INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

CAMPUS TUBARÃO

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Unidade Curricular: Cálculo I

Prof. Gustavo Camargo Bérti

Alexandro Lima Gomes

Tarefa 4 - Derivadas

Tubarão

2022/1

Tarefa 4 - Derivadas

Considere as mesmas funções I, II e III da sua Tarefa 3.

Crie um tópico com seu nome e anexe na resposta um arquivo contendo as seguintes informações (resultado e desenvolvimento/justificativa) sobre cada uma das funções I, II e III:

a) Intervalos em que a função é crescente;

b) Intervalos em que a função é decrescente;

c) Extremos relativos, classificando-os em máximos ou mínimos;

d) Intervalos em que a função é côncava para cima;

e) Intervalos em que a função é côncava para baixo;

f) Pontos de inflexão.

RESOLUÇÃO

Função (I)

$$f(x) \;=\; \frac{e^{x+3}}{100}$$

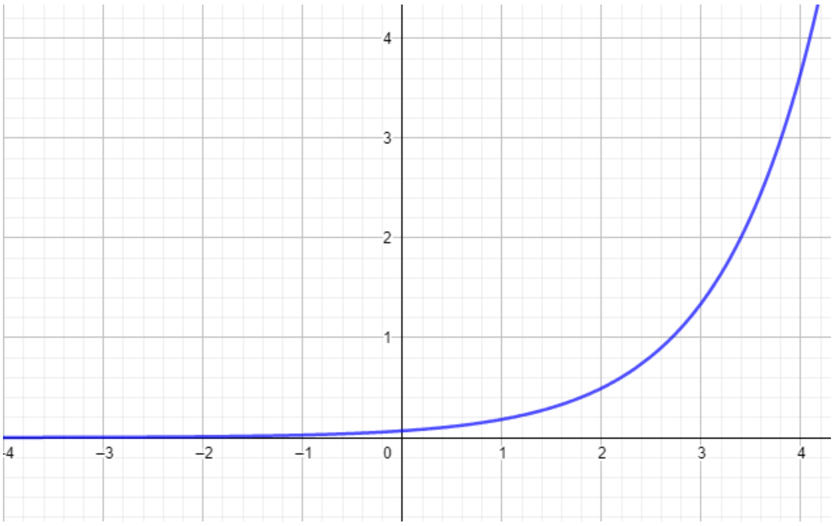
a) Intervalo em que a função é crescente: f'(x) = 0

$$f(x) \;=\; \frac{e^{x+3}}{100}$$

$$f'(x) \;=\; \frac{e^{x+3}}{100} \;=\; 0$$

$$e^{x+3} \;=\; 0 \;\;-->\;\; não\ existe\ para\ nenhum\ valor\ de\ x$$

Pela análise do gráfico, observa-se que a função é crescente para todo x ∈ R.



b) Pela análise do gráfico, observa-se que não há intervalo em que a função é decrescente.

c) Pela análise do gráfico, não há mínimos e máximos locais, já que não há x tal que f'(x)=0, ou que f'(x) seja indefinida.

d) Pelo teste da derivada segunda, não há valor de x que faça com que f''(x) = 0. Pela análise do gráfico, entretanto, podemos ver que a concavidade é para cima.

e) A função não apresenta concavidade para baixo.

f) Não há.

Função (II)

