

Nome: Renata Steiner da Silva

UC: Cálculo I

Professor: Gustavo Berti

Módulo: IV

Sendo $\@$ o mês do seu aniversário, considere as seguintes funções.

- a) $f(x) = \frac{x}{x-\@}$
- b) $f(x) = \frac{x+\@}{x^2-\@^2}$
- c) $f(x) = \frac{x^2-2\@x+\@^2}{x-\@}$
- d) $f(x) = \operatorname{tg}\left(\frac{x}{\@}\right)$
- e) $f(x) = e^{-x} + \@$
- f) $f(x) = \ln(x - \@)$
- g) $f(x) = \sqrt{-x + \@}$
- h) $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(\@x)}{x}$

Para cada uma dessas funções:

- I) Determine o domínio.
- II) Determine $\lim_{x \rightarrow \@} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
- III) Escreva as equações das assíntotas horizontais e verticais, caso existam.
- IV) Obtenha o gráfico de cada função no Geogebra a fim de verificar se as respostas dos itens anteriores estão corretas.
- V) Decida quais das funções são contínuas em \mathbb{R} . No caso das funções descontínuas escreva os intervalos do domínio em que há continuidade.
- VI) Acrescente uma sentença à função do item c de modo a ampliar o domínio e garantir a continuidade em \mathbb{R} .

Organize um arquivo pdf com a resolução dos itens I a V para cada uma das 8 funções. O item VI é apenas para a função "c".

Para o envio da tarefa crie um tópico no fórum e anexe o arquivo. Não deixe de esclarecer a dúvida no fórum de dúvidas e/ou agendando atendimento individualizado. Você pode também observar as postagens dos colegas e solicitar explicações e/ou dar sugestões quanto às resoluções apresentadas.

Prazo de entrega: 04/07

a) $f(x) = \frac{x}{x-6}$

I) $Df(x) = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 6\}$

II) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x}{x-6} = \frac{6}{6-6} = \frac{"6"}{"0"}$ Indeterminação pois os limites laterais são diferentes.

$$\lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{x}{x-6} = +\infty$$

e

$$\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{x}{x-6} = -\infty$$

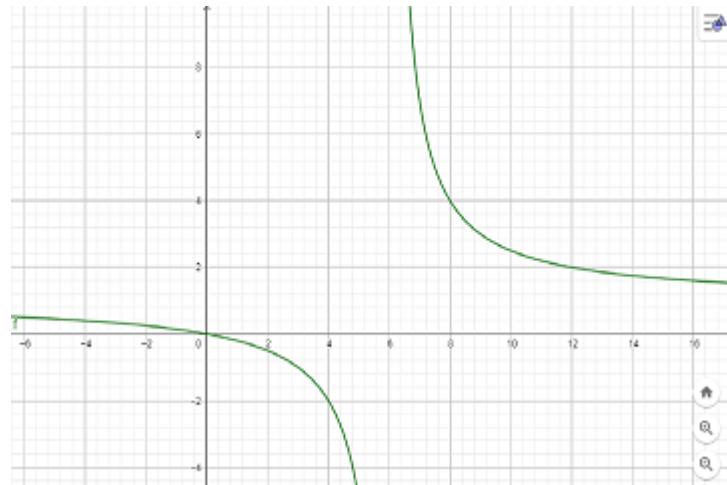
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-6} = \frac{x}{x(1-\frac{6}{x})} = \frac{1}{1-\frac{6}{x}} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x-6} = \frac{x}{x(1-\frac{6}{x})} = \frac{1}{1-\frac{6}{x}} = 1$$

III) $y = 1$ é assintota horizontal

$X = 6$ é assintota vertical

IV)



IV) $f(x)$ é continua $]-\infty, 6[\cup]6, +\infty[$

b) $f(x) = \frac{x+6}{x^2 - 36}$

I) $D(f) = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 6\}$

II) $f(x) = \frac{x+6}{x^2 - 36}$ não existe, pois os limites laterais são diferentes.

