

0 POP

Fig. 23.39

Noutras palavras, entre os vinte dias da série fundamental, quatro apenas podiam ocupar a primeira posição no ano "civil". Esses dias de "ano novo" que se qualificava por essa razão de "carregadores do ano", eram os seguintes: *Eb, Caban, Ik* e *Manik* (fig. 22.40 e 22.41).

POP	UO	ZIP	ZOTZ	TZEC	XUL	YAXKIN	MOL	CHEN	YAX	ZAC	CEH	MAC	KANKIN	MUAN	PAX	KAYAB	CUMKU	UAYEB
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	
14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	
16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	
17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	
18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	
19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	

Fig. 22.40 - *Os 365 dias consecutivos do ano "vago" (ou "civil") dos maias.*

Lista dos 20 dias fundamentais	1º ano		2º ano			3º ano			4º ano			5º ano	
	$\mathcal{U}$	UAYEB	$\mathcal{U}$		UAYEB	$\mathcal{U}$		UAYEB	$\mathcal{U}$		UAYEB	$\mathcal{U}$	UAYEB
Eb	0	0	•	15		•	10		•	5		0	0
Ben	1	1	•	16		•	11		•	6		1	1
Ix	2	2	•	17		•	12		•	7		2	2
Men	3	3	•	18		•	13		•	8		3	3
Cib	4	4	•	19		•	14		•	9		4	4
Caban	5		0	•	0	•	15		•	10		5	
Eznab	6		1	•	1	•	16		•	11		6	
Cauac	7		2	•	2	•	17		•	12		7	
Ahau	8		3	•	3	•	18		•	13		8	
Imix	9		4	•	4	•	19		•	14		9	
Ik	10		5	•		0	•	0	•	15		10	
Akab	11		6	•		1	•	1	•	16		11	
Kan	12		7	•		2	•	2	•	17		12	
Chicchan	13		8	•		3	•	3	•	18		13	
Cimi	14		9	•		4	•	4	•	19		14	
Manik	15		10	•		5	•		0	•	0	15	
Lamat	16		11	•		6	•		1	•	1	16	
Muluc	17		12	•		7	•		2	•	2	17	
Oc	18		13	•		8	•		3	•	3	18	
Chuen	19		14	•		9	•		4	•	4	19	

$\mathcal{U}$: qualquer um dos 18 "meses" de 20 dias.

Fig. 22.41 - *Posições sucessivas dos vinte dias de base no calendário "civil" maia.*

O ciclo sagrado dos povos meso-americanos

Os maias empregavam dois calendários ao mesmo tempo: um, ritual, de 260 dias (*Tzolkin*) e outro, solar, de 365 dias (*Haab*).

Assim, para exprimir datas combinavam-nas tendo em vista, simultaneamente, cada dia do ano litúrgico e o dia correspondente do ano "vago" (fig. 22.42).

Posição do dia no ano "ritual" — Posição do dia no ano "civil"

13 AHAU — 18 CUMKU

Fig. 22.42 - *Exemplos de data completa levando em conta ao mesmo tempo o calendário "civil" e o calendário "ritual".*

Como os dias permutavam-se ciclicamente numa ordem bem determinada, uma data completa (levando em conta ao mesmo tempo o calendário "civil" e o calendário religioso) retomava necessariamente sua posição inicial ao fim de um certo tempo que, segundo um cálculo muito simples, era igual a 18.980 dias (ou seja, a 52 anos "vagos"). Noutras palavras, o intervalo de tempo requerido para que um dia dado do ano "civil" correspondesse a um dia determinado do ano ritual era igual a 52 anos de 365 dias (ou ainda a 73 anos de 260 dias)[1].

Eis a origem aritmética do famoso *ciclo sagrado dos cinqüenta e dois anos* — um desses elementos essenciais dos povos pré-colombianos da Meso América —, ao qual os especialistas dão o nome de *Calendário Redondo* (ou, em francês, o de *Cicle de calendrier* [Ciclo de calendário]) e que desempenhou um papel importante na vida religiosa dos maias e dos astecas[2].

Assinalemos, enfim, que os astrônomos maias levaram igualmente o calendário venusiano em consideração. Observaram que, ao fim de cada período de 65 anos venusianos, o início do ano solar, o do ano ritual e o do ano venusiano coincidiam exatamente com o início de um novo ciclo sagrado de 52 anos "vagos"[3]: um notável acontecimento que não deixavam de saudar com esplendor.

---

[1] O leitor terá uma idéia desse ciclo imaginando uma engrenagem com duas rodas dentadas, A e B, respectivamente numeradas de 1 a 365 e de 1 a 260. Para que esse dispositivo retome sua posição inicial (supondo que este corresponda à coincidência dos dois números 1, por exemplo), é necessário que a roda A de 365 dentes sofra 52 revoluções (ou que a roda B de 260 dentes sofra 73 revoluções).
Matematicamente falando, o número de dias desse ciclo é igual ao menor múltiplo comum de 260 e 365; ora, esses dois números são divisíveis por 5. E como o número 5 é o maior divisor comum de 260 e 365, o número procurado é igual a:

$$260 \times 365/5 \text{ dias} = 52 \text{ anos "vagos"} = 73 \text{ anos rituais.}$$

[2] Os astecas, por exemplo, acreditavam que o fim de cada ciclo sagrado era acompanhado de todas as espécies de cataclismos e catástrofes. Assim, a cada época fatídica, imploravam às suas divindades, realizando inúmeros sacrifícios humanos, na esperança que seus deuses lhes permitissem viver um ciclo sagrado suplementar.

[3] Sabendo que 5 anos venusianos equivalem a 8 anos "vagos" (e que $5 \times 13 = 65$ anos venusianos equivalem a 104 anos "vagos"), um cálculo simples mostra que uma data só podia retornar ao fim de um período de 104 anos solares, isto é, ao termo de dois ciclos sagrados – levando em conta os três calendários ao mesmo tempo.

Cronologia e numeração das estelas maias

Paralelamente a seus calendários, os maias usaram um sistema de contagem do tempo bastante espantoso. Chamado "contagem longa" pelos americanistas, o sistema tinha como ponto de origem a data chamada 13 *baktun*, 4 *ahau*, 8 *cumku* que correspondia exatamente, segundo a concordância de Thompson, ao 12 de agosto de 3113 a. C. no nosso calendário gregoriano. Uma data que os maias escolheram por razões místicas e religiosas que nos escapam e que deviam sem dúvida considerar, a crer em S. - G. Morley, como a data da criação do mundo ou a do nascimento de suas divindades. Mas as datas e durações não eram expressas nele nem em anos lunares nem em anos solares, nem mesmo em anos venusianos, mas antes em múltiplos períodos recorrentes.

Na verdade, o sistema compreendia o "dia" por unidade de base e, por comodidade, um ano aproximativo de 360 dias. O tempo escoado desde o início dessa era era avaliado nele em *kin* ("dia"), em *uinal* (período "mensal" de 20 dias) e em *tun* ("ano" e 360 dias), depois em *katun* (ciclo de 20 "anos"), em *baktun* (ciclo de 400 "anos"), em *pictun* (ciclo de 8.000 "anos"), e assim por diante (fig. 22.43).

A bem dizer, o *katun* (=20 *tun*) não correspondia exatamente a 20 de nossos anos, mas a 20 anos de 104,842 dias. Da mesma forma, o *baktun* (= 20 *katun* = 400 *tun*) não era inteiramente de 400 anos, mas de 400 anos que somam 2.096,84 dias. Os astrônomos maias tiveram consciência das correções que era necessário levar a seu *tun* de 360 dias para que seu ano seguisse com precisão a duração do ano solar verdadeiro.

ORDENS DE UNIDADES	NOMES E DEFINIÇÕES	EQUIVALÊNCIAS	NOMES DOS DIAS CORRESPONDENTES
1º	kin DIA	20 kin	1
2º	*uinal* "MÊS"DE 20 DIAS	18 uinal	20
3º	tun "ANO" DE 18 "MESES	20 tun	360
4º	katun CICLO DE 20 "ANOS"	20 katun	7.200
5º	baktun CICLO DE 400 "ANOS"	20 baktun	144.000
6º	pictun CICLO DE 8.000 "ANOS"	20 pictun	2.880.000
7º	calabtun CICLO DE 160.000 "ANOS"	20 calabtun	57.600.000
8º	kinchiltun CICLO DE 3.200.000 "ANOS"	20 kinchiltun	1.152.000.000
9º	alautun CICLO DE 64.000.000 "ANOS		23.040.000.000

Fig. 22.43 - *Unidades sucessivas do sistema de cômputo do tempo empregado nas inscrições cronológicas maias (sistema conhecido por "contagem longa").*

Assim, cada vez que se tratava de homens, animais ou objetos, os maias contavam de uma maneira puramente vigesimal (fig. 22.10). Em contrapartida, seu sistema de contagem do tempo não o era. Como se verá abaixo, comportava com efeito uma irregularidade a partir da terceira unidade:

1 *kin*				1 d	= 1 dia
1 *uinal*	=	20 *kin*		20 d	= 20 dias
1 *tun*	=	18 *uinal*	=	18 × 20 d	= 360 dias
1 *katun*	=	20 *tun*	=	20 × 18 × 20 d	= 7.200 dias
1 *baktun*	=	20 *katun*	=	20 × 20 × 18 × 20 d	= 144.000 dias
1 *pictun*	=	20 *baktuns*	=	20 × 20 × 20 × 18 × 20 d	= 2.880.000 dias

É verdade que se tivessem empregado um sistema estritamente fundado na base 20 (noutras palavras, se tivessem utilizado um *tun* de 20 "meses", em lugar de seus 18 *uinal*) teriam dado a seu "ano" um valor de 400 dias, o que teria distanciado ainda mais este último das divisões do ano solar verdadeiro que era seu ano de 360 dias.

Fig. 22.44 - *Detalhe do lintel 48 de Yaxchilán que ilustra uma representação singular da expressão 16 kin ("16 dias"): um macaco acocorado reproduzido por inteiro (glifo zoomorfo por vezes associado ao kin) sustentando, nas suas mãos, a cabeça do deus 6 e, nos seus membros inferiores, a cabeça da morte representando o número 10.* Segundo J. -E. Thompson, fig. 29, nº 10.

Graficamente, cada uma dessas unidades de tempo estava associada a uma representação especial, da mesma forma que a maioria das figurações hieroglíficas maias tinham, nos glifos, a característica de representar duas, ou mesmo várias, formas diferentes (variando segundo o seu uso: na escrita rápida sobre codex utilizando um produto corante, nas cuidadosas esculturas dos hieróglifos sobre a pedra, nas estelas erigidas, na decoração de um edifício etc.). Noutras palavras, cada uma dessas unidades de tempo era representada (fig. 22.45):

— por um sinal gráfico relativamente simples, correspondendo a uma simbolização mais ou menos evocadora ou a uma abstração geométrica desprovida de qualquer intuição visual;
— pelas cabeças dos deuses, homens ou animais (glifos *cefalomórficos*, empregados nas inscrições esculpidas ou gravadas);
— ou ainda (como em Quiriguá ou em Pelenque, em que se soube singularizar por exceções desse gênero) pelos glifos *antropomórficos*, isto é, divindades, seres humanos ou animais reproduzidos em sua totalidade.

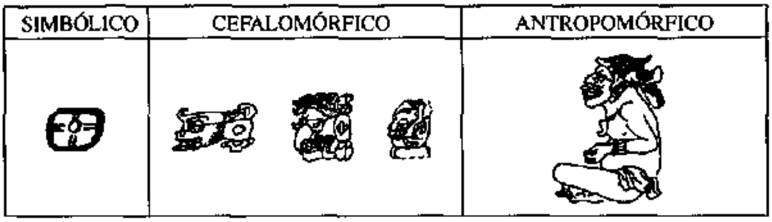


Fig. 22.45 - *Diversas representações hieroglíficas de* kin, *"dia".*

Para notar os coeficientes numéricos associados às diferentes unidades nas expressões das durações de tempo em "contagem longa", os escribas e escultores maias empregaram um *sistema de notação* que, como o precedente, podia imprimir duas ou três formas distintas a um mesmo número.

Fig. 22.46 - *Hieróglifos das unidades de tempo (pertencentes a estelas de Quiriguá).*

Uma das maneiras de escrever os dezenove primeiros números consistirá numa representação *cefalomórfica* em que cada um deles estaria associado a uma cabeça de divindade com uma expressão característica (o número 5, por exemplo, sendo figurado pela cabeça do deus-Milho, 10 pela cabeça do deus da Morte, etc., fig. 22.47).

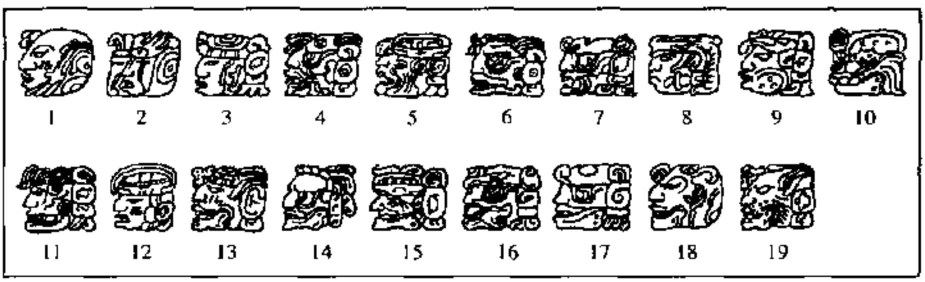


Fig. 22.47 - *Representação cefalomórfica maia dos dezenove primeiros números inteiros (que se encontra em algumas cerâmicas e esculturas, em particular sobre as estelas de J e F de Quiriguá e na "escada hieroglífica" de Palenque.* Ref. F. -A. Peterson, p. 220, fig. 52; e J. -E. Thompson, p. 173, fig. 13.

Os glifos numerados de 1 a 13 foram formados como efígie dos *Oxlahuntiku*, isto é, das treze grandes divindades do mundo superior (que, lembremos, dominavam os treze céus da abóbada celeste e regravam a sucessão dos dias do calendário religioso, etc.).

Quanto aos glifos enumerados de 14 a 19, foram deduzidos dos números de 4 a 9, segundo um princípio intuitivo sobre o exemplo abaixo:

VARIANTES DO GLIFO PARA 9

VARIANTES DO GLIFO PARA 19

Fig. 22.48

Estes glifos foram forjados a partir dos de 4 a 9, simplesmente descarnando a mandíbula inferior das divindades que constituíam as respectivas imagens (regra aritmética elementar, já que o maxilar inferior simbolizava então o do deus da Morte, símbolo do número 10):

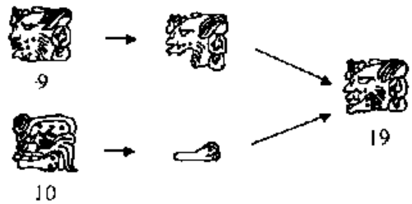


Fig. 22.49

Mas essa representação dos dezenove primeiros números foi igualmente de uso limitado: nas suas inscrições cronológicas os maias usavam, freqüentemente, para esses números, a notação por pontos e barras já mencionadas aqui (fig. 22.21).

Assim, a expressão das datas e durações de tempo eram feitas muito simplesmente a partir dos dados já apresentados. É o que os americanistas designam pelo nome de "séries iniciais".

Um primeiro exemplo figura na "escada hieroglífica" de Palenque, em que os algarismos são as cabeças das divindades que acabamos de mencionar (fig. 22.50).

Fig. 22.50 - *Série inicial pertencente à "escada hieroglífica" de Palenque: a data é expressa através de algarismos cefalomórficos (fig. 22.48).* Segundo F.-A. Peterson, p. 232, fig. 58.

A inscrição inicia pelo seguinte glifo, chamada por essa razão o "glifo introdutor da série inicial":

POP

Fig. 22.51

Este corresponde ao nome da divindade padroeira do "mês" do ano "civil" no qual cai o dia em que a inscrição foi gravada (ou, mais precisamente, o nome do mês do calendário "secular" no qual cai o último dia da data expressa).

Em seguida, embaixo da inscrição, a posição do dia considerado é precisada, em relação ao ano civil e ao ano religioso, da seguinte maneira:

8 AHAU 13 POP

Fig. 22.52

Quanto ao número de dias passados desde a data inicial da era maia, este será expresso em "contagem longa" sob a forma:

Fig. 22.53

Essa data é lida de cima para baixo, começando pelas unidades de tempo mais elevadas. Os especialistas transcrevem-na através dessa notação abreviada, que só põe à contribuição os coeficientes numéricos correspondentes: 9.8.9.13.0. Interpreta-se da seguinte maneira:

9 *baktun*	= 9 × 144.000 d	1.296.000 d
8 *katun*	= 8 × 7.200 d	57.600 d
9 *tun*	= 9 × 360 d	3.240 d
13 *uinal*	= 13 × 20 d	260 d
0 *kin*	= 0 × 1 d	0 d
		1.357.100 d

Segundo uma operação de conversão simples de efetuar, essa data corresponde ao ano 603 da era cristã.

