1 Representação semiótica

1.1 Registros de representação semiótica

Neste tópico abordaremos a teoria de Raymond Duval sobre os Registros de Representação Semiótica. Trata-se de um estudo que se refere à utilização de representações e que enfatiza a importância da diversidade de registros de representação semiótica e a articulação entre estes registros na aquisição dos conhecimentos matemáticos.

Raymond Duval é filósofo e psicólogo de formação. Trabalhou no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo, na França, de 1970 a 1995, onde desenvolveu fundamentais estudos envolvendo a psicologia cognitiva e o papel dos registros de representação semiótica para a apreensão do conhecimento matemático.

Nosso objetivo, ao discutirmos sobre esta teoria, é mostrar que ela pode ser útil não só na área de educação matemática, mas também em outros contextos, como, por exemplo, na análise de atividades experimentais, em outras áreas do conhecimento, como a física, a química e a biologia, proporcionando ao professor um leque maior de possibilidades para melhor organizar situações de aprendizagem em sala de aula.

Segundo Dann (2002), podemos pensar na utilização dos estudos de Duval como uma maneira didática/metodológica que o professor ou pesquisador pode utilizar, se o objetivo é a aquisição do conhecimento.

Dann (2002) argumenta que, para se estudar a aquisição de conhecimentos e, mais particularmente, a aquisição de conhecimentos matemáticos, é necessário recorrer à noção de *representação*. Segundo a autora, não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa sem o auxílio de uma representação, uma vez que em matemática toda a comunicação se estabelece com base nas representações.

Para que você compreenda melhor esta teoria, achamos oportuno trazer para o seu conhecimento o significado do termo *semiótica*.

À primeira vista, o termo semiótica pode ser confundido com **simiótica**, estudo dos símios (animal muito semelhante ao macaco), ou **semi-ótica**, ramo da física que estuda a radiação eletromagnética, visível ou não.

No entanto, o termo semiótica, de origem grega (semeion = signos), denomina-se como a ciência dos signos, e os signos aqui mencionados se referem à linguagem. Assim, **semiótica pode ser compreendida como sendo a ciência de todas as linguagens.**

Agora vamos pensar na questão da representação. Você já se deu conta de como fazemos uso das mais variadas representações na nossa sala de aula? O globo terrestre, um mapa, a tabela periódica, o desenho de uma célula e o protótipo de um átomo são alguns exemplos de representações, que utilizamos para explicar determinados conteúdos no ambiente escolar.

Pensemos agora nos objetos matemáticos. Como temos acesso a um determinado objeto matemático? Vejamos, façamos um exercício mental. Pense no número dois. De que forma você expressaria esse objeto matemático chamado número *dois*? Escreveria **dois** fazendo uso da língua materna, ou utilizaria o símbolo **2** (algarismo arábico), ou faria a opção pelo **II** (algarismo romano), ou pensaria em dois corações se você estivesse apaixonado, ou ainda poderia sofisticar esta representação e pensar no $\sqrt{\mathbf{4}}$, ou $\mathbf{\log_4 16}$, e assim por diante.

Você percebeu a quantidade de possibilidades existentes para se representar o número dois? Tente pensar no número dois sem se apropriar de uma representação. É possível?

Difícil, não é mesmo?

Uma explicação para esta dificuldade é dada por Duval (1993), quando afirma que as diversas representações semióticas de um objeto matemático são absolutamente necessárias, uma vez que os objetos matemáticos não são objetos diretamente acessíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos, como o são as plantas, ou as células, objetos comumente ditos "reais" ou "físicos". O acesso a um objeto matemático está ligado à utilização de um sistema de representação que o permite designar. É preciso, portanto, fazer uso das representações, ou seja, dar representantes.

Duval (1993, p. 39) define as representações semióticas como sendo: "produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significação e de funcionamento".

As representações têm uma grande importância para o conhecimento matemático, como podemos sintetizar nas palavras de Duval:

> *Na matemática a especificidade das representações consiste em que elas são relativas a um sistema particular de signos, à linguagem, à escrita algébrica ou aos gráficos cartesianos e elas podem ser convertidas em representações equivalentes num outro sistema semiótico, podendo tomar significações diferentes pelo sujeito que as utiliza (DUVAL,1995, p.17).*

Como a matemática trabalha com objetos abstratos, as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos e desenhos são muito importantes, pois favorecem a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático.

Como exemplo, podemos citar uma função matemática, que pode ser representada por uma expressão algébrica, por um gráfico cartesiano, ou ainda por um conjunto de pontos dispostos em uma tabela.

