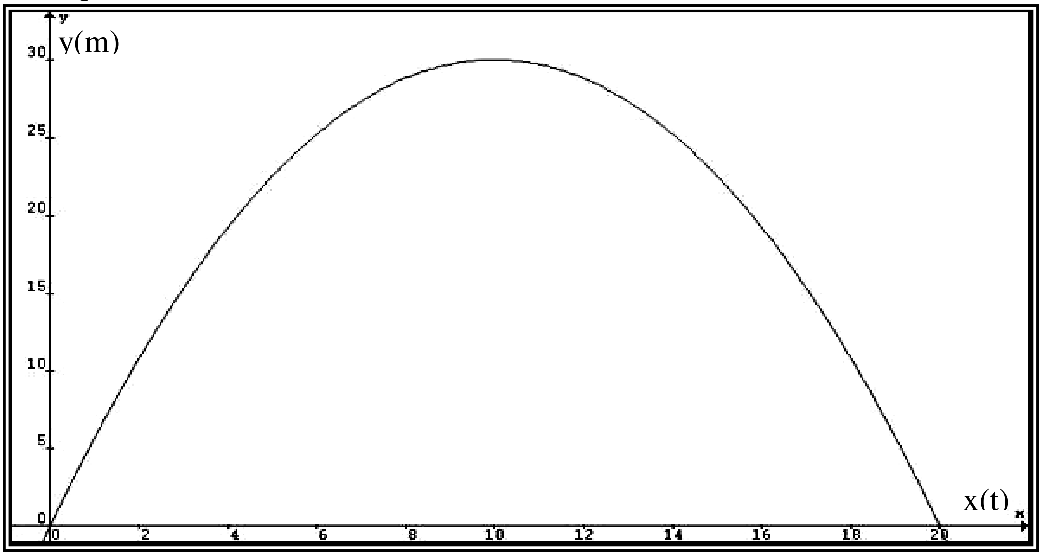
FUNÇÃO DO 2º GRAU

1. Introdução

No nosso dia-a-dia, podemos observar em vários locais, tais como: túneis, igrejas, casarões antigos, etc., que estão associados ao gráfico de uma função do 2º grau.

Na indústria bélica, o estudo da trajetória de um projétil desde o lançamento até o choque com o solo, está associado ao estudo da função do 2º grau. O gráfico abaixo representa a trajetória de um projétil, desde o lançamento até o choque do mesmo com o solo:



A partir do gráfico, podemos obter algumas informações tais como: a altura máxima que o projétil atingiu, o tempo que o projétil levou para atingir o solo.

2. Definição

Chama-se **função polinomial do 2º grau** (ou função quadrática), qualquer função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada por uma lei da formação $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

Exemplos:

a) $f(x) = x^2 + 2x + 5$, onde $a = 1$, $b = 2$ e $c = 5$
b) $f(x) = -2x^2 + 3x - 10$, onde $a = -2$, $b = 3$ e $c = -10$
c) $f(x) = 5x^2 - 7x$, onde $a = 5$, $b = -7$ e $c = 0$
d) $f(x) = 3x^2 - 12$, onde $a = 3$, $b = 0$ e $c = -12$

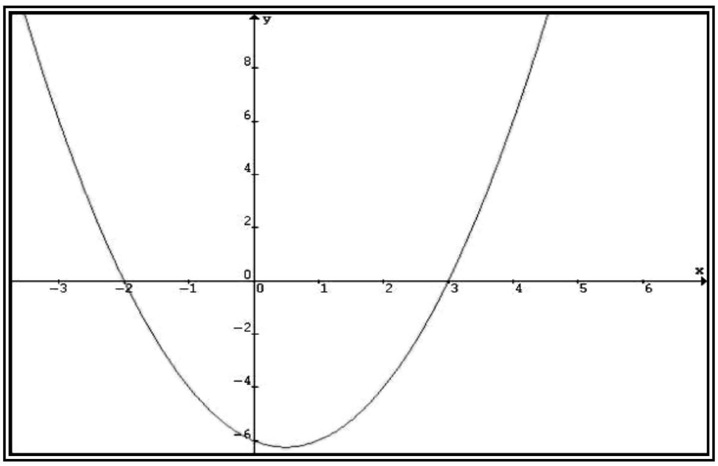
3. Gráfico

O gráfico de uma função do 2º grau, $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, corresponde a uma curva muito especial em matemática chamada "**parábola**". Uma parábola tem concavidade voltada para cima (CVC) caso $a > 0$, ou tem concavidade voltada para baixo (CVB) caso $a < 0$.