Um outro exemplo é-nos fornecido pela placa de Leyde (fig. 22.54).

ROSTO VERSO

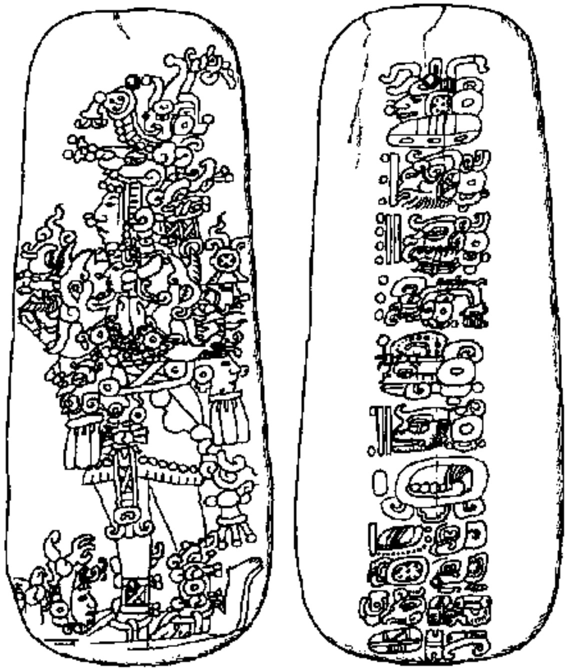


Fig. 22.54 - *Placa de Leyde. De fina espessura e de 21,5 cm de altura, esse pingente de jade— que foi encontrado na Guatemala, perto de Puerto Barrios, e que teria sido gravado em Tikal — traz em sua parte frontal um personagem maia ricamente vestido —certamente uma divindade — pisoteando um prisioneiro e, no verso, uma data incisada correspondendo ao ano 320 da era cristã.* Rijksmuseum voor Volkenkunde, Leyde, Holanda.

Como a precedente, a inscrição cronológica é iniciada por um *glifo introdutor*: o que corresponde ao nome da divindade que possui como encargo a proteção do "mês" de YAXKIN, no qual cai o dia do fim da construção do edifício:

YAXKIN

Fig. 22.55

Esse dia é ele próprio expresso, por sua posição no calendário civil e no calendário religioso, sob a forma:

1 EB 0 YAXKIN

Fig. 22.56

A data correspondente em contagem longa é, por sua vez, inscrita sob a forma:

8 baktun
14 katun
3 tun
1 uinal
12 kin

Fig. 22.57

Essa data — que é lida igualmente de alto a baixo, partindo, em cada linha, da esquerda para a direita — é transcrita sob a forma abreviada 8.14.3.1.12 e é decifrada da seguinte maneira:

8 *baktun*	= 8 × 144.000 d	1.152.000 d
14 *katun*	= 14 × 7.200 d	100.800 d
3 *tun*	= 3 × 360 d	1.080 d
1 *uital*	= 1 × 20 d	20 d
12 *kin*	= 12 × 1 d	12 d
		1.253.912 d

Segundo um cálculo elementar, esse número, que traduz os dias escoados desde a data zero da era cristã, corresponde ao ano 320 da nossa era.

Por muito tempo considerou-se a placa de Leyde como o primeiro elemento datado da Civilização Maia. Mas as escavações arqueológicas revelaram, em 1959, nas ruínas da cidade de Tikal, na Guatemala, uma inscrição ainda mais antiga: a estela 29, cuja data é inscrita da mesma maneira sob uma forma que dá um total de:

8 *baktun*	= 8 × 144.000 d	1.152.000 d
12 *katun*	= 12 × 7.200 d	86.400 d
14 *tun*	= 14 × 360 d	5.040 d
8 *uital*	= 8 × 20 d	160 d
0 *kin*	= 0 × 1 d	0 d
		1.243.600 d

o que corresponde ao ano 292 de nossa era (fig. 22.58).

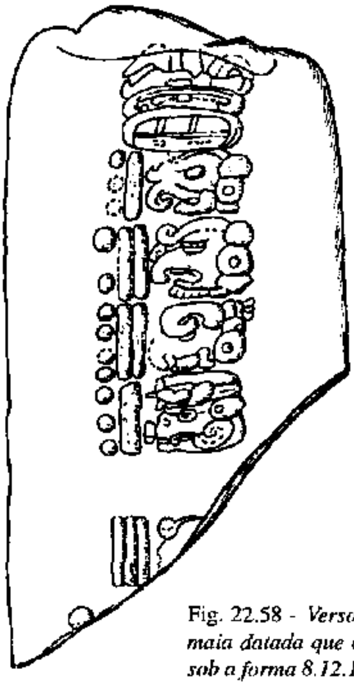


Fig. 22.58 - *Verso da estela 29 de Tikal (Guatemala): trata-se da mais antiga inscrição maia datada que conhecemos atualmente. A data que figura nela — e que se transcreve sob a forma 8.12.14.8.0 — corresponde ao ano 292 da era cristã.* Ref. E.-M. Shook, p. 33.

Numerosos exemplos figuram nas magníficas inscrições cronológicas, ornando uma multidão de estelas plenas de representações fantásticas (fig. 22.65). Eis um exemplo último, revelado na estela E de Quiriguá (fig. 22.60).

A data em que foi erigida esta estela é expressa, na linha superior, por dois grupos hieroglíficos: o primeiro, à esquerda, composto pelo algarismo 9 e por uma cabeça de divindade representante do *baktun*, e o outro pelo algarismo 17 e por uma cabeça de divindade que representa o *katun*. É referida, na linha imediatamente inferior, por dois outros grupos que significam, respectivamente, "zero *tun*" e "zero *uinal*". E, na linha inferior, termina por um grupo que quer dizer "0 *kin*":

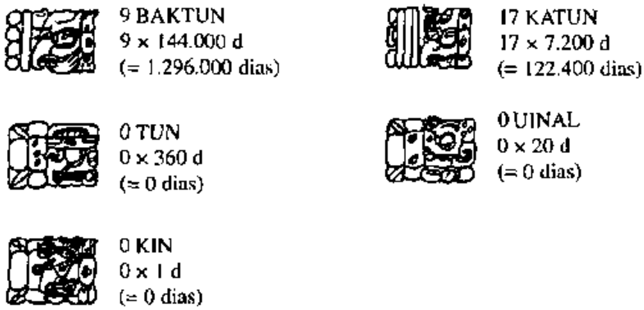


Fig. 22.59

Os edificadores da estela gravaram o número de dias passados desde o início da era maia até o dia de que indicaram a data. Assim, a data em que foi erigido o monumento é expressada numericamente como se segue:

9 *baktun*	9 × 144.000 d	=	1.296.000 dias
17 *katun*	17 × 7.200 d	=	122.400 dias
0 *tun*	0 × 360 d	=	0 dias
0 *uinal*	0 × 20 d	=	0 dias
0 *kin*	0 × 1 d	=	0 dias
Total:			1.418.400 dias

Um milhão, quatrocentos e dezoito mil e quatrocentos dias se passaram desde o início da era maia até o dia que consta na estela. Após uma operação de conversão, deduz-se que a estela E de Quiriguá foi erigida dia 24 de janeiro do ano 711 d. C. em nosso calendário gregoriano.

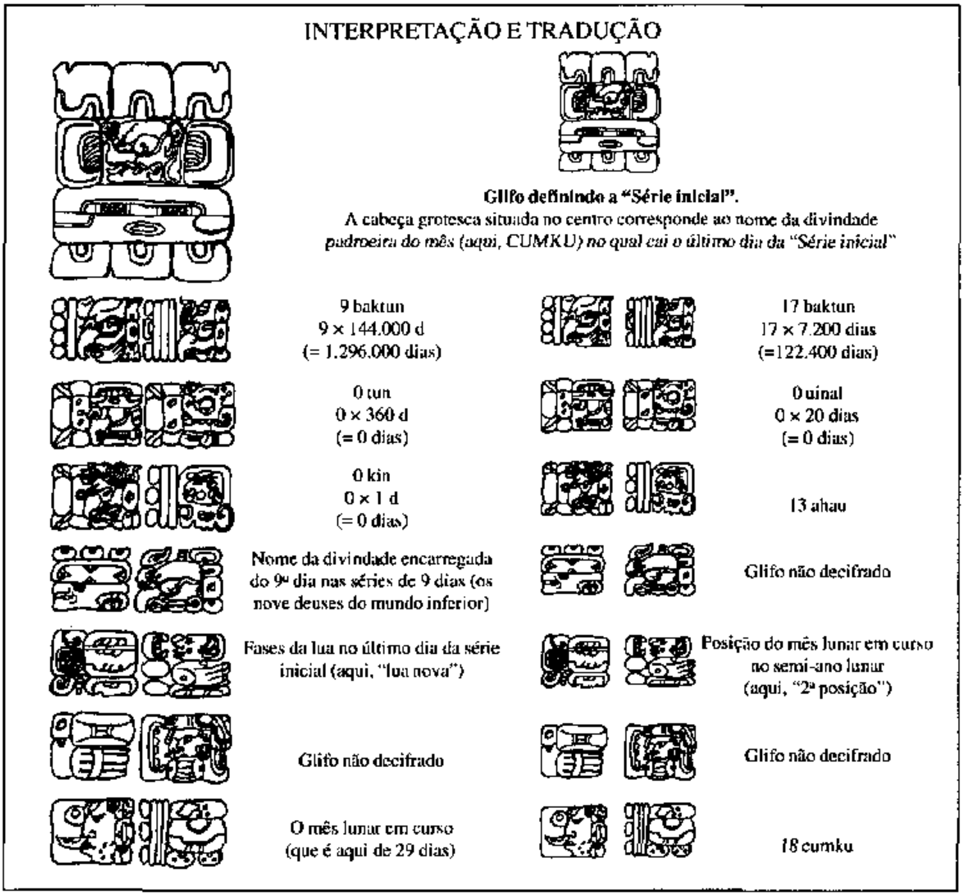


Fig. 22.60 - *Detalhe da estela E de Quiriguá que revela uma série inicial (e uma "série complementar" que diversos outros detalhes sobre a data em que a estela foi erigida). A data que figura nela (9.17.0.0.0; 13* ahau, *18* cumku*) corresponde ao dia 24 de janeiro do ano 771 de nosso calendário.* Ref. S.-G. Morley, fig. 25.

Notemos que essas estelas figuram entre as inscrições mais interessantes que os maias nos deixaram. Por simples aproximação das duas datas extremas, estas permitem ter uma certa idéia da duração da vida das grandes cidades maias. Assim, a mais antiga estela de Tikal data de 292 e a mais recente, de 869; a mais antiga estela de Uaxactun data de 328 e a mais recente, de 889; o mesmo para Copán: primeira estela em 469 e última em 800; para Yaxchilán: respectivamente 509 e 771; para Piedras Negras: 509 e 830; para Palenque: 538 e 785, etc.

Os exemplos precedentes provam que em suas inscrições cronológicas os maias simbolizaram a ausência das unidades de tempo de uma certa ordem por um hieróglifo com os mais diversos aspectos (fig. 22.61).

Fig. 22.61 - *Representações hieroglíficas do zero, pertencentes a diversas estelas e esculturas maias (da esquerda para a direita: as seis primeiras, as mais comuns, são notações simbólicas; a sétima e a oitava são de natureza cefalomórfica; e a última de natureza antropomórfica).* Ref. F.-A. Peterson, fig. 51; e J.-E. Thompson, fig. 13.

Fig. 23.62 - *Detalhe de uma placa encontrada no Palácio de Palenque que possui uma representação antropomórfica excepcional da expressão 0* kin *("ausência de dia"); ver fig. 22.61.* Segundo F.-A. Peterson, fig. 14, p. 72.

A matemática maia: uma "ciência" a serviço da astronomia e da mística

Ao analisarmos o sistema maia, perguntamo-nos qual a razão da introdução de um hieróglifo que representa o zero num sistema em que um tal conceito, entretanto, não era matematicamente necessário?

Qual a razão de expressar a data precedente na forma:

9 *baktun*, 17 *katun*, 0 *tun*, 0 *uinal*, 0 *kin*?

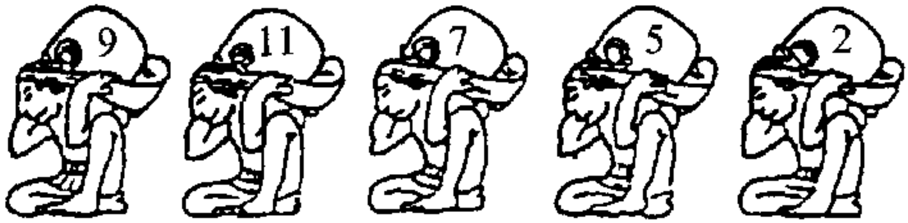
Teria sido mais simples e rápido notá-la:

9 *baktun*, 17 *katun*.

Preocupações de ordem gráfica, estética e religiosa fizeram com que os maias não omitissem o hieróglifo de uma unidade de tempo.

No plano religioso, como foi visto anteriormente, cada uma dessas unidades era concebida como um fardo que um deus guardião do tempo levava em suas costas. E, ao termo dessas unidades temporais, o futuro era carregado pela divindade a qual o calendário maia atribuía o número seguinte.

Na data "9 *baktun*, 11 *katun*, 7 *tun*, 5 *uinal* e 2 *kin*", por exemplo, a divindade que presidia os dias levava o deus do número 2, aquela encarregada dos meses, o deus do número 5, a encarregada dos anos, o deus do número 7 e assim por diante:



Deus encarregado dos *baktun* | Deus encarregado dos *katun* | Deus encarregado dos *tun* | Deus encarregado dos *uinal* | Deus encarregado dos *kin*

Fig. 22.63

Aproximando nosso próprio calendário ao calendário maia, seria como se houvesse seis divindades carregadoras para o 31 de dezembro de 1899:

— uma levando o número 31 para o dia;
— outra levando o número 12 para o mês;
— outra ainda levando o número 9 para o ano;
— depois outra levando o número 9 para o decênio; e assim por diante.

No fim desse dia, essa sucessão de divindades teria marcado uma pequena pausa antes de tornar a partir. Mas, tendo-se encontrado no dia seguinte à frente do primeiro mês do ano seguinte, tanto o deus carregador dos dias como aquele que leva os meses teriam então sido encarregados do número 1. Com a mudança de século (passagem do ano 1899 a 1900), os deuses carregadores dos anos e decênios estariam momentaneamente livres de seus fardos, enquanto a divindade carregadora dos séculos teria recebido o peso do número 9. O deus dos milênios conservaria intacto o que já tinha nas costas há 900 anos.

Reflitamos sobre o pensamento místico dos maias e retornemos à data de "9 *baktun*, 17 *katun*, 0 *tun*, 0 *uinal* e 0 *kin*": como reagiriam os deuses dos kin, uinal e tun caso fosse permitido suprimir suas efígies de uma estela comemorativa?

Seguramente, os escultores e os modeladores maias não podiam correr o risco de encolerizá-los!

Por outro lado, as unidades de tempo sucediam-se numa ordem imutável e retomada sem cessar. Eram sempre inscritas na progressão rigorosa dos valores decrescentes, partindo de cima para baixo e começando pela mais elevada.

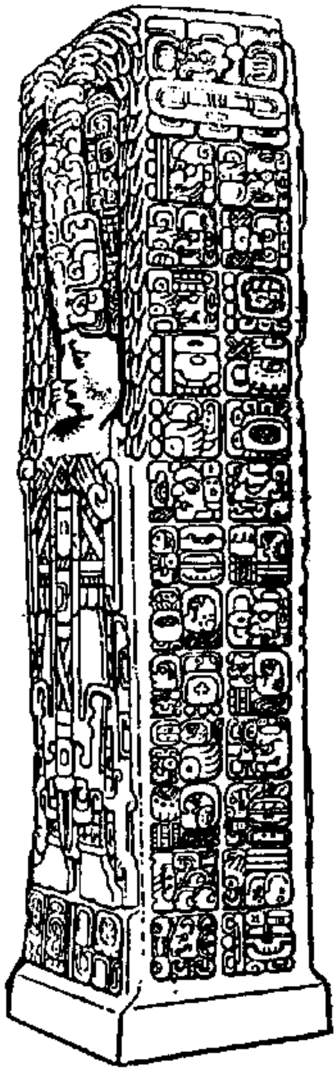


Fig. 22.64 - *Estela A de Quiriguá. Nesse monumento, erigido em 775 da era cristã, os deuses foram esculpidos na frente e no verso, e os glifos (calendários astronômicos e outros) nos lados.*
Segundo J. E. Thompson, fig. 11, p. 163

Assim, o muito belo ordenamento dos hieróglifos correspondentes sobre as estelas se romperia, caso não fosse introduzido o uso de um sinal especial para marcar a ausência de unidade de tempo de uma certa ordem.

