INSTITUTO FEDERAL

Santa Catarina

INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

CAMPUS TUBARÃO

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Unidade Curricular: Cálculo I

Prof. Gustavo Camargo Bérti

Alexandro Lima Gomes

Tarefa 2 - Verificando limites e continuidade em gráficos

Tubarão

2022/1

Tarefa 2 - Verificando limites e continuidade em gráficos

Sendo @ o mês do seu aniversário, considere as seguintes funções.

a) $f(x) = \frac{x}{x-@}$
b) $f(x) = \frac{x+@}{x^2-@^2}$
c) $f(x) = \frac{x^2-2@x+@^2}{x-@}$
d) $f(x) = tg\left(\frac{x}{@}\right)$
e) $f(x) = e^{-x} + @$
f) $f(x) = \ln(x - @)$
g) $f(x) = \sqrt{-x + @}$
h) $f(x) = \frac{sen(@x)}{x}$

Para cada uma dessas funções:

I) Determine o domínio.
II) Determine $\lim_{x \to @} f(x)$, $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \to -\infty} f(x)$
III) Escreva as equações das assíntotas horizontais e verticais, caso existam.
IV) Obtenha o gráfico de cada função no Geogebra a fim de verificar se as respostas dos itens anteriores estão corretas.
V) Decida quais das funções são contínuas em R. No caso das funções descontínuas escreva os intervalos do domínio em que há continuidade.
VI) Acrescente uma sentença à função do item c de modo a ampliar o domínio e garantir a continuidade em R.

Organize um arquivo pdf com a resolução dos itens I a V para cada uma das 8 funções. O item VI é apenas para a função "c".

Para o envio da tarefa crie um tópico no fórum e anexe o arquivo. Não deixe de esclarecer a dúvidas no fórum de dúvidas e/ou agendando atendimento individualizado. Você pode também observar as postagens dos colegas e solicitar explicações e/ou dar sugestões quanto às resoluções apresentadas.

Prazo de entrega: 04/07

RESOLUÇÃO

Mês de nascimento: maio → @ = 5

a) $f(x) = \frac{x}{x-5}$

I) Domínio: R - {5}

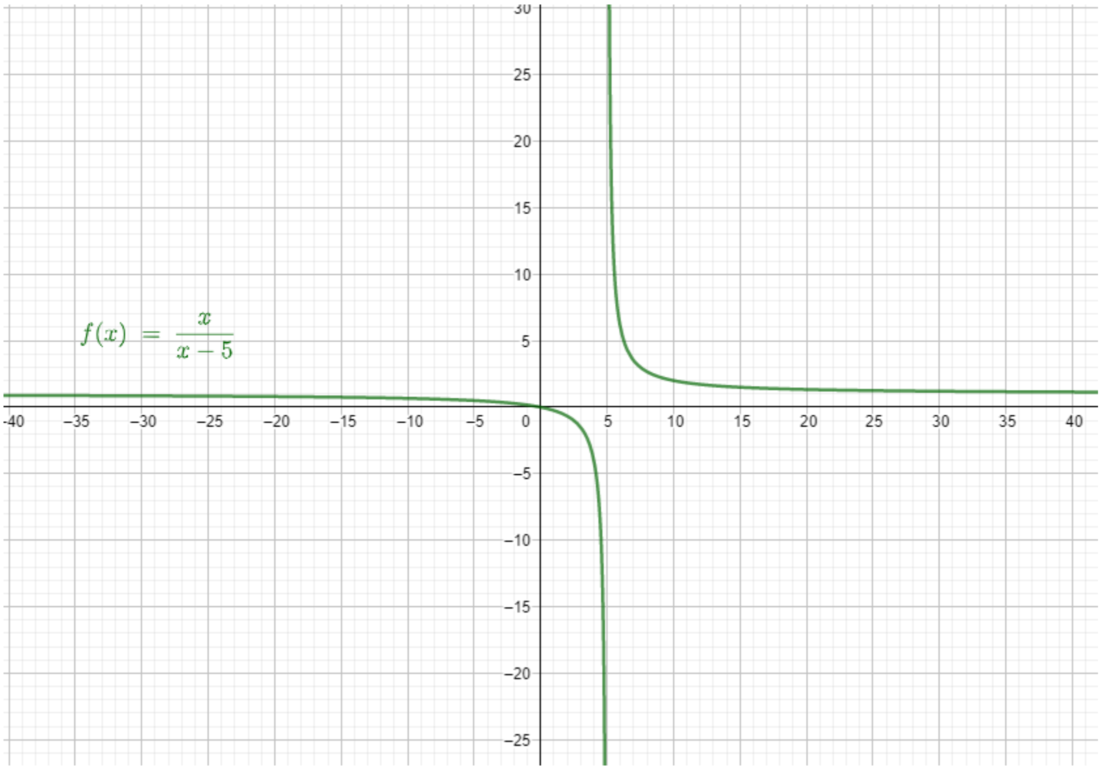
II) $\lim_{x \to 5} \frac{x}{x-5} = \frac{5}{5-5} = \frac{5}{0} = \nexists$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{x-5} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{x}{x}}{\frac{x}{x} - \frac{5}{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{1} = 1$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x}{x-5} = 1 \ (com\ base\ na\ mesma\ ideia\ acima)$$

