



POTÊNCIA E FUNÇÕES EXPONENCIAIS



Curso: Licenciatura em Matemática

Módulo: VI

Unidade curricular: Atividade de Extensão IV

Professora: Vanessa Soares Sandrini Garcia

Estudante: Francislaine Rosa Chagas Francisco Nerling

Número de matrícula: 202110805848



Potência:

A potência pressupõe o cálculo do produto de termos repetidos, como exemplo, tem-se o cálculo da área do quadrado, representado por $A = L \cdot L$ ou $A = L^2$.

Essa, porém, é uma representação simples. Há casos em que o termo se repete muitas vezes. O termo que se repete, é denominado base e o número de repetições, denominado expoente.

No exemplo acima, L é a base e 2 é o expoente.

Alguns cálculos envolvem maior complexidade e então, a utilização de propriedades facilitam a resolução.

Abaixo, a representação das propriedades das potências:

Propriedades das potências

Suponha que a e b sejam números reais, e que os denominadores sejam sempre diferentes de zero.

Propriedade

1. $a^m a^n = a^{m+n}$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3. $(a^m)^n = a^{mn}$

4. $(ab)^n = a^n b^n$

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Exemplo

$2^3 2^7 = 2^{3+7} = 2^{10}$

$\frac{3^6}{3^2} = 3^{6-2} = 3^4$

$(2^4)^3 = 2^{4 \cdot 3} = 2^{12}$

$(2 \cdot 3)^4 = 2^4 \cdot 3^4$

$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$

Fonte: (GOMES, 2018. p. 60)



Importante acrescentar que, se o expoente de um número inteiro é negativo, pressupõe-se a base elevada ao mesmo expoente positivo no denominador de uma fração, cujo numerador é 1. Assim:

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

Abaixo, a representação das propriedades das potências com expoente negativo:

Propriedades dos expoentes negativos	
Suponha que a e b sejam números reais diferentes de zero.	
Propriedade	Exemplo
6. $\frac{1}{b^{-n}} = b^n$	$\frac{1}{3^{-7}} = 3^7$
7. $\frac{a^{-m}}{b^{-n}} = \frac{b^n}{a^m}$	$\frac{5^{-3}}{4^{-2}} = \frac{4^2}{5^3}$
8. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$	$\left(\frac{4}{3}\right)^{-5} = \frac{3^5}{4^5}$

Fonte: (GOMES, 2018. p. 62)

Outro aspecto relevante é que, qualquer que seja a base, se o expoente é 0, o resultado será 1.

Demonstração:

$$\frac{7^1}{7^1} = 7^{1-1} = 7^0 = 1.$$

Função exponencial:

Uma função de A em B é uma relação f que a cada elemento de A associa um único elemento de B.

Na função exponencial, tem-se:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = b^x, \text{ com } b > 0 \text{ e } b \neq 1,$$



A função representada é denominada função exponencial de base b .

