INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

CAMPUS TUBARÃO

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Unidade Curricular: Cálculo I

Prof. Gustavo Camargo Bérti

Alexandro Lima Gomes

Tarefa 3 - Derivadas

Tubarão

2022/1

Tarefa 3 - Derivadas

Considere as funções a seguir. Substitua $ pelo número de vogais distintas no seu primeiro nome. No meu caso (Gustavo), $ = 3.

I) $f(x) = \frac{e^{x+\$}}{100 \cdot \$}$

II) $f(x) = \sqrt{x^2 + \$}$

III) $f(x) = \frac{x^3 + (\$+1)x^2 + (\$-2)x - 2\$}{10}$

Para cada uma das três funções:

a) Calcular a derivada por regra de derivação (Material Derivadas II)

b) Em cada função, obter as coordenadas dos pontos do gráfico quando x é -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 e 4. Obter também a derivada em cada um desses pontos.

c) Em um plano cartesiano para cada função (folha A4), com escala 1:1, utilizando régua, faça pequenos segmentos da reta tangente à curva f(x) em cada ponto do item c, obedecendo as inclinações. Note que o desenho obtido fornece um bom esboço do gráfico da função no intervalo [-4, 4] do domínio. Clique aqui para um exemplo.

Organize um arquivo pdf com a resolução dos itens "a" e "b" e a foto do item "c" para cada uma das três funções. Crie um tópico com o seu nome e anexe o arquivo pdf.

Prazo de entrega: 11/07/2022

RESOLUÇÃO

Alexandro (vogais distintas: a, e, o → $ = 3)

a) I) $f(x) = \frac{e^{x+3}}{300}$

Pela regra da cadeia:

$Função\ interna:\ u(x) = x + 3;\ função\ externa:\ f(u) = \frac{e^u}{300}$

$$\frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{d[f(u)]}{du} . \frac{d[u(x)]}{dx} = \frac{d}{du}\left(\frac{e^u}{300}\right) . \frac{d}{dx}(x + 3) = \frac{e^u}{300} . 1 = \frac{e^u}{300} = \frac{e^{x+3}}{300}$$

II) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

Pela regra da cadeia:

$Função\ interna:\ u(x) = x^2 + 3;\ função\ externa:\ f(u) = \sqrt{u} = u^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{d[f(u)]}{du} \cdot \frac{d[u(x)]}{dx} = \frac{d}{du}(u^{\frac{1}{2}}) \cdot \frac{d}{dx}(x^2 + 3) = \frac{1}{2}u^{\frac{1}{2}-1} \cdot 2x = x \cdot u^{-\frac{1}{2}} = \frac{x}{u^{\frac{1}{2}}} = \frac{x}{\sqrt{u}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$$

III) $f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 - x - 6}{10}$

Pelas regras de derivação:

$$\frac{d}{dx}[f(x) + g(x)] = \frac{d}{dx}[f(x)] + \frac{d}{dx}[g(x)]$$

e

$$\frac{d}{dx}[cf(x)] = c\frac{d}{dx}[f(x)]$$

, para qualquer constante c ∈ R.

Logo:

$$\frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{1}{10}\left[\frac{d}{dx}(x^3) + \frac{d}{dx}(4x^2) - \frac{d}{dx}(x) - \frac{d}{dx}(\frac{6}{10})\right]$$

$$\frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{1}{10}(3x^2 + 8x - 1)$$

$$\frac{d[f(x)]}{dx} = \frac{3x^2 + 8x - 1}{10}$$

b) I) $f(x) = \frac{e^{x+3}}{300}$ e $f'(x) = \frac{e^{x+3}}{300}$

Pares ordenados de f(x)		**Pares ordenados de f'(x)**	
x	**f(x)**	**x**	**f'(x)**
-4	0,00	-4	0,00
-3	0,00	-3	0,00
-2	0,01	-2	0,01
-1	0,02	-1	0,02
0	0,07	0	0,07
1	0,18	1	0,18
2	0,49	2	0,49
3	1,34	3	1,34
4	3,66	4	3,66