A preocupação estética e a crença mística, bem como o caráter solene e as exigências de uma "paginação" particularmente cuidada das estelas maias (fig. 22.65), portanto fizeram da invenção do zero uma necessidade absoluta.

Mas o sistema inscrevia-se também, e sobretudo, numa linha evolutiva que devia conduzir inevitavelmente à descoberta do princípio de posição. Tão rigorosamente quanto numa "mesa de contar", suas unidades de tempo tomavam incessantemente lugar na ordem de sua progressão matemática sob o cinzel bem hábil dos escultores e modeladores.

As vantagens aritméticas de uma tal apresentação não escaparam, aliás, aos sacerdotes-astrônomos maias.

Sobre seus manuscritos foram conduzidos, pela tentativa de simplificar, a suprimir, no corpo das expressões de suas datas, qualquer menção aos hieróglifos indicadores das unidades de tempo, o que fez com que restassem apenas as séries de coeficientes correspondentes.

Contentaram-se doravante em escrever no lugar certo o zero ou um dos algarismos de 1 a 19.

Em lugar de indicar como abaixo a data do "8 *baktun*, 11 *katun*, 0 *tun*, 14 *uinal* e 0 *kin*":

8 BAKTUN 11 KATUN 0 TUN 14 UINAL 0 KIN

Fig. 22.65 A

exprimiram-na desde então da seguinte maneira (mudando a orientação dos algarismos e substituindo o hieróglifo zero por um sinal mais simples de reproduzir):

Fig. 22.65 B

Uma tal omissão dos glifos indicadores das unidades de tempo deve ter provocado poucos problemas no plano religioso, uma vez que esses manuscritos não tiveram o caráter solene e sagrado das estelas comemorativas.

Parece-me claro que o uso do zero permaneceu ainda necessário apenas por razões matemáticas.

Livres das contingências místicas e teológicas, os astrônomos maias possuíam uma notável numeração escrita de posição possuindo um verdadeiro zero.

Calcada estritamente no sistema de expressão das datas e concebida para satisfazer unicamente as necessidades da astronomia e do cálculo do tempo, essa numeração conservou, por sua terceira posição, o valor da terceira unidade de tempo. Em lugar de indicar nessa colocação os múltiplos de $20 \times 20 = 400$, exprimiu apenas os de $18 \times 20 = 360$. O que a tornou, é claro, imprópria à prática das operações e a qualquer desenvolvimento matemático.

Os sábios maias foram motivados, antes de tudo, pelas preocupações de ordem mística e divinatória.Mas não é freqüente, na história das civilizações, a astrologia e a religião abrirem caminho para a filosofia e a ciência?

Só podemos, em todo caso, inclinar-nos diante dessa brilhante linhagem de sacerdotes e astrônomos que, distantes das influências do Velho Mundo, chegaram a concepções notáveis e alcançaram resultados astronômicos de uma impressionante precisão, fundamentando seus cálculos em observações efetuadas em condições materiais extremamente limitadas!

O Estágio Último da Notação Numérica

A lenda de Sessa

Diz-se freqüentemente na literatura árabe-persa que havia três obras de que a nação indiana se glorificava:

— sua numeração decimal de posição e seus métodos de cálculo;
— os contos do *Panchatantra* (de onde provavelmente foi tirada a fábula bem conhecida de *Kalila wa Dimma*);
— e o *Chaturanga*, ancestral do jogo de xadrez, cuja célebre lenda (adaptada abaixo em termos modernos) vai permitir-nos introduzir este importante capítulo...

Para provar a seus contemporâneos que um monarca, por mais poderoso que seja, nada é sem seus súditos, um brâmane indiano de nome Sessa inventou o jogo do *Chaturanga*.

A partida é disputada por quatro jogadores num tabuleiro quadrado de 8 por 8 casas, com 8 peças (o rei, o elefante, o cavalo, o carro e 4 soldados) que avançam segundo os pontos obtidos lançando-se dados.

Quando o jogo foi apresentado ao rei das Índias, este ficou de tal forma maravilhado por sua engenhosidade e pela variedade considerável de combinações possíveis que fez com que o brâmane viesse até ele para recompensá-lo em pessoa:

— Por tua notável invenção — diz o rei —, quero dar-te um presente. Escolhe tu mesmo a recompensa, e a receberás em seguida. Sou suficientemente rico e poderoso para satisfazer teu desejo mais disparatado.

Após ter meditado sobre a resposta, o brâmane espantou o mundo pela incrível modéstia de seu pleito.

— Bom Soberano — disse — , desejo que me dês tantos grãos de trigo quantos forem necessários para preencher as 65 casas de meu tabuleiro: 1 grão para a primeira casa, 2 para a segunda, 4 para a terceira, 8 para a quarta, 16 para a quinta e assim por diante, de modo que se ponha em cada casa duas vezes mais grãos de trigo do que na precedente.

— Serás tu tão tolo para formular um pedido tão modesto? — exclamou o rei, inteiramente surpreso. — Poderias ofender-me por um voto tão indigno de minha benevolência e tão desprezível em comparação com o que poderia oferecer-te. Mas, seja! Já que tal é teu desejo, meus servidores trarão teu saco de trigo antes do cair da noite.

O brâmane esboçou um sorriso e deixou o palácio.

À noite, o rei lembrou-se de sua promessa e inquiriu seu ministro para saber se aquele tal louco chamado Sessa tinha tomado posse de sua magra recompensa.

— Amado Soberano — disse o alto funcionário —, tuas ordens estão sendo executadas. Os matemáticos ligados à tua augusta corte estão determinando o número de grãos a dar ao brâmane.

O rosto do rei assombrou-se, pois ele não tinha o hábito de assistir a uma execução tão lenta de suas ordens.

Antes de deitar-se, o rei insistiu uma vez mais para saber se o brâmane tinha recebido seu prêmio.

— Ó Rei — disse o ministro hesitante —, teus matemáticos não chegaram ainda ao termo de suas operações. Trabalham sem descanso e esperam acabar a tarefa antes da alvorada.

É preciso dizer que os cálculos mostravam-se muito mais longos do que se tinha pensado inicialmente. Mas o rei, nada querendo ouvir, ordenou que o problema fosse resolvido antes de seu despertar.

No dia seguinte, contudo, a ordem permaneceu sem efeito e o monarca, encolerizado, despediu os calculadores escolhidos para a tarefa.

— Ó Soberano — disse então um de seus conselheiros —, tiveste razão em despedir esses operadores incompetentes. Utilizam métodos por demais antiquados! Estavam ainda desdobrando as possibilidades numéricas de seus dedos e utilizando as colunas sucessivas do ábaco. Disseram-me que os calculadores da província central do reino empregam desde algumas gerações um método bem superior e bem mais rápido do que o deles. É, parece, o mais rápido e fácil de memorizar. E as operações que exigiriam de teus matemáticos longas jornadas de trabalho árduo demandam, para esses de que te falo, apenas um lapso de tempo muito curto.

Diante de tais conselhos, fez-se portanto vir um desses engenhosos aritméticos que, após resolver o problema em tempo recorde, apresentou-se ao rei para comunicar-lhe o resultado.

— A quantidade de trigo que te foi pedida é enorme —, disse num tom grave.

O rei retorquiu que, por maior que fosse essa quantidade, seus silos certamente não se esvaziariam.

Ouviu então com estupefação as palavras do sábio.

— Ó Soberano, apesar de toda tua potência e riqueza não está ainda em teu poder amealhar uma tal quantidade de trigo. Esta está bem além do conhecimento e do uso que temos dos números. Sabe que mesmo se esvaziasses todos os silos de teu reino o resultado que obterias seria desprezível em comparação com esta enorme quantidade. Aliás, esta não se encontraria nem mesmo no conjunto dos silos de todos os reinos da Terra. Se desejasses absolutamente oferecer semelhante recompensa, seria necessário então começar por fazer secar os rios, lagos, mares e oceanos, fazer fundir as neves e as geleiras que recobrem as montanhas e as regiões do mundo, e transformar tudo em campos de trigo. E só após semear e colher 73 vezes consecutivas o conjunto dessa superfície é que poderias então quitar essa pesada dívida. Na verdade, para uma tal quantidade seria necessário armazenar o trigo num volume de cerca de 12 trilhões e 3 bilhões de metros cúbicos, e construir para tanto um silo de 5 metros de largura, 10 metros de comprimento e... 300 milhões de quilômetros de profundidade (ou seja, de uma altura igual a duas vezes a distância da Terra ao Sol)!

O calculador revelou ao soberano as características da numeração revolucionária dos sábios de sua região natal:

— A maneira de representar os números que se usa tradicionalmente em teu reino é bem complicada, pois ela se entulha de toda uma panóplia de sinais particulares representando as unidades superiores ou iguais à dezena; é ademais muito limitada, já que o maior de seus algarismos não ultrapassa a centena de milhar; e é totalmente inoperante, pois nenhuma operação aritmética é possível por esse meio. O sistema que utilizamos em nossa província é, em contrapartida, de uma grande simplicidade e de uma eficácia sem igual: através de nove "figuras" 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (que representam as nove unidades simples, mas que têm um valor diferente segundo a posição que ocupam na escrita dos números), e de um décimo símbolo notado 0 (que significa "nada" e serve para marcar as unidades ausentes), permite representar sem dificuldade qualquer número, por maior que ele seja. E é justamente essa simplicidade que faz sua superioridade, bem como elegância e a facilidade que oferece à prática de todas as operações da aritmética.

Com essas palavras, ensinou ao rei os principais métodos do cálculo em questão e forneceu-lhe nesses termos a justificação de suas próprias operações:

— Segundo o pedido do brâmane, seria necessário colocar:

1 grão de trigo na primeira casa;
2 grãos na segunda;
4 (ou seja, 2 vezes 2) grãos na terceira;
8 (ou seja, 2 vezes 2 vezes 2) grãos na quarta;
16 (ou seja, 2 vezes 2 vezes 2 vezes 2) grãos na quinta;

e assim por diante, passando a cada vez de uma casa à seguinte. Portanto, na sexagésima quarta casa seria necessário colocar tantos grãos quantas unidades há no resultado de 63 multiplicações sucessivas por 2 (ou seja, 2^{63} grãos). Assim, a quantidade pedida é igual à soma desses 64 números (ou seja, $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^{63}$).

— Se acrescentares um grão a esse número — prosseguiu o calculador —, haveria então 2 grãos na primeira, e portanto 2×2 grãos nas duas primeiras. Na terceira recolherias $(2 \times 2+2 \times 2)$ grãos de trigo, ou seja, $2 \times 2 \times 2$ em tudo. Na quarta, o total seria $(2 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2)$, ou seja, $2 \times 2 \times 2 \times 2$ grãos. Procedendo assim, verias então que na última casa do tabuleiro o total seria igual ao resultado de 64 multiplicações sucessivas por 2 (ou seja, 2^{64}). Ora, esse número é igual a 6 vezes o produto de dez multiplicações sucessivas por 2, ele próprio multiplicado pelo número 16:

$$(2^{64} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10}$$
$$= 1.024 \times 1.024 \times 1.024 \times 1.024 \times 1.024 \times 1.024 \times 16).$$

— E — conclui ele —, como esse número foi obtido pelo acréscimo de uma unidade à quantidade procurada, o total dos grãos é portanto igual àquele diminuído de um grão. Efetuando então essas operações segundo o método que demonstrei, podes tu próprio assegurar-te, ó Soberano, que a quantidade de grãos pedida é exatamente de dezoito quintiliões, quatrocentos e quarenta quatriliões, setecentos e quarenta trilhões, setenta e três bilhões, setecentos e nove milhões, quinhentos e quarenta e um mil e seiscentos e dezesseis (18.446.744.073.551.616)!

— Decididamente — respondeu o rei muito impressionado —, o jogo que esse brâmane inventou é tão engenhoso quanto seu pedido. Quanto a teus métodos de cálculo, sua simplicidade e eficácia não têm igual! Diga-me agora, sábio homem, o que é necessário fazer para quitar uma dívida tão desnorteante?

O outro refletiu um instante e respondeu:

— Deves encerrar esse astucioso brâmane em sua própria cilada! Propõe-lhe vir contar ele próprio, grão por grão, todo o trigo que teve a audácia de pedir-te. Mesmo se ele trabalhasse sem descanso, dia e noite, computando na razão de um grão por segundo, só recolheria um metro cúbico em seis meses, e levaria perto de dez anos para medir uns vinte metros cúbicos...

ao fim do tempo que lhe resta viver, ele terá contado uma parte absolutamente insignificante do que lhe é devido!...

A numeração moderna: uma descoberta maior

Tal é a lenda de Sessa, que atribui à civilização indiana a honra dessa realização fundamental chamada de *numeração moderna*. Veremos mais adiante que, malgrado o caráter mítico do conto, esse fato é perfeitamente autêntico.

Mas é-nos necessário inicialmente medir a importância desse sistema de numeração escrita, cujo uso tornou-se hoje tão freqüente e familiar que acabamos por esquecer sua profundidade e seus verdadeiros méritos.

Quem quer que reflita sobre a história universal das numerações escritas só pode chocar-se pela engenhosidade desse sistema, já que o conceito de zero, bem como o valor de posição atribuído a cada um desses algarismos de base nas representações numéricas oferecem-lhe uma vantagem imensa sobre o conjunto das notações numéricas imaginadas pelos povos ao longo das eras.

Para compreendê-lo, retornemos então ao início dessa história. Mas, em lugar de seguir suas diferentes etapas segundo a pura cronologia e os fios condutores próprios a cada uma das civilizações em questão, deixemo-nos guiar agora por uma espécie de lógica do tempo, ordenadora dos dados históricos que, pela força das coisas, fez a unidade profunda da cultura humana...

A *primeira regra numeral da história:* o princípio de adição

Essa história começou há pouco mais de cinco mil anos na Mesopotâmia e no Egito, em sociedades avançadas em plena expansão, que viram-se desafiadas a fixar operações econômicas numerosas e diversas demais para serem confiadas apenas aos recursos limitados da memória humana. Utilizando então procedimentos concretos arcaicos, experimentando a necessidade de guardar duradouramente a lembrança de suas enumerações e inventários, os responsáveis dessas sociedades compreenderam que um método inteiramente diferente se impunha.

Para superar a dificuldade, tiveram a idéia de representar os números por sinais gráficos traçados sobre a superfície do solo, ou ainda sobre tabuletas de argila, pedra, folhas de papiro ou cacos de cerâmica. E assim nasceram as primeiras numerações escritas da história.

Independentemente ou não de qualquer influência, vários outros povos engajaram-se nessa via durante os milênios que se seguiram. E tudo em seguida se passou como se, ao curso das eras e através de diferentes civilizações, a humanidade tivesse experimentado as diversas soluções possíveis para o problema da representação e da manipulação dos números antes de reter a que devia aparecer finalmente como a mais abstrata, aperfeiçoada e eficaz de todas...

No início, as numerações escritas repousaram sobre o *princípio aditivo*, regra segundo a qual o valor de uma representação numérica é obtido através da soma dos valores de todos os algarismos contidos nela. Eram, portanto, muito rudimentares: seus algarismos de base eram totalmente livres uns dos outros (cada um possuindo apenas seu próprio valor absoluto), e seus usuários limitaram-se a repeti-los tantas vezes quanto necessário. A numeração hieroglífica egípcia, por exemplo, atribuía um sinal especial à unidade e a cada potência de dez: um traço vertical a 1, um sinal em forma de "U" invertido para o número 10, uma espiral para a centena, uma flor de lótus para o milhar, um dedo elevado para a dezena de milhar, um girino para a centena de milhar e um homem ajoelhado e de braços estendidos para o céu para o milhão. E para escrever um número tal como 7.659 era necessário reproduzir 7 vezes o lótus, 6 vezes a espiral, 5 vezes o sinal da dezena e nove vezes a barra vertical da unidade, o que exigia o emprego de 27 algarismos (fig. 28.1)[1]. A numeração suméria (que, por sua vez, repousava sobre a base 60, com a dezena como base auxiliar) dava um algarismo particular aos números seguintes, definindo suas ordens de unidades consecutivas:

1	10	60	600	3.600	36.000	216.000
			$(= 10 \times 60)$	$(= 60^2)$	$(= 10 \times 60^2)$	$(= 60^3)$

Mas ela se limitava também a repetir seus algarismos tantas vezes quantas era necessário. Assim, a representação do número 7.659 era feita segundo a decomposição aritmética seguinte, reproduzindo duas vezes o sinal de 3.600, sete vezes o de 60, três vezes o de 10 e nove vezes o da unidade, pondo assim em jogo 21 sinais no total (fig. 28.6):

$$\begin{aligned} 7.659 = \; & (3.600 + 3.600) \\ & + (60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60 + 60) \\ & + (10 + 10 + 10) \\ & + (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1). \end{aligned}$$

Entre os exemplos de outras noções do mesmo tipo estão a numeração hieroglífica hitita, a numeração proto-elamita, os sistemas cretenses (hieroglífico ou lineares A e B) e mesmo a numeração asteca (que só diferia das precedentes pela natureza vigesimal de sua base) (fig. 28.2 a 28.5).