$$\lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{x+6}{x^2 - 36} = \lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{x+6}{(x-6)(x+6)} = \frac{1}{(x-6)} = +\infty$$

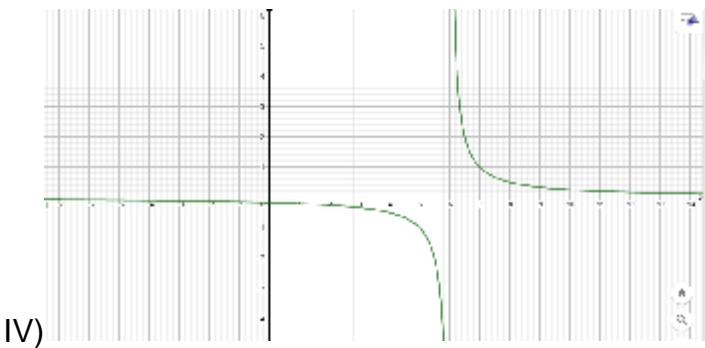
$$\lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{x+6}{x^2 - 36} = \lim_{x \rightarrow 6^+} \frac{x+6}{(x-6)(x+6)} = \frac{1}{(x-6)} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+6}{x^2 - 36} = \frac{x+6}{(x-6)(x+6)} = \frac{1}{(x-6)} = \frac{1}{"0^+" - 1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+6}{x^2 - 36} = \frac{x+6}{(x-6)(x+6)} = \frac{1}{(x-6)} = \frac{1}{"0^{-}" - 1} = 0$$

III) $y = 0$ é uma assíntota horizontal

$x = 6$ é uma assíntota vertical



V) $f(x)$ é continua em $]-\infty, -6[\cup]6, +\infty[$

$$c) f(x) = \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 6}$$

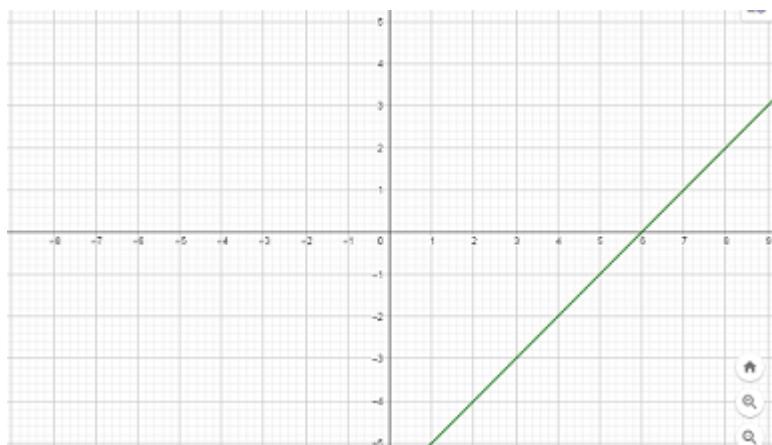
$$\text{I}) D(f): \frac{6^2 - 12 \cdot 6 + 36}{6 - 6} = \frac{36 - 72 + 36}{0} = \frac{0}{0}$$

$$D(f): \mathbb{R} - \{6\}$$

$$\text{II}) \lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 6} = \frac{(x-6)(x-6)}{(x-6)} = x-6 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 6} = \frac{(x-6)(x-6)}{(x-6)} = x-6 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 6} = \frac{(x-6)(x-6)}{(x-6)} = x-6 = -\infty$$



VI) $f(x)$ é continua em $]-\infty, 6[\cup]6, +\infty[$

$$\text{VI}) g(x) =$$

$$0, y=6$$

$$\frac{x^2 - 12x + 36}{x - 6}$$

d) $f(x) = \tan\left(\frac{x}{6}\right)$

I) $D(f): \frac{x}{6} \neq \frac{\pi}{2} + K6\pi, K \in \mathbb{Z}$.