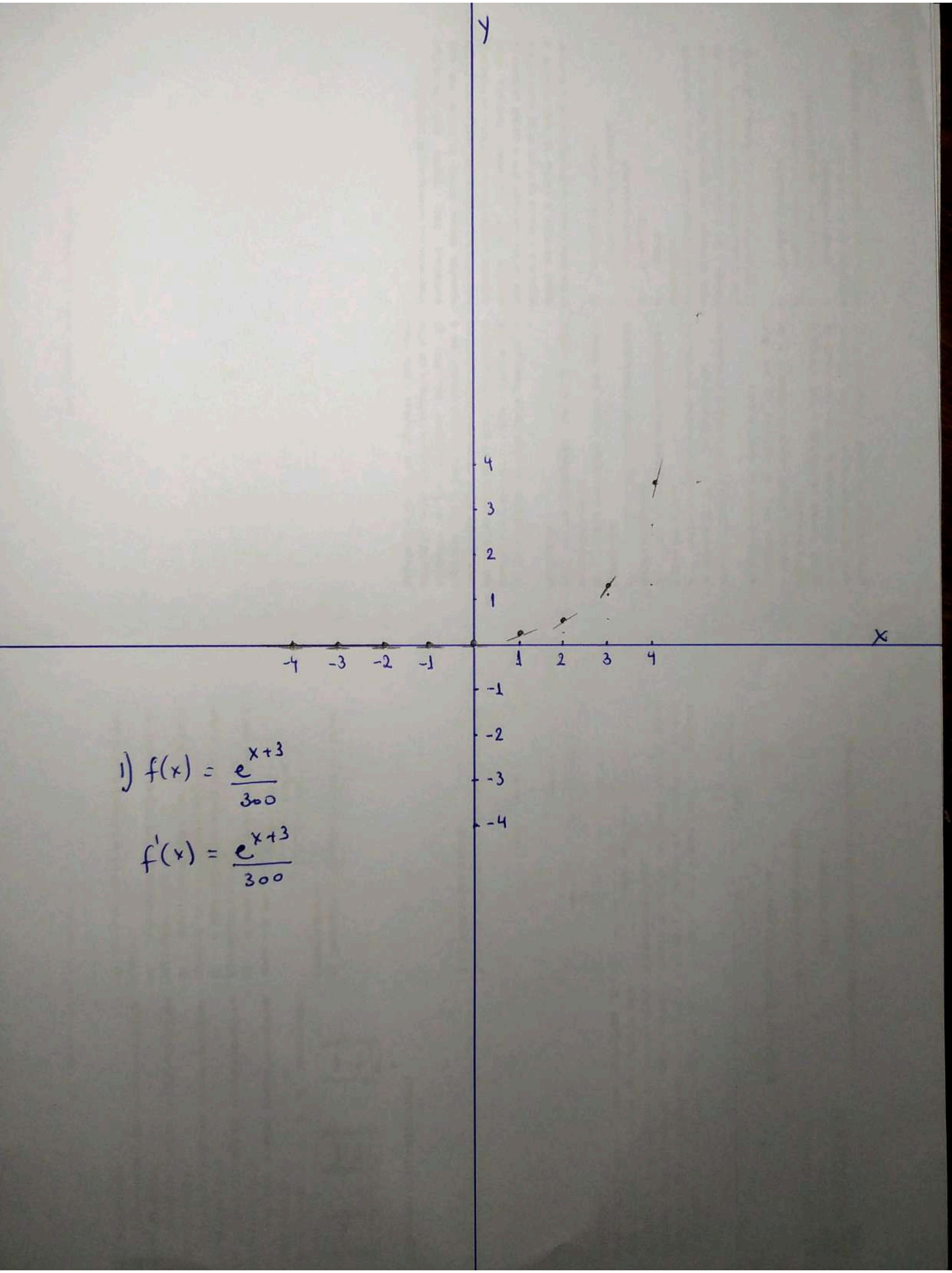
II) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ e $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$

Pares ordenados de f(x)		Pares ordenados de f'(x)	
x	**f(x)**	**x**	**f'(x)**
-4	4,36	-4	-0,92
-3	3,46	-3	-0,87
-2	2,65	-2	-0,76
-1	2,00	-1	-0,50
0	1,73	0	0,00
1	2,00	1	0,50
2	2,65	2	0,76
3	3,46	3	0,87
4	4,36	4	0,92

III) $f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 - x - 6}{10}$ e $f'(x) = \frac{3x^2 + 8x - 1}{10}$