Para evitar tais aglomerações de sinais, alguns povos tiveram a idéia de introduzir em sua lista inicial sinais suplementares correspondendo a unidades intermediárias. Foi o caso dos gregos, sabeus, etruscos e romanos, que atribuíram um símbolo particular a cada um dos números 5, 50, 500, 5.000 etc., além daqueles que já tinham por unidade, e das diferentes potências de 10 (fig. 28.7 e 28.8).

Mas tais inovações representaram um progresso parcial, já que exigiam ainda repetições fastidiosas de sinais idênticos.

Quanto ao sistema romano, multiplicaram-se nele as convenções de escrita de uma maneira tão descuidada que acabou por lhe faltar coesão (fig. 28.8 e 28.19). E como se usaram simultaneamente dois princípios logicamente incompatíveis (os princípios aditivo e subtrativo), o referido sistema chegou até a marcar uma nítida regressão com respeito às outras numerações escritas da história.

O primeiro avanço notável nesse sentido deve-se na realidade aos escribas egípcios, que, querendo satisfazer as necessidades da escrita rápida, tinham procurado bem cedo simplificar notavelmente a grafia e a estrutura de seu sistema inicial. Partindo de desenhos hieroglíficos minuciosos demais, esforçaram-se por chegar a sinais bastante esquemáticos, pela manutenção da continuidade do traçado, que se obtém ora por pequenos toques rápidos, ora por uma só pincelada.

---

[1] As principais ilustrações dos temas que se seguem figuram no tomo II da presente obra: ver capítulo 28.

Dessa forma, profundas modificações gráficas foram trazidas aos algarismos hieroglíficos, de sorte que a partir de então as novas formas não tiveram mais do que uma semelhança muito vaga com seus protótipos.

Termina-se finalmente com uma notação numérica muito abreviada, conhecida pelo *nome de numeração hierática egípcia*, que atribui um sinal particular a cada um dos números (fig. 28.9):

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20	30	40	50	60	70	80	90
100	200	300	400	500	600	700	800	900
1.000	2.000	3.000	4.000	5.000	6.000	7.000	8.000	9.000
....	....	....	....	....	....	....	....	....

Tratava-se de uma notação cursiva, à qual devia suceder uma outra ainda mais abreviada, conhecida pelo nome de numeração demótica (fig. 28.10).

Nos dois casos, introduziram-se nove sinais especiais para as unidades simples, nove para as dezenas, nove outros ainda para as centenas e assim por diante. Os sistemas permitiram desde então realizar uma economia apreciável de símbolos: a escrita do número 7.659passou a não exigir mais do que 4 sinais (em lugar dos 27 requisitados pelo sistema hieroglífico), já que bastava justapor os algarismos 7.000, 600, 50 e 9 segundo um decomposição aritmética do tipo:

$$7.659 = 7.000 + 600 + 50 + 9.$$

Inconveniente das notações desse tipo: exigiam um esforço de memória considerável para permitir reter todos os sinais assim postos em jogo.

Os judeus e os gregos, e depois deles os siríacos, armênios e árabes adotaram notações matematicamente equivalentes a esse sistema (fig. 28.11 a 28.13 e fig. 19.4).

Entretanto, em lugar de proceder como os egípcios, esquematizando progressivamente o traçado de seus algarismos iniciais, estes forjaram seus sistemas a partir das letras de seus respectivos alfabetos. Considerando as letras na ordem de sua sucessão regular (a ordem "abecedária" de origem fenícia), tais numerações associaram com efeito as nove primeiras às unidades simples, depois as nove seguintes às dezenas e assim por diante.

Um tal método deu origem, porém, ao procedimento da transposição numérica das palavras, fornecendo desde então uma ampla matéria às especulações de todas as espécies, bem como aos devaneios ocultistas e mágicos mais fantasiosos, encontrando-se por conseguinte na gênese de uma multidão de práticas, crenças e superstições.

Mas, posto de lado esse inconveniente, o procedimento trouxe também uma solução razoavelmente aceitável, segundo as necessidades do momento, para o problema da representação numérica, que permitiu a notação do número 7.659, em hierático ou em demótico egípcio, por meio tão-somente de quatro sinais.

A descoberta do princípio multiplicativo

Contudo, a jornada em direção a um sistema tão perfeito quanto o nosso estava ainda no início, e os recursos da notação numérica permaneciam ainda consideravelmente limitados. Esses diversos povos, é verdade, mantiveram-se profundamente ligados ao uso do velho princípio de adição, encontrando-se assim inscritos num profundo impasse. Uma das razões maiores desse bloqueio diz respeito à notação dos grandes números, o que evidentemente não se poderia imaginar se só se usasse o princípio aditivo. É por isso que alguns povos foram levados a mudar radicalmente de regra numeral, adotando para tanto um princípio misto, dito "híbrido", que calcava-se simultaneamente na multiplicação e na adição.

Essa evolução foi feita em duas etapas, e no início a introdução desse novo princípio serviu apenas para estender a capacidade de algumas numerações até então muito rudimentares (fig. 28.17 e 28.18). O caso dos assírio-babilônios e dos aramaicos é, a esse respeito, exemplar. Estes povos reservaram um algarismo particular para cada um dos números 1, 10, 100 e 1.000, mas em lugar de representar as centenas e os milhares por sinais especiais ou ainda pela repetição de tantas vezes o sinal de 100 ou de 1.000, tiveram a idéia de justapor sucessivamente os algarismos para 100 e para 1.000 às notações das unidades simples correspondentes. Recorreram assim ao princípio multiplicativo, segundo combinações aritméticas do tipo:

$$\begin{array}{ll}
1 \times 100 & 1 \times 1.000 \\
2 \times 100 & 2 \times 1.000 \\
3 \times 100 & 3 \times 1.000 \\
4 \times 100 & 4 \times 1.000 \\
5 \times 100 & 5 \times 1.000 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\
9 \times 100 & 9 \times 1.000
\end{array}$$

Continuaram no entanto a notar todos os números inferiores a 100 mediante o velho princípio da adição, limitando-se a repetir o algarismo da unidade e da dezena tantas vezes quantas fosse necessário. Donde, para o número 7.659,observamos uma notação decomposta da seguinte maneira (fig. 28.20 e 28.21):

$$\begin{aligned}
7.659 = \; & (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) \times 1.000 \\
& + (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1) \times 100 \\
& + (10 + 10 + 10 + 10 + 10) \\
& + (1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1).
\end{aligned}$$

Desse modo, ao introduzirem parcialmente o princípio multiplicativo, as numerações assírio-babilônias e aramaicas constituíram o que se poderia chamar de sistema "híbrido parcial".

Numa época mais tardia, os habitantes da ilha do Ceilão sofreram a mesma revolução, mas a partir de um sistema inicial muito melhor concebido do que os precedentes. Atribuíram sinais especiais não somente a cada potência de dez, mas também a cada uma das nove unidades simples e a cada uma das nove dezenas, aplicando-lhes o princípio precedente. De sorte que um número como 7.659 passou a ser decomposto da forma seguinte (fig. 28.22):

$$7 \times 1.000 + 6 \times 100 + 50 + 9.$$

Contudo, os chineses e os povos da Índia meridional (os tâmeis e os malayâlî) foram os que melhor souberam tirar proveito do princípio em questão.

Evidentemente, criaram também sinais particulares para representar os números

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 100, 1.000, 10.000.

Mas em lugar de fazerem as dezenas figurar por meio de sinais especiais, tiveram a idéia de estender o princípio multiplicativo à notação de todas as ordens de unidades superiores ou iguais à base de sua numeração. Já os números intermediários eram expressos pela inserção do sinal indicador da dezena entre o algarismo das unidades simples e o das unidades de 2ª ordem, do sinal indicador da centena entre o das unidades de 2ª ordem e o das unidades de 3ª ordem, e assim por diante. Donde, para o número 7.659, uma notação que responde a uma decomposição do tipo:

$$7.659 \quad = \quad 7 \times 1.000 \quad + \quad 6 \times 100 \quad + \quad 5 \times 10 \quad + \quad 9.$$

É o que se chama numeração de tipo "híbrido completo", em que a representação dos números é feita seguindo a expressão dos diversos valores numéricos de um polinômio, tendo por variável a base da numeração correspondente (fig. 28.25 a 28.27).

A descoberta do princípio "híbrido" foi muito vantajosa para as necessidades daquele momento, já que permitiu não somente evitar as repetições cansativas de sinais idênticos, mas ainda aliviar a memória — evitando a fixação de um número considerável de símbolos originais.

A mesma descoberta permitiu também fazer coincidir o princípio da representação escrita dos números com o da expressão oral correspondente (notar-se-á, aliás, que a estrutura lingüística da maioria das numerações faladas deixa transparecer, desde a mais remota Antigüidade, o uso dessa regra mista).

Graças a esse princípio, pôde-se também fazer crescer consideravelmente os recursos da representação dos números (fig. 28.18, 28.20 e 28.25).

Inconvenientes dos sistemas precedentes

Apesar de semelhante evolução, a notação numérica permaneceu ainda bloqueada, e suas capacidades permaneceram efetivamente muito limitadas.

Graças a algumas convenções de escrita, os matemáticos gregos chegaram a estender sua numeração alfabética à notação de números mais consideráveis. O caso de Arquimedes é bastante significativo a esse respeito. Num pequeno tratado de aritmética intitulado *O Arenário*, este imaginou uma regra que lhe permitiria exprimir grandes números a partir das letras numerais gregas — por exemplo, a quantidade total de grãos de areia que poderia conter a "esfera do mundo" (cujo diâmetro equivaleria à distância da Terra às estrelas fixas): um número igual àquele que exprimiríamos no nosso sistema atual mediante um "1" seguido de 64 zeros!

Os matemáticos chineses conseguiram também estender sua numeração comum à notação dos números que pudessem atingir ou mesmo ultrapassar a ordem de 10^{4096}, indo assim muito além da maior quantidade fisicamente representável.

Mas nem uns nem outros puderam imaginar essa notação racional para todos os números, uma vez que estes não tinham a capacidade ilimitada de representação que possui nosso sistema atual. É verdade que, em sistemas desse tipo, quanto mais se eleva a ordem de grandeza em questão, maior é a necessidade de se criarem novos símbolos, ou de se forjarem novas convenções de escrita.

Assim, é fácil demonstrar a incontestável superioridade de nossa numeração atual, que constitui um dos fundamentos do instrumental intelectual do homem moderno: por meio de um número muito reduzido de algarismos de base, ela permite, sem nenhum artifício, uma representação simples e perfeitamente racional de qualquer número, por maior que seja.

Uma outra razão da proeminência de nosso sistema diz respeito à sua perfeita adaptação à prática, por escrito, das operações numéricas.

E foi precisamente por causa da dificuldade — para não falar em impossibilidade — que havia de efetuar cálculos escritos que os antigos sistemas de numeração permaneceram bloqueados durante toda a sua existência.

Tentemos efetuar uma adição por meio de algarismos romanos:

	CCLXVI
+	DCL
+	MLXXX
+	MDCCCVII
	....

Apercebemo-nos rapidamente de que, sem a tradução da operação no nosso sistema moderno, ser-nos-ia impossível resolvê-la:

	266
+	650
+	1.080
+	1.807
	3.803

E note-se que se trata apenas de uma adição! Que pensar então da multiplicação? E *pior, da divisão?*

De fato, sistemas desse gênero prestam-se muito pouco à prática das operações aritméticas. Tal fato provém do caráter estático de seus algarismos, que são bem menos sinais operatórios do que simples abreviações destinadas a exprimir por escrito os resultados de cálculos já efetuados por outros meios.

Como se sabe, para efetuar cálculos aritméticos, os antigos apelavam geralmente a auxiliares materiais, tais como o ábaco ou a mesa com peças. Exigindo um aprendizado longo e difícil, a prática do cálculo era então inacessível ao comum dos mortais, constituindo o domínio reservado de uma casta privilegiada de especialistas — os calculadores profissionais.

Isso não significa, contudo, que antes desse advento os sinais de numeração nunca tenham permitido "calcular por escrito". Pois, a bem dizer, a operação citada acima é igualmente executável através do sistema latino. A condição necessária e suficiente é dispor, para tanto, os algarismos como abaixo e proceder etapa por etapa, contando e reduzindo os algarismos de cada ordem de unidades (cinco "I" substituídos por um "V", dois "V" por um "X", cinco "X" por um "L", dois "L" por um "C", e assim por diante):

			CC	L	X	V	I
+	M	D	CCC			V	II
+		D	C	L			
+	M			L	XXX		
	MMM	D	CCC				III

Os romanos provavelmente sonharam com este método. Mas como tratava-se no fundo de uma adaptação escrita das regras de cálculo no ábaco, preferiram permanecer com o instrumento — cujas peças, sonantes e ressonantes, eram certamente mais manejáveis do que os sinais dessa numeração primitiva.

Sabe-se aliás que, a despeito de seu caráter muito rudimentar, a numeração egípcia permitiu fazer cálculos aritméticos. Os métodos correspondentes tiveram o mérito de evitar que os calculadores apelassem à memória: para multiplicar ou dividir bastava, com efeito, saber adicionar e multiplicar por 2. Mas estas operações eram lentas e complexas em comparação com nossos métodos atuais; e o mais grave: faltavam-lhes agilidade, unidade e coesão.

Por outro lado, enfim, os matemáticos greco-bizantinos chegaram certamente a imaginar diversas regras para efetuar multiplicações e divisões por meio de suas letras numerais. Mas seus procedimentos também eram bem mais complicados, e sobretudo mais artificiais e menos coerentes do que os nossos.

Não é verdade, portanto, que tentativas para elaborar regras de cálculo tenham faltado durante os tempos antigos. Mas "a verdade é que as dificuldades encontradas outrora eram inerentes ao próprio caráter das numerações então em uso, não suscetíveis de regras simples e nítidas" (T. Dantzig).

À luz de tais considerações, compreende-se a razão de a humanidade, do início dos tempos históricos até a aparição de nosso zero atual, ter feito tão pouco progresso na arte de calcular.

A descoberta de nossa numeração moderna (e sobretudo sua popularização) permitiu que a humanidade se livrasse definitivamente desses obstáculos e do uso de todos os auxiliares de cálculo desse gênero...

O primeiro passo decisivo: a descoberta do princípio de posição

Na verdade, para chegar a um sistema tão engenhoso quanto o nosso, teria sido inicialmente necessário descobrir o *princípio de posição*, regra segundo a qual um algarismo tem um valor que varia em função da posição que ocupa na escrita de um número. Na nossa numeração decimal atual, um "3" tem como valor 3 unidades, 3 dezenas ou 3 centenas, dependendo se é colocado na primeira, segunda ou terceira posição numa representação numérica. Para escrever o número sete mil seiscentos e cinqüenta e nove, basta colocar simplesmente nessa ordem a seqüência de algarismos 7, 6, 5 e 9, já que, segundo essa regra, a escrita 7.659 significa o valor de:

$$7 \times 1.000 + 6 \times 100 + 5 \times 10 + 9.$$

Graças a essa convenção fundamental, retém-se apenas a série dos coeficientes numéricos da decomposição do número correspondente, segundo as potências decrescentes da base.

É esse o princípio de posição: tão simples em aparência quanto o ovo de Cristóvão Colombo. Mas também nesse caso, foi preciso pô-lo de pé!

Esse princípio parece-nos hoje de uma tal simplicidade que esquecemos que a humanidade tateou e hesitou durante milênios antes de descobri-lo, e que culturas tão avançadas quanto as civilizações grega e egípcia ignoraram-no completamente.

As numerações que teriam podido tornar-se posicionais

E apesar disso, um bom número de sistemas de numeração, desde a mais alta Antigüidade, teria podido conduzir à descoberta desse princípio fundamental.

Retornemos com efeito às numerações tâmil e malayâlam (Índia meridional), em que, conforme o princípio híbrido, os números compostos de várias ordens de unidades eram expressos habitualmente pela inclusão do sinal indicador da dezena entre o algarismo das unidades simples e o das unidades de 2ª ordem, e do sinal indicador da centena entre o algarismo das dezenas e o dos milhares, e assim por diante (fig. 28.26 e 28.27).