Exemplificando: Considere a função representada pela seguinte expressão algébrica: $\mathbf{y = x + 2}$. Trata-se de uma função afim que pode ter alguns de seus pontos representados na tabela 1 e na figura 1.

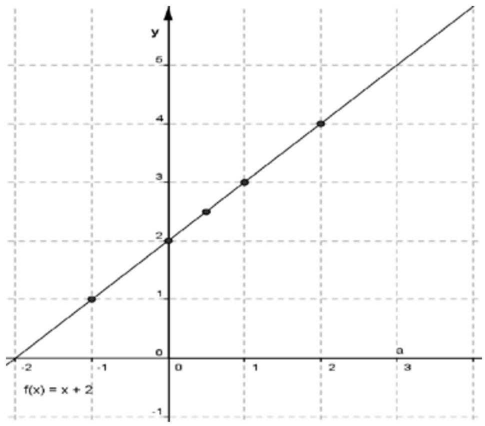

Figura 1: Representação gráfica da função afim cuja representação algébrica é: **y = x + 2**

X	y
-1	1
0	2
1	3
2	4
½	5⁄2

Tabela 1: conjunto de pontos pertencentes a função afim cuja representação algébrica é: **y = x + 2**

Como pudemos ver nesse exemplo, um objeto matemático – no caso uma função afim – pode permitir diferentes registros de representação como: a tabela, a expressão algébrica e o gráfico.

O recurso a muitos registros, segundo Duval (2003), parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que possam, também, ser reconhecidos em cada uma de suas representações.

Vale ressaltar que toda representação é cognitivamente parcial em relação ao objeto a ser representado, portanto a complementaridade entre os registros se torna fundamental uma vez que permite ao sujeito ter acesso a diferentes aspectos do conteúdo representado.

Ao se trabalhar os elementos significativos de cada registro de representação se está possibilitando a compreensão da totalidade do objeto.

Porém, é necessário frisar que tão importante quanto os registros de representação é a forma como os mesmos são utilizados. Ou seja, só poderemos falar em conceitualização ou aquisição de conhecimentos a partir do momento em que o aluno conseguir "transitar" naturalmente por diferentes registros.

Sobre o trânsito entre as diferentes representações, Duval (2003, p. 15) afirma: " a **compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas**".

Será que tal coordenação é adquirida naturalmente pelos estudantes durante o ensino de matemática? Discuta com seus pares sobre esta questão.

Em outras palavras:

> *A compreensão dos objetos matemáticos somente será possível com a* coordenação*, pelo sujeito que aprende, de vários registros de representação. Ou seja, quanto maior for a mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto (DANN, 2002, p. 144).*

Atividade 1

Pense nas três representações da função afim citadas anteriormente, cuja representação algébrica é $\mathbf{y = x + 2}$.

Com relação ao uso dos três registros (tabela, lei de formação e gráfico) liste quais as vantagens e limitações de cada um.

1.2 Representação semiótica: sua importância no contexto educacional

Se entendermos que o ensino e aprendizagem de qualquer conhecimento estão estreitamente vinculados à compreensão de diferentes registros de representação, então é importante aprofundar o entendimento das representações semióticas.

Você acha fundamental para a compreensão do conceito de função que o aluno conheça todas estas possibilidades de registro?

Como as representações semióticas são pensadas? Geralmente consideram-se as representações semióticas como um suporte para as representações mentais, ou seja, as representações teriam função de comunicar as representações mentais.

No entanto, segundo Duval (1993), considerar as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer, para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem, é um ponto de vista ingênuo e superficial. Para ele, as representações **não são somente necessárias para fins de comunicação, mas são, igualmente, essenciais para a atividade cognitiva do pensamento.**

Duval (1993) acredita que sem as representações semióticas seria impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que apreende. É através das representações semióticas que se torna possível efetuar certas funções cognitivas essenciais do pensamento humano, já que estas representações desempenham um papel primordial:

a ▪ no desenvolvimento das representações mentais: estas dependem de uma interiorização de representações semióticas do mesmo modo que as representações mentais são uma interiorização daquilo que é percebido (VYGOTSKY, 1962; PIAGET, 1968);

b ▪ na realização de diferentes funções cognitivas: função de tratamento que não pode ser preenchido pelas representações mentais (algumas atividades de tratamento são diretamente ligadas à utilização de sistemas semióticos, por exemplo o cálculo);

c ▪ na produção de conhecimentos: as representações semióticas permitem representações radicalmente diferentes de um mesmo objeto, na medida em que elas podem revelar sistemas semióticos totalmente diferentes (BENVENISTE, 1974; BRESSON, 1978).