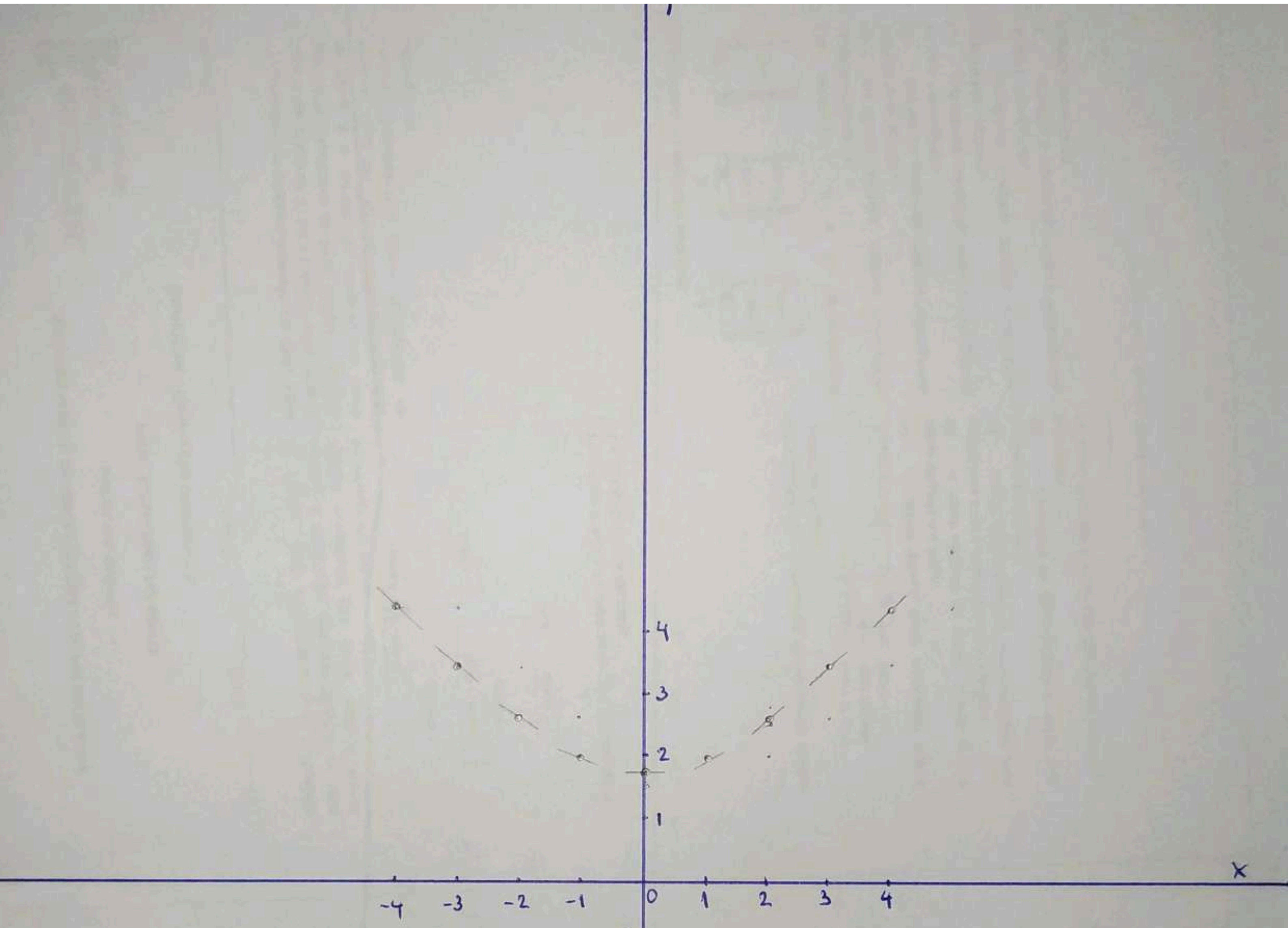
Pares ordenados de f(x)		Pares ordenados de f'(x)	
x	**f(x)**	**x**	**f'(x)**
-4	-0,2	-4	1,5
-3	0,6	-3	0,2
-2	0,4	-2	-0,5
-1	-0,2	-1	-0,6
0	-0,6	0	-0,1
1	-0,2	1	1,0
2	1,6	2	2,7
3	5,4	3	5,0
4	11,8	4	7,9

c) Imagens em anexo.