III) assíntota vertical: x = 5; assíntota horizontal: y = 1

IV)



V) Não é contínua, pois não está definida em x = 5.
Intervalo de continuidade: x ∈]-∞, 5[e x ∈] 5, +∞[.

b) $f(x) = \frac{x+5}{x^2 - 25}$

I) Domínio: R - {-5, 5}

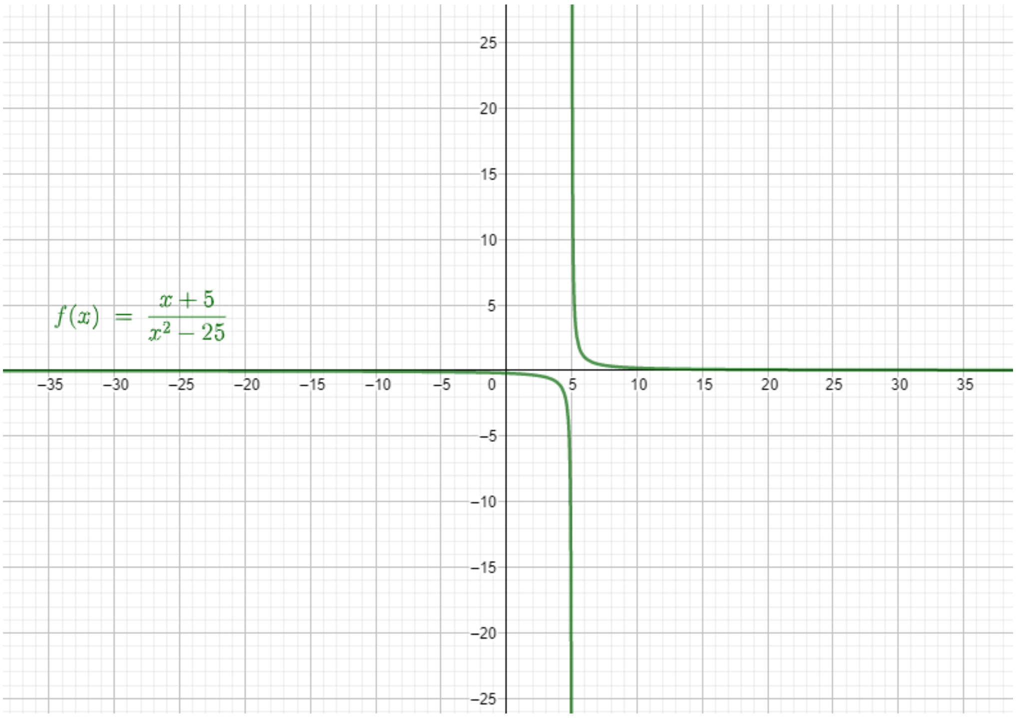
II) $\lim_{x \to 5} \frac{x+5}{x^2 - 25} = \lim_{x \to 5} \frac{x+5}{(x+5)(x-5)} = \lim_{x \to 5} \frac{1}{x-5} = \frac{1}{5-5} = \frac{1}{0} = \nexists$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x+5}{x^2 - 25} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x-5} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x+5}{x^2 - 25} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x-5} = 0$$