Duval (2003) também defende que o funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação. Portanto, fazer a distinção entre um objeto matemático e a representação que se faz dele é de extrema relevância no funcionamento cognitivo, sendo necessário, no ambiente de ensino e aprendizagem, estar atento para esta diferenciação.

Em sala de aula, uma questão difícil a ser enfrentada consiste em verificar se os sujeitos em fase de aprendizagem confundem os objetos matemáticos com suas representações, já que para realizar uma atividade sobre os objetos matemáticos se faz necessário fazer uso das representações semióticas.

Tal questão vai exigir duas operações cognitivas (*semiose, noesis*) ligadas ora à representação do objeto matemático, ora ao próprio objeto.

Duval (1993) define ***semiose*** como sendo a apreensão, ou a produção, de uma representação semiótica, e ***noesis*** a apreensão conceitual de um objeto. Para ele, a ***noesis*** é inseparável da ***semiose**,* uma vez que, para que ocorra a apreensão de um objeto matemático, é necessário que a ***noesis*** ocorra através de significativas ***semioses***.

> Uma das dificuldades para a aprendizagem em matemática pode ser justificada, segundo este autor, pelo fato de que não há *noesis* sem *semiose*, ou seja, não podemos querer ensinar matemática como se a *semiose* (apreensão de uma representação semiótica) seja uma operação desprezível em relação a *noesis* (apreensão conceitual do objeto).

Outra preocupação de Duval é identificar o que caracteriza a atividade de matemática do ponto de vista cognitivo. Segundo ele, a diferença entre a atividade cognitiva requerida pela matemática e a requerida em outros domínios do conhecimento, como química, biologia, astronomia, etc., não deve ser procurada nos conceitos, uma vez que em todos os domínios de conhecimento há conceitos mais ou menos complexos, mas nas seguintes características:

a ▪ a importância primordial das representações semióticas;
b ▪ a grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática.

É possível ter acesso direto aos objetos matemáticos sem fazer uso de representações semióticas?

Sobre a importância das representações semióticas, Duval (2003) afirma ser suficiente observar a história do desenvolvimento da matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático. Os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. Conforme já mencionado anteriormente, é necessário um sistema de representação que os permite designar.

Pensemos nos tratamentos matemáticos. As operações com cálculo, por exemplo, dependem do sistema de representação utilizado - o sistema de numeração decimal de posição oferece mais possibilidades que os sistemas gregos ou romanos, por exemplo.

> Estamos, portanto, na presença daquilo que Duval (2003) chama de **paradoxo cognitivo do pensamento matemático**: de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos só pode ser uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que uma atividade sobre os objetos matemáticos é possível.

A distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico para a compreensão em matemática. Não devemos confundir jamais o objeto com suas representações. No entanto, a impossibilidade de um acesso direto aos objetos matemáticos, fora de toda representação semiótica, torna a confusão quase inevitável.

Sobre a grande variedade de representações semióticas utilizada em matemática podemos citar que, além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as fórmulas algébricas, as representações gráficas e a língua natural.

A **variedade de representações** para um mesmo objeto aponta para a possibilidade de **transformação** dessas representações em outras, podendo ocorrer, segundo Duval, dois tipos distintos de transformações: os **tratamentos** e as **conversões**.

Tratamento de uma representação são transformações de representações semióticas dentro de um mesmo registro. São exemplos desse tipo de transformação: a resolução de uma equação algébrica, a execução de um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de representação dos números, ou a reconfiguração de uma figura geométrica.

Exemplificando:

Item (a)

$$
\begin{aligned}
3x - 24 &= 5x + 12 \\
3x - 5x &= 12 + 24 \\
-2x &= 36 \\
x &= \frac{36}{-2} \\
x &= -18
\end{aligned}
$$

Item (b)

$$
\begin{array}{r}
345 \\
\underline{x21} \\
345 \\
\underline{690\ -} \\
7245
\end{array}
$$

Para ver um exemplo sobre reconfiguração das figuras geométricas, leia o artigo "As figuras geométricas enquanto suporte para a aprendizagem em geometria" (FLORES; MORETTI, 2006). Disponível em: < http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12986/12088 >

Para resolver a equação do item (a) foram efetuadas três transformações dentro de um mesmo registro. Estas transformações são chamadas de tratamento.

Para resolver a operação de multiplicação do item (b) utilizamos o algoritmo da multiplicação, e para compreendê-lo é necessário conhecer primeiro as regras do sistema posicional e da base dez. Ou seja, este algoritmo está diretamente ligado à utilização de um sistema semiótico.