Assim, o número 6.657, por exemplo, é, normalmente representado em tais sistemas da seguinte maneira:

௬ ௲ ௬ ௱ ௫ ௰ ௭	൬ ൲ ൬ ൱ ൫ ൰ ൭
6 1.000 6 100 5 10 7	6 1.000 6 100 5 10 7
··························>	··························>
(tâmil)	(malayâlam)

Isto é, segundo uma decomposição aritmética do tipo:

$$6 \times 1.000 + 6 \times 100 + 5 \times 10 + 7.$$

Ora, se se examina um certo número de escritos tâmeis e malayâlam constata-se que, no corpo dos números expressos por algarismos clássicos, os sinais indicadores de dez, cem e mil foram freqüentemente suprimidos (cf. Renou e Filliozat). De sorte que o número 6.657 encontra-se notado neles de uma forma abreviada, tal como:

௬ ௬ ௫ ௭	൬ ൬ ൫ ൭
6 6 5 7	6 6 5 7
················>	················>
(tâmil)	(malayâlam)

Essa simplificação deu assim aos algarismos 6, 6, 5, e 7 respectivamente os seguintes valores:

— sete unidades simples ao algarismo 7 colocado na primeira posição;
— cinco dezenas ao algarismo 5 colocado na segunda;
— seis centenas ao algarismo 6 colocado na terceira;
— e seis milhares ao algarismo 6 colocado na quarta.

Logo, os algarismos tâmeis e malayâlam adquiriram nessas condições um valor variável *conforme sua posição na escrita dos números.*

Essa notável orientação dos sistemas precedentes na direção de uma notação posicional é inscrita geralmente numa linha evolutiva inteiramente normal, característica das numerações híbridas.

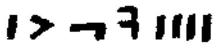
Nos sistemas desse tipo os sinais indicativos das potências da base são sempre escritos numa ordem invariável, que é a dos valores decrescentes a partir da mais elevada, a ordem inversa a partir da menor. E compreende-se por que, pela força do hábito, considerando essa ordem imutável, os usuários desses sistemas tenham sido conduzidos naturalmente, no afã de abreviação, a suprimir no corpo de suas representações algarítmicas qualquer menção a sinais indicadores das potências de dez, deixando no final das contas apenas a série dos coeficientes correspondentes.

Por sinal, foi tal fato que conduziu certos lapidadores aramaicos do início da era cristã a desprezar por vezes o sinal da centena nas suas representações algarítmicas.

A inscrição de Sa'ddiyat constitui um notável testemunho disso. Na região, como se sabe, empregava-se um sistema híbrido, cujos algarismos de base tinham as formas e valores seguintes:

1 5 10 20 100

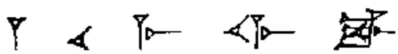
Mas nessa inscrição, datada do 436º ano da era selêucida (=124-125 d. C.), o número 436 é notado na forma (cf. B. Aggoula, pr. II):

 em vez de 

$\underbrace{1+5+10+20}_{36}$ 4 $\underbrace{1+5+10+20}_{36}$ + 100 × 4

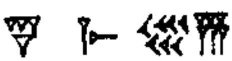
É pela mesma razão que os escribas da cidade de Mari freqüentemente desprezaram seu algarismo cuneiforme "100" nas suas representações. O fato é tanto mais notável quanto o sistema mariota, caso único na história das representações mesopotâmicas, foi empregado por volta do século XIX a. C., logo desde antes da época da aparição da numeração posicional dos sábios da Babilônia (cf. J. -M. Durand).

Em Mari empregava-se com efeito um sistema híbrido, cujos algarismos de base tinham as formas e valores seguintes (fig. 28.23):



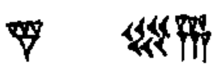
1 10 100 1.000 10.000

Donde advém, para o número 476, uma notação do tipo:



4 × 100 + 76

Tal é, ao menos, a notação que deram normalmente a esse número. Pois sabe-se na verdade desde há pouco que os mariotas atribuíram ao mesmo número essa notação mais abreviada (cf. D. Soubeyran, tabuleta ARM, XXII, 26):



4 ; 76

Essa simplificação versou, contudo, apenas sobre o algarismo da centena, e não sobre todas as potências da base. De sorte que o sistema mariota jamais se tornou "posicional" a bem dizer. É verdade que essa notação numérica, tendo permanecido muito ligada ao uso do velho princípio aditivo, teve um entrelaçamento inicial que a tinha impedido de dar um passo a mais além desse importante progresso...

Outra simplificação semelhante: aquela operada por alguns autores chineses que quiseram abreviar sua numeração comum suprimindo no corpo de suas expressões numéricas os sinais indicadores das dezenas, centenas, milhares etc. (fig. 28.25). Donde, para um número tal como 67.859, a representação seguinte (cf. E. Biot; K. Menninger):

六七八五九 em vez de 六萬七千八百五十九

6 7 8 5 9 — $6 \times 10.000 + 7 \times 1.000 + 8 \times 100 + 5 \times 10 + 9$

Citemos, por fim, o caso dos sacerdotes e astrônomos maias que, num afã de simplificação de sua notação das datas "em contagem longa", foram conduzidos também a suprimir toda menção dos glifos indicadores das unidades de tempo, deixando no final das contas apenas a série dos coeficientes correspondentes.

Tomemos por exemplo o período maia assim expresso em dias:

$$5 \times 144.000 \text{ d} + 17 \times 7.200 \text{ d} + 6 \times 360 \text{ d} + 11 \times 20 \text{ d} + 19 \text{ d}.$$

Sua notação normal era feita, nas estelas, da seguinte maneira:

5 baktun	17 katun	6 tun	11 uinal	19 kin
(=5 × 144.000)	(=17 × 7.200)	(=6 × 360)	(=11 × 20)	(=19 × 1)

Mas, nos seus manuscritos, os sacerdotes-astrônomos maias preferiram em geral representá-la de maneira diferente, a saber, contentando-se em escrever no lugar certo os coeficientes numéricos respectivamente associados aos *kin* (dias), *uinal* (períodos de 20 dias), *tun* (períodos de 360 dias), *katun* (períodos de 7.200 dias) etc, de que resulta esta notação estritamente posicional:

5	(= 5 × 144.000)
17	(= 17 × 7.200)
6	(= 6 × 360)
11	(= 11 × 20)
19	(= 19 × 1)

Dessa forma, o que precede prova que as numerações de tipo híbrido levavam em germe a descoberta do princípio de posição. Mas, a bem dizer, a simplificação de um sistema híbrido de tipo parcial só podia engendrar um uso incompleto da regra de posição, enquanto que a simplificação de um sistema híbrido de tipo total era suscetível de desembocar num uso integral da mesma regra.

Notemos, porém, que, com exceção da expressão maia das datas em "contagem longa" (cuja simplificação deu nascimento ao sistema posicional que se conhece) e de algumas evoluções individuais muito tardias — pouco significativas, portanto, na história universal das numerações escritas —, nenhum dos sistemas precedentes acedeu à posição de verdadeira numeração de posição.

Com este exemplo, constatamos uma vez mais que, em suas pesquisas e tateios, homens muito distantes no tempo ou no espaço partilharam por vezes das mesmas vias para chegar a resultados se não idênticos, ao menos similares.

Em certos casos a explicação está em contatos e influências que houve entre tais povos. Mas seria evidentemente errôneo pensar que os maias pudessem copiar os povos do Velho Mundo; a explicação diz respeito, aqui, ao que chamamos mais acima a unidade profunda da cultura humana: sendo a inteligência do homem universal e suas potencialidades notavelmente constantes em todos os recantos da Terra, os maias encontraram-se simplesmente diante de condições iniciais favoráveis, rigorosamente idênticas às de outros indivíduos que obtiveram os mesmos resultados...

As primeiras numerações de posição da história

Como vimos, a civilização que elaborou as bases de nosso sistema atual não foi nem a única nem mesmo a primeira a descobrir o princípio de posição.

Na verdade, três outros povos realizaram integralmente essa descoberta fundamental, antes e independentemente dela, pois a regra numérica em questão foi imaginada:

— *uma primeira vez, no início do II milênio a. C., pelos sábios da Babilônia*;

— uma segunda vez, um pouco antes do início de nossa era pelos matemáticos chineses;

— e uma terceira vez, entre os séculos IV e IX d. C., pelos sacerdotes-astrônomos da civilização maia.

Assim, o sistema sexagesimal babilônio dava a um determinado número como 392 uma representação composta da escrita do número 6 colocada em segunda posição (fileira das sessentenas) e da escrita do número 32 colocada em primeira posição (fileira das unidades da 1ª ordem sexagesimal). Tratava-se, por conseguinte, de uma notação que se poderia transcrever sob a forma (fig. 28.33):

$$[6\ ;\ 32]$$
$$(= 6 \times 60 + 32).$$

Era um pouco como se exprimíssemos hoje o número 392' = 6 × 60' + 32' sob a forma: 6º 32'.

O sistema erudito chinês repousava sobre o mesmo princípio, com a ligeira diferença de que a base dessa numeração era decimal, em vez de igual a 60. Para escrever por ele o número 392, bastava colocar os algarismos 3, 9 e 2, nessa ordem, dando assim ao número considerado uma notação tal como (fig. 28.34):

$$[3\ ;\ 9\ ;\ 2]\ (= 3 \times 100 + 9 \times 10 + 2).$$

Por sua vez, o sistema erudito maia, cuja base era vigesimal, dava ao mesmo número uma notação posicional do tipo (fig. 28.35):

$$[19 ; 12] (= 19 \times 20 + 12).$$

Eis que os sistemas eruditos babilônio, chinês e maia foram as primeiras numerações de posição da história.

Sistemas inacabados

Graças a essa descoberta essencial, tais povos puderam representar qualquer número (por maior que fosse) através de um número muito limitado de sinais de base. Mas nenhum desses três povos soube verdadeiramente tirar proveito de tamanha descoberta.

Os sábios babilônios descobriram o princípio de posição e aplicaram-no rigorosamente à base 60. Mas jamais lhes ocorreu a idéia, durante cerca de dois mil anos, de associar um algarismo particular a cada uma das unidades significativas de seu sistema sexagesimal. Pois em lugar de possuir 59 algarismos diferentes, na realidade tiveram apenas dois: um representando a unidade e o outro a dezena — que se limitaram a repetir, no interior de cada ordem, tantas vezes quantas era necessário até a 59ª unidade (fig. 28.33).

Os chineses descobriram também a regra de posição e empregaram-na sobre uma base decimal. Mas não fizeram melhor do que os babilônios, pois em lugar de estabelecer sinais diferentes para suas nove unidades simples, conservaram uma notação ideográfica. Representavam o número 8, por exemplo (que deveria ter recebido uma notação especial), reproduzindo uma vez o algarismo para 5 e três vezes o algarismo da unidade (fig. 28.34).

Já o sistema maia repousava sobre o princípio de posição aplicado à base vinte. Mas só comportava dois algarismos (um para a unidade e outro para 5) em lugar dos 19 algarismos significativos exigidos por uma notação dinâmica de base vinte (fig. 28.35).

O procedimento desses povos para com o princípio posicional é um pouco como se os romanos tivessem aplicado a regra de posição a seus primeiros algarismos, escrevendo um número tal como 324 sob a forma III II IIII; o que se teria seguramente prestado a confusões com:

I IIII IIII	(144)	
II III IIII	(234)	
II IIII III	(243)	
III III III	(333)	
III IIII II	(342)	
IIII I IIII	(414)	
IIII II III	(423)	etc.

Outra dificuldade, inerente desta vez à própria estrutura da numeração maia, está no fato de a regra de posição não ter sido estritamente aplicada às potências da base, mas a valores adaptados em realidade às próprias necessidades do calendário e da astronomia.

Cada número superior a 20 era escrito numa coluna vertical, compreendendo tantos andares quantas ordens de unidades havia: as unidades simples no andar inferior, as vintenas no 2º andar e assim por diante (capítulo 22).

Em razão de sua adaptação ao cômputo, esse sistema comportava uma irregularidade fundada na base 20: em lugar de corresponder aos múltiplos de $20^2 = 400$, de $20^3 = 8.000$ etc., os diferentes níveis a partir do terceiro indicavam em realidade os múltiplos de $360 = 18 \times 20$, de $7.200 = 18 \times 20^2$ e assim por diante.

Nada disso ocorria, em contrapartida, nas numerações babilônia ou chinesa, cujos valores de posição corresponderam exatamente à progressão regular das potências de sua base:

Unidades de	Sistema erudito babilônico (base 60)	Sistema erudito chinês (base 10)	Sistema posicional regular de base 20	Sistema erudito maia (uso irregular da base 20)
1ª ordem	1	1	1	1
2ª ordem	60	10	20	20
3ª ordem	60^2	10^2	20^2	18×20^2
4ª ordem	60^3	10^3	20^3	18×20^3
5ª ordem	60^4	10^4	20^4	18×20^4
6ª ordem	60^5	10^5	20^5	18×20^5

Se o sistema posicional maia tivesse sido regularmente construído na base vinte, a expressão [7; 9 ; 3] teria seguramente significado:

$$7 \times 20^2 + 9 \times 20 + 3 = 7 \times 400 + 9 \times 20 + 3.$$

Mas para os sacerdotes maias, esta correspondia antes a:

$$7 \times 360 + 9 \times 20 + 3.$$

É uma das razões pelas quais seu sistema permaneceu sempre impróprio para a prática do cálculo escrito...

Segundo passo importante: a elaboração de uma notação dinâmica para as unidades da primeira ordem

O que precede mostra bem que, para que uma notação numérica seja perfeitamente adaptada à prática das operações escritas, é- necessário não somente que ela repouse sobre o princípio de posição, mas que possua também algarismos significativos distintos correspondendo a sinais gráficos livres de qualquer intuição visual direta.

Noutras palavras, a estrutura gráfica de seus sinais numéricos deve ser idêntica à dos algarismos de nossa numeração escrita atual, em que "9", por exemplo, não mais é composto de nove pontos ou de nove barras, mas corresponde a um sinal convencional livre de qualquer ideografia (fig. 28.36):

1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Última descoberta fundamental: o zero

Outra condição não menos fundamental para que um sistema de numeração seja tão perfeito e eficaz quanto o nosso é possuir um *zero*.

Enquanto os povos usaram numerações não-posicionais, a necessidade desse conceito evidentemente não se fez sentir; a existência de algarismos para valores superiores ou iguais à base permitiu a esses sistemas evitar justamente os obstáculos colocados pela ausência de unidades de uma certa ordem. Para escrever 2.004 na numeração hieroglífica egípcia, bastaria assim reproduzir duas vezes a flor de lótus (algarismo do milhar) e quatro vezes a barra vertical que representava a unidade, de modo que os valores correspondentes totalizavam:

$$1.000 + 1.000 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2.004.$$

Em algarismos romanos, esse número era igualmente escrito: **MMIIII**, sem que houvesse necessidade de introduzir um sinal específico marcando a ausência das centenas e dezenas dessa representação. No sistema chinês, mesmo número seria notado normalmente segundo o princípio híbrido; bastaria colocar um 2, fazê-lo seguir-se pelo sinal indicador dos milhares e terminar pelo algarismo 4, segundo a decomposição:

$$2.004 = 2 \times 1.000 + 4$$

Em contrapartida, à medida que o princípio de posição foi sendo regularmente aplicado, chegou um momento em que fez-se necessário um sinal gráfico especial para representar as unidades faltantes; assim, comandada por um uso estrito e regular dessa regra, a descoberta do zero marcou a etapa decisiva de uma revolução sem a qual não se poderia imaginar o progresso da matemática, das ciências e das técnicas modernas.

Retornemos a nosso sistema decimal atual. Para escrever trinta é necessário colocar um "3" na segunda posição, para que tenha o valor de três dezenas. Como significar então que esse algarismo está em segunda posição, se não há nada na primeira posição? Logo, é indispensável existir um sinal que tenha justamente por objetivo marcar a ausência das unidades de uma certa ordem. Esse "algo" que significa nada, ou antes,"o espaço vazio" de uma unidade faltante, será finalmente o zero. A percepção de que o vazio pode e deve ser substituído por um grafismo, que tem precisamente por significado o vazio, representa a última abstração — que demandou muito tempo, muita imaginação e certamente uma grande maturidade de espírito.

Certamente, no início esse conceito foi sinônimo apenas do lugar vazio assim preenchido. Mas percebeu-se pouco a pouco pela força das coisas e da abstração que "vazio" e "nada", concebidos inicialmente como noções distintas, são, na realidade, duas expressões de um mesmo conceito. E foi assim que o sinal-zero terminou por simbolizar ao nossos olhos o valor do "número nulo", conceito de base da álgebra e da matemática atual.

Essa noção é hoje tão usual que não nos damos mais conta das dificuldades que sua ausência causou aos usuários das primeiras numerações de posição.