III) assíntota vertical: x = 5; assíntota horizontal: y = 0.

IV)



V) Não é contínua, não estando definida em x = -5 e em x = 5.
Intervalo de continuidade: x ∈]-∞, 5[e x ∈] 5, +∞[.

c) $f(x) = \frac{x^2 - 10x + 25}{x - 5}$

I) Domínio: R - {5}

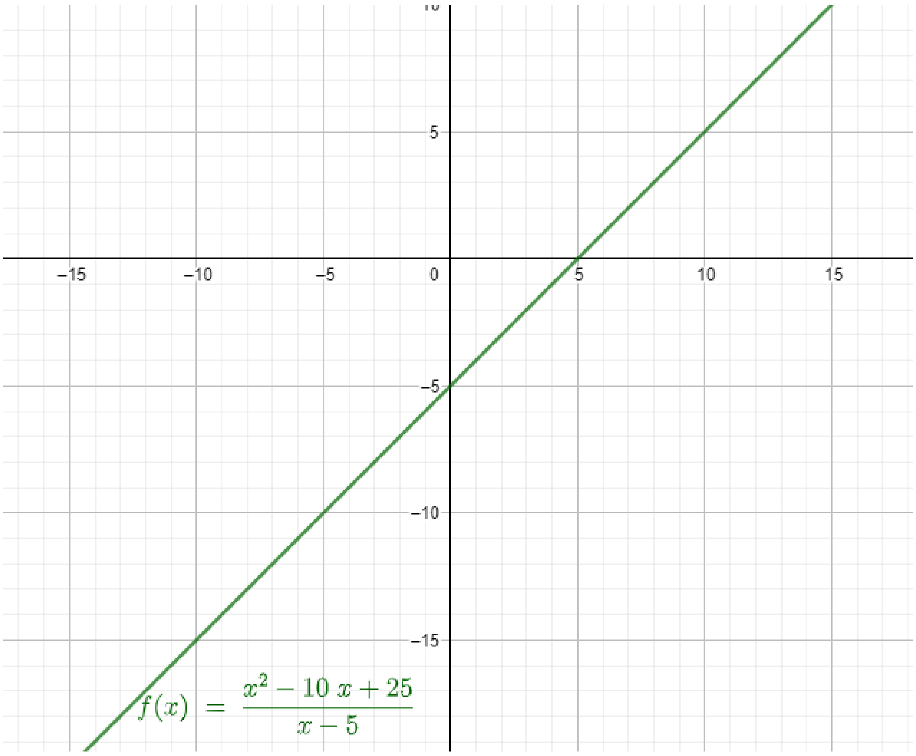
II) $\lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 10x + 25}{x - 5} = \lim_{x \to 5} \frac{(x-5)^2}{x-5} = \lim_{x \to 5} x - 5 = 5 - 5 = 0$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 10x + 25}{x - 5} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 (1 - \frac{10}{x} + \frac{25}{x^2})}{x(1 - \frac{5}{x})} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \to +\infty} x = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 10x + 25}{x - 5} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 (1 - \frac{10}{x} + \frac{25}{x^2})}{x(1 - \frac{5}{x})} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \to -\infty} x = -\infty$$

III) Não há assíntotas.

IV)



V) Não é contínua, pois não está definida em x = 5.