$f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$

a) Intervalo em que a função é crescente: f'(x) = 0

$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+3}}$

$\frac{x}{\sqrt{x^2+3}} = 0 \text{ --> } x = 0$

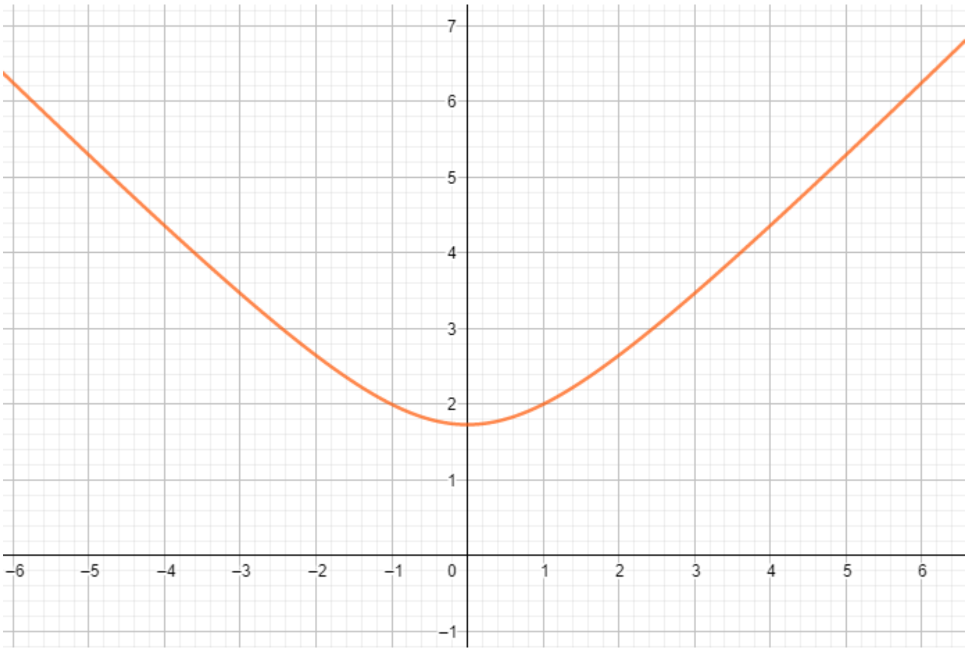
Avaliação se a f'(x) é positiva ou negativa nos intervalos]-∞, 0[e]0, +∞[:

- ☐ Tomando um valor de teste no primeiro intervalo: x = -1:

$f'(-\ 1) \ = \ \frac{-1}{\sqrt{-1^2+3}} \ = \ -\ \frac{1}{\sqrt{4}} \ = \ -\ \frac{1}{2}$ → logo, no intervalo]-∞, 0[a função é decrescente;

- ☐ Tomando um valor de teste no segundo intervalo: x = 1:

$f'(1) \ = \ \frac{1}{\sqrt{1+3}} \ = \ \frac{1}{\sqrt{4}} \ = \ \frac{1}{2}$ → logo, no intervalo]0, +∞[a função é crescente;



b) Conforme o item a, no intervalo]-∞, 0[a função é decrescente.

c) O valor de x = 0 é um extremo relativo, sendo um mínimo local e absoluto.

d) Pelo teste da derivada segunda:

$$f''(x) \ = \ \frac{3}{x^2+3\sqrt{x^2+3}} \ = \ 0\ (não\ ocorre)$$

Desta forma, fazendo a observação do gráfico, vemos que ela apresenta concavidade para cima.

e) Não há intervalo em que a função seja côncava para baixo.

f) Como f’’(x) nunca será zero, podemos verificar o ponto de inflexão para x = 0, já que é um ponto de mínimo.

$$f(0) \ = \ \sqrt{0^2\ +\ 3} = \ \sqrt{3}$$

Ou seja, o ponto (0, $\sqrt{3}$) é ponto de inflexão.

Função (III)

$$f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 - x - 3}{10}$$

a) e b) Intervalo em que a função é crescente e decrescente: f'(x) = 0

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 8x - 1}{10} = 0$$

$$3x^2 + 8x - 1 = 0$$

Resolvendo a equação do 2° grau, temos que x = - 2,79 e x = 0,12.