Sua descoberta, porém, esteve longe de ser evidente, pois excluindo a Índia, a Mesopotâmia e a civilização maia nenhuma outra cultura da história chegou por si mesma a ela. Avaliaremos melhor sua importância se nos lembrarmos de que ela chegou mesmo a escapar aos matemáticos chineses, que, no entanto, chegaram a descobrir o princípio de posição; apenas por volta do século VIII de nossa era, certamente sob influência da numeração moderna, tal conceito foi finalmente introduzido nas obras científicas chinesas.

Os sábios babilônios também, aliás, o ignoraram durante mais de um milênio — donde os numerosos erros e confusões que se imaginam facilmente.

Eles tentaram superar a dificuldade deixando um espaço vazio onde as unidades de uma certa ordem viessem a faltar. As representações eram feitas um pouco como se notássemos o número cento e seis da seguinte maneira: 1. .6. Mas o problema evidentemente não foi resolvido dessa forma, sendo esse espaço vazio freqüentemente omitido pelos escribas atordoados ou pouco conscienciosos. Além disso era bastante difícil simbolizar desse jeito a ausência de duas ou mais ordens de unidades consecutivas, já que um vazio seguido de um outro vazio sempre perfaz apenas um único espaço vazio!

Foi necessário atingir o século IV antes de nossa era para assistir à introdução de um sinal especialmente destinado para esse uso: um sinal cuneiforme com o aspecto de uma dupla barra oblíqua, que se utilizou desde então em posição medial e final, bem como em posição inicial (para notar as frações sexagesimais da unidade):

Medial:	[3 ; 0 ; 9 ; 2] =	$3 \times 60^3 + 0 \times 60^2 + 9 \times 60 + 2$
	[3 ; 0 ; 0 ; 2 =	$3 \times 60^3 + 0 \times 60^2 + 0 \times 60 + 2$
Final:	[3 ; 1 ; 5 ; 0] =	$3 \times 60^3 + 1 \times 60^2 + 5 \times 60 + 0$
	[3 ; 1 ; 0 ; 0] =	$3 \times 60^3 + 1 \times 60^2 + 0 \times 60 + 0$
Inicial:	[0 ; 3 ; 4 ; 2] =	$0 + 3 \times 1/60 + 4 \times 1/60^2 + 2 \times 1/60^3$

Essa época, tardia na história da Mesopotâmia, marcou dessa forma a aparição de um conceito eminentemente abstrato: o zero babilônio, o primeiro de todos os tempos, a que se seguiu, alguns séculos mais tarde, o zero maia.

Zeros imperfeitos

Ainda assim, nem babilônios nem maias souberam tirar proveito dessa descoberta capital (fig. 28.37).

Os maias tinham concebido a noção como um verdadeiro sinal-zero, já que utilizaram este último em posição medial, como também em posição final. Mas por causa da anomalia introduzida por eles na terceira posição de sua numeração posicional, o conceito foi privado de qualquer possibilidade operatória.

O zero babilônio não somente teve essa possibilidade, como até mesmo preencheu, ao menos entre as mãos dos astrônomos, a função de operador aritmético (multiplicando a adjunção de um sinal-zero no fim de uma representação algarítmica por sessenta, isto é, pela base, o valor do número correspondente). Mas jamais foi concebido como um número: sinônimo de "vazio" apenas, não correspondeu jamais ao sentido da "quantidade nula" (fig. 28.37).

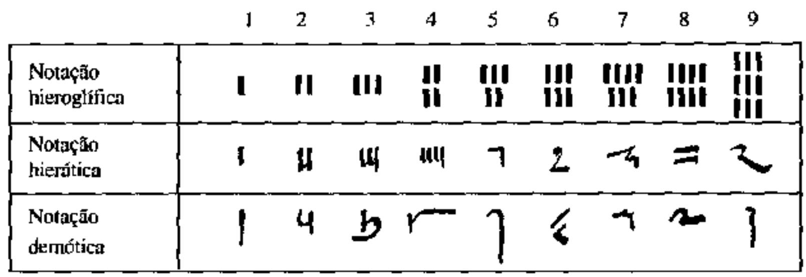
Apesar dessas descobertas fundamentais, nenhum desses povos soube portanto dar o passo decisivo que conduzisse ao último aperfeiçoamento da notação numérica. E é por causa dessas imperfeições que os sistemas posicionais babilônio, chinês e maia jamais estiveram verdadeiramente adaptados à prática das operações aritméticas e jamais puderam dar lugar a desenvolvimentos matemáticos idênticos aos nossos...

Numerações que poderiam ter-se tornado dinâmicas

Viu-se acima que a perfeita adaptação da numeração moderna à prática das operações escritas provém não somente do princípio de posição e do zero, que rege suas representações numéricas, mas também do fato de que seus algarismos significativos correspondem a sinais gráficos livres de qualquer intuição visual.

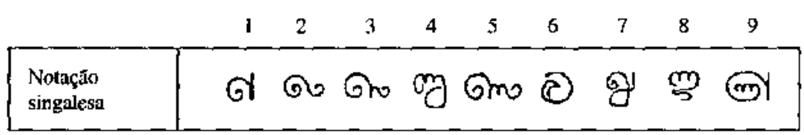
Uma vez mais, os inventores desse sistema não tiveram por essa inovação nem o apanágio nem mesmo a honra do pioneirismo, pois certas numerações escritas foram munidas dessa última propriedade desde a mais alta Antigüidade.

Entre os egípcios, como vimos, a passagem da escrita hieroglífica à escrita hierática, e posteriormente à escrita demótica, modificou radicalmente, em particular, a notação dos primeiros números inteiros: dos agrupamentos hieroglíficos de traços idênticos representando as nove unidades simples chega-se, com efeito, a sinais cursivos independentes uns dos outros e livres de qualquer intuição sensível (fig. 28.9 e 28.10) (cf. G. Möller; R. W. Erichsen):



As notações cursivas egípcias poderiam ter sido elevadas a numerações matematicamente equivalentes a nosso sistema moderno, se todos os sinais superiores ou iguais ao da dezena tivessem sido eliminados, e se o princípio aditivo fosse substituído pelo princípio de posição, que seria então aplicado aos algarismos das nove unidades de primeira ordem. Mas isso não pôde ser realizado, porque os escribas egípcios permaneceram profundamente ligados a seu velho princípio tradicional.

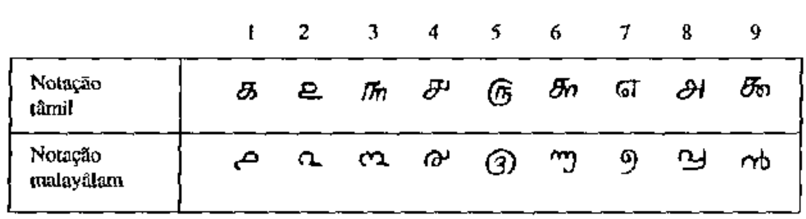
Outra numeração que apresenta a mesma característica é o sistema singalês, cujos nove primeiros algarismos correspondem a grafismos independentes, desprovidos de qualquer valor de evocação visual direta das unidades correspondentes (fig. 28.22):



Mas como esse sistema conservou também seu princípio inicial (o princípio híbrido), permaneceu limitado durante toda sua existência.

Por que então sistemas tão bem concebidos como o tâmil ou o malayâlam não deram o passo decisivo para chegar a numerações posicionais dignas desse nome?

Esse fato é ainda mais espantoso pelo fato dessas numerações terem conhecido uma simplificação suscetível de as conduzir a tanto (ver mais acima) e de terem tido à disposição nove sinais distintos, livres de qualquer intuição visual direta, para representar as nove unidades simples (fig. 28.26 e 28.27):

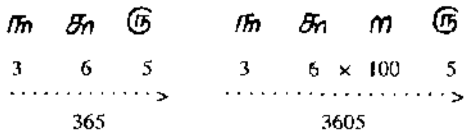


A razão é que essa simplificação não foi estendida à notação de todos os números.

Sendo o milhar a maior ordem de unidades representada, os números superiores ou iguais a 10.000 foram notados ora com todas as letras, ora mediante o princípio híbrido, a partir dos sinais indicadores de 10, 100 e 1.000. Noutras palavras, esses sistemas também permaneceram fundamentalmente ligados ao uso de seu princípio de origem — o que explica seu bloqueio.

Além disso, em razão mesmo da ausência de zero, a regra de simplificação só podia aplicar-se sob a condição de que cada potência da base a suprimir fosse também seguida do algarismo das unidades de ordem imediatamente inferior.

Para evitar a confusão entre a notação tâmil de 3.605 com a abreviação do número 365 foi necessário conservar, no primeiro caso, o sinal indicador das centenas:



Esses sistemas ter-se-iam seguramente elevado ao nível de nossa numeração moderna se tivessem eliminado os algarismos superiores ou iguais à dezena, e se a regra de posição tivesse sido regularmente aplicada aos nove algarismos restantes. Algumas dificuldades teriam surgido durante um certo tempo em razão mesmo da ausência de zero; mas, conforme a necessidade, estas teriam inevitavelmente sido superadas pela introdução de um zero.

A numeração chinesa comum (que, como se sabe, pertence à mesma categoria que as duas precedentes) conheceu essa evolução.

Numa tabela de logaritmos que faz parte de uma coleção de obras matemáticas elaboradas por ordem do imperador chinês Kangshi (1.662-1.722) e publicadas em 1.713 de nossa era, encontra-se o número 9.420.279.060 escrito na forma (cf. K. Menninger, II, p. 278-279):

九	四	二	〇	二	七	九	〇	六	〇
9	4	2	0	2	7	9	0	6	0

Suprimindo definitivamente os sinais clássicos para 10, 100, 1.000 e 10.000, sistematizando a regra de posição para todos os números e introduzindo o uso de um sinal em forma de círculo para simbolizar a ausência de unidades de uma certa posição, a notação chinesa ordinária viu-se transformada numa numeração escrita munida de uma estrutura rigorosamente idêntica à nossa (fig. 28.25). De sorte que seus algarismos foram perfeitamente adaptados à prática das operações aritméticas.

O exemplo seguinte é extraído da obra intitulada *Ding zhu suan fa* ("Método de cálculo de Ding Zhu"), publicada em 1.335. Trata-se de um quadro que apresenta a multiplicação de 3.069 por 45 numa disposição que todos reconhecerão sem dificuldade (cf. K. Menninger, II, p. 300):

	TRADUÇÃO
三〇六九	3069
四五	45
一五三四五	15345
一二二七六	12276
一三八一〇五	138105

Entretanto, essa evolução só foi produzida numa época muito tardia da história das numerações, sendo que o "empurrão" dado à numeração tradicional chinesa deveu-se, na realidade, a uma influência exercida pela numeração moderna.

A "invenção" do sistema moderno: uma imprevisível conjunção de três grandes idéias

Essa "descoberta" fundamental não apareceu de uma só vez, como o presente acabado de um deus ou de um herói civilizador, ou como o fruto da imaginação individual de um "sábio de gênio".

Essas páginas mostram com clareza que ela teve uma origem longínqua e uma história muito longa.

Ressultante de uma verdadeiro turbilhão de invenções e inovações, o zero veio à tona pouco a pouco, após milênios de uma extraordinária profusão de ensaios e tentativas, avanços fulgurantes e vacilações, e até mesmo de regressões e revoluções.

É o "fruto da lenta maturação de sistemas primitivos, inicialmente bem concebidos e pacientemente aperfeiçoados ao longo das eras... O escoamento do tempo permitiu que alguns sábios conseguissem, quando era possível, tornar perfeito o instrumento primitivo que tinham recebido de seus ancestrais. Eles realizaram esse esforço porque queriam notar grandes números, sendo animados por uma espécie de paixão por eles. Outros sábios, seus sucessores, realistas e perseverantes, chegaram a fazer com que os calculadores de sua época aceitassem aquela novidade revolucionária. Somos portanto os herdeiros de uns e outros" (G. Guitel).

E tudo passou-se finalmente como se, através das eras e civilizações, o espírito humano tivesse experimentado todas as soluções possíveis para o problema da numeração, tendo de reter e adotar universalmente a que devia aparecer como a mais abstrata, aperfeiçoada e eficaz de todas (fig. 28.36, 28.37, 28.39 e 28.40).

A história começou pelos sistemas rudimentares cuja estrutura foi calcada, no fundo, sobre as realidades das contabilidades concretas dos tempos arcaicos.

Houve, é claro, alguns progressos notáveis nessa direção, que permitiram de toda forma que se criassem numerações bem superiores ao sistema incoerente dos algarismos romanos. Mas o caminho tomado só podia conduzir a impasses, já que os procedimentos desse tipo só punham a adição como forma de contribuição.

Os inconvenientes das representações, juntamente com a necessidade da escrita rápida, engendraram em seguida o nascimento e desenvolvimento dos sistemas híbridos, muito cômodos por sua perfeita adaptação às linguagens articuladas, de que aliás constituíram a transcrição mais ou menos fiel, deixando por vezes aparecer uma estrutura polinomial idêntica às das tábuas de cálculo, permitindo ao mesmo tempo uma extensão considerável da notação dos grandes números.

Mas novamente então o caminho foi obstruído, e o princípio posto em contribuição continuou sendo impróprio para as operações da aritmética — a rigor, era aplicável para a adição e subtração (embora exigisse para tanto ajustes mais ou menos complicados), mas mostrava-se inadequado para a multiplicação e a divisão.

Em suma, todos esses sistemas só eram eficazes para notar e registrar os números.

O passo decisivo na adoção de sistemas de representação numérica de capacidade ilimitada, ou seja, simples, racionais e prontamente utilizáveis para diversos cálculos, só podia ser dado pela invenção de uma numeração de posição bem concebida.

Pela simplificação das notações de tipo híbrido, pela abreviação dos sistemas de transcrição dos números baseados no ábaco, pela supressão dos sinais indicadores das potências da base, e pela eliminação das colunas do próprio instrumento, venceu-se finalmente essa etapa essencial.

Mas em contrapartida, esse progresso exigiu um grau muito mais elevado de abstração, impondo a admissão do conceito mais delicado da história: o *zero*. Foi a descoberta suprema e tardia dos aritméticos, que lograram desde então concluí-lo, dando-lhe, além do "vazio", o sentido propriamente numérico da quantidade nula (fig. 28.37).

A pedra angular de nossa numeração atual

Números e culturas são conceitos totalmente solidários, pois "saber como um povo conta é saber também como ele é" (segundo a expressão de Charles Morazé).

Sob tal ponto de vista, o grau de civilização de um povo torna-se uma grandeza mensurável.

A superioridade dos babilônios, chineses e maias sobre os egípcios, hebreus e gregos parece-nos assim um fato incontestável, pois enquanto os primeiros tomaram muito cedo a dianteira com descobertas tão fundamentais quanto o princípio de posição e o zero, os outros permaneceram encerrados durante incontáveis séculos nas numerações primitivas, incoerentes e inoperantes em quase todos os domínios — com exceção, é claro, do das escritas contábeis.

Quanto à civilização indiana, à qual devemos nossa numeração moderna, seu gênio se mede tanto melhor pelo fato de que ela é a única da história a ter realizado essa obra-prima.

Muito antes dela, como vimos, algumas culturas descobriram uma — ou, a rigor, duas das características dessa realização intelectual. Mas nenhuma soube ou pôde reunir num sistema completo e coerente o conjunto das condições necessárias para chegar a uma numeração munida das mesmas potencialidades que a nossa atual.

Como se verá no capítulo 24, essa numeração nasceu na Índia há mais de quinze séculos da rara conjunção de três grandes idéias; a saber (fig. 28.36):

— dar aos algarismos de base sinais gráficos livres de qualquer intuição sensível, evocando visualmente apenas o número de unidades representadas;
— adotar o princípio pelo qual os algarismos de base têm um valor que varia segundo o lugar que ocupam nas representações numéricas;
— e, enfim, conceber um zero totalmente "operacional", isto é, que permita substituir o vazio das unidades faltantes e que tenha simultaneamente o sentido do "número nulo".

Essa realização fundamental viria a modificar profundamente a existência do ser humano, permitindo uma notação simples e perfeitamente coerente de todo os números, dando ao mesmo tempo a qualquer um (mesmo aos espíritos mais vedados à aritmética elementar) a possibilidade de efetuar sem dificuldade todos os tipos de cálculos, tornando possíveis operações irrealizáveis eaté mesmo inconcebíveis desde a noite dos tempos, e abrindo caminho para o desenvolvimento da matemática, das ciências e das técnicas.

Mas constituiu também, sobretudo, o aperfeiçoamento último da notação numérica, como se verá na *classificação das numerações escritas da história*, dada no quadro abaixo. Noutras palavras, nenhum melhoramento da notação dos números fez-se necessário desde que essa numeração perfeita foi inventada.

A partir dessa data importante, a única modificação que esta podia ainda receber só poderia versar:

— sobre a natureza de sua base (a possibilidade de adotar uma base igual a dois, oito, doze ou qualquer outro número superior à unidade),
— ou ainda à forma gráfica de seus sinais.