Exemplos:

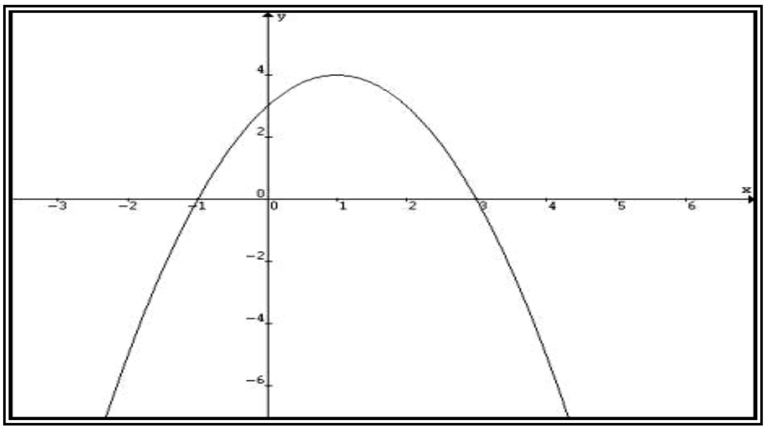
1) $f(x) = x^2 - x - 6$

x	y
-3	6
-2	0
-1	-4
0	-6
1	-6
2	-4
3	0
4	6



2) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

x	y
-3	-6
-2	-5
-1	0
0	3
1	4
2	3
3	0
4	-5



4. Zeros ou Raízes de uma Função do $2^{\underline{0}}$ Grau

Chamam-se zeros ou raízes da função do $2^{\underline{0}}$ grau, $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, os números reais x, tal que $f(x) = 0$.

Então as raízes da função do $2^{\underline{0}}$ grau, $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, são as soluções da equação do $2^{\underline{0}}$ grau, $ax^2 + bx + c = 0$, as quais são dadas pela fórmula de Bhaskara, que você já conhece:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{ou} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{onde} \quad \Delta = b^2 - 4ac$$

Logo, $f(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad ax^2 + bx + c = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Exemplo:

1) $f(x) = x^2 + x - 12$, $a = 1$, $b = 1$ e $c = -12$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

$$\Rightarrow x' = \frac{-1 + 7}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad \text{e} \quad x'' = \frac{-1 - 7}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Logo a função tem duas raízes reais distintas que são –4 e 3.

2) $f(x) = 4x^2 - 12x + 9$, $a = 4$, $b = -12$ e $c = 9$

$$x = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 4 \times 9}}{2 \times 4} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{12 \pm 0}{0}$$

$$\Rightarrow x' = \frac{12 + 0}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \quad \text{e} \quad x'' = \frac{12 + 0}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

Logo $x' = \dfrac{3}{2}$ é uma raiz dupla da função (duas raízes reais iguais)

3) $f(x) = 3x^2 + 4x + 5$, $a = 3$, $b = 4$ e $c = 5$

$$x = \frac{-(4) \pm \sqrt{(4)^2 - 4 \times 3 \times 5}}{2 \times 3} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 60}}{6} = \frac{-4 \pm \sqrt{-44}}{8}$$

Logo, como $\sqrt{-44}$, não é um número real, essa função não tem raízes reais.

4) Vejamos quais são as condições a que m deve obedecer para que a função $f(x) = 5x^2 + 2x + m$:

a) admita duas raízes reais e distintas;
b) tenha duas raízes reais e iguais;
c) não tenha raízes reais.

Calculando o Δ, temos:

$$\Delta = (2)^2 - 4 \cdot 5 \cdot m = 4 - 20m$$

Calculando os valores que Δ pode assumir, devemos ter:

(a) $\Delta > 0$, então $4-20m>0 \Rightarrow -20m>-4(\times -1) \Rightarrow 20m<4 \Rightarrow m<\frac{4}{20} \Rightarrow m<\frac{1}{5}$;

(b) $\Delta = 0$, então $4-20m=0 \Rightarrow -20m=-4 \Rightarrow m=\frac{4}{20} \Rightarrow m=\frac{1}{5}$;

(c) $\Delta < 0$, então $4-20m<0 \Rightarrow -20m<-4(\times -1) \Rightarrow 20m>4 \Rightarrow m>\frac{4}{20} \Rightarrow m>\frac{1}{5}$.