VI) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 10x = 25, & x \neq 5 \\ 0, & x = 5 \end{cases}$

d) $f(x) = tg\,(\frac{x}{5})$

I) Domínio: $x \in R,\ x \neq 5\pi + \frac{5\pi}{2}$

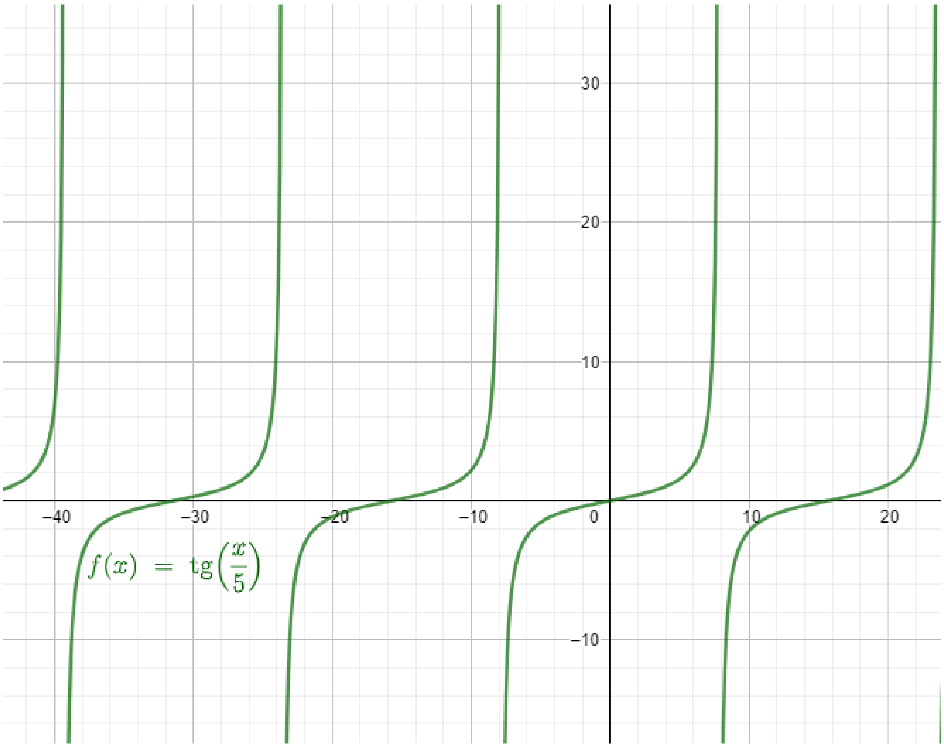
II) $\lim_{x \to 5} tg\,(\frac{x}{5}) = tg\,1$

$\lim_{x \to -\infty} tg\,(\frac{x}{5}) = \nexists$

$\lim_{x \to +\infty} tg\,(\frac{x}{5}) = \nexists$

III) assíntota vertical: $x \neq 5n\pi + \frac{5\pi}{2}$, n ∈ R

IV)



V) Não é contínua, pois não é definida para $x = 5n\pi + \frac{5\pi}{2}$, $n \in R$

