Tarefa 4 - Cálculo I

$$\text{I)} \qquad f(x) = \frac{e^{x+\$}}{100 \cdot \$}$$

$$\text{II)} \qquad f(x) = \sqrt{x^2 + \$}$$

$$\text{III)} \qquad f(x) = \frac{x^3 + (\$+1)x^2 + (\$-2)x - 2\$}{10}$$

Substitua $ pelo número de vogais distintas no seu primeiro nome.
$=4.

$$I) \qquad f(x) = \frac{e^{x+4}}{400}$$

$$f'(x) = \frac{e^4}{400} e^x$$

$$f''(x) = \frac{e^4}{400} e^x$$

$$II) \quad f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

$$f''(x) = \frac{4}{\sqrt{\left(x^2 + 4\right)^3}}$$

$$III)\, f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 + 2x - 8}{10}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 10x + 2}{10}$$

$$f''(x) = \frac{6x + 10}{10}$$

a) Intervalos em que a função é crescente;

I) Sempre crescente pois e na x é sempre crescente.

II) Como a primeira derivada é positiva quando x>0, a função é crescente para x>0.

III)A função é crescente quando $(x > x_i)e\,(x < x_{ii})$, pois c (centro da parábola resultante da primeira derivada é negativo, sorriso feliz). É crescente quando a derivada primeira é positiva.

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 10x + 2}{10} = 0.3x^2 + x + 0.2$$
$$\text{bhaskara}$$
$$a = 0.3$$
$$b = 1$$
$$c = 0.2$$
$$x_{i,ii} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 0.24}}{0.6} \approx \frac{-1 \pm 0.87}{0.6}$$
$$x_i \approx \frac{-1 + 0.87}{0.6} \approx -0.217$$
$$x_{ii} \approx \frac{-1 - 0.87}{0.6} \approx -3.167$$
$$c \approx \frac{-3.167 + \ -0.217}{2} \approx -1.692$$

b) Intervalos em que a função é decrescente;

I) Nunca. A função é sempre crescente pois se comporta como e na x.

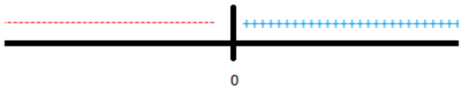
II) Como a primeira derivada é negativa quando x<0, a função é decrescente para x<0.

III) Assumindo a conta feita na letra anterior a função é decrescente quando $(x < x_i)e\,(x > x_{ii})$. quando a derivada primeira possui valores negativos.

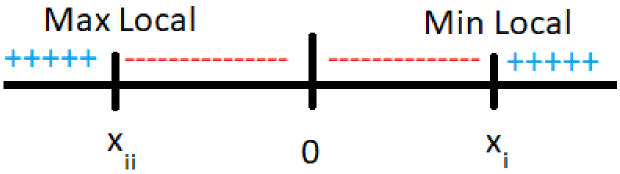
c) Extremos relativos, classificando-os em máximos ou mínimos;

I) Nunca. Como a função é sempre crescente não existe um extremo. Para qualquer intervalo existe somente um máximo e um mínimo absoluto.

II) Antes do ponto 0 a derivada f'(x) < 0 e após o ponto 0 f'(x)>0. Portanto existe um mínimo local e nesse caso absoluto.



III) Assumindo os números críticos da letra anterior (x_i e x_ii) obtemos os máximo e mínimo locais, de acordo com o sinal da derivada primeira.



d) Intervalos em que a função é côncava para cima;

I) Sempre. Como a função derivada de e na x é e na x e o sinal da função é positivo o ângulo da tangente da segunda derivada sempre será positivo, já que e na x nunca é menor ou igual a 0. Portanto a concavidade é sempre para cima.

II)A partir de f''(x)>0 sempre: a concavidade é para cima.

III) Através da derivada segunda: No caso a função é concava para cima quando x>0, pois a derivada segunda é positiva quando x>0.

e) Intervalos em que a função é côncava para baixo;

I)Nunca, como explicado no item anterior.

II)nunca pois f''(x) nunca é negativo.

III) De forma inversa a função é concava para baixo quando a derivada segunda é negativa, quando $x<0$.

f) Pontos de inflexão.

I) Como não existe $f''(x) = 0$ não há ponto de inflexão nesse caso.

II)Não há ponto de inflexão, apesar de $f''(x)$ tender a 0 quando x tende a +- Infinito. Acontece que $f''(x)$ tende a 0 pois a função se aproxima de ser uma reta à medida que se aumenta ou diminui x.

III)Há um ponto de inflexão, quando a concavidade da função muda, exatamente em $x=0$. É quando a derivada segunda é igual a 0.