$$D(f): x \neq \frac{6\pi}{2} + K6\pi = x \neq 3\pi + K6\pi$$

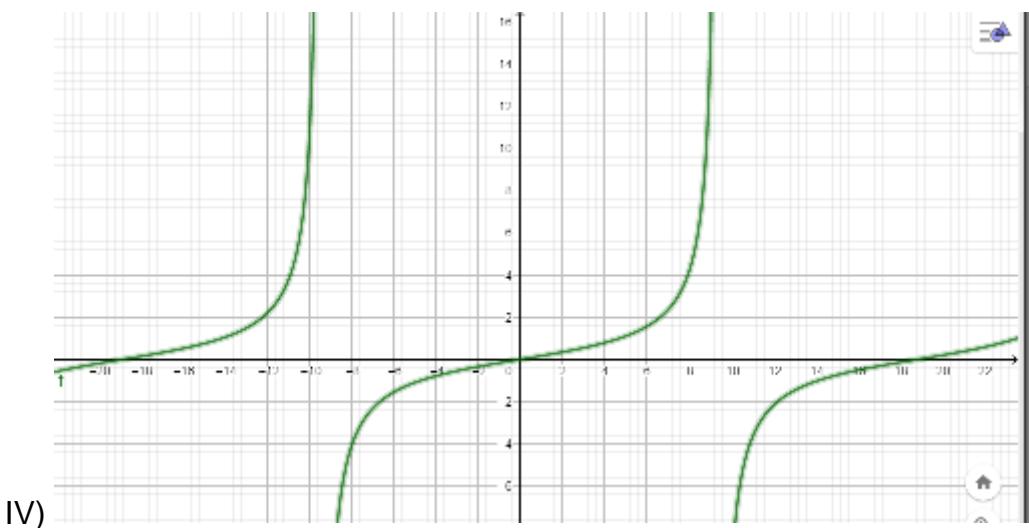
$$D(f): \{x \in \mathbb{R} / x \neq 3\pi + K6\pi, K \in \mathbb{Z}\}$$

II) $\lim_{x \rightarrow 6} \tan\left(\frac{x}{6}\right) = 1 \approx 1,56$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tan\left(\frac{x}{6}\right) = \text{undefined}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \tan\left(\frac{x}{6}\right) = \text{undefined}$$

III) Assíntota vertical em todo os valores de x que não pertencem ao domínio:
 $\{x \in \mathbb{R} / x \neq 3\pi + K6\pi, K \in \mathbb{Z}\}$



V) Não é continua em \mathbb{R} , somente nos intervalos $]-3\pi + K6\pi, 3\pi + K6\pi[\quad K \in \mathbb{Z}$.

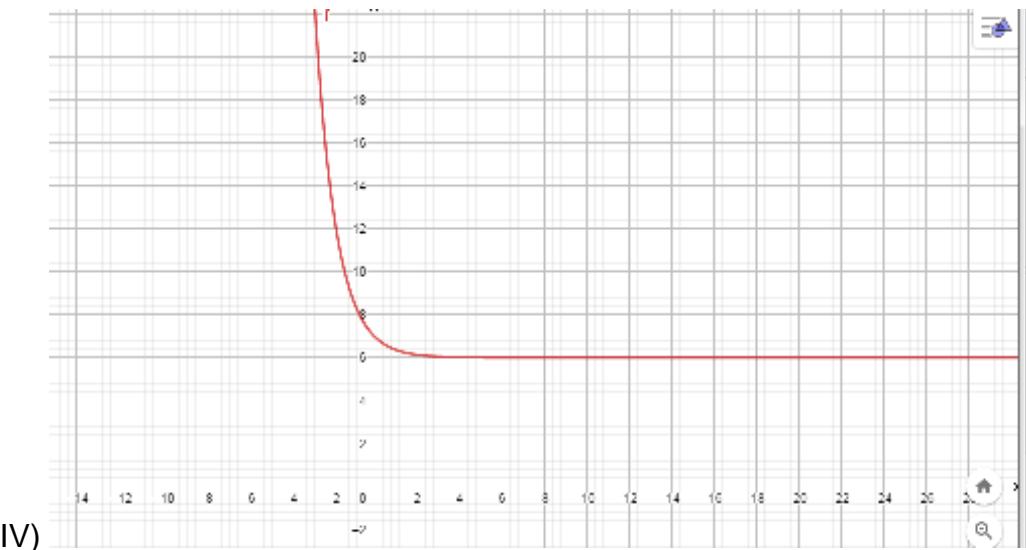
e) $f(x) e^{-x} + 6 = \left(\frac{1}{e}\right)^x + 6 \approx 6,0025$