Observação 1: Vamos mostrar que se x' e x'' são raízes da equação ax^2 + bx + c = 0, então a soma $x'+x''=\dfrac{-b}{a}$ e o produto $x'\cdot x''=\dfrac{c}{a}$:

De fato:

$$x'+x''=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}+\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-b-\sqrt{\Delta}-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2b}{2a}=\frac{-b}{a}$$

$$x'\cdot x''=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\cdot\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{b^2-\left(\sqrt{\Delta}\right)^2}{4a^2}=\frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2}=\frac{b^2-b^2+4ac}{4a^2}=\frac{4ac}{4a^2}=\frac{c}{a}$$

Observação 2: Vamos mostrar que, se a função quadrática $f(x)$ = ax^2 + bx + c tem zeros x' e x'', então ela pode ser escrita na forma $f(x)$ = a(x – x') (x – x''). Para isso vamos utilizar os resultados obtidos no exemplo anterior:

De fato

$$f(x)=ax^2+bx+c=a(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a})=a[x^2-(x'-x'')x+x'\cdot x'']=a[x^2-xx'-xx''+x'\cdot x'']=$$
$$=a[x(x-x')-x''(x-x')]=a(x-x')(x-x'') \;\;\Rightarrow\; f(x)=a(x-x')(x-x'').$$

Essa última forma de indicar a lei de uma função quadrática é chamada forma fatorada.

5. Coordenadas do vértice da parábola

A parábola, que representa o gráfico da função $f(x)$ = ax^2 + bx + c, com a≠0, passa por um ponto V chamado vértice, cujas coordenadas são $x_v=\dfrac{-b}{2a}$ (abscissa) e $y_v=\dfrac{-\Delta}{4a}$ (ordenada).

6. Construção da Parábola

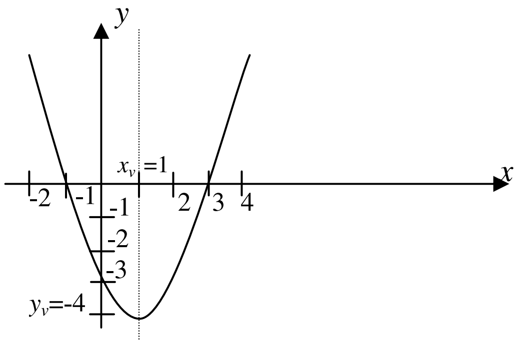
É possível construir o gráfico de uma função do $2^{\underline{0}}$ grau sem necessariamente ter que montar a tabela de pares (x, y), mas seguindo apenas o roteiro de observações seguintes:

- O valor do coeficiente a define a concavidade da parábola;
- Os zeros definem os pontos em que a parábola intercepta o eixo x;
- O vértice V($\dfrac{-b}{2a}$, $\dfrac{-\Delta}{4a}$) indica o ponto de mínimo (se a > 0), ou de máximo (se a < 0);
- A reta que possa por V e é paralela ao eixo y é o eixo de simetria da parábola;
- Para x = 0, temos y = $f(0)$ = a$(0)^2$ + b.0 + c $\Rightarrow$ y = c; então (0, c) é ponto em que a parábola corta o eixo y.

Exemplo:

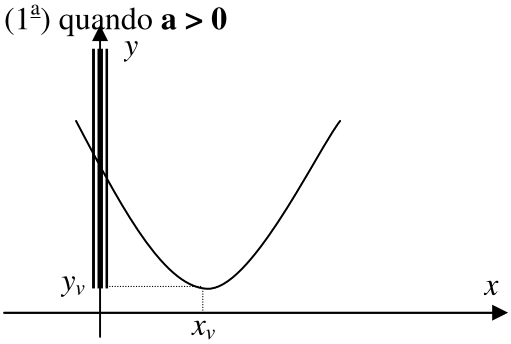
$f(x) = x^2 - 2x - 3$

- a parábola tem C.V.C., pois a =1 > 0;
- x' = -1 e x''=3 são as raízes;
- O vértice da parábola é V(1,-4);
- A reta x –1 = 0 é o eixo de simetria da parábola;
- (0, -3) é ponto em que a parábola corta o eixo y.