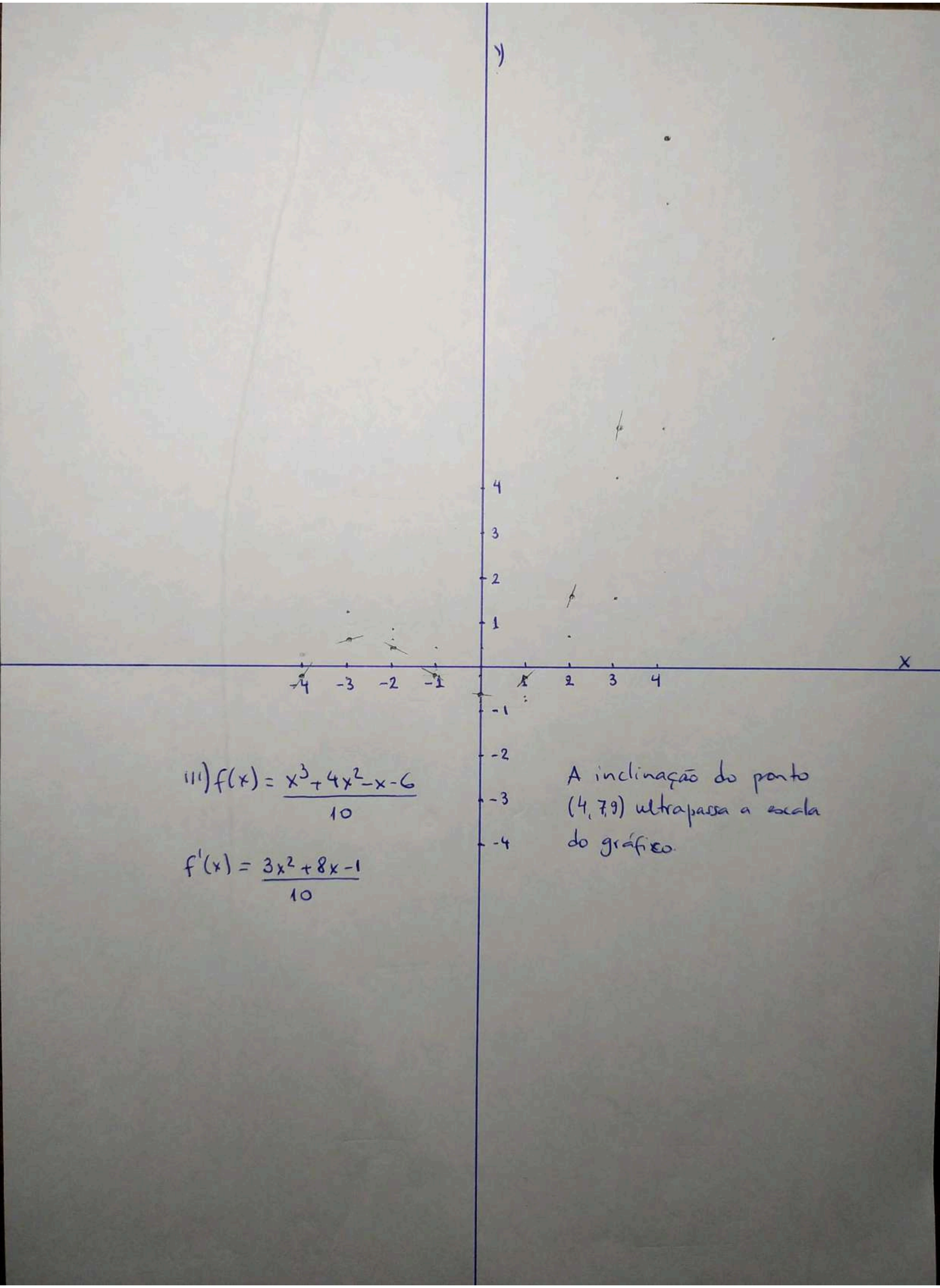
1) $f(x) = \dfrac{e^{x+3}}{300}$

$f'(x) = \dfrac{e^{x+3}}{300}$



11) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

$f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}$



III) $f(x) = \dfrac{x^3+4x^2-x-6}{10}$

$f'(x) = \dfrac{3x^2+8x-1}{10}$

A inclinação do ponto (4, 7,9) ultrapassa a escala do gráfico.