

## Tarefa 4 - Prazo 18/07

Considere as mesmas funções I, II e III da sua Tarefa 3.

Crie um tópico com seu nome e anexe na resposta um arquivo contendo as seguintes informações (resultado e desenvolvimento/justificativa) sobre cada uma das funções I, II e III:

- Intervalos em que a função é crescente;
- Intervalos em que a função é decrescente;
- Extremos relativos, classificando-os em máximos ou mínimos;
- Intervalos em que a função é côncava para cima;
- Intervalos em que a função é côncava para baixo;
- Pontos de inflexão.

$$I- f(x) = \frac{e^{x+2}}{200} \quad f'(x) = \frac{e^{x+2}}{200} \quad f''(x) = \frac{e^{x+2}}{200}$$

Esta função não possui números críticos, pois nenhum valor de  $x$  iguala a função derivada a 0.

- Por se tratar de uma função exponencial, esta é crescente em todo domínio.  
] -  $\infty$ , +  $\infty$ [
- Nunca.
- Não possui.
- Analisando a derivada segunda, seu resultado sempre será  $>0$ , portanto a função é côncava para cima em ] -  $\infty$ , +  $\infty$ [.
- Nunca.
- Não possui pontos de inflexão pelo mesmo motivo que a função é sempre côncava para cima, o resultado da derivada segunda sempre será  $>0$ .

$$II- f(x) = \sqrt{x^2 + 2} \quad f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$$

Em  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$  temos como ponto crítico  $x=0$

$$f'(2) = \frac{2}{\sqrt{2^2+2}} = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$f'(-2) = \frac{-2}{\sqrt{(-2)^2+2}} = -\frac{2}{\sqrt{6}}$$

## Derivada de um quociente de funções (Regra do quociente)

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x) \cdot \frac{d}{dx} [f(x)] - f(x) \cdot \frac{d}{dx} [g(x)]}{[g(x)]^2}$$

Simbolicamente:  $\frac{d\left[\frac{f}{g}\right]}{dx} = \frac{gf' - fg'}{g^2}$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$$

$$f''(x) = \frac{\sqrt{x^2+2} \cdot 1 - x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2+2}} \cdot 2x}{\sqrt{x^2+2}^2}$$

$$f''(x) = \frac{\sqrt{x^2+2} - x \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}}{\sqrt{x^2+2} \cdot \sqrt{x^2+2}}$$

$$f''(x) = \frac{\sqrt{x^2+2} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}}}{\sqrt{x^2+2}^2} \rightarrow \frac{\sqrt{x^2+2} \cdot \sqrt{x^2+2} - x^2}{\sqrt{x^2+2}^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+2}^2} \rightarrow \frac{x^2+2 - x^2}{\sqrt{x^2+2} (x^2+2)}$$

$$f''(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2+2} (x^2+2)}$$

a) Crescente em  $]0, +\infty[$

b) Decrescente em  $] -\infty, 0[$

c) Temos como ponto crítico,  $x=0$ , observando que antes do ponto, o resultado é negativo e depois é positivo, este é um mínimo local em  $f(x)$ , como  $f(x) \geq f(0)$  sempre, este também é um mínimo absoluto.

$$f''(1) = \frac{2}{\sqrt{1^2+2} (1^2+2)} \rightarrow f''(1) = \frac{2}{\sqrt{3} \cdot 3}$$

d)  $] -\infty, +\infty[$

e) Nunca.

f) Não existem pontos de inflexão.

$$\text{III- } f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - 4}{10} \quad f'(x) = \frac{3x^2 + 6x}{10}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 6x}{10} = 0 \rightarrow 3x^2 + 6x = 0$$

$$\frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 0}}{6} \quad x' = -2 \quad x'' = 0$$

$$f'(-3) = \frac{3 \cdot 9 + 6 \cdot (-3)}{10} \rightarrow \frac{9}{10} = 0,9$$

$$f'(-1) = \frac{3 \cdot 1 + 6 \cdot (-1)}{10} \rightarrow \frac{-3}{10} = -0,3$$

$$f'(1) = \frac{3 \cdot 1 + 6 \cdot 1}{10} \rightarrow \frac{9}{10} = 0,9$$

a)  $]-\infty, -2[$  e  $]0, +\infty[$

b)  $]-2, 0[$

c)  $-2$  é um máximo local e  $0$  um mínimo local.

$$f'(x) = \frac{3x^2 + 6x}{10} \quad f''(x) = \frac{6x + 6}{10} \rightarrow \frac{3x + 3}{5} \rightarrow \frac{3}{5}x + \frac{3}{5}$$

$$f''(-2) = \frac{3}{5} - 2 + \frac{3}{5} = \frac{-6}{5} + \frac{3}{5} = -\frac{3}{5}$$

$$f''(0) = \frac{3}{5} \cdot 0 + \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$$

d)  $]-1, +\infty[$

e)  $]-\infty, -1[$

f)  $-1$