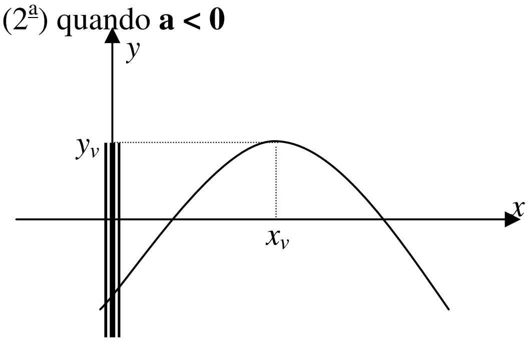
O conjunto imagem Im(f) da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é o conjunto dos valores que y pode assumir. Há duas possibilidades:

(1ª) quando **a > 0**



$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq y_v\} = [y_v, +\infty)$

(2ª) quando **a < 0**



$\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq y_v\} = (-\infty, y_v]$

Exemplo:

Analisando o exemplo anterior podemos concluir que, $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -4\} = [-4, +\infty)$, pois a > 0 e portanto a função tem concavidade voltada para cima (C.V.C.).

7. Crescimento e Decrescimento da Função do 2º Grau

A função do 2º grau, $f(x) = ax^2 + bx + c$, é decrescente para $x \in (-\infty, x_v]$ e crescente para $x \in [x_v, +\infty)$, caso a > 0 e, é crescente para $x \in (-\infty, x_v]$ e decrescente para $x \in [x_v, +\infty)$,

Exemplo:

A função $f(x) = x^2 - 2x - 3$, é decrescente para $x \in (-\infty, 1]$ e crescente para $x \in [1, +\infty)$, pois a = 1 > 0, é o que podemos verificar ao analisarmos o gráfico do exemplo anterior.

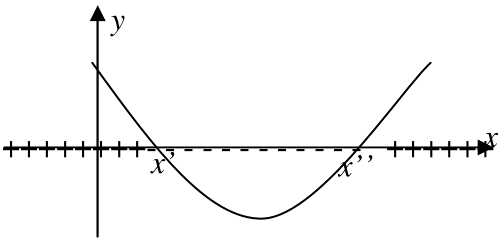
8. Sinal da Função do 2º Grau

Consideremos uma função quadrática $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ e determinaremos os valores de x para os quais y é negativo e os valores de x para os quais y é positivo.

Conforme o sinal do discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$, podem ocorrer os seguintes caso:

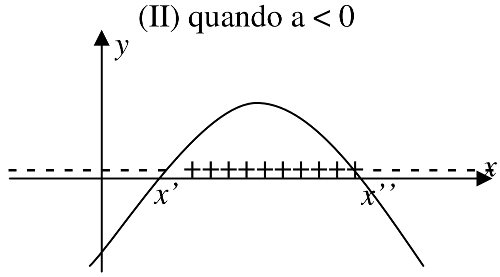
1º) $\Delta > 0 \Rightarrow x' \neq x''$. A parábola intercepta o eixo x em dois pontos e o sinal da função é o indicado nos gráficos abaixo:

(I) quando a > 0



$y > 0$, para $x \in (-\infty, x') \cup (x'', +\infty)$
$y = 0$, para $x \in \{x', x''\}$
$y < 0$, para $x \in (x', x'')$

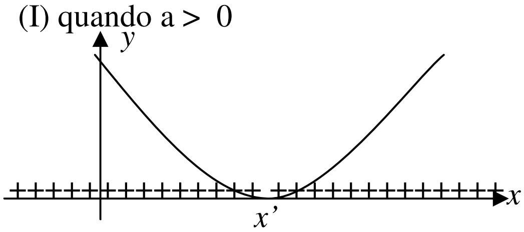
(II) quando a < 0



$y < 0$, para $x \in (-\infty, x') \cup (x'', +\infty)$
$y = 0$, para $x \in \{x', x''\}$
$y > 0$, para $x \in (x', x'')$