Avaliação se a f'(x) é positiva ou negativa nos intervalos]-∞, -2,79[,]-2,79,0,12[e]0,12, +∞[:

- ☐ Tomando um valor de teste no primeiro intervalo: x = -3:

$$f(-3) = \frac{3(-3)^2 + 8(-3) - 1}{10} = \frac{3.9 - 24 - 1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} > 0 \ (neste\ intervalo\ a\ função\ é\ crescente).$$

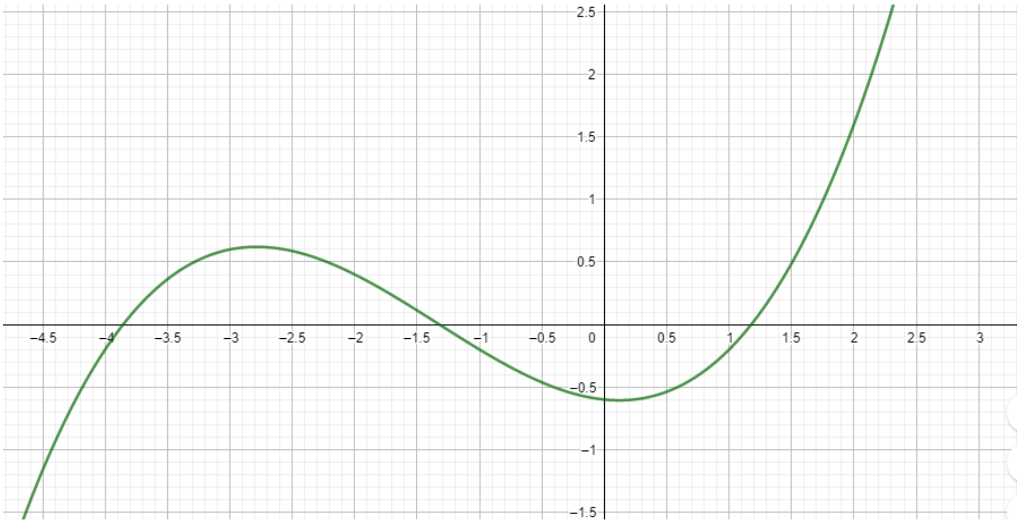
- ☐ Tomando um valor de teste no segundo intervalo: x = 0:

$$f(0) = \frac{3(0) + 8(0) - 1}{10} = -\frac{1}{10} < 0 \ (neste\ intervalo\ a\ função\ é\ decrescente).$$

- ☐ Tomando um valor de teste no terceiro intervalo: x = 1:

$$f(1) = \frac{3(1)^2 + 8(1) - 1}{10} = \frac{3 + 8 - 1}{10} = \frac{10}{10} = 1 > 0 \ (neste\ intervalo\ a\ função\ é\ crescente).$$

Podemos observar o crescimento e o decréscimo da função no gráfico.



c) Extremos relativos: x = -2,79 é um máximo local e x = 0,12 é um mínimo local.

d) e e) Pelo teste da derivada segunda:

$$f''(x) = \frac{6x+8}{10} = 0 \;-->\; 6x + 8 = 0 \;-->\; x = -\frac{4}{3}$$

Verificando a concavidade nos intervalos]-∞, $-\frac{4}{3}$[e]$-\frac{4}{3}$, +∞[.

- ☐ Tomando um valor de teste no primeiro intervalo: x = -2:

$$f(-2) = \frac{6.(-2)+8}{10} = \frac{-12+8}{10} = -\frac{4}{10} < 0 \;-->\; concavidade\ para\ baixo$$

- ☐ Tomando um valor de teste no segundo intervalo: x = 1:

$$f(1) = \frac{6.(1)+8}{10} = \frac{6+8}{10} = \frac{14}{10} = 1,4 > 0 \;-->\; concavidade\ para\ cima$$

f) Ponto de inflexão: quando f’’(x) = 0:

$$f''(x) = \frac{6x+8}{10} = 0 \;-->\; 6x + 8 = 0 \;-->\; x = -\frac{4}{3}$$

Logo, $(-\frac{4}{3}, 0)$ é ponto de inflexão.