Desde então, não foi cabível nenhuma transformação na estrutura do sistema em si, que se tornou estável em razão de sua perfeição matemática.

Aliás, fora a base (que no fundo só diz respeito à maneira de agrupar os seres e as coisas, e portanto ao número de algarismos correspondentes da base), a concepção de uma numeração estruturalmente idêntica à nossa é totalmente independente da simbolização convencionada: pouco importa, com efeito, a natureza dos símbolos escolhidos (podendo ser sinais gráficos convencionais, letras alfabéticas, ou mesmo palavras de uma língua dada), desde que os sinais adotados não sejam ambíguos, que o sistema repouse estritamente e com toda a regularidade sobre o princípio de posição e que leve em conta a concepção mais pura do símbolo zero.

Eis um exemplo instrutivo. Refere-se à história de um grande sábio judeu da Espanha, de nome Rabbi Abraham ben Meïr ibn Ezra, melhor conhecido pelo nome de Rabbi Ben Ezra.

Nascido em Toledo por volta de 1.092, Ben Ezra empreendeu, a partir de 1.139, uma longa viagem ao Oriente, que terminou numa estada de alguns anos na Itália. Depois viveu no interior da França, antes de imigrar para a Inglaterra, onde faleceu, em 1.167.

Influenciado sem dúvida por seus encontros e viagens, iniciou-se nos métodos de cálculo de origem indiana (ancestrais dos nossos), de que expôs em seguida as principais regras numa obra redigida em língua hebraica, à qual deu o título de *Sefer ha mispar* ("O Livro do Número") (cf. M. Silberberg; M. Steinschneider).

Contudo, em lugar de ater-se estritamente à grafia dos algarismos de origem indiana, preferiu representar os nove primeiros números inteiros através das nove primeiras letras do alfabeto hebraico, que manipulava desde sua mais tenra infância. E em lugar de usar o velho princípio aditivo sobre o qual a numeração alfabética hebraica sempre repousou (fig. 28.12), suprimiu de seu próprio sistema de notação todas as letras com valor numérico superior ou igual a 10, para reter apenas as nove seguintes, às quais aplicou o princípio de posição; por fim, acrescentou a tal conjunto um sinal suplementar em forma de pequeno círculo, que chamou ora de *sifra* (a palavra árabe para o "vazio"), ora de *gangal* (termo hebraico para "roda"):

א	ב	ג	ד	ה	ו	ז	ח	ט
alef	bet	guimel	dalet	he	vav	zayin	het	tet
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Assim, em vez de representar o número 200.733 sob a forma hebraica tradicional (abaixo, à direita), figurou-as da seguinte maneira (abaixo, à esquerda):

ג	ג	ז	O	O	ב	em vez de	ג	ל	ש	ת	ר̈
3	3	7	0	0	2		3	30	300	400	200.000

< · · · · · · · · · · · · ·   < · · · · · · · · · · · · · ·

E desse modo, nas mãos de Ben Ezra a numeração hebraica foi inteiramente adaptada ao princípio de posição e ao conceito de zero, passando de uma notação decimal estática e muito rudimentar a um sistema munido de uma estrutura rigorosamente idêntica à nossa numeração atual, portanto infinitamente mais dinâmica.

(Essa notável adaptação da numeração hebraica não parece, no entanto, jamais ter sido adotada senão pelo próprio Rabbi Ben Ezra, constituindo um caso inteiramente insólito na história desse sistema.)

Esse caso isolado fornece-nos, em todo caso, o modelo de uma situação que deve ter-se produzido várias vezes após a invenção e a propagação da numeração posicional de origem indiana, mãe do sistema moderno e de todos os que sofreram a influência dele. Deu-se que os sábios e calculadores de culturas estrangeiras, ao entrar em contato, individualmente ou em grupo, com a civilização indiana, após tomarem ciência da engenhosidade e das múltiplas vantagens de sua numeração de posição, decidiram adotá-la, se não na sua integralidade, ao menos parcialmente, tomando-lhe em empréstimo a estrutura para aperfeiçoar seus próprios sistemas tradicionais.

Com o panorama de que dispomos agora, o nascimento de nossa numeração atual parece-nos por conseguinte um acontecimento colossal na história da humanidade — um acontecimento tão revolucionário quanto o domínio do fogo, o desenvolvimento da agricultura, ou a invenção da escrita, da roda ou da máquina a vapor...

CLASSIFICAÇÃO DAS NUMERAÇÕES ESCRITAS DA HISTÓRIA

Este quadro permitirá fechar este capítulo. Sua finalidade é sistematizar de uma maneira mais formal e matemática as diversas comparações estabelecidas até aqui.

Antes de entrar propriamente no assunto, convém render uma homenagem especial a Geneviève Guitel por sua *Classificação hierarquizada das numerações escritas*, que permitiu pela primeira vez aproximar, intelectualmente falando, sistemas que a distância e a cronologia isolariam de uma maneira quase absoluta.

Essa classificação foi publicada na sua monumental *Histoire comparée des numérations écrites* ["História comparada das numerações escritas"], cuja contribuição foi para nós essencial para uma melhor compreensão desse domínio.

Antes dela, como sublinha Charles Morazé, existiam outras histórias das numerações, mas nenhuma tinha dado tanta importância a tais comparações, que ela estabeleceu segundo um princípio de classificação que tem "o duplo mérito de ser matematicamente rigoroso e notavelmente pertinente aos dados históricos que se tratava de pôr em ordem".

Essa mesma classificação, que retomamos, vale dizer, por nossa conta (apresentando-a, porém, sob um novo ângulo, com alguns acréscimos e retificações de detalhe, devidos às descobertas arqueológicas mais recentes), revela que as notações numéricas imaginadas ao longo desses 5.000 anos de história e evolução não foram em número limitado; repartem-se em três tipos fundamentais, cada qual subdividindo-se por sua vez em diversas categorias (fig. 28.40). São eles:

— os sistemas *aditivos*, que foram, em verdade, apenas transcrições escritas de contas concretas ainda mais arcaicas (fig. 28.14 a 28.16);
— os sistemas *híbridos*, que foram apenas as transcrições escritas de numerações faladas mais ou menos bem organizadas (fig. 28.28 a 28.32);

— e os sistemas *posicionais*, que marcaram o último grau de abstração nesse domínio e representaram por conseguinte o aperfeiçoamento último da notação numérica (fig. 28.38 e 28.39).

Numerações de tipo aditivo

Essas são as que repousam sobre o *princípio de adição*, em que cada algarismo possui um valor próprio, independente de sua posição nas representações. As numerações desse tipo repartem-se por seu turno em três categorias.

Numerações aditivas da primeira espécie

Um modelo é-nos fornecido pelo sistema hieroglífico egípcio, que atribui um algarismo especial à unidade e a cada potência de dez, procedendo repetições desses sinais para a notação dos outros números (fig. 28.1).

Ora, é exatamente o que se verifica nas numerações cretenses, bem como nos sistemas hieroglífico hitita e grego arcaico. Logo, todos esses sistemas são rigorosamente idênticos, residindo sua única diferença tão-somente nos desenhos de seus respectivos algarismos (fig. 28.2 a 28.4).

Em base 10, os sistemas aditivos da primeira espécie caracterizam-se por uma notação que repousa sobre decomposições aritméticas do tipo:

1ª ordem decimal (unidades)	2ª ordem decimal (dezenas)	3ª ordem decimal (centenas)	4ª ordem decimal (milhares)
1 $1 + 1$ $1 + 1 + 1$	10 $10 + 10$ $10 + 10 + 10$	10^2 $10^2 + 10^2$ $10^2 + 10^2 + 10^2$	10^3 10^3+10^3 $10^3+10^3+10^3$ ....
Notação particular para $1, 10, 10^2, 10^3, 10^4$ etc. Notação aditiva para todos os outros números.			

Ora, se se considera agora a numeração asteca, constata-se que, mesmo repousando sobre uma base diferente (base 20), esta, como as outras, atribui algarismo particular apenas à unidade e a cada potência de sua base (fig. 28.5):

Base	Numeração asteca					
20	1	20	20^2	20^3	20^4	...
m	1	m	m^2	m^3	m^4	...
10	1	10	10^2	10^3	10^4	...
	Numeração hieroglífica egípcia					

Como essa numeração é aditiva e efetua repetições de sinais idênticos, ela se caracteriza por uma notação que repousa sobre decomposições aritméticas do tipo:

1ª ordem vigesimal (unidades)	2ª ordem vigesimal (vintenas)	3ª ordem vigesimal (quatro centenas)	4ª ordem vigesimal (oito milhares)
1 1 + 1 1 + 1 + 1	20 20 + 20 20 + 20 + 20	20^2 $20^2 + 20^2$ $20^2 + 20^2 + 20^2$	20^3 20^3+20^3 $20^3+20^3+20^3$ ....
Notação particular para 1, 20, 20^2, 20^3, 20^4 etc. Notação aditiva para todos os outros números.			

Noutras palavras, a numeração asteca é intelectualmente aparentada aos sistemas precedentes, de que na realidade só difere pela natureza de sua base (20 em lugar de 10).

Todas essas notações pertencem portanto a uma mesma categoria (fig. 28.14).

Numerações aditivas da segunda espécie

A numeração grega acrofônica oferece um exemplo característico: fundada numa base decimal, põe em contribuição o princípio de adição, apresentando um algarismo particular para cada um dos números 1, 10, 100, 1.000 etc., bem como para cada um dos seguintes: 5, 50, 500, 5.000, e assim por diante (fig. 28.7).

Trata-se portanto, intelectualmente falando, de uma numeração absolutamente semelhante aos sistemas sul-arábico, etrusco e romano, que se caracterizam por uma *notação correspondente a decomposições aritméticas do tipo* (fig. 16.18 e fig. 28.8):

1ª ordem decimal (unidades)	2ª ordem decimal (dezenas)	3ª ordem decimal (centenas)	4ª ordem decimal (milhares)
1 1 + 1 1 + 1 + 1	10 10 + 10 10 + 10 + 10	10^2 $10^2 + 10^2$ $10^2 + 10^2 + 10^2$	10^3 10^3+10^3 $10^3+10^3+10^3$ ....
5 5 + 1 5 + 1 + 1	5×10 $5 \times 10 + 10$ 5xx 10 + 10 + 10	5×10^2 $5 \times 10^2 + 10^2$ $5 \times 10^2 + 10^2 + 10^2$	5×10^3 $5 \times 10 + 10^3$ $5 \times 10 + 10^3 + 10^3$ ....
Notação particular aditiva para 1, 5, 10, $5 \times 10 \times 10^2$, 5×10^2 etc. Notação aditiva para todos os outros números.			

Se se designa por k o divisor da base m que desempenha assim o papel de base auxiliar (tem-se aqui $m = 10$ e $k = 5$), vê-se que esses sistemas atribuem um algarismo particular não somente a cada potência da base ($1, m, m^2, m^3, \ldots$), mas também ao produto de k por cada uma delas ($k, km, km^2, km^3, \ldots$).

Ora, como mostra o quadro seguinte, essa é exatamente a estrutura matemática que se encontra na progressão regular dos algarismos da numeração suméria (fig. 28.6):

Numeração suméria
(caso em que $m = 60$ e $k = 10$)

1	10	60	10×60	60^2	10×60^2	60^3	10×60^3	...
1	k	m	km	m^2	km^2	m^3	km^3	...
1	5	10	5×10	10^2	5×10^2	10^3	5×10^3	...

Numeração grega acrofônica
(caso em que $m = 10$ e $k = 5$)

Tomando a questão por um outro ângulo, a sucessão dos números que recebe um sinal particular no sistema sumério pode pôr-se sob a forma:

1ª ordem	1	<·······>	1
	10	<·······>	10
2ª ordem	60	<·······>	10.6
	10×60	<·······>	10.6.10
3ª ordem	60^2	<·······>	10.6.10.6
	10×60^2	<·······>	10.6.10.6.10
4ª ordem	60^3	<·······>	10.6.10.6.10.6
	10×60^3	<·······>	10.6.10.6.10.6.10.

E assim por diante, alternando os números 10 e 6.

Se se designam pelas letras a e b os divisores de m que desempenham o papel de bases auxiliares alternadas (no caso do sumério têm-se: $m = 60$, $a = 10$ e $b = 6$), essa sucessão apresenta-se sob uma forma que corresponde exatamente à do sistema grego acrofônico (em que se tem: $m = 10$, $a = 5$ e $b = 2$):

Sistema sumério		Caracterização matemática		Sistema grego
1	<·······>	1	<·······>	1
10	<·······>	a	<·······>	5
10.6	<·······>	a.b	<·······>	5.2
10.6.10	<·······>	$a^2 b$ = a.b.a	<·······>	5.2.5
10.6.10.6	<·······>	$a^2 b^2$ = a.b.a.b	<·······>	5.2.5.2
10.6.10.6.10	<·······>	$a^3 b^2$ = a.b.a.b.a	<·······>	5.2.5.2.5
10.6.10.6.10.6	<·······>	$a^3 b^3$ = a.b.a.b.a.b	<·······>	5.2.5.2.5.2
....		....		....

Sistema sumério	Sistema grego
a = 10	a = 5
b = 6	b = 2

Noutras palavras, a estrutura do sistema grego é matematicamente equivalente à do sistema sumério, que responde por sua vez a decomposições aritméticas do tipo:

1ª ordem sexagesimal (unidades)	2ª ordem sexagesimal (sessentenas)	3ª ordem sexagesimal (múltiplos de 60)	4ª ordem sexagesimal (múltiplos de 60)
1	60	60^2	60^3
1 + 1	60 + 60	$60^2 + 60^2$	$60^3 + 60^3$
1 + 1 + 1	60 + 60 + 60	$60^2 + 60^2 + 60^2$	$60^3 + 60^3 + 60^3$
....	....	....	....
10	10 × 60	10×60^2	10×60^3
10 + 1	10 × 60 + 60	$10 \times 60^2 + 60^2$	$10 \times 60^3 + 60^3$
....	....	....	....
10 + 10	10 × 60 +10 × 60	$10 \times 60^2 + 10 \times 60^2$	$10 \times 60^3 + 10 \times 60^3$
....	....	....	....

Notação particular para 1, 10, 60, 10 × 60, 60^2, 10×60^2 etc.
Notação aditiva para todos os outros números.

Todas essas numerações pertencem, portanto, a uma mesma categoria (fig. 28.15).

Numerações aditivas da terceira espécie

O sistema hierático egípcio e a numeração grega alfabética constituem dois exemplos típicos desta espécie de numeração. Correspondem à caracterização seguinte (fig. 28.9 a 28.13 e 28.16):

1ª ordem decimal (unidades)	2ª ordem decimal (dezenas)	3ª ordem decimal (centenas)	4ª ordem decimal (milhares)
1	10	100	1.000
2	20	200	2.000
3	30	300	3.000
4	40	400	4.000
5	50	500	5.000
6	60	600	6.000
7	70	700	7.000
8	80	800	8.000
9	90	900	9.000

Notação particular para cada unidade de cada ordem:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	2.10	3.10	4.10	5.10	6.10	7.10	8.10	9.10
10^2	2.10^2	3.10^2	4.10^2	5.10^2	6.10^2	7.10^2	8.10^2	9.10^2
10^3	2.10^3	3.10^3	4.10^3	5.10^3	6.10^3	7.10^3	8.10^3	9.10^3
10^4	2.10^4	3.10^4	4.10^4	5.10^4	6.10^4	7.10^4	8.10^4	9.10^4

. . . .

Notação aditiva para todos os outros números.

Numerações de tipo híbrido

São as que são fundadas sobre um princípio misto, em que intervêm a adição e a multiplicação ao mesmo tempo. Segundo esse princípio, os múltiplos das potências da base são expressos a partir de uma certa ordem de unidades por meio da regra multiplicativa. Tais sistemas repartem-se, no essencial, em cinco categorias.

Numerações híbridas da primeira espécie

O sistema comum assírio-babilônio e o dos povos semíticos ocidentais (aramaicos, fenícios etc.) constituem exemplos característicos dessa especie: fundados numa base decimal, atribuem um algarismo particular a cada um dos números 1, 10, 100, 1.000 etc., e dão uma notação multiplicativa aos múltiplos consecutivos de cada uma dessas potências de dez; no entanto, as unidades simples e as dezenas são ainda representadas nele mediante a velha regra de justaposição aditiva.

Em base 10 os sistemas híbridos da primeira espécie caracterizam-se por uma notação que repousa em decomposições aritméticas do tipo (fig. 28.20, 28.21 e 28.28):

1ª ordem (unidades)	2ª ordem (dezenas)	3ª ordem (centenas)	4ª ordem (milhares)
1	10	1×10^2	1×10^3
1 + 1	10 + 10	$(1+1) \times 10^2$	$(1+1) \times 10^3$
1 + 1 + 1	10 + 10 + 10	$(1+1+1) \times 10^2$	$(1+1+1) \times 10^3$
....	....	....	....