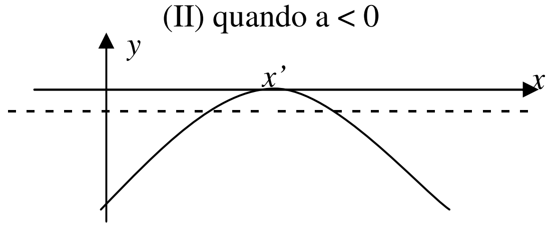
2º) $\Delta = 0 \Rightarrow x' = x''$. A parábola tangencia o eixo x em x' e o sinal da função é o indicado nos gráficos abaixo:

(I) quando a > 0



$y > 0$, para $x \in \mathbb{R} - \{x'\}$
$y = 0$, para $x = x'$
$\nexists\ x \in \mathbb{R}$ tal que $y < 0$

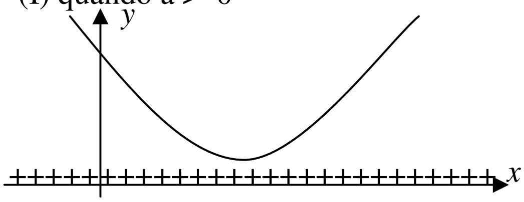
(II) quando a < 0



$y < 0$, $\forall\ x \neq x'$
$y = 0$, para $x = x'$
$\nexists\ x \in \mathbb{R}$ tal que $y > 0$

$3^{\underline{0}}$) $\Delta < 0 \Rightarrow$ não existe raízes reais. A parábola não intercepta o eixo x' e o sinal da função é o indicado nos gráficos abaixo:

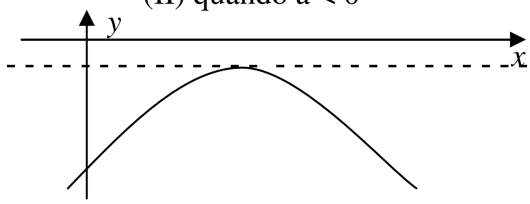
(I) quando a > 0



$y > 0$, para $x \in \mathbb{R}$

$\nexists\ x \in \mathbb{R}$ tal que $y \leq 0$

(II) quando a < 0



$y < 0$, para $x \in \mathbb{R}$

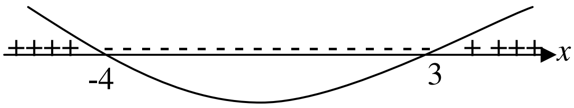
$\nexists\ x \in \mathbb{R}$ tal que $y \geq 0$

Exemplos:

1) $f(x) = x^2 + x - 12$

a = 1 > 0 $\Rightarrow$ CVC;

$\Delta = (1)^2 - 4.1.(-12) = 49 \Rightarrow$ tem duas raízes reais distintas $\Rightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{49}}{2.1} = \dfrac{-1 \pm 7}{2} \Rightarrow x' = -4$ e $x'' = 3$;



Logo:

$y > 0$, para $x \in (-\infty, -4) \cup (3, +\infty)$

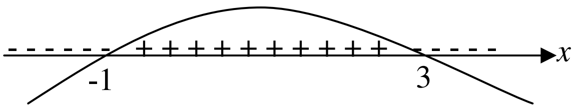
$y = 0$, para $x \in \{-4, 3\}$

$y < 0$, para $x \in (-4, 3)$

2) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

a = -1 < 0 $\Rightarrow$ CVB;

$\Delta = (2)^2 - 4.(-1).(3) = 16 \Rightarrow$ tem duas raízes reais distintas $\Rightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{16}}{2.(-1)} = \dfrac{-2 \pm 4}{-2} \Rightarrow x' = -1$ e $x'' = 3$;



Logo:

$y < 0$, para $x \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

$y = 0$, para $x \in \{-1, 3\}$

$y > 0$, para $x \in (-1, 3)$

9. Inequações do $2^{\underline{0}}$ Grau

Vamos aplicar o estudo do sinal da função quadrática na solução de inequações.