e) $f(x) = e^{-x} + 5$

I) Domínio: R

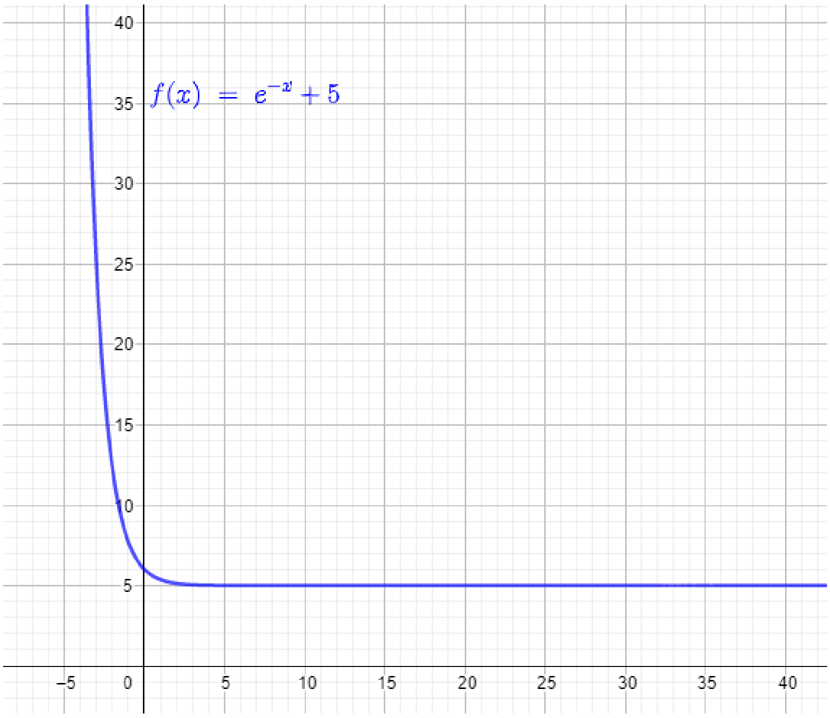
II) $\lim_{x \to 5} e^{-x} + 5 = e^{-5} + 5 = 5,01$

$\lim_{x \to -\infty} e^{-x} + 5 = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} e^{-x} + 5 = 5$

III) assíntota horizontal: y =5

IV)



V) É contínua.

f) $f(x) = ln\,(x - 5)$

I) Domínio: x > 5

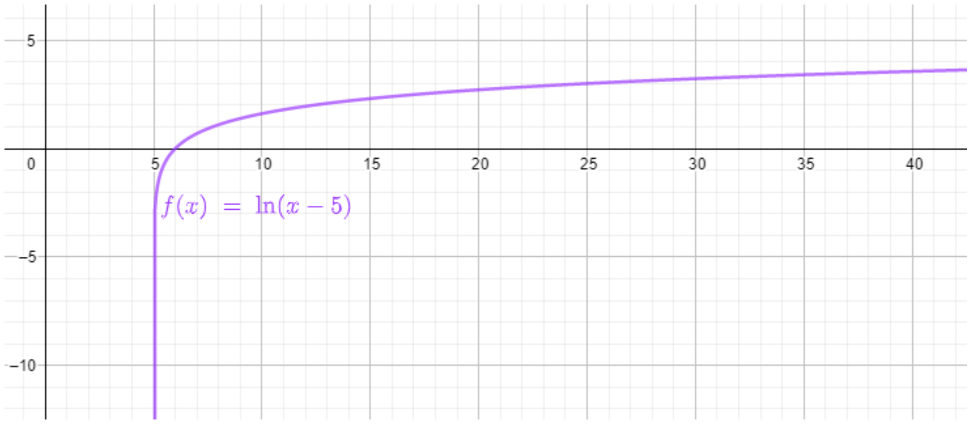
II) $\lim_{x \to 5} ln\,(x - 5) = ln\,(5 - 5) = ln\,0 = -\infty$

$\lim_{x \to -\infty} ln\,(x - 5) = \nexists$

$\lim_{x \to +\infty} ln\,(x - 5) = +\infty$

III) assíntota vertical: y = 5

IV)



V) É contínua para todo x > 5.