I) $D(f): \mathbb{R}$

II) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{e}\right)^x + 6 = 0 + 6 = 6$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{e}\right)^x + 6 = e^{+\infty} + 6 = +\infty$$

III) $y = 6$ é assíntota horizontal.



V) A função $f(x)$ é continua em \mathbb{R} .

f) $f(x) \ln(x - 6)$

I) $D(f) : \{x \in \mathbb{R} / x \geq 6\}$

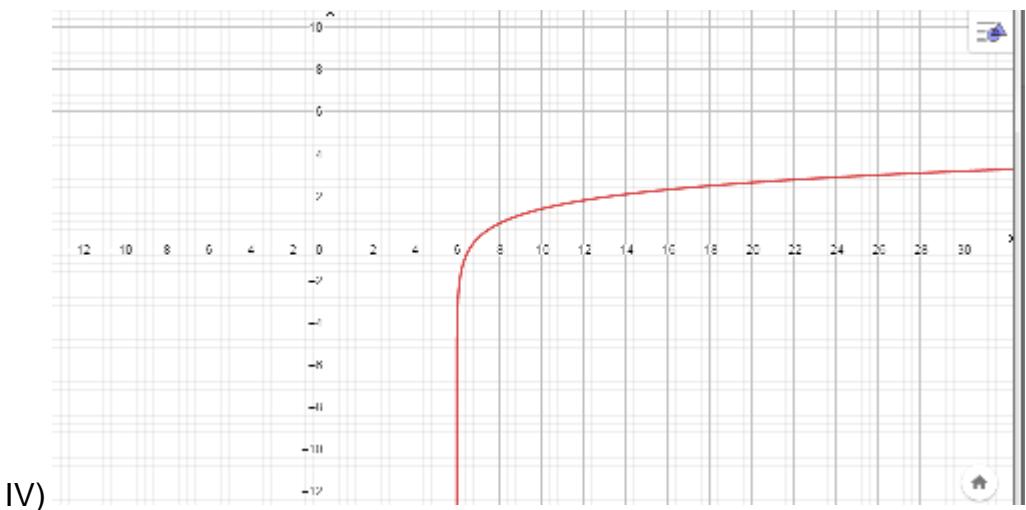
II) $\lim_{x \rightarrow 6^-} \ln(6 - 6) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow 6^+} \ln(6 - 6) = -\infty \nexists$ (não faz parte do domínio)

$\lim_{x \rightarrow \infty} \ln(+\infty - 6) = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(-\infty - 6) = +\infty$ não faz parte do domínio $x < 6$

III) $y = 6$ é assíntota vertical



V) A função $f(x)$ é continua somente no domínio ($x \geq 6$). Digite a equação aqui.