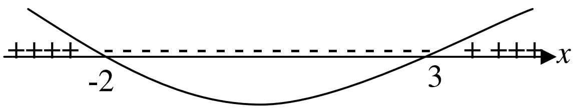
Exemplos:

1) $x^2 - x - 6 \leq 0$

Resolver a inequação é encontrar os valores de x tais que $x^2 - x - 6 \leq 0$. Fazendo $f(x) = x^2 - x - 6$, e usando o estudo do sinal da função teremos:

a = 1 > 0 $\Rightarrow$ CVC;

$\Delta = (-1)^2 - 4.1.(-6) = 25 \Rightarrow$ tem duas raízes reais distintas $\Rightarrow x = \dfrac{-(-1) \pm \sqrt{25}}{2.1} = \dfrac{1 \pm 5}{2} \Rightarrow x' = -2$ e $x'' = 3$;



Logo:

Como $f(x) = x^2 - x - 6 \leq 0$ para $x \in [-2, 3]$, temos que a solução da inequação é:

S = $[-2, 3] = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$

2) $4 < x^2 \leq 9$

Resolver a inequação acima é resolver as inequações $4 < x^2$ e $x^2 \leq 9$ e fazer a interseção das soluções.

(I) $4 < x^2 \Rightarrow 4 - x^2 < 0$

Fazendo $f(x) = 4 - x^2$

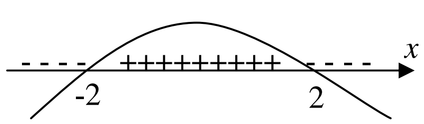
a = - 1 < 0 $\Rightarrow$ CVB

$\Delta = (0)^2 - 4.(-1).(4) = 16$

$\Rightarrow$ tem duas raízes reais distintas

$$\Rightarrow x = \frac{-(0) \pm \sqrt{16}}{2.(-1)} = \frac{0 \pm 4}{-2}$$

$\Rightarrow$ $x' = -2$ e $x'' = 2$;



$f(x) = 4 - x^2 < 0$

para $x \in (-\infty, -2) \cup (2,+\infty)$, temos:

$S_I = (-\infty, -2) \cup (2,+\infty)$

e

(II) $x^2 \leq 9 \Rightarrow x^2 - 9 \leq 0$

Fazendo $g(x) = x^2 - 9$

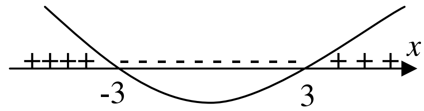
a = 1 > 0 $\Rightarrow$ CVC

$\Delta = (0)^2 - 4.(1).(-9) = 36$

$\Rightarrow$ tem duas raízes reais distintas

$$\Rightarrow x = \frac{-(0) \pm \sqrt{36}}{2.(1)} = \frac{0 \pm 6}{2}$$

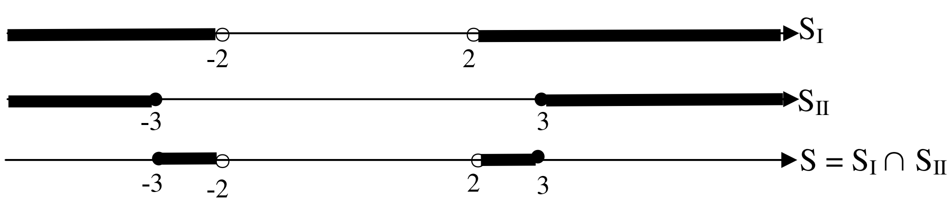
$\Rightarrow$ $x' = -3$ e $x'' = 3$;



$f(x) = x^2 - 9 > 0$

para $x \in (-\infty, -3) \cup (3,+\infty)$, temos:

$S_I = (-\infty, -3) \cup (3,+\infty)$



$S = S_I \cap S_{II} = [-3, -2) \cup (2, 3]$

3) Seja a inequação produto $(2x^2 - 3x)(-x^2 + x + 6) < 0$.