Atividade 2
Os tratamentos sobre os objetos matemáticos dependem diretamente do sistema de representação semiótico utilizado? Justifique sua resposta.

Segundo Dann (2002), existem regras de tratamento próprias para cada registro e sua natureza e número variam consideravelmente de um registro a outro. Por exemplo, ao se trabalhar com as operações fundamentais com os números naturais no registro algorítmico, o tratamento exige a compreensão das regras de conformidade básica que são o sistema posicional e a base dez. Sem a compreensão dessas regras, a representação algorítmica não tem sentido, ou seja, não existe tratamento significativo.

É importante lembrar, neste momento, que os tratamentos são ligados à forma e não ao conteúdo do objeto matemático. Vejamos o exemplo da adição dos números racionais. Vamos utilizar duas representações diferentes:

(a) **0, 75 + 0,75 = 1,5**

(b) $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

Podemos perceber que as duas representações utilizadas são distintas e exigiram tratamentos totalmente diferenciados para o mesmo objeto matemático. Esses dois registros de representação possuem graus de dificuldades diferentes, o que exige um custo cognitivo diferenciado para quem aprende. Dessa forma, o educador não pode ignorar esse fato na hora de ensinar e precisa estar atento às especificidades de cada representação.

A **conversão** de uma representação consiste na transformação de uma representação semiótica em outra representação semiótica, mudando de sistema, mas conservando a totalidade ou uma parte do conteúdo da representação inicial. É exemplo de conversão a passagem da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica no plano cartesiano.

Exemplificando: seja $\mathbf{y = x^2 - 4}$ (ver figura 2)

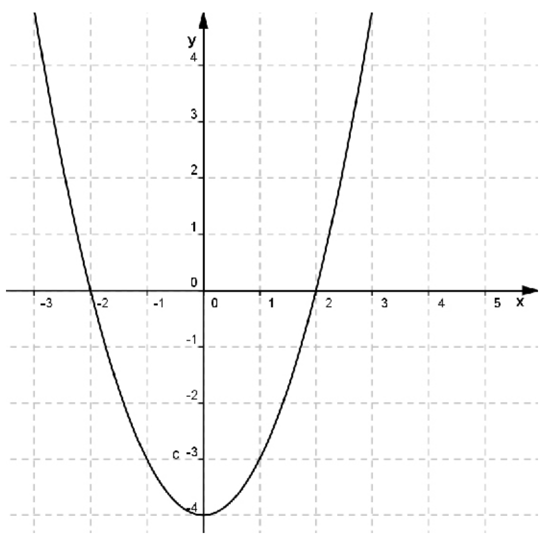

Figura 2: Representação gráfica da função quadrática cuja equação algébrica é $\mathbf{y = x^2 - 4}$

Percebe-se que os registros utilizados para representar essa função quadrática pertencem a sistemas semióticos totalmente diferentes, e a realização dessa transformação por um estudante, em fase de aprendizagem, não é algo simples e tampouco acontecerá de forma espontânea.

Segundo Dann (2002) a conversão é um passo fundamental no trabalho com representações semióticas, pois a transformação de um registro em outro registro, conservando parte ou a totalidade do objeto matemático que está sendo representado, não pode ser confundida com o tratamento. A conversão exige do sujeito o estabelecimento da diferença entre forma (ou representante) e conteúdo (ou representado).

Este tipo de transformação, a conversão, enfrenta os fenômenos de não congruência semântica. Isso se traduz pelo fato de os alunos nem sempre reconhecerem o mesmo objeto através de representações diferentes.

Para se falar sobre não congruência é necessário definir congruência semântica, que é o fenômeno que ocorre quando é preciso transitar entre representações semióticas distintas para um mesmo objeto conceitual. Nesse caso, a relação entre pelo menos duas das representações semióticas pode implicar uma apreensão facilitada ou não (FLORES; MORETTI, 2006).

O problema da **congruência ou da não congruência semântica** de duas apresentações de um mesmo objeto é, portanto, o da distância cognitiva entre essas duas representações, sejam elas pertencentes ou não ao mesmo registro. Ou seja, quanto maior for a distância cognitiva entre os registros, mais difícil será a passagem de uma representação a outra e também maior será o risco dessa transformação não ser efetuada ou entendida (DUVAL, 1993).

Para saber mais sobre congruência semântica leia o artigo "O papel dos registros de representação na aprendizagem em matemática" (MORETTI, 2002). Disponível em: < https://www6.univali.br/seer/index.php/rc/article/viewFile/180/152 >