g) $f(x) = \sqrt{-x + 5}$

I) Domínio: $x \leq 5$

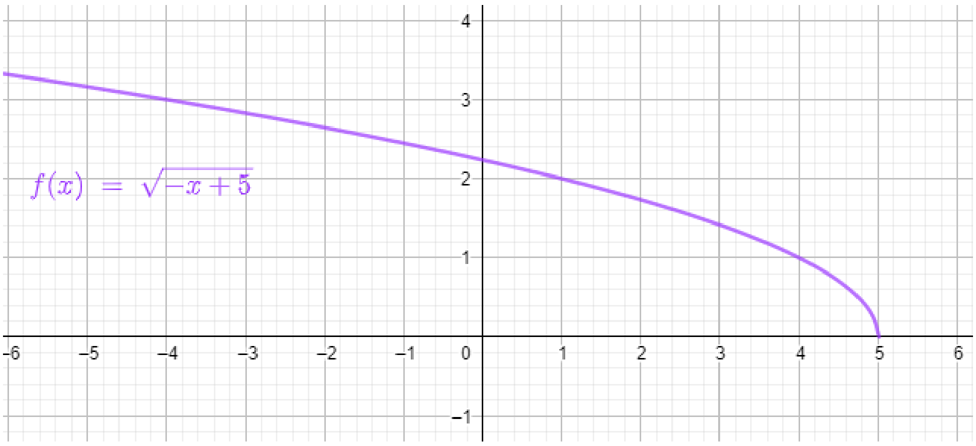
II) $\lim\limits_{x \to 5} \sqrt{-x + 5} = \sqrt{-5 + 5} = \sqrt{0} = 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{-x + 5} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{-x + 5} = \nexists$

III) Não existe.

IV)



V) É contínua para todo $x \leq 5$

h) $f(x) = \frac{sen\,5x}{x}$

I) Domínio: R*

II) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{sen\,5x}{x} = \frac{sen\,5.5}{5} = \frac{sen\,25}{5}$

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{sen\,5x}{x}$ $(sen\,5x\ varia\ entre\ -1\ e\ 1\ \ -->\ \ -1 \leq sen\,5x \leq 1)$

$\frac{-1}{x} \leq sen\,5x \leq \frac{1}{x}$

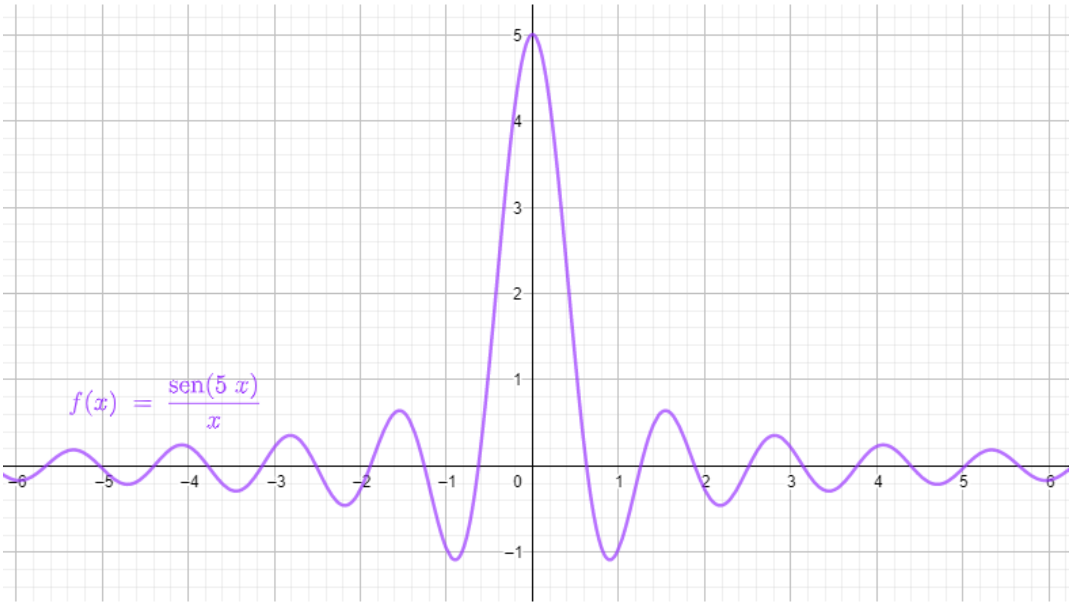
Logo:

$\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-1}{x} = 0$ e $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{-1}{x} = 0$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$

III) Não existe assíntota.

IV)



V) Não é contínua, pois não está definida em x = 0.