Para resolver a inequação acima faremos $f(x) = 2x^2 - 3x$, $g(x) = -x^2 + x + 6$ e em seguida estudaremos o sinal da funções, como veremos a seguir:

$f(x) = 2x^2 - 3x$

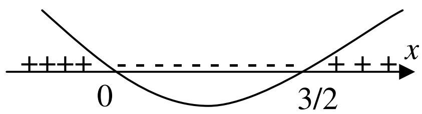
a = 2 < 0 $\Rightarrow$ CVC

$\Delta = (-3)^2 - 4.(2).(0) = 9$

$\Rightarrow$ tem duas raízes reais distintas

$$\Rightarrow x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{9}}{2.(2)} = \frac{3 \pm 3}{4}$$

$\Rightarrow$ $x' = 0$ e $x'' = 3/2$;



e

$g(x) = -x^2 + x + 6$

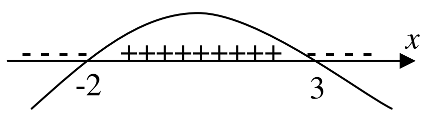
a = -1 > 0 $\Rightarrow$ CVB

$\Delta = (1)^2 - 4.(-1).(6) = 25$

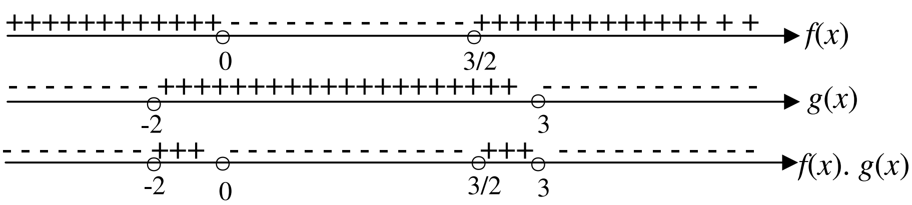
$\Rightarrow$ tem duas raízes reais distintas

$$\Rightarrow x = \frac{-(1) \pm \sqrt{25}}{2.(-1)} = \frac{-1 \pm 5}{-2}$$

$\Rightarrow$ $x' = -2$ e $x'' = 3$;



Colocando na reta os sinais das funções f e g e usando a regra dos sinais na multiplicação obteremos a solução procurada



Como $f(x).\ g(x) < 0 \Rightarrow$ $S = (-\infty, -2) \cup (0, 3/2) \cup (3, +\infty)$

10. Exercícios

1) Determine as raízes reais de cada uma das seguintes funções são do $2^{\underline{0}}$ grau:
   a) $f(x)=3x^2-7x+2$
   b) $f(x)=-x^2+\frac{3}{2}x+1$
   c) $f(x)=-3x^2+6$
   d) $f(x)=x-2x^2$
2) Resolva em $\mathbb{R}$ as seguintes equações do $2^{\underline{0}}$ grau:
   a) $(2x-3)(x^2-7x+10)=0$
   b) $(-x^2+3)(x^2-9)=0$
   c) $x^2-4\sqrt{3}x+12=0$
3) Determine o valor de m para que as funções
   (I) duas raízes reais e distintas; (II) duas raízes reais iguais; (III) não tenha raízes reais.
   a) $f(x)=x^2-3x+m$;
   b) $f(x)=-4x^2+4x+m$
   c) $f(x)=mx^2-6x+1$
   d) $f(x)=(m-1)x^2-2x+4$
4) Determine o valor de p a fim de que o gráfico da função $f(x)=2x^2+x+(p-1)$ não intercepte o eixo das abscissas.
5) Escreva uma função quadrática cujas raízes são:
   a) –1 e 4
   b) –2 e 3
6) Uma das raízes da equação $-x^2+px+3=0$ é igual a 2.
   a) Qual o valor de p?
   b) Qual é o valor da outra raiz dessa equação?
7) A trajetória da bola, num chute a gol, descreve uma parábola. Supondo que sua altura h, em metros, t segundos após o chute, seja dada por $h=-t^2+6t$, determine:
   a) Em que instante a bola atinge a altura máxima?
   b) Qual é altura máxima atingida pela bola?
8) Sabe-se que o custo C para produzir x unidades de certo produto é dado por $C(x)=x^2-80x+3000$. Nessas condições, calcule:
   a) A quantidade de unidades produzidas para que o custo seja mínimo;
   b) O valor mínimo do custo.
9) Uma bola é lançada ao ar. Suponha que sua altura, em metros, t segundos após o lançamento, seja $h(t)=-t^2+4t+6$. Determine;
   a) O instante em que a bola atinge a sua altura máxima;
   b) A altura máxima atingida pela bola;
   c) Quantos segundos depois do lançamento a bola toca o solo.
10) O lucro total de uma empresa é dado pela fórmula L = R – C, em que L é o lucro total, R é a receita total e C é o custo total da produção. Numa empresa que produziu x unidades, verificou-se que $R(x)=6000x-x^2$ e $C(x)=x^2-2000x$. Nessas condições, qual deve ser a produção x para que o lucro da empresa seja máximo?
11) Construa o gráfico de cada uma das seguintes funções, determinando o conjunto domínio, o conjunto imagem, o intervalo de crescimento e decrescimento:
   a) $f(x)=x^2-7x+10$
   b) $f(x)=3x^2-4x+2$
   c) $f(x)=-3x^2+6x-3$
   d) $f(x)=x^2-3x+\frac{9}{4}$
   e) $f(x)=\begin{cases}4-x^2, & se\ \ x<0\\ x^2-4, & se\ \ x>0\end{cases}$
   f) $f(x)=\begin{cases}x^2-x-6, & se\ \ x<-1\\ -2+4x-x^2, & se\ \ x\geq -1\end{cases}$
   g) $f(x)=\begin{cases}x^2+7x+10, & se\ \ x<-4\\ x+2, & se\ \ -4<x\leq 2\\ -x^2+x+6, & se\ \ x>2\end{cases}$
   g) $f(x)=\begin{cases}x^2-16, & se\ \ x<-4\\ 16-x^2, & se\ \ -4<x<4\\ x^2+x-20, & se\ \ x>4\end{cases}$