g) $f(x) \sqrt{-x+6}$

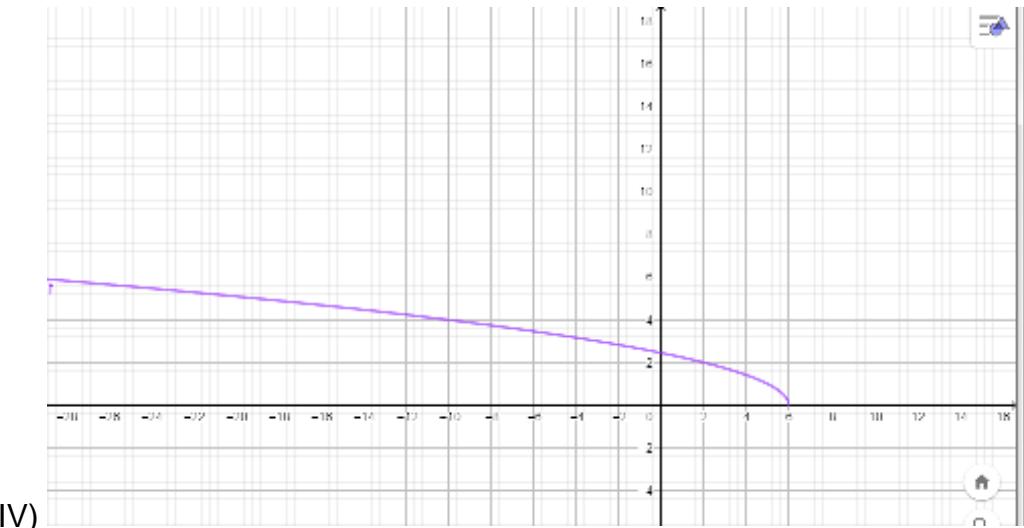
I) $D(f): \{x \in R / x \leq 6\}$

II) $\lim_{x \rightarrow 6} \sqrt{-x+6} = \sqrt{-6+6} = "0+" \text{ ou } "0-"$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{-x+6} = +\infty \text{ não existe raiz de numero negativo.}$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{-x+6} = +\infty$

III) Não tem assintota.



V) $f(x)$ só é continua no intervalo $]-\infty, 6]$

h) $f(x) \frac{\sin(6x)}{x}$

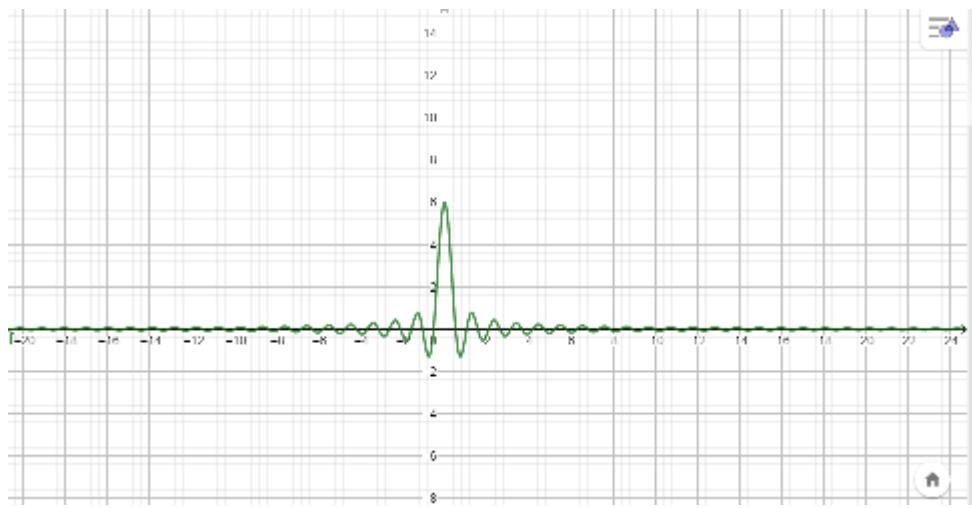
I) $D(f): \{x \in R\}$

II) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{\sin(6x)}{x} = \frac{\sin(36)}{6} \approx -0,16$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(6x)}{x} \approx 0 \quad -1 \leq \sin 6x \leq 1$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sin(6x)}{x} = 0 \quad -\frac{1}{x} \leq \frac{\sin 6x}{x} \leq \frac{1}{x}$

III) $y = 0$ é uma assintota horizontal.



IV)

V) $f(x)$ é contínua em \mathbb{R}^* .