Notação particular para 1, 10, 10^2, 10^3 etc.
Notação aditiva para os números de 1 a 99.
Notação multiplicativa para os múltiplos das potências de dez a partir de 100.
Notação fazendo intervir ao mesmo tempo a adição e a multiplicação para os outros números.

Numerações híbridas da segunda espécie

O modelo de tais numerações é fornecido pelo sistema singalês: fundado na base 10, apresenta um algarismo particular para cada unidade simples, para cada dezena,e para cada potência de dez; nele a notação das centenas, milhares etc. é feita segundo a regra multiplicativa (fig. 28.22).

Em base 10 os sistemas híbridos dessa espécie se caracterizam por uma notação que repousa sobre decomposições aritméticas do tipo (fig. 28.29):

1ª ordem (unidades)	2ª ordem (dezenas)	3ª ordem (centenas)	4ª ordem (milhares)
1	10	1×10^2	1×10^3
2	20	2×10^2	2×10^3
3	30	3×10^2	3×10^3
4	40	4×10^2	4×10^3
.....	.....	....	....
9	90	9×10^2	9×10^3

Notação particular para cada unidade, cada dezena e cada um dos números 10^2, 10^3 etc.
Notação aditiva para os números de 1 a 99.
Notação multiplicativa para os múltiplos das potências de dez a partir de 100.
Notação fazendo intervir ao mesmo tempo a adição e a multiplicação para os outros números.

Numerações híbridas da terceira espécie

O modelo nos é fornecido pelo sistema mariota: fundada na base 100, relaciona um algarismo particular à unidade e à dezena, bem como a cada potência de cem. Nele a *notação das centenas, dezenas de milhar etc. é feita segundo a regra multiplicativa* aplicada a esses algarismos. Trata-se assim de um sistema caracterizado por uma notação que repousa em decomposições aritméticas do tipo (fig. 28.23 e 28.30):

1ª ordem centesimal		2ª ordem centesimal	
unidades	dezenas	centenas	milhares
1 1 + 1 1 + 1 + 1	10 10 + 10 10 + 10 + 10	1×10^2 $(1+1) \times 10^2$ $(1+1+1) \times 10^2$	1×10^3 $(1+1) \times 10^3$ $(1+1+1) \times 10^3$ . . . .
Notação particular para 1, 10, 10^2, 10^3 etc. Notação aditiva para os números de 1 a 99. Notação multiplicativa para os múltiplos das potências de 10^2 a partir da primeira (100). Notação fazendo intervir ao mesmo tempo a adição e a multiplicação para os outros números.			

Numerações híbridas da quarta espécie

O modelo desta vez é-nos fornecido pelo sistema etíope: numeração fundada na base 100 dando um algarismo particular para cada unidade simples, para cada dezena e para cada potência de cem . A notação das centenas, dezenas de milhar etc. é feita de acordo com a regra multiplicativa aplicada a esses algarismos. Trata-se de um sistema caracterizado por uma notação baseada em decomposições aritméticas do tipo (fig. 28.24 e 28.31):

1ª ordem centesimal		2ª ordem centesimal	
unidades	dezenas	centenas	milhares
1	10	1×10^2	1×10^3
2	20	2×10^2	2×10^3
3	30	3×10^2	3×10^3
4	40	4×10^2	4×10^3
5	50	5×10^2	5×10^3
6	60	6×10^2	6×10^3
7	70	7×10^2	7×10^3
8	80	8×10^2	8×10^3
9	90	9×10^2	9×10^3
Notação particular para cada unidade, cada dezena e cada um dos números 10^2, 10^3 etc. Notação aditiva para os números 1 a 99. Notação multiplicativa para os múltiplos das potências de 10^2 a partir da primeira (100). Notação fazendo intervir ao mesmo tempo a adição e a multiplicação para os outros números.			

Numerações híbridas da quinta espécie

O modelo nos é fornecido pelo sistema comum chinês, bem como pelas numerações tâmil e malayâlam: São sistemas fundados na base 10, que atribuem um algarismo particular para cada unidade simples, bem como para cada potência de dez;

a notação das dezenas, centenas, milhares etc. é feita segundo o princípio multiplicativo (fig. 28.25 a 28.27).

Na base dez os sistemas híbridos da quinta espécie caracterizam-se por uma notação que que toma por base decomposições aritméticas do tipo (fig. 28.32):

1ª ordem (unidades)	2ª ordem (dezenas)	3ª ordem (centenas)	4ª ordem (milhares)
1	1×10	1×10^2	1×10^3
2	2×10	2×10^2	2×10^3
3	3×10	3×10^2	3×10^3
4	4×10	4×10^2	4×10^3
5	5×10	5×10^2	5×10^3
6	6×10	6×10^2	6×10^3
7	7×10	7×10^2	7×10^3
8	8×10	8×10^2	8×10^3
9	9×10	9×10^2	9×10^3

Notação particular para cada unidade de primeira ordem e cada um dos números 10, 10^2, 10^3 etc.
Notação multiplicativa para os múltiplos das potências da base, a partir de 10.
Notação fazendo intervir ao mesmo tempo a adição e a multiplicação para os outros números.

À diferença das numerações híbridas das duas primeiras espécies, que só põem parcialmente em contribuição a regra multiplicativa, as das categorias 3, 4 e 5 fazem intervir a regra em questão na notação de todas as ordens de unidades superiores ou iguais à base. Assim, a representação dos outros números é feita segundo a expressão dos diversos valores numéricos de um polinômio que tem por variável a base correspondente. É por isso que os chamamos também as numerações de tipo "híbrido completo".

Numerações de posição

São as fundadas no princípio segundo o qual o valor dos algarismos é determinado por sua posição na escrita dos números.

Do ponto de vista histórico, houve apenas quatro numerações de posição enquanto criações originais:

— a dos sábios babilônios;
— a dos sábios chineses;
— a dos sacerdotes-astrônomos maias;
— e, enfim, nossa numeração moderna, que, como se verá no capítulo seguinte, nasceu na Índia.

Esses sistemas (que necessitam naturalmente do uso do zero) repartem-se essencialmente em duas categorias.

Numerações posicionais da primeira espécie

1. — O *sistema erudito babilônio*, cuja base é igual a 60, com uma notação para as unidades significativas de primeira ordem (números de 1 a 59) que responde a decomposições aritméticas do tipo que será apresentado a seguir, a partir de dois algarismos de base, um representando a unidade e o outro a dezena (fig. 28.33):

1	1 + 1	1 + 1 + 1	1 + 1 + 1 + 1...
10	10 + 10	10 + 10 + 10	10 + 10 + 10 + 10...

10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.

2. — O *sistema erudito chinês*, cuja base é decimal, com uma notação para as unidades significativas da primeira ordem (números de 1 a 9) — que compreende dois algarismos de base, um dos quais representando a unidade e o outro o número 5 —, que apresenta decomposições aritméticas do tipo seguinte (fig. 28.34):

1	1 + 1	1 + 1 + 1	1 + 1 + 1 + 1	5
5 + 1	5 + 1 + 1	5 + 1 + 1 + 1	5 + 1 + 1 + 1 + 1.	

3. — E o *sistema erudito maia*, cuja base é vigesimal, com uma notação para as unidades significativas da primeira ordem (números de 1 a 9) respondendo a decomposições aritméticas do tipo seguinte, a partir de dois algarismos de base, um para a unidade e o outro para o número 5 (e além disso, com uma irregularidade a partir da 3ª ordem na sucessão dos valores de posição) (fig. 28.35):

1	1 + 1	1 + 1 + 1	1 + 1 + 1 + 1	5
5 + 1	5 + 1 + 1	5 + 1 + 1 + 1	5 + 1 + 1 + 1 + 1	5 + 5
5 + 5 + 1	5 + 5 + 1 + 1	5 + 5 + 1 + 1 + 1	5 + 5 + 1 + 1 + 1	5 + 5 + 5
5 + 5 + 5 + 1	5 + 5 + 5 + 1 + 1	5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1	5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1.	

Trata-se mais geralmente das numerações de base *m*, que repousam sobre o princípio de posição, mas que só possuem dois algarismos propriamente ditos (um para o número 1 e outro para um divisor privilegiado da base, designado aqui pela letra *k*), e cujas (*m* - 1) unidades significativas são notadas segundo o princípio aditivo (fig. 28.37 e 28.38).

Todas essas numerações necessitaram evidentemente do uso de um zero e acabaram por possuir um (independentemente ou não de uma influência estrangeira).

Numerações posicionais da segunda espécie

Essa categoria compreende nossa numeração decimal atual, cujas nove unidades significativas são notadas mediante algarismos (fig. 28.36):

1 2 3 4 5 6 7 8 9,

eles próprios completados por um décimo sinal, notado 0. Chamado de *zero*, este tem por função marcar a ausência de unidades de uma certa posição e possui ao mesmo tempo um verdadeiro significado numérico: aquela do número "nulo".

Característica fundamental desse sistema: pode-se estender suas diversas convenções a uma notação simples e perfeitamente coerente de todos os números inteiros, fracionários, irracionais, sejam estes transcendentes ou não. Noutras palavras, graças a essa descoberta fundamental pôde-se notar simples e racionalmente, segundo uma extensão inteiramente "natural" do princípio de posição e do zero, tanto as entidades e as frações quanto números como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, π.

Uma *fração decimal* é uma aquela cujo denominador é igual a dez ou a uma potência de dez. *3/10, 1/100, 251/10.000 etc. são frações decimais.*

Ora, a seqüência de frações decimais da unidade (as que têm por denominador o 1) é aquela cujos termos sucessivos chamam-se respectivamente *um décimo* (ou *unidade decimal* de 1ª ordem), *um centésimo* (ou *unidade decimal* de 2ª ordem), *um milhar* (ou *unidade decimal* de 3ª ordem) e assim por diante:

$$\frac{1}{10} \quad \frac{1}{10^2} \quad \frac{1}{10^3} \quad \frac{1}{10^4} \quad \frac{1}{10^5} \quad \text{etc.}$$

Trata-se destarte de uma seqüência em que cada termo é o produto do precedente por 1/10, o que quer dizer que a convenção de nossa numeração decimal dos inteiros aplica-se a ela também, dez unidades de uma ordem qualquer valendo então uma unidade da ordem imediatamente superior. Essas unidades decimais podem ser notadas sem ambigüidade, segundo uma convenção constituindo uma extensão da dos inteiros. E é assim que se pôde representá-los na forma:

$$\begin{array}{ccccc} 0{,}1 & 0{,}01 & 0{,}001 & 0{,}0001 & \text{etc.} \\ (=10^{-1}) & (=10^{-2}) & (=10^{-3}) & (=10^{-4}) & \end{array}$$

Se se considera agora uma fração decimal qualquer, por exemplo 39.654/1.000, observa-se que a decomposição aritmética segundo as potências positivas e negativas de dez é esta:

$$\frac{39\,654}{1\,000} = \frac{39\,000}{1\,000} + \frac{600}{1\,000} + \frac{60}{1\,000} + \frac{4}{1\,000}$$

constata-se então que esta é escrita também sob a forma:

$$39654 = 39 + \frac{600}{1\,000} + \frac{50}{1\,000} + \frac{4}{1\,000}$$

ou seja, conforme a convenção precedente:

$$\begin{array}{ccccccccc} \dfrac{39\,654}{1000} & = & 39 & + & 0{,}6 & + & 0{,}05 & + & 0{,}004 \\ & = & 39 & + & 6\times10^{-1} & + & 5\times10^{-2} & + & 4\times10^{-3}. \end{array}$$

Esse número é portanto composto de 39 unidades, 6 décimos, 5 centésimos e 4 milhares. Adotando a convenção da numeração dos inteiros, pode-se desde então convir em separar as ordens de unidades inteiras e as das unidades decimais por uma vírgula, e notar, por conseguinte, a fração em questão sob a forma:

$$\frac{39\,654}{1\,000} = 39{,}654.$$

Isso é expresso portanto na forma de um *número decimal*, que é lido: 39 unidades, 654 milésimos.

Vê-se assim como o princípio de posição permitiu uma extensão de sua aplicação à notação dos números decimais.

Pode-se demonstrar também que um número qualquer pode ser expresso sob a forma de um número decimal , com um desenvolvimento limitado ou ilimitado (número finito ou infinito de algarismos após a vírgula) conforme esse número seja igual ou não a uma fração decimal.

Vê-se nessas condições as múltiplas vantagens matemáticas que decorreram da descoberta de nossa numeração atual.

Mas esse sistema evidentemente é apenas um caso particular dentre os dessa categoria. Chamados hoje (sem outra precisão) *sistemas de numeração de base m*, sendo o número inteiro m ao menos igual a 2 ($m > 1$); estes nada mais são, historicamente falando, do que os sistemas posicionais de base m munidos de um zero totalmente operacional, cujos (m - 1) algarismos significativos são independentes e livres de qualquer intuição visual direta (fig. 28.39).

As numerações escritas posicionais da segunda espécie são assim as mais perfeitas da história, permitindo não somente uma representação simples e perfeitamente racional de qualquer número (por maior que seja), mas sobretudo uma prática simples, ao alcance de todos, das operações aritméticas — e isso independentemente da escolha de sua base (fig. 28.40). E é precisamente em tal aspecto que nossa numeração escrita atual (ou qualquer de suas equivalentes) constitui um dos fundamentos do ferramental intelectual do homem de hoje.

Sumário Analítico

CAPÍTULO 2

O princípio da base e o nascimento dos sistemas de numeração

CAPÍTULO 3

A mão, primeira "máquina de contar"

CAPÍTULO 4

A contabilidade do homem de Cro-Magnon

CAPÍTULO 5

A prática do entalhe, ou a contabilidade dos iletrados

CAPÍTULO 6

Números em barbantes

CAPÍTULO 7

O número, o valor, a moeda

CAPÍTULO 8

Os algarismos da civilização suméria

CAPÍTULO 9

A enigmática base sessenta

CAPÍTULO 10

Os precursores da contabilidade escrita em Elam e na Mesopotâmia

CAPÍTULO 11

Decifração de um sistema de 5.000 anos de idade

CAPÍTULO 12

Como os sumérios calculavam

CAPÍTULO 13

As numerações mesopotâmias depois do eclipse dos sumérios

CAPÍTULO 14

Os algarismos da civilização dos faraós

CAPÍTULO 15

Contagens do tempo dos reis cretenses e hititas

CAPÍTULO 16

Os algarismos gregos e romanos

CAPÍTULO 17

O alfabeto e a numeração

CAPÍTULO 18

A origem da numeração alfabética: grega ou judaica?

CAPÍTULO 19

Outras numerações alfabéticas

CAPÍTULO 20

Algarismos, escritas, magia, mística e adivinhação

CAPÍTULO 21

Os algarismos da civilização chinesa

CAPÍTULO 22

Espantosas realizações da civilização maia

CAPÍTULO 23

O estágio último da notação numérica

Sumário das Ilustrações - Tomo 1

Capítulo 1

A etnologia e a psicologia dos números: para uma explicação das origens

CAPÍTULO 2

O princípio da base e o nascimento dos sistemas de numeração

CAPÍTULO 3

A mão, primeira "máquina de contar"

CAPÍTULO 4

A contabilidade do homem de Cro-Magnon

CAPÍTULO 5

A prática do entalhe, ou a contabilidade dos iletrados

CAPÍTULO 6
Números em barbantes

CAPÍTULO 7
O número, o valor, a moeda

CAPÍTULO 8
Os algarismos da civilização suméria

Capítulo 9

A enigmática base sessenta

Capítulo 10

Os precursores da contabilidade escrita em Elam e na Mesopotâmia

CAPÍTULO 11

Decifração de um sistema de 5.000 anos de idade

CAPÍTULO 12

Como os sumérios calculavam

CAPÍTULO 13

As numerações mesopotâmias

CAPÍTULO 14

Os algarismos da civilização dos faraós

CAPÍTULO 15

Contagens do tempo dos reis cretenses e hititas

CAPÍTULO 16

Os algarismos gregos e romanos

CAPÍTULO 17

O alfabeto e a numeração

CAPÍTULO 18

A origem da numeração alfabética: grega ou judaica?

CAPÍTULO 19

Outras numerações alfabéticas

Capítulo 20

Algarismos, escritas, magia, mística e adivinhação

Capítulo 21

Os algarismos da civilização chinesa

CAPÍTULO 22

Espantosas realizações da civilização maia

Capítulo 23

O estágio último da notação numérica

Nota: De importância secundária, as ilustrações deste capítulo não foram enumeradas. Mas nesta parte operam-se remissões freqüentes às figuras do capítulo 28 (tomo II) que fornece, por sua vez, todos os quadros recapitulativos necessários.