12) Determine o valor de k para que as funções admitam:

(I) valor mínimo; (II) valor máximo.

a) $f(x) = (2-k)x^2 - 5x + 3$

b) $f(x) = (m+3)x^2 + 8x - 1$

13) Estude o sinal das seguintes funções:

a) $f(x) = -x^2 + 2x - 4$

b) $f(x) = x^2 + 4x + 8$

c) $f(x) = x^2 + 3$

d) $f(x) = 6 - 2x + x^2$

e) $f(x) = x - x^2$

f) $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$

14) Determine os valores de m de modo que a função $f(x) = x^2 + 4x + m$ seja positiva para todo x real.

15) Resolva as seguintes inequações do $2^{\underline{0}}$ grau:

a) $4x^2 - x + 1 \geq 4x - 2x^2$

b) $16x^2 < 8x - 1$

c) $-8x^2 \geq 0$

d) $5^2 < (x-2)^2$

e) $-x^2 + x + 6 > 0$

f) $1 \leq x^2 \leq 9$

g) $x \leq x^2 \leq 4x$

h) $3 < x^2 - 2x + 8 \leq 8$

i) $x(x-3) + 1 > 5(x-3)$

j) $(x+4)(x-3) \geq 14 + (1-x)(x-2)$

16) Resolva os seguintes sistemas de inequações:

a) $\begin{cases} x^2 - 5x + 6 \leq 0 \\ x^2 > 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 < 16 \\ x^2 > 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - x^2 < 0 \\ x^2 + x - 2 > 0 \\ 5x - 3 > 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - x^2 < 0 \\ x^2 + x - 2 > 0 \\ 5x - 3 > 0 \end{cases}$

17) Resolva as seguintes inequações produto e/ou quociente:

a) $(x^2 - 5x + 6)(9 - x^2) \leq 0$

b) $(x^2 - x - 6)(x^2 - 1) > 0$

c) $(x^2 - 2x + 8)(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 4) < 0$

d) $(x^2 - 3x)(10 + 9x - x^2) \leq 0$

e) $\dfrac{x^2 + 2x}{x^2 + 5x + 6} \geq 0$

f) $\dfrac{x^2 - 4x - 5}{4 - 4x + x^2} \geq 0$

g) $\dfrac{-x^2 + 4x + 5}{x^2 + 2x + 6} < 0$

h) $\dfrac{(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 6)}{x^2 - 16} \geq 0$

18) Determine o domínio das seguintes funções:

a) $f(x) = \sqrt{\dfrac{2x - 1}{x^2 - 4}}$

b) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 - 5x + 6}{-2 + x + x^2}}$

c) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x^2 - 4}{-x^2 + 3x}}$

d) $f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 7 + \sqrt{3x + 5}}$