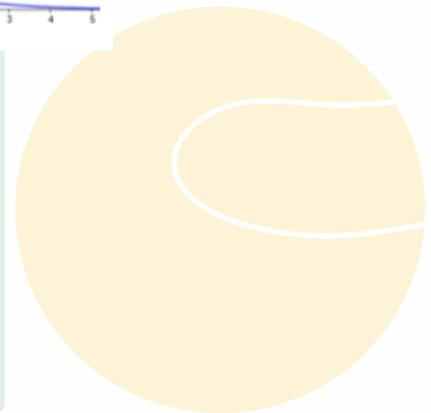
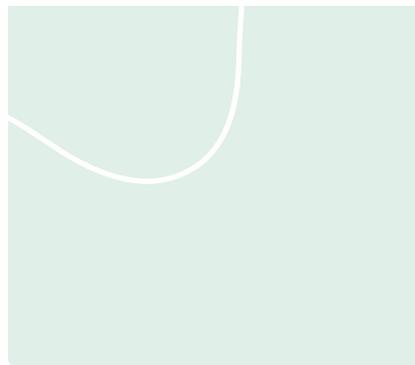
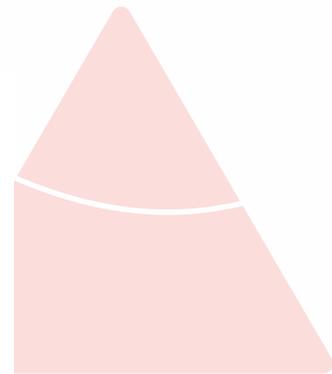
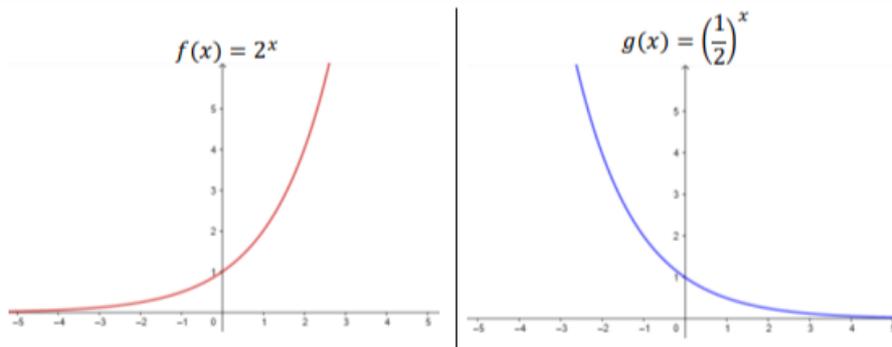
A base na função exponencial sempre será positiva e, portanto, a imagem da função compreende o conjunto dos números reais positivos. Entretanto, a função poderá ser crescente ou decrescente:

Em $f(x) = b^x$, quando $b > 1$, temos que $x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$, portanto a função é crescente em todo o domínio. Já quando $0 < b < 1$, temos que $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$, assim a função é decrescente em todo o domínio:

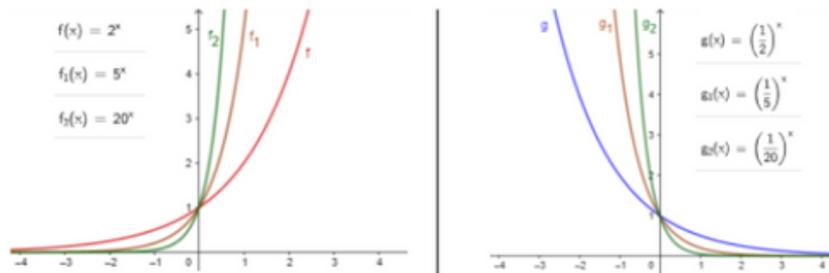
	$f(x) = 2^x$	$g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
$x = -10$	$f(-10) = \frac{1}{1024}$	$g(-10) = 1024$
$x = 0$	$f(0) = 1$	$g(0) = 1$
$x = 10$	$f(10) = 1024$	$g(10) = \frac{1}{1024}$

Na representação gráfica, o ponto $(0, 1)$ sempre pertence ao gráfico $f(x) = b^x$, para qualquer valor de b que satisfaz a definição de função exponencial. Quando $b > 1$, temos que $f(x)$ é cada vez maior, na medida que x tende para $+\infty$ e, cada vez mais próxima de 0 quando x tende para $-\infty$. No caso em que $0 < b < 1$, ocorre o contrário.

Veja as representações gráficas abaixo:



Quando $b > 1$, quanto maior o valor de b , mais "próxima do eixo y " fica o gráfico. Já quando $0 < b < 1$, o mesmo ocorre quanto menor é o valor de b :



REFERÊNCIAS:

GOMES, Francisco Magalhães. **Pré-cálculo**: operações, funções e sequências. São Paulo,SP: Cengage Learning, 2018.

MIORELLI, A. A.; AYJARA, D. F. A.; MANTOVANI, L. M. **Pré-cálculo**. Porto Alegre: Bookman, 2015. Disponível em:

<https://app.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582603215/>. Acesso em: 03 